



Universidade Federal de Ouro Preto
Escola de Minas
Engenharia de Controle e Automação



Caio Andrade Barcelos

Análise do Consumo Energético de um Moinho de Bolas no Beneficiamento de Minério

Ouro Preto
2026

Caio Andrade Barcelos

Análise do Consumo Energético de um Moinho de Bolas no Beneficiamento de Minério

Trabalho apresentado ao Colegiado do Curso de Engenharia de Controle e Automação da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para a obtenção do Grau de Engenheiro(a) de Controle e Automação.

Orientador: Prof. Dr. Bruno Randazzo Baroni

Ouro Preto
2026



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
ESCOLA DE MINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CONTROLE E
AUTOMACAO



FOLHA DE APROVAÇÃO

Caio Andrade Barcelos

Análise do Consumo Energético de um Moinho de Bolas no Beneficiamento de Minério

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Controle e Automação da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em engenharia de controle e automação

Aprovada em 12 de maio de 2026

Membros da banca

Dr. Bruno Randazzo Baroni - Orientador (Universidade Federal de Ouro Preto)
Dr. Paulo Marcos de Barros Monteiro- (Universidade Federal de Ouro Preto)
Dr. Caio Meira Amaral da Luz - (Universidade Federal de Ouro Preto)

Bruno Randazzo Baroni, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 14/07/2026



Documento assinado eletronicamente por **Bruno Randazzo Baroni, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 14/07/2026, às 15:30, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1139654** e o código CRC **69AACC5F**.

Agradecimentos

Eu agradeço enormemente a minha mãe e meu pai pelo constante apoio e a todo o corpo docente da UFOP pela paciência e os ensinamentos e por fim a Fundação Gorceix por ter permitido coletar os dados de desenvolvimento deste trabalho...

”A educação é a arma mais poderosa que você pode usar para mudar o mundo.”
— Nelson Mandela.

Resumo

O presente trabalho desenvolve uma metodologia de simulação para estimar a potência efetiva no pinhão e o consumo energético de um moinho de bolas acionado por motor de indução trifásico. O estudo utiliza o circuito equivalente do motor, modelado no *MATLAB* e implementado no *PSIM*, para reproduzir as condições reais de operação a partir de dados de escorregamento. A simulação permite comparar o comportamento do sistema com modelos teóricos, como a equação de Rowland, possibilitando uma avaliação mais precisa do desempenho eletromecânico do conjunto motor–moinho. A metodologia proposta visa oferecer uma alternativa de baixo custo e alta precisão para a estimativa de potência e eficiência em sistemas de moagem, reduzindo a dependência de medições diretas com instrumentos de alto custo, como torquímetros, e contribuindo para a otimização energética de plantas industriais de beneficiamento mineral. Os resultados obtidos demonstram que o modelo simulado reproduz com fidelidade o comportamento nominal do motor, apresentando diferenças inferiores a 2% em relação aos dados de catálogo do fabricante. Em condições não nominais, as estimativas de potência no pinhão obtidas pela simulação apresentaram diferenças de -4,57% (47,3 Hz) e +4,98% (51,4 Hz) em relação à equação de Rowland.

Palavras-chaves: Motor de Indução Trifásico. Moinho de Bolas. Equação de Rowland. Escorregamento. Modelagem Eletromecânica.

Abstract

This study develops a simulation-based methodology to estimate the effective shaft power and energy consumption of a ball mill driven by a three-phase induction motor. The analysis employs the motor's equivalent circuit, modeled in MATLAB and implemented in PSIM, to reproduce real operating conditions based on slip data. The simulation enables comparison between the system's behavior and theoretical models, such as Rowland's equation, providing a more accurate assessment of the electromechanical performance of the motor-mill assembly. The proposed methodology offers a low-cost and high-accuracy alternative for estimating power and efficiency in milling systems, reducing the dependence on direct measurements using high-cost instruments, such as torque meters, and contributing to the energy optimization of industrial mineral processing plants. The results show that the simulated model faithfully reproduces the motor's nominal behavior, presenting differences below 2% compared to the manufacturer's catalog data. Under non-nominal conditions, the pinion power estimates obtained through simulation showed differences of -4.57% (47.3 Hz) and +4.98% (51.4 Hz) relative to Rowland's equation.

Key-words: Three-Phase Induction Motor. Ball Mill. Rowland's Equation. Slip. Electromechanical Modeling.

Lista de figuras

Figura 1 – Moagem em regime catarata	16
Figura 2 – Redutor	16
Figura 3 – Pinhão	17
Figura 4 – Quadro dos inversores	18
Figura 5 – Computador dos dados	18
Figura 6 – Cabeamento	18
Figura 7 – Motor	19
Figura 8 – Moinho Cilíndrico	23
Figura 9 – Moagem em regime cascata	23
Figura 10 – Componentes de um motor por indução trifásico	24
Figura 11 – Modelo de circuito equivalente unindo estator e rotor por meio de um transformador	25
Figura 12 – Modelo de circuito equivalente por fase de um motor de indução	25
Figura 13 – Exemplo onde aumentamos a carga e diminui o consumo	26
Figura 14 – Identificação do motor de 10 cv	27
Figura 15 – Moinho com motor de 10 cavalos	27
Figura 16 – Calculadora de parâmetros de circuito equivalente do motor do MATLAB	28
Figura 17 – Circuito equivalente double cage vs single cage	28
Figura 18 – Exemplo de rotor single cage	29
Figura 19 – Exemplo de como funciona o fluxo de campo do motor double cage	29
Figura 20 – Exemplo de um rotor do motor double cage	29
Figura 21 – Simulação do MATLAB double cage	33
Figura 22 – Corrente em carga nominal - double cage	33
Figura 23 – RPM em carga nominal - double cage	34
Figura 24 – Corrente em carga nominal - single cage	35
Figura 25 – RPM em carga nominal - single cage	36
Figura 26 – Entrada do motor no circuito de simulação	37
Figura 27 – Parâmetros motor obtidos no MATLAB	38
Figura 28 – Saída do motor no circuito de simulação	38
Figura 29 – Tela de seleção de variáveis no PSIM	39
Figura 30 – Parâmetros básicos do motor de 10 CV da WEG	39
Figura 31 – RPM em carga nominal - PSIM	40
Figura 32 – Corrente do motor	41
Figura 33 – Potência do motor	41
Figura 34 – Torque do motor	42
Figura 35 – Geração dos pulsos PWM	43

Figura 36 – Ponte trifásica de IGBTs	43
Figura 37 – Sinal Referência	44
Figura 38 – Tacômetro com extensão	46
Figura 39 – Medindo o RPM do motor	46
Figura 40 – Controle de torque	47
Figura 41 – tensão de fase e corrente	47
Figura 42 – Potência e RPM	48
Figura 43 – Potência na entrada e na saída	48
Figura 44 – Torque medido	49

Lista de tabelas

Tabela 1 – Comparação entre resultados simulados e dados de catálogo WEG (condições nominais).	42
Tabela 2 – Comparação entre valores obtidos e equação de Rowland (47,3 Hz). . .	50
Tabela 3 – Comparação entre valores obtidos e equação de Rowland (51,4 Hz). . .	51
Tabela 4 – Comparação direta entre potência no pinhão, potência elétrica e diferença para Rowland.	52

Lista de abreviaturas e siglas

MATLAB	MATrix LABoratory
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
PSIM	Power Electronics Simulation Software
SPWM	Modulação por Largura de Pulso Senoidal
PWM	Modulação por Largura de Pulso
CC	Corrente Contínua
CA	Corrente Alternada
ASD	Acionamento de Velocidade Ajustável
VF-S11	Modelo De Inversor Da Toshiba
RMS	Root Mean Square (Valor Eficaz)
IGBT	Insulated-Gate Bipolar Transistor (Transistor Bipolar de Porta Isolada)
UFOP	Universidade Federal de Ouro Preto
WEG	Werner, Eggon e Geraldo (fabricante de motores elétricos)

Lista de símbolos

Ω	Letra grega Ômega (também unidade de resistência elétrica - ohm)
θ	Letra grega theta (ângulo)
π	Letra grega pi (constante $\approx 3,14159$)
ω	Letra grega ômega minúsculo (velocidade angular)
η	Letra grega eta (rendimento)
ϕ, φ	Letra grega phi (ângulo de fase / fator de potência $\cos \phi$)
$\sqrt{}$	Raiz quadrada
A	Ampere
V	Volt
W	Watt
Hz	Hertz
RPM	Rotações Por Minuto
k	antes de uma unidade - kilo (1000x)
M	antes de uma unidade - Mega (1000000x)
N	Newton
m	Metro
t	Tonelada
kg	Quilograma
%	Porcento
°C	Graus Celsius
s, S	Escorregamento
CV, HP	Cavalo-vapor / Horse Power
rad	Radianos
s	Segundo

h	Hora
P	Potência
D	Diâmetro
τ	Torque (letra grega tau)
f, F	Frequência
m	Índice de modulação
V_{dc}	Tensão do barramento de corrente contínua
V_{LL}	Tensão linha-a-linha
$V_{LL,p}$	Tensão linha-a-linha de pico
$V_{LL,RMS}$	Tensão linha-a-linha eficaz
$V_{1,p}$	Tensão de fase de pico (componente fundamental)
V_{ϕ}	Tensão de fase
R_1, R_S	Resistência do estator
R_2, R_R	Resistência do rotor
R_C, R_{Fe}	Resistência de perdas no núcleo
X_1, X_{d1}	Reatância de dispersão do estator
X_2, X_{d2}	Reatância de dispersão do rotor
X_M, X_{μ}	Reatância de magnetização
L_S	Indutância do estator
L_R	Indutância do rotor
L_M	Indutância de magnetização
I_1	Corrente do estator
I_2	Corrente do rotor
I_M	Corrente de magnetização
Z_{eq}	Impedância equivalente
N_s	Velocidade síncrona

N_n	Velocidade nominal
K_{wb}	Kilowatts por tonelada de bolas no eixo do pinhão
C_s	Fração da velocidade crítica
V_p	Fração volumétrica do moinho ocupada pelas bolas
$\approx$	Aproximadamente
sin, cos	Funções trigonométricas seno e cosseno
i	Um em algarismo romano
ii	Dois em algarismo romano
iii	Três em algarismo romano
iv	Quatro em algarismo romano

Sumário

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Moagem	15
1.2	Motores	17
1.3	Objetivos gerais e específicos	19
1.4	Justificativa do trabalho	20
2	METODOLOGIA	21
2.1	Descrição do problema	21
2.2	Revisão da literatura	22
2.2.1	Moinhos	22
2.2.2	Regimes de Operação dos Moinhos de Bolas	23
2.2.3	Motores	24
2.2.4	Obtenção de Parâmetros do Motor	25
3	DESENVOLVIMENTO	26
3.1	Obtenção dos parâmetros do circuito equivalente no MATLAB	28
4	RESULTADOS	32
4.1	Validação do circuito equivalente no MATLAB	32
4.2	Simulação no PSIM	36
4.2.1	Determinação da tensão de barramento do inversor	43
4.2.2	Medindo o RPM na planta	45
4.2.3	Configurando e executando a primeira simulação	47
4.3	Comparação com equação de Rowland – primeiro experimento (47,3 Hz)	49
4.4	Segundo experimento – 51,4 Hz	50
4.5	Síntese dos resultados	51
5	CONCLUSÃO	53
5.1	Trabalhos futuros	55
	Referências	56
	APÊNDICE A – LIBERO JUSTO	58

1 Introdução

1.1 Moagem

A moagem constitui a etapa final do processo de fragmentação de minérios, sendo responsável pela redução das partículas a tamanhos que possibilitem a liberação adequada do mineral de interesse. Essa operação ocorre pela combinação de mecanismos de impacto, compressão, abrasão e atrito, e representa uma das fases de maior relevância e custo energético dentro do beneficiamento mineral (LUZ, 2010, p. 198).

A eficiência da moagem exerce influência direta sobre o desempenho global da planta. A submoagem gera material com granulometria inadequada, resultando em liberação incompleta do mineral útil e redução na eficiência das etapas subsequentes de concentração. Por outro lado, a sobremoagem reduz excessivamente o tamanho das partículas, aumentando o consumo de energia sem ganhos proporcionais no processo (LUZ, 2010, p. 198).

Dessa forma, o dimensionamento e o controle da etapa de moagem requerem análise criteriosa do tipo de minério, da malha de liberação desejada e das características operacionais dos equipamentos. Entre os equipamentos mais utilizados destacam-se os moinhos cilíndricos, os de barras, bolas e seixos, além dos moinhos de martelos, cuja aplicação varia conforme o material e o grau de cominuição requerido (LUZ, 2010, p. 198).

O moinho de bolas, é composto por uma carcaça cilíndrica metálica, revestida internamente por placas de aço ou borracha, que gira sobre mancais. Em seu interior, há uma carga de corpos moedores, normalmente bolas de ferro ou aço, que, ao se elevarem pela rotação do tambor, caem sobre o material a ser cominuído, promovendo a fragmentação das partículas (Figura 1). O movimento das bolas combina trajetórias circulares e parabólicas, conforme o equilíbrio entre as força inercial centrífuga e gravitacional, proporcionando o impacto e o atrito necessários à moagem eficiente (LUZ, 2010, p. 199).

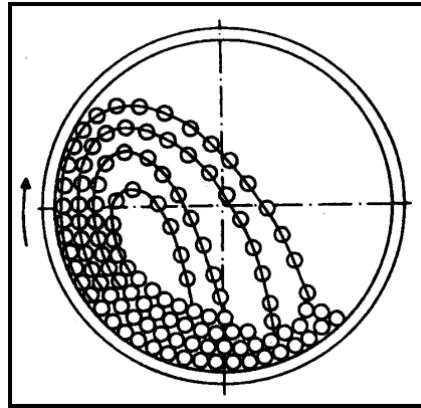


Figura 1 – Representação de um moinho em regime de catarata. Fonte: (LUZ, 2010, p. 184).

Os moinhos ainda apresentam dois pontos em sua construção que influenciam nas perdas e na sua eficiência, são estes: a caixa de redução (figura 2) e o pinhão (figura 3). Suas Funções são ajustar a rotação do moinho para um valor próximo da velocidade crítica ideal, de modo que o RPM nominal do motor após as reduções fique próximo a essa velocidade, fazendo com que o motor trabalhe com mais eficiência.



Figura 2 – Redutor do moinho. Fonte: Autor



Figura 3 – Pinhão do moinho. Fonte: Autor

1.2 Motores

Os motores de indução trifásicos são amplamente empregados no acionamento de moinhos industriais devido a sua robustez, confiabilidade. Desde os estudos pioneiros de Nikola Tesla, no final do século XIX, esses motores vêm evoluindo continuamente em eficiência e desempenho, acompanhando os avanços da eletrônica de potência e dos sistemas de controle vetorial (CHAPMAN, 2013, p. 368).

O princípio de funcionamento baseia-se na indução eletromagnética: um campo magnético girante, gerado pelo estator, induz correntes no rotor, produzindo torque que movimenta o eixo mecânico. A diferença entre a velocidade do campo girante e a do rotor define o escorregamento, parâmetro essencial para avaliar o desempenho do motor, sua eficiência e a potência efetivamente entregue à carga.

Em sistemas de moagem, a análise do comportamento do motor de indução é determinante para compreender a relação entre a potência elétrica consumida e a potência mecânica transmitida ao moinho. Variações na carga, na frequência de alimentação ou nas condições de torque influenciam diretamente o escorregamento e, conseqüentemente, o consumo energético do processo. Assim, a caracterização e a modelagem do motor tornam-se etapas fundamentais para o estudo do desempenho eletromecânico do conjunto motor-moinho, foco central deste trabalho.

O sistema utilizado na Fundação Gorceix é alimentado por uma rede trifásica de 220 V. A energia entra pelo quadro elétrico central (figura 4), passando por disjuntores de proteção e pelo inversor de frequência. Ao lado do quadro está o computador responsável pela coleta de dados (figura 5). O cabeamento entre o inversor e o motor (figura 6) é conduzido por canaletas aéreas (figura 7), pois a presença de água no sistema impede a passagem pelo chão, conforme as normas aplicáveis.



Figura 4 – Quadro de energia com os inversores. Fonte: Autor



Figura 5 – Computador que coleta os dados. Fonte: Autor



Figura 6 – Cabeamento do inversor para o motor. Fonte: Autor



Figura 7 – Motor acoplado ao moinho. Fonte: Autor

1.3 Objetivos gerais e específicos

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver e aplicar um modelo de simulação baseado no circuito equivalente do motor de indução trifásico que represente o conjunto motor-moinho, com o propósito de estimar a potência efetivamente entregue na ponta do eixo de um moinho de bolas e o correspondente consumo energético médio do sistema. A metodologia proposta busca reproduzir o comportamento eletromecânico do conjunto motor-moinho sob diferentes condições de operação e comparar os resultados obtidos a partir da comparação com a equação de Rowland para moinhos de pequeno porte.

Como desdobramentos específicos, o trabalho tem como objetivos:

- Determinar os parâmetros elétricos do circuito equivalente do motor a partir dos dados de placa e estimativas obtidas via *software* MATLAB;
- Implementar o modelo do motor e do sistema de acionamento no ambiente de simulação PSIM, ajustando as variáveis para condições nominais e não nominais de operação;

- Avaliar o modelo simulado com base nos valores experimentais de escorregamento e nas condições elétricas medidas na área;
- Estimar a potência mecânica entregue na ponta do eixo e confrontar os resultados com os valores teóricos obtidos pela fórmula de Rowland e com os dados medidos no inversor de frequência;
- Analisar a coerência entre os resultados simulados e os parâmetros de desempenho do motor declarados pelo fabricante, avaliando a precisão e a aplicabilidade do método em ambientes industriais.

1.4 Justificativa do trabalho

A estimativa precisa do consumo energético de moinhos de bolas constitui um desafio recorrente em processos industriais de cominuição. As equações empíricas tradicionalmente empregadas, como as de Bond e Rowland, fornecem bons resultados para moinhos de pequeno porte, mas apresentam limitações quando aplicadas a sistemas de maior escala ou quando as condições de operação se afastam das especificações ([DONDA, 2018](#)).

Em plantas industriais, fatores como o tipo de minério processado, a vazão de alimentação e as características do circuito de moagem influenciam diretamente o consumo energético e dificultam o uso de equações generalistas. Além disso, medições diretas de torque e potência mecânica demandam o uso de torquímetros de eixo livre — equipamentos de custo elevado e de difícil implementação em moinhos de grande porte.

A utilização de inversores de frequência, embora permita o controle da velocidade e do torque, introduz novos desafios na estimativa da potência real entregue ao eixo, devido à presença de harmônicos e variações do fator de potência.

Diante desse contexto, este trabalho justifica-se pela necessidade de uma metodologia alternativa, de menor custo e elevada confiabilidade, para a estimativa do consumo energético e da potência mecânica entregue em sistemas de moagem. O modelo de simulação utilizado permite, a partir dos dados de escorregamento e das características elétricas do motor, determinar parâmetros essenciais do desempenho do sistema, como torque, corrente e potência no eixo. Assim, o estudo contribui para o aprimoramento das técnicas de monitoramento e otimização energética de processos industriais de moagem, oferecendo uma ferramenta de apoio à tomada de decisão em projetos e análises de eficiência energética.

2 Metodologia

2.1 Descrição do problema

Nas operações dos moinhos da Fundação Gorceix, uma dificuldade recorrente consiste em aproximar os valores medidos dos valores teóricos de consumo de energia e desempenho. Um dos principais desafios é a determinação precisa do consumo de energia do motor, a qual demanda uma análise abrangente do sistema. Observa-se que os motores operam com ampla margem de segurança, apresentando cargas reduzidas em relação à sua capacidade nominal. Essa condição dificulta medições precisas de potência, em razão do baixo fator de potência, o que eleva a incerteza dos resultados além de superdimensionar, gerando alto custo de implantação.

Mesmo considerando os parâmetros técnicos disponibilizados pelo fabricante, constata-se uma divergência recorrente uma vez que esses dados são determinados sob condições ideais de operação. Essa limitação aumenta a incerteza na estimativa do torque disponível no eixo.

A literatura e a prática industrial indicam que medições precisas de torque podem ser realizadas com o uso de torquímetros, especialmente em moinhos de pequeno porte. Após consultas à bibliografia especializada (([CHAPMAN, 2013](#)), ([FITZGERALD, 2007](#))), verifica-se a viabilidade de estimar o consumo real de energia e o torque no eixo a partir da simulação do motor com base em seu circuito equivalente, mensurando o escorregamento por meio de um encoder ou tacômetro.

Para a obtenção dos parâmetros do circuito equivalente, que, geralmente não é disponibilizado pelo fabricante, a literatura descreve a necessidade de ensaios elétricos específicos, como os de curto-circuito e vazio, conforme indicado em ([ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2023](#)) a norma ([NORMA... , 2019](#)). Embora tais ensaios permitam uma determinação experimental precisa dos parâmetros, neste trabalho os valores foram obtidos por meio de impedâncias do circuito equivalente a partir de informações elétricas fornecidas pelo fabricante. Essa abordagem mostrou-se adequada para a finalidade deste estudo, além de simplificar a etapa experimental.

Os resultados obtidos pelo Matlab fornecem uma estimativa confiável das resistências e reatâncias do estator e do rotor, possibilitando a construção do modelo elétrico completo do motor sem a necessidade de medições laboratoriais.

Com o circuito equivalente determinado, procede-se à simulação no software PSIM. Essa plataforma permite avaliar o desempenho do motor de forma prática e didática.

Na simulação, buscam-se reproduzir fielmente parâmetros como escorregamento, frequência da rede e tensão de linha, de modo a representar com precisão o comportamento real do motor. Com isso, torna-se possível calcular as potências de entrada e de saída (em kW), aprimorar o planejamento experimental e facilitar a interpretação dos dados obtidos, além de antecipar eventuais problemas e propor melhorias no desempenho do sistema.

Os resultados obtidos na simulação são posteriormente comparados às medições reais de corrente e tensão, de forma a avaliar a aderência do modelo equivalente ao comportamento do motor em operação. Essa abordagem também contribui para a otimização dos procedimentos de análise e manutenção dos moinhos, tornando o processo mais eficiente e confiável.

2.2 Revisão da literatura

2.2.1 Moinhos

O processo de moagem constitui um dos principais gargalos na produção mineral, devido ao tempo de processamento e ao elevado consumo energético. A fragmentação de minérios envolve as etapas de britagem e moagem, fundamentais para reduzir o tamanho das partículas e liberar o mineral de interesse. A britagem corresponde ao primeiro estágio, responsável por uma redução mais grosseira do minério, preparando-o para a moagem, que visa atingir granulometrias adequadas às etapas de concentração. Na (figura 8) apresenta-se a representação das partes básicas de um moinho de carcaça cilíndrica de ferro.

O moinho de bolas, amplamente empregado nos estágios finais de fragmentação, utiliza bolas de aço ou ferro que, devido à grande área superficial, são eficazes na obtenção de partículas finas. O processo de cominuição ocorre por meio de impacto, compressão, abrasão e atrito entre as bolas e o minério.

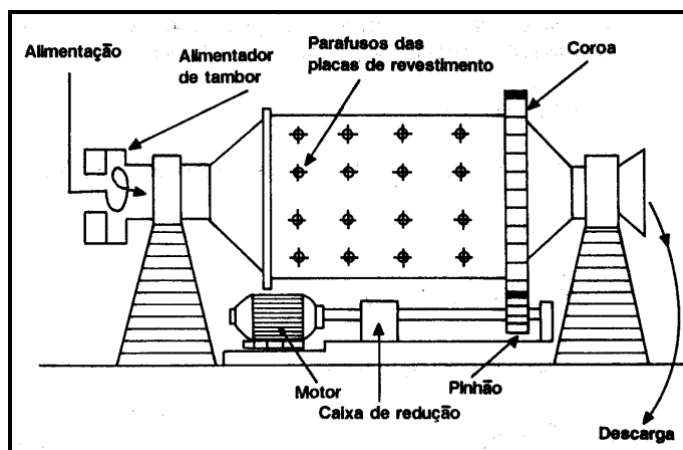


Figura 8 – Representação das partes básicas de um moinho de carcaça cilíndrica de ferro.
 Fonte: (LUZ, 2010, p. 181).

2.2.2 Regimes de Operação dos Moinhos de Bolas

Os moinhos de bolas operam, predominantemente, em dois regimes: catarata e cascata. No regime de catarata, as bolas são elevadas a uma altura na qual caem sobre o minério, promovendo a fragmentação por impacto ideal para materiais mais grossos (figura 1). No regime de cascata, as bolas rolam sobre o material, proporcionando a fragmentação por abrasão e atrito, adequada à produção de partículas finas (figura 9).

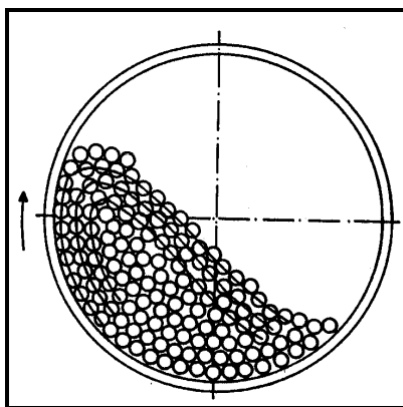


Figura 9 – Representação de um moinho com rotação configurada para permanecer em regime de cascata. Fonte: (LUZ, 2010, p. 185).

A definição adequada do regime de operação depende da velocidade de rotação do moinho em relação à velocidade crítica, parâmetro determinante para o comportamento do meio moedor. Na prática industrial moderna, observa-se a adoção de moinhos de bolas de estágio único, reduzindo a necessidade de múltiplos processos de moagem.

Uma das referências sobre a previsão do consumo de energia em moinhos de bolas é o trabalho de Joaquim Donizetti, publicado pela Vale (DONDA, 2018), que propõe a

utilização da equação de Rowland (2.1) para moinhos de pequeno diâmetro. A formulação original dessa equação remonta aos trabalhos de Rowland e Kjos no manual da Allis-Chalmers (ROWLAND; KJOS, 1978) e foi posteriormente consolidada por Rowland no capítulo dedicado a moinhos de bolas do *SME Mineral Processing Handbook* (ROWLAND, 1985), materiais de referência clássica em projeto de circuitos de cominuição.

$$K_{wb} = 6.3 \cdot D^{0.3} \cdot \sin \left(51 - 22 \left(\frac{2.44 - D}{2.44} \right) \right) \cdot (3.2 - 3V_p) \cdot C_s \cdot \left(1 - \frac{0.1}{2^{(9-10C_s)}} \right) \quad (2.1)$$

Onde:

K_{wb} = kilowatts por tonelada de bolas, no eixo pinhão;

D = diâmetro do moinho, em metros, interno ao revestimento;

V_p = fração volumétrica do moinho ocupada pelas bolas;

C_s = fração da velocidade crítica.

O estudo de Donizetti apresenta diversos experimentos que validam a aplicabilidade da equação na previsão do consumo de energia em moinhos, constituindo uma importante base de dados para futuras análises comparativas e validações experimentais.

2.2.3 Motores

Motores de indução trifásicos são amplamente utilizados em aplicações industriais, incluindo o acionamento de moinhos de bolas. O funcionamento baseia-se na geração de um campo magnético girante no estator, que induz correntes no rotor (figura 10), resultando na criação do torque necessário para o acionamento do moinho.

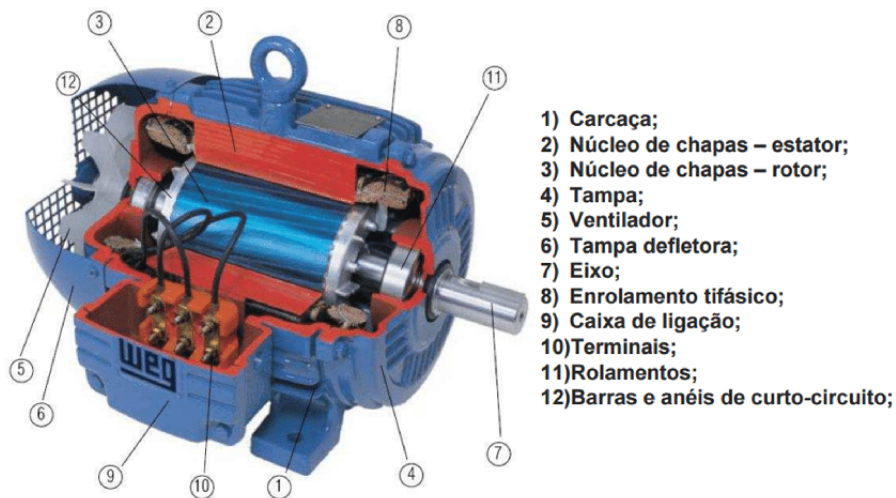


Figura 10 – Corte transversal de um motor de indução trifásico (modelo moderno da WEG), destacando seus principais componentes. Fonte: (WEG, 2024).

O motor de indução pode ser modelado como um transformador com entreferro (figura 11), em que a resistência e a reatância do estator (primário) e do rotor (secundário) são fatores críticos para o desempenho da máquina. No circuito equivalente do motor, são consideradas as perdas de dispersão e os efeitos de magnetização (figura 12), que influenciam diretamente a eficiência e o controle do motor. Uma característica fundamental é o escorregamento, correspondente à diferença entre a velocidade síncrona do campo girante e a velocidade real de operação do rotor, necessário para a geração de torque.

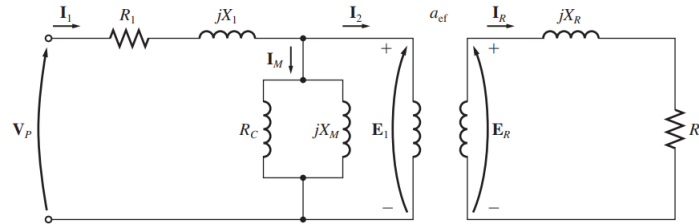


Figura 11 – Modelo de circuito equivalente unindo estator e rotor por meio de um transformador. Fonte: (CHAPMAN, 2013, p. 331).

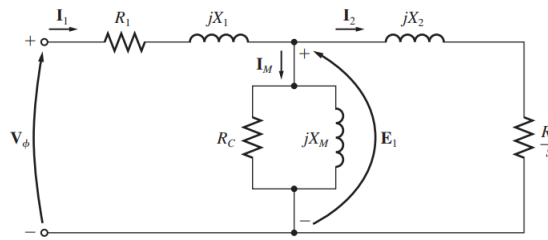


Figura 12 – Modelo de circuito equivalente a de um motor de indução trifásico. Fonte: (CHAPMAN, 2013, p. 336)

O dimensionamento adequado do motor e do moinho é essencial para que o sistema opere próximo à sua eficiência máxima, minimizando perdas elétricas e mecânicas.

2.2.4 Obtenção de Parâmetros do Motor

Na ausência de dados fornecidos pelo fabricante para o circuito equivalente do motor, é possível determinar os parâmetros por meio de ensaios experimentais, como o ensaio a vazio e de curto-circuito. Entretanto, a execução desses ensaios em motores acoplados a moinhos de grande porte apresenta dificuldades práticas, incluindo a necessidade de remoção do motor e aquisição de equipamentos específicos.

Dessa forma, uma alternativa mais simples encontrada consiste em utilizar ferramentas de simulação, como a calculadora do Matlab, que permite estimar os parâmetros do motor a partir de características fornecidas pelo fabricante, de maneira confiável e com menor esforço experimental.

3 Desenvolvimento

Na Fundação Gorceix, enfrenta-se um problema relacionado à medição precisa do consumo real de energia do motor e ao cálculo da potência na ponta do eixo responsável pelo acionamento do moinho, como mostrado na (figura 13).

Diversos equipamentos são utilizados para realizar a medição do consumo de energia e estimar o torque na ponta do eixo, incluindo wattímetros, alicates wattímetros, multímetros e a coleta direta de dados no inversor.

Esse cenário se soma à dificuldade no cálculo do torque na ponta do eixo do motor, que apresenta elevada complexidade. Diferentes abordagens são avaliadas, porém nenhuma demonstra consistência satisfatória. Essa limitação é especialmente perceptível em moinhos que operam com carga reduzida, resultando em baixo fator de potência e eficiência.

Em determinados casos, motor subcarregado leva a um baixo fator de potência, ao aumentar a carga, o fator de potência melhora, eficiência melhora e corrente reativa diminui proporcionalmente, e possível observar algo similar na figura 13:

1	Somente Bolas					
2	Time	Output frequency inv	Output power	Fator Potência	Output voltage inv	current inv
3	0	71,4	3600	0,64	207,5	16,05
4						
5						
6						
7						
8						
9	150kg/h					
10	?	71,4	3250	0,605	210,5	14,9
11						
12						
13						
14						
15						
16	200kg/h					
17	12:56:00	71,4	3300	0,615	209,05	15,1
18	13:29:00	71,4	3300	0,615	209,05	15,1
19	?	71,4	3200	0,61	211	14,75
20						
21						
22	250kg/h					
23	?	71,4	3250	0,615	208,5	14,9

Figura 13 – Exemplo em que o aumento da carga resulta em redução no consumo. Fonte: autor.

Com o moinho operando apenas com esferas de aço, observa-se consumo de 3600 W, com uma alimentação de 150 kg de minério por hora, o consumo cai para 3250 W, subindo para 200 kg/h 3300 W, valor que pode ser considerado igual dentro das margens de erro, e para 250 kg/h 3250, que também poderia ser considerado igual dentro das margens de erro.

Diante dessas dificuldades, surge a proposta de realizar ensaios para determinar os parâmetros do circuito equivalente dos motores, medir a rotação por minuto (RPM) e simular o sistema. A partir das simulações, torna-se possível calcular parâmetros relacio-

nados ao consumo do motor e confrontá-los com os dados medidos, obtendo a potência efetiva na ponta do eixo.

A seguir, apresenta-se a identificação do equipamento utilizado nos testes, detalhando a placa do motor figura 14 (os dados podem ser visto de maneira mais legível na figura 30 e na tabela 1), o conjunto moinho-motor montado (figura 15).

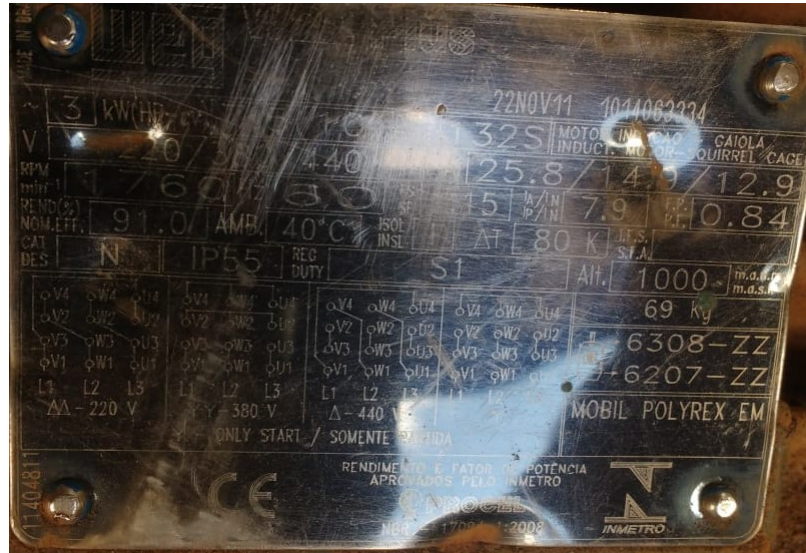


Figura 14 – Identificação do motor de 10 cv. Fonte: autor.



Figura 15 – Moinho com motor de 10 cv. Fonte: autor.

3.1 Obtenção dos parâmetros do circuito equivalente no MATLAB

O *software* MATLAB permite inserir parâmetros de placa do motor em uma calculadora que estima o circuito equivalente (figura 16) para motores de Gaiola de Esquilo Dupla. Embora o motor estudado seja do tipo Gaiola de Esquilo Simples, a análise dos circuitos permite converter um modelo no outro (figura 17).

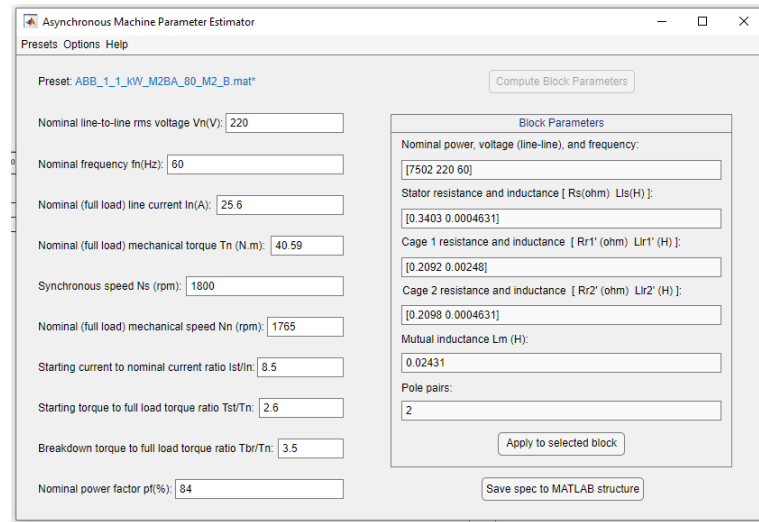


Figura 16 – Calculadora de parâmetros de circuito equivalente do motor no MATLAB.
Fonte: autor.

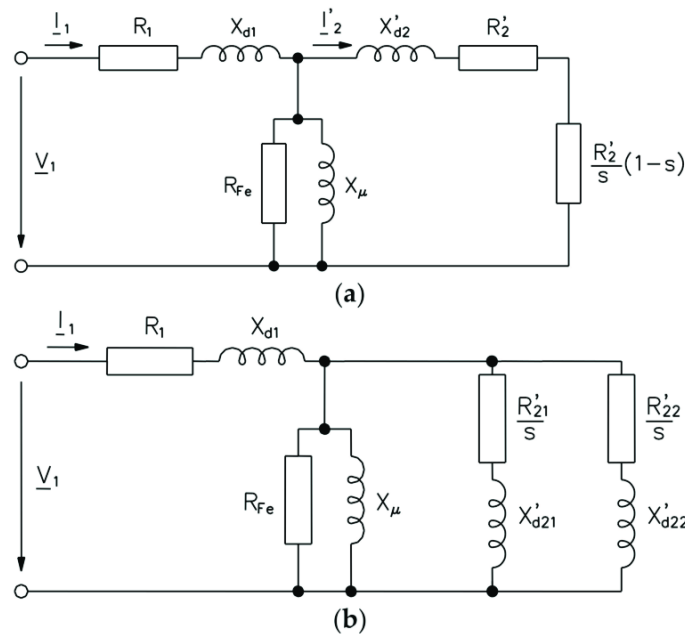


Figura 17 – Circuito equivalente *single cage* e o circuito do *double cage* respectivamente.

Realiza-se a operação no trecho secundário, comparando os tipos de rotor: *single cage* (figura 18) e *double cage* (figuras 19 e 20). A impedância equivalente é calculada pela Equação 3.1.

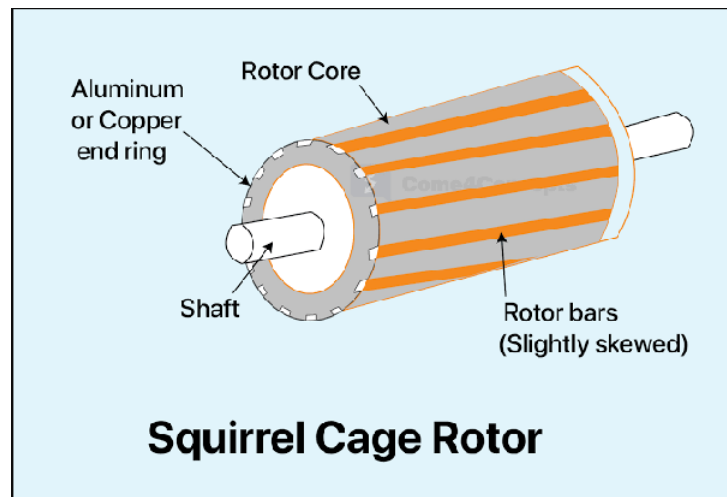


Figura 18 – Exemplo de rotor single cage.

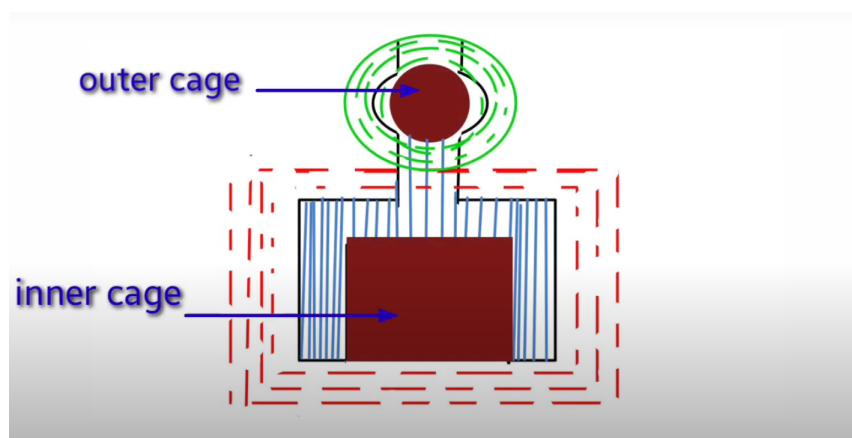


Figura 19 – Fluxo de campo do motor double cage.

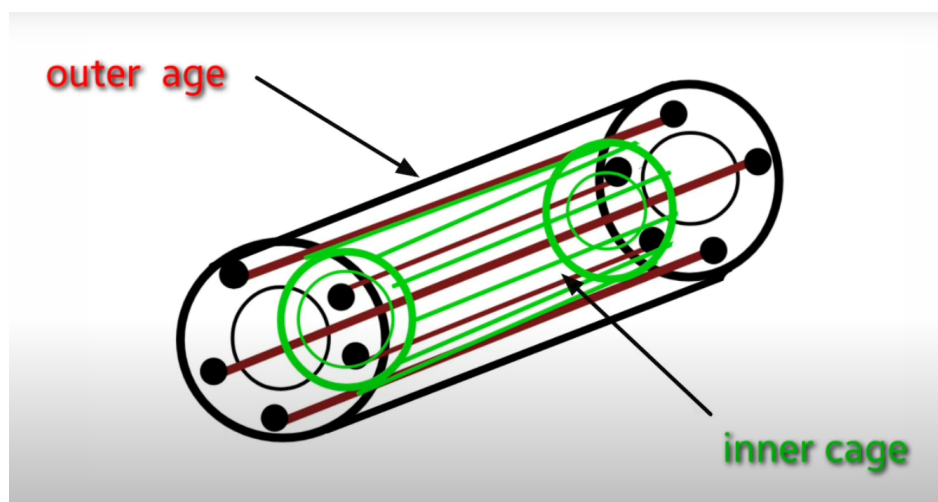


Figura 20 – Rotor do motor double cage.

Seguindo os valores obtidos na figura 16, os dois ramos do rotor da figura 16(b) estão em paralelo. O objetivo é encontrar uma única impedância equivalente da figura 16(a):

$$Z_{eq} = \frac{R'_2}{s} + jX'_{d2} = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}, \quad \text{com } Z_1 = \frac{R'_{21}}{s} + jX'_{d21} \text{ e } Z_2 = \frac{R'_{22}}{s} + jX'_{d22} \quad (3.1)$$

Ao final, a parte real do resultado fornece R'_2/s e a parte imaginária fornece X'_{d2} da figura 16(a).

Escorregamento nominal:

$$s = \frac{1800 - 1765}{1800} = 0,01944$$

Resistências divididas pelo escorregamento:

$$\frac{R'_{21}}{s} = 10,762 \, \Omega \quad \frac{R'_{22}}{s} = 10,793 \, \Omega$$

Reatâncias de dispersão ($X = \omega L$ com $\omega = 2\pi \cdot 60 = 376,9911$ rad/s):

$$X'_{d21} = 0,93494 \, \Omega \quad X'_{d22} = 0,17458 \, \Omega$$

Convertendo as impedâncias dos ramos para a forma polar com auxílio da calculadora:

$$Z_1 = 10,803 \angle 4,965^\circ \, \Omega \quad Z_2 = 10,794 \angle 0,927^\circ \, \Omega$$

Produto em polar (módulos multiplicam, ângulos somam):

$$Z_1 \cdot Z_2 = 116,608 \angle 5,892^\circ$$

Para a soma, é necessário voltar à forma retangular e, em seguida, converter o resultado para polar (operação direta na calculadora):

$$Z_1 + Z_2 = 21,584 \angle 2,947^\circ \, \Omega$$

Divisão em polar (módulos dividem, ângulos subtraem):

$$Z_{eq} = \frac{116,608}{21,584} \angle (5,892^\circ - 2,947^\circ) = 5,403 \angle 2,945^\circ \, \Omega$$

Convertendo o resultado de volta para a forma retangular pela calculadora:

$$Z_{eq} = 5,396 + j 0,2776 \, \Omega$$

Extração de R'_2 (a parte real é R'_2/s , então multiplica-se de volta por s):

$$R'_2 = 5,396 \cdot 0,01944 = 0,1049 \, \Omega$$

Extração de L'_{d2} (a partir de $X'_{d2} = \omega L'_{d2}$):

$$L'_{d2} = \frac{0,2776}{376,9911} = 7,364 \cdot 10^{-4} \text{ H}$$

Parâmetros do rotor da gaiola simples equivalente:

$$R'_2 = 0,1049 \text{ } \Omega \quad L'_{d2} = 7,364 \cdot 10^{-4} \text{ H}$$

4 Resultados

Neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos a partir do que foi descrito no Capítulo 3, organizados de modo a permitir a validação progressiva do modelo proposto. Inicialmente, verifica-se a consistência dos parâmetros do circuito equivalente estimados no MATLAB por meio da comparação entre as topologias *double cage* e *single cage*, em condições nominais de operação. Em seguida, o modelo é transposto para o ambiente PSIM, no qual são reproduzidas as condições reais de funcionamento do motor acoplado ao moinho, incluindo a presença do inversor de frequência e a modulação por largura de pulso senoidal (SPWM). Por fim, os valores de potência estimados pela simulação são confrontados com as leituras do inversor e com a previsão teórica fornecida pela equação de Rowland, em dois pontos distintos de operação (47,3 Hz e 51,4 Hz).

A estratégia de validação adotada parte do princípio de que o modelo deve, primeiramente, reproduzir com fidelidade o comportamento nominal do motor antes de ser empregado para estimar grandezas em condições não nominais. Dessa forma, qualquer desvio observado nas etapas subsequentes pode ser atribuído, com maior segurança, às particularidades do regime de operação do conjunto motor-moinho e não a inconsistências do modelo eletromecânico. Os resultados são apresentados acompanhados das respectivas formas de onda de corrente, tensão, velocidade e torque, de modo a evidenciar tanto o regime transitório quanto o regime permanente de operação.

4.1 Validação do circuito equivalente no MATLAB

A primeira etapa consiste em verificar se os parâmetros obtidos pela calculadora do MATLAB, originalmente determinados para um modelo de gaiola dupla, podem ser reduzidos a um modelo de gaiola simples equivalente sem comprometer a representatividade do comportamento elétrico do motor. Para tanto, ambas as topologias foram simuladas sob carga nominal, e os valores de corrente e rotação em regime permanente foram comparados.

A Figura 21 apresenta a configuração do circuito utilizada na simulação do modelo *double cage*, que serve de referência para os ensaios subsequentes. As Figuras 22 e 23 mostram, respectivamente, a corrente e a rotação obtidas em carga nominal para essa topologia, enquanto as Figuras 24 e 25 apresentam as mesmas grandezas para o modelo *single cage*. A proximidade entre os valores nominais de corrente e RPM das duas topologias constitui o critério de validação desta etapa: caso as respostas em regime permanente sejam coincidentes, confirma-se que a redução ao modelo de gaiola simples preserva a fidelidade do comportamento eletromecânico do motor.

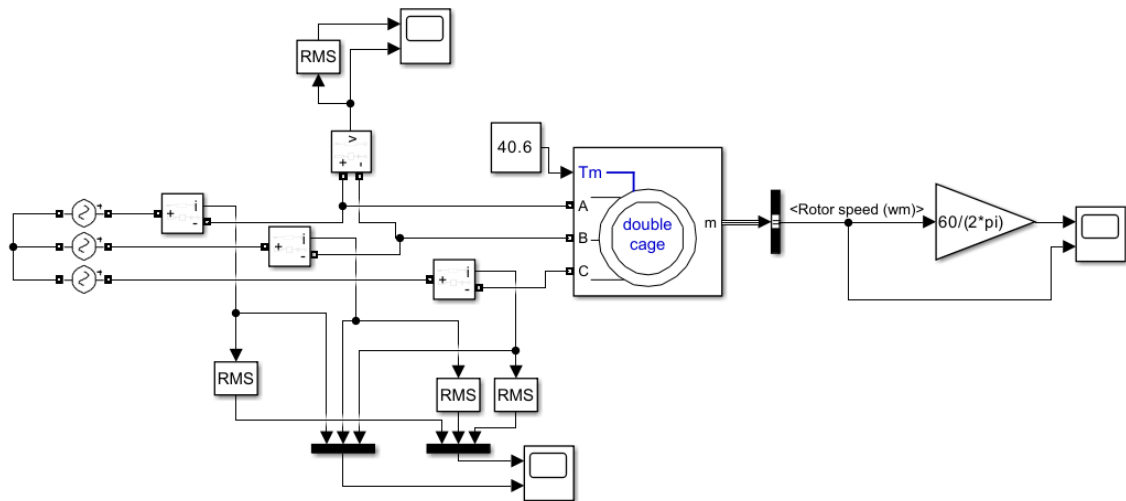


Figura 21 – Simulação do MATLAB para motor double cage. Fonte: autor.

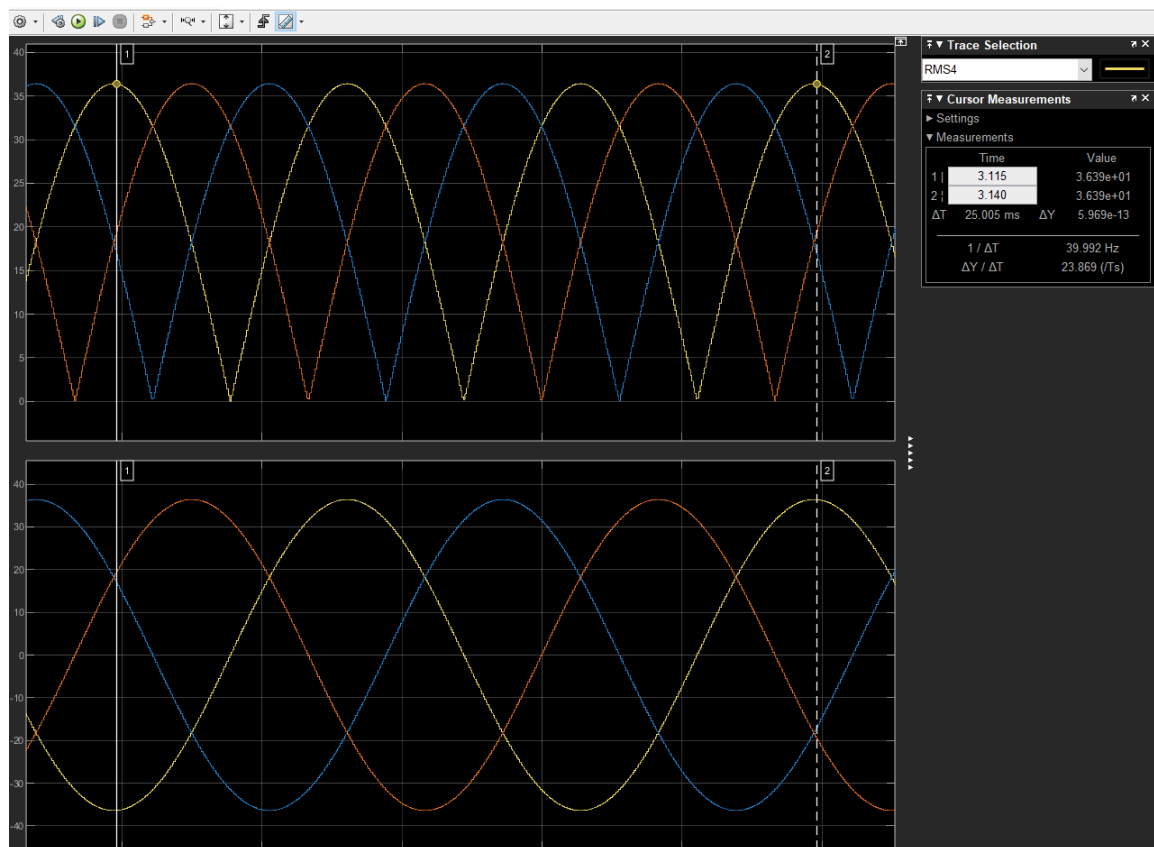


Figura 22 – Simulação no MATLAB: corrente em carga nominal (double cage). Fonte: autor.

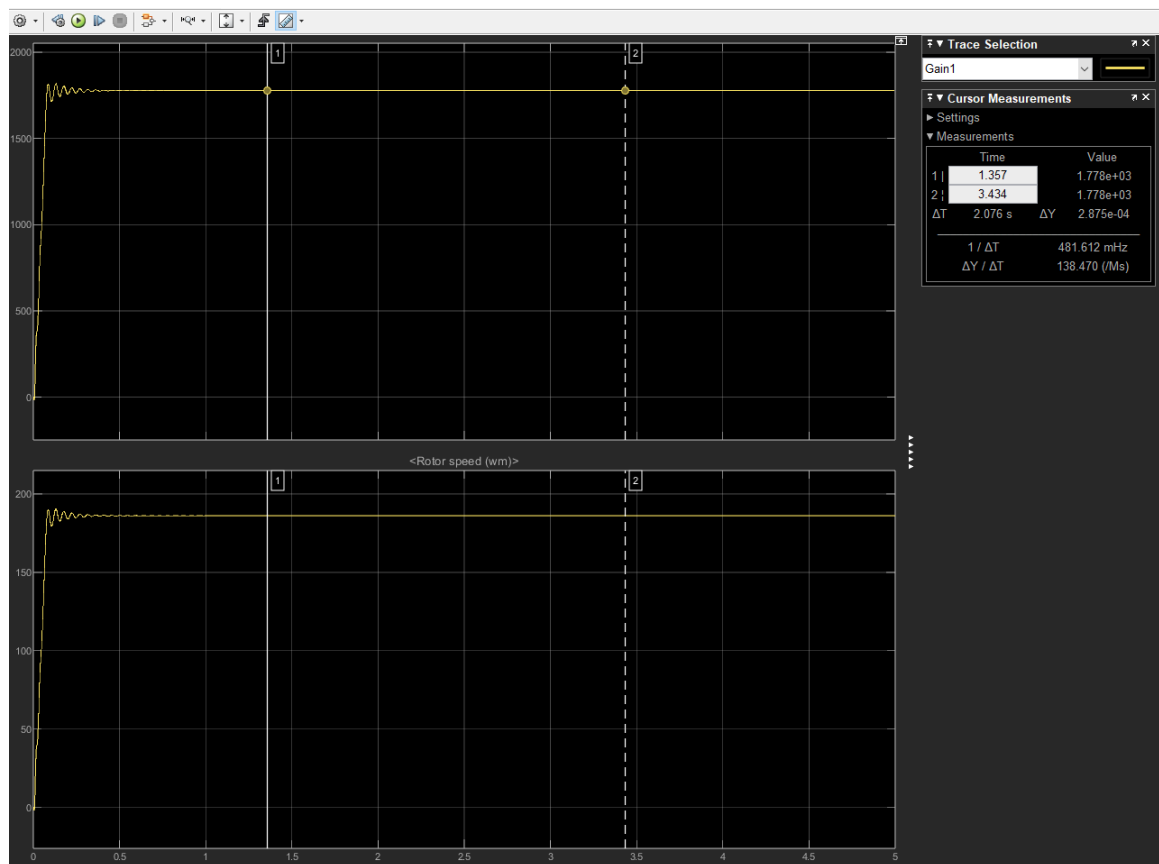


Figura 23 – Simulação no MATLAB: RPM em carga nominal (double cage). Fonte: autor.

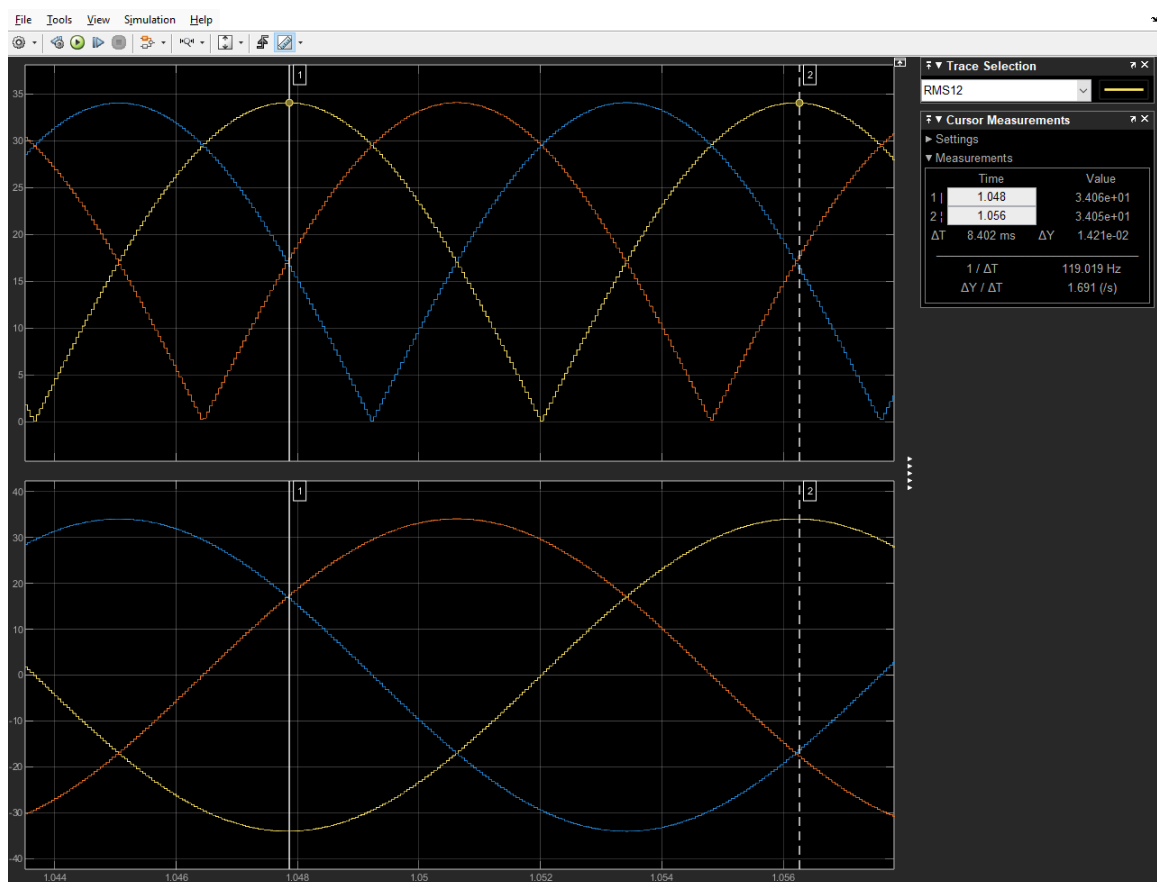


Figura 24 – Simulação no MATLAB: corrente em carga nominal (single cage). Fonte: autor.

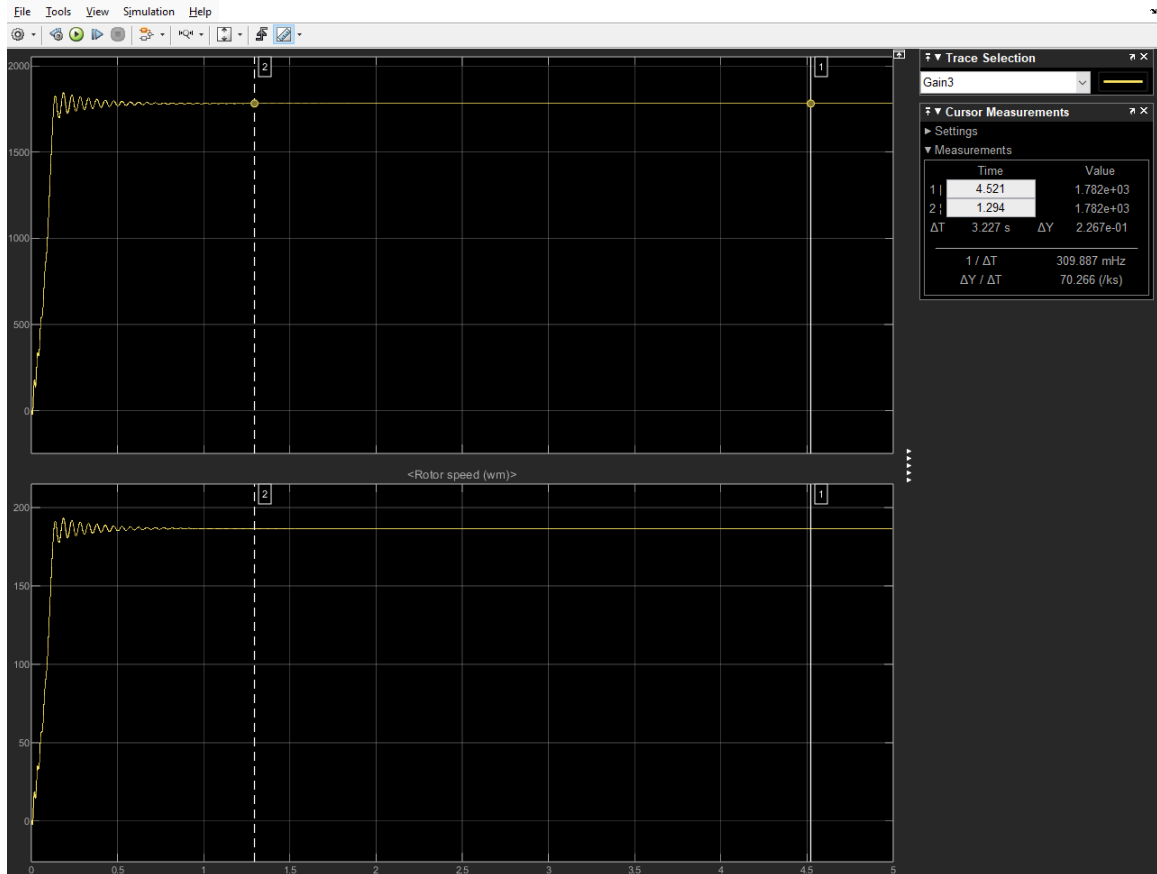


Figura 25 – Simulação no MATLAB: RPM em carga nominal (single cage). Fonte: autor.

Os resultados demonstram que ambos os modelos apresentam comportamento semelhante, com pequenas diferenças na partida decorrentes da própria construção distinta dos motores. Como esperado, no rotor de gaiola dupla a corrente de partida é reduzida e o torque aumenta, enquanto em regime permanente o comportamento é semelhante ao da gaiola simples. Os valores obtidos aproximam-se das medições reais.

4.2 Simulação no PSIM

Na sequência, testa-se o valor obtido do circuito equivalente no *software* PSIM, ajustando-o para a carga nominal. Nessa etapa, o PSIM apresenta dados ainda mais próximos dos valores de placa do motor, possivelmente em razão da maior flexibilidade de calibração. Por esse motivo, o PSIM é adotado como plataforma principal de simulação do circuito completo.

O PSIM é uma ferramenta amplamente utilizada em estudos e projetos de acionamentos elétricos, especialmente pela facilidade de configuração e fidelidade dos resultados.

A parte de alimentação consiste em um sistema trifásico de 220 V de linha, com o motor conectado em triângulo. Em cada fase, instalam-se amperímetros, voltmíetros e

wattímetros para monitoramento das variáveis elétricas, além de um medidor de fator de potência, como mostrado na Figura 26.

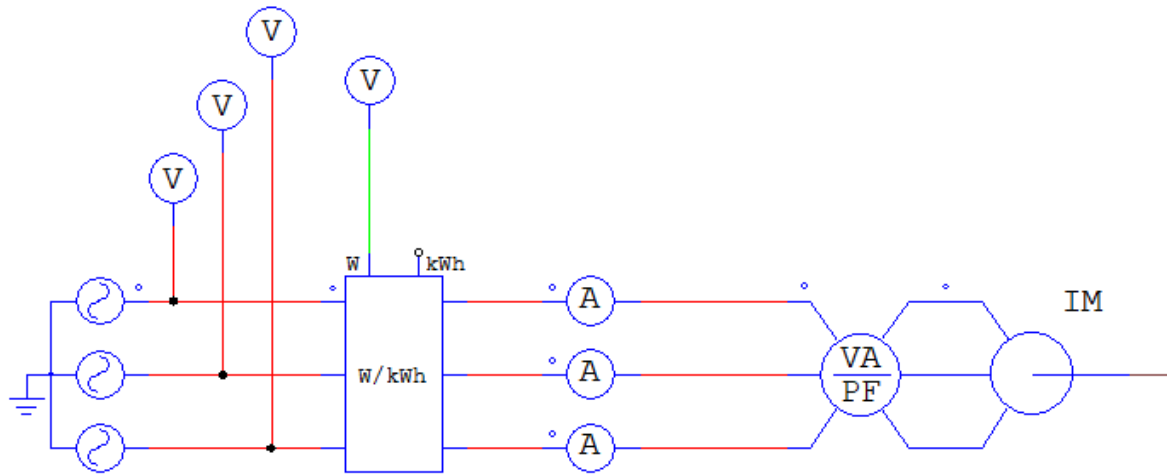


Figura 26 – Entrada do motor no circuito de simulação. Fonte: autor.

Os parâmetros obtidos são aplicados diretamente ao modelo do motor no simulador (Figura 27). As reatâncias L_S (estator), L_R (rotor) e L_M (magnetização) são ajustadas para a frequência de operação, dividindo-as por $2\pi F$, onde F representa a frequência de teste.

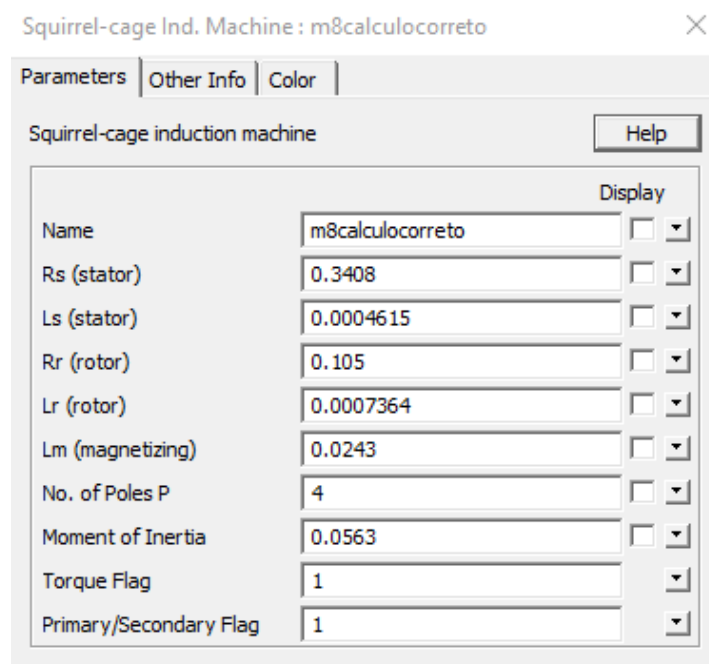


Figura 27 – Parâmetros do motor que foram obtidos no MATLAB. Fonte: autor.

Na saída (Figura 28), são utilizados medidores de RPM e torque. A carga é representada por um bloco que simula um torque em N·m, o valor usado foi o de carga nominal do motor.

O simulador utiliza um passo de amostragem de 0,0001 s durante 15 s de operação.

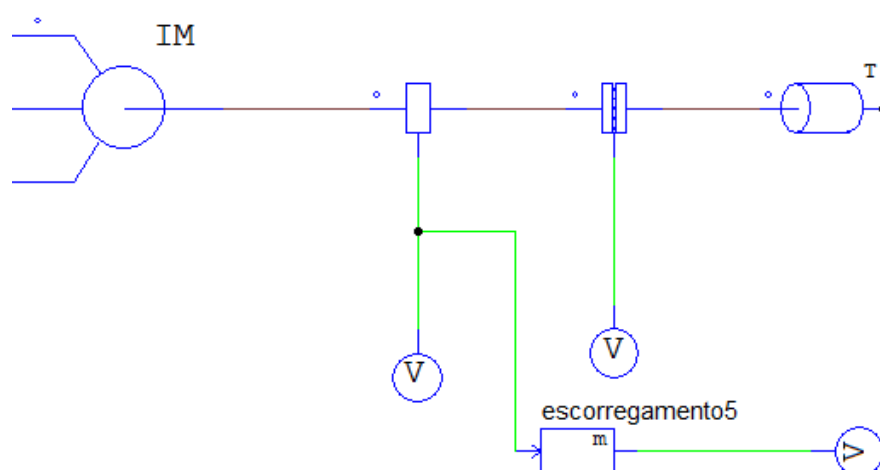


Figura 28 – Saída do motor no circuito de simulação. Fonte: autor.

Após o processamento dos dados, o *software* permite selecionar as variáveis a serem analisadas (Figura 29) e gerar gráficos complementares:

A simulação é então validada por meio da comparação dos valores obtidos com os dados de placa do motor de referência (Figura 30).

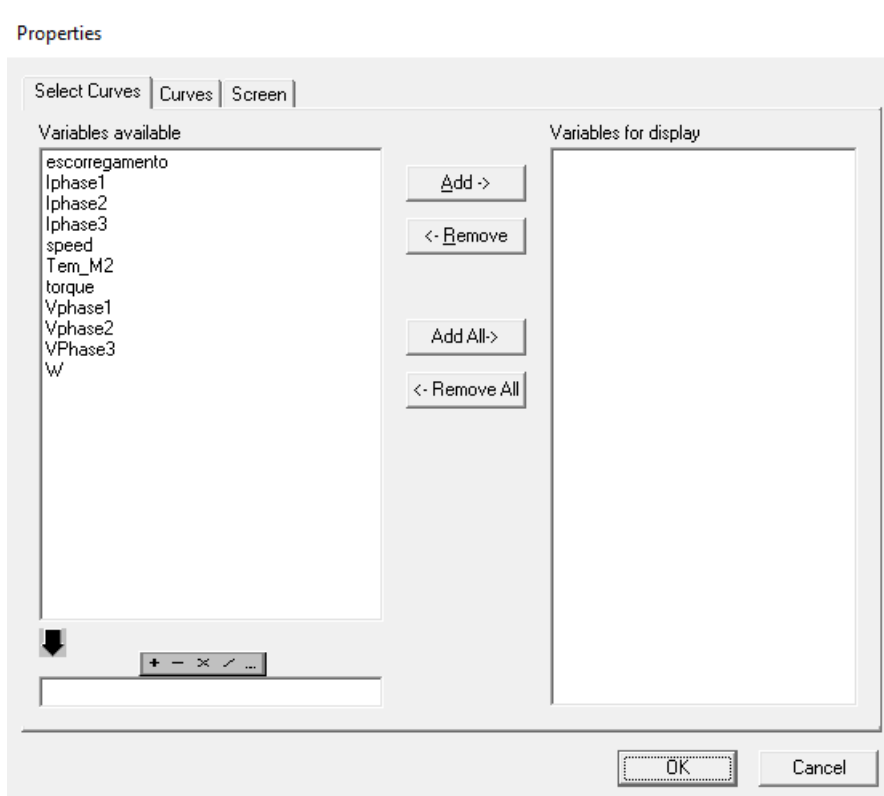


Figura 29 – Tela de seleção de variáveis no PSIM. Fonte: autor.

As Figuras 31 a 34 apresentam, na simulação sem inversor, a corrente de fase (Figura 32), a potência elétrica (Figura 33), o RPM (Figura 31) e o torque mecânico aplicado no motor (Figura 34), todas sob condições nominais.

Motores Elétricos

Carcaça	132S
Potência	7.5 kW (10 HP-cv)
Número de polos	4
Frequência	60 Hz
Rotação nominal	1765 rpm
Escorregamento	1.94 %
Tensão nominal	220/380/440 V
Corrente nominal	25.6/14.8/12.8 A
Corrente de partida	217/126/109 A
Ip/In	8.5
Corrente a vazio	11.8/6.83/5.90 A
Conjugado nominal	4.14 kgfm

Figura 30 – Parâmetros básicos do motor de 10 CV da WEG.



Figura 31 – Simulação no PSIM: RPM em carga nominal. Fonte: autor.

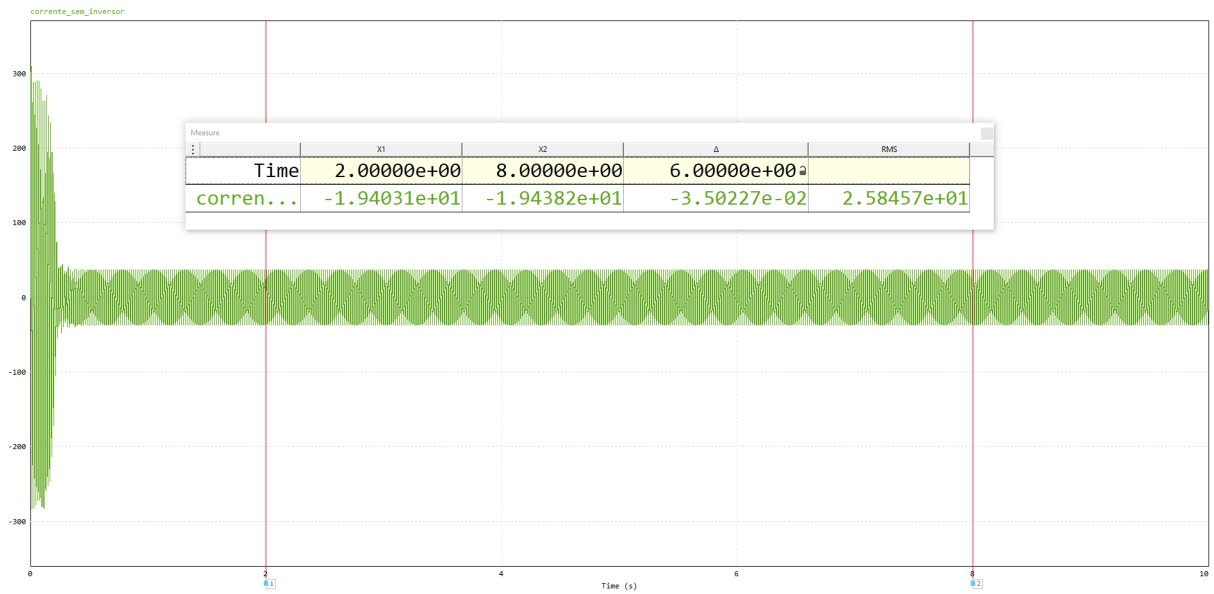


Figura 32 – Corrente do motor nas condições nominais. Fonte: autor.

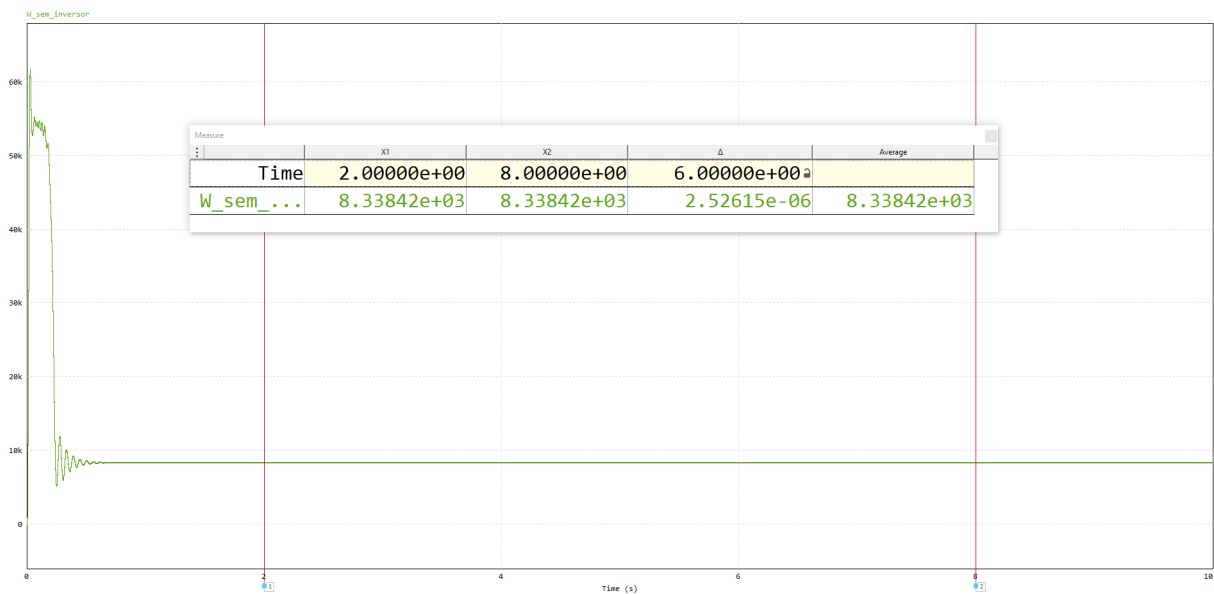


Figura 33 – Potência na entrada do motor nas condições nominais. Fonte: autor.

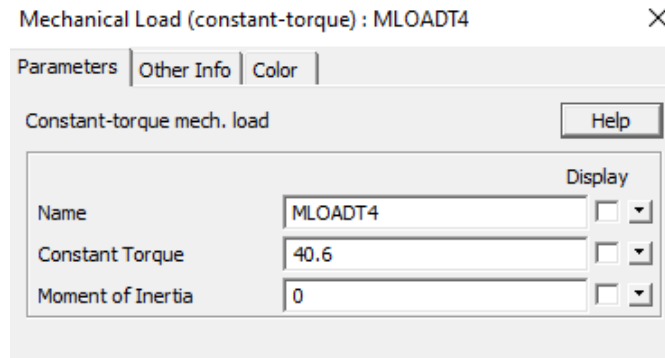


Figura 34 – Torque aplicado no motor nas condições nominais. Fonte: autor.

Tabela 1 – Comparação entre resultados simulados e dados de catálogo WEG (condições nominais).

Grandeza	Simulação	Catálogo WEG
Tensão nominal (V)	220	220/380/440
Corrente nominal (A)	25,8	25,6/14,8/12,8
Corrente de partida (A)	218,4	217/126/109
Velocidade nominal (rpm)	1764,7	1765
Potência nominal (kW)	7,5	7,5
Fator de potência ($\cos \phi$)	0,847	0,85
Rendimento (%)	89,9	89,5
Torque nominal (N·m)	40,6	40,6
Escorregamento nominal (%)	2,00	1,94

As comparações com os dados de placa indicam boa concordância, como apresentado na Tabela 1. Observa-se que, nas condições nominais (tensão e frequência de placa), a diferença entre a simulação e os valores de catálogo é inferior a 2%, o que é compatível com as tolerâncias usuais de projeto e medição.

A potência nominal do motor é de 7,5 kW. Considerando o rendimento obtido na simulação ($\eta = 0,899$), a potência útil no eixo é:

$$P_{\text{útil}} = 7,5 \times 0,899 = 6,7425 \text{ kW} \approx 6742,5 \text{ W}$$

Essa correção numérica foi aplicada para manter coerência entre potência nominal, rendimento e potência útil.

4.2.1 Determinação da tensão de barramento do inversor

Com os dados em condições nominais validados, foi implementada no PSIM a estrutura do inversor responsável por alimentar o motor durante os ensaios em frequências distintas da nominal. O circuito foi dividido em dois estágios: a lógica de geração dos pulsos por modulação por largura de pulso senoidal (SPWM), apresentada na Figura 35, e a ponte trifásica de IGBTs, apresentada na Figura 36, responsável por sintetizar a tensão alternada aplicada ao motor a partir do barramento de corrente contínua.

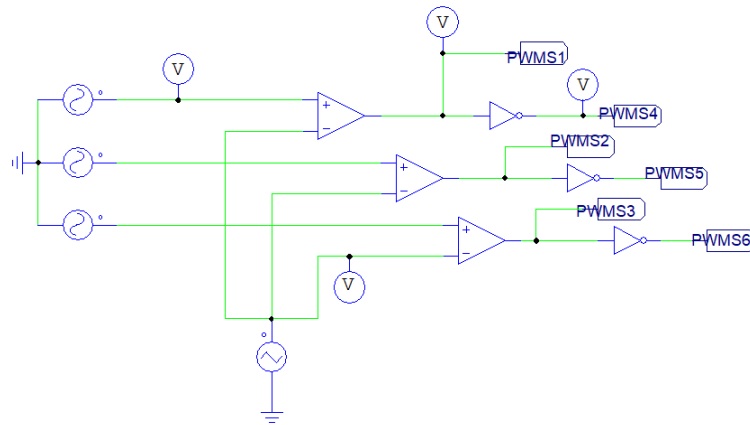


Figura 35 – Lógica de geração dos pulsos PWM por comparação entre as senóides de referência e a onda dente de serra. Fonte: autor.

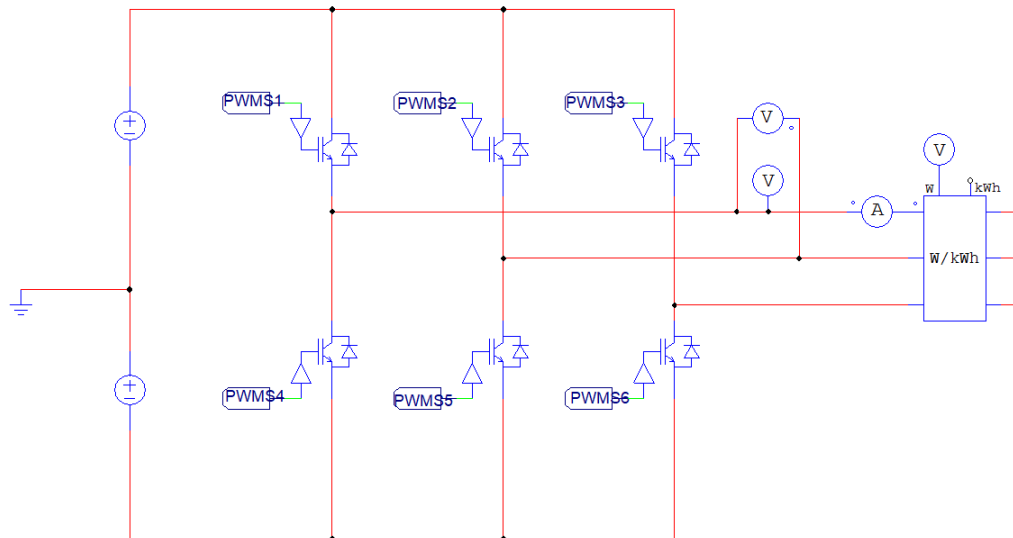


Figura 36 – Ponte trifásica de IGBTs do inversor, comandada pelos sinais PWMS1 a PWMS6 e alimentada pelo barramento CC. Fonte: autor.

A construção da SPWM no sinal de tensão alternada busca imitar o comportamento de uma senoide convencional, principalmente na corrente, como pode ser observado na

Figura 37. Para isso, foi reproduzido o padrão usado nos inversores comerciais: um sinal de tensão PWM que, na saída de corrente, simula uma senoide bem próxima da real.

Para a geração desse sinal foi utilizada uma senoide com a frequência igual à final desejada, comparada com uma onda dente de serra. Quanto mais a senoide se aproxima do pico, mais tempo a resposta permanece em 1; quanto mais se aproxima do vale, mais tempo permanece em 0. A frequência da dente de serra utilizada foi de 1 kHz. Cada par de chaves complementares da ponte (Figura 36) é comandado por um desses sinais PWM e seu respectivo inverso, garantindo que apenas uma chave de cada braço conduza por vez.

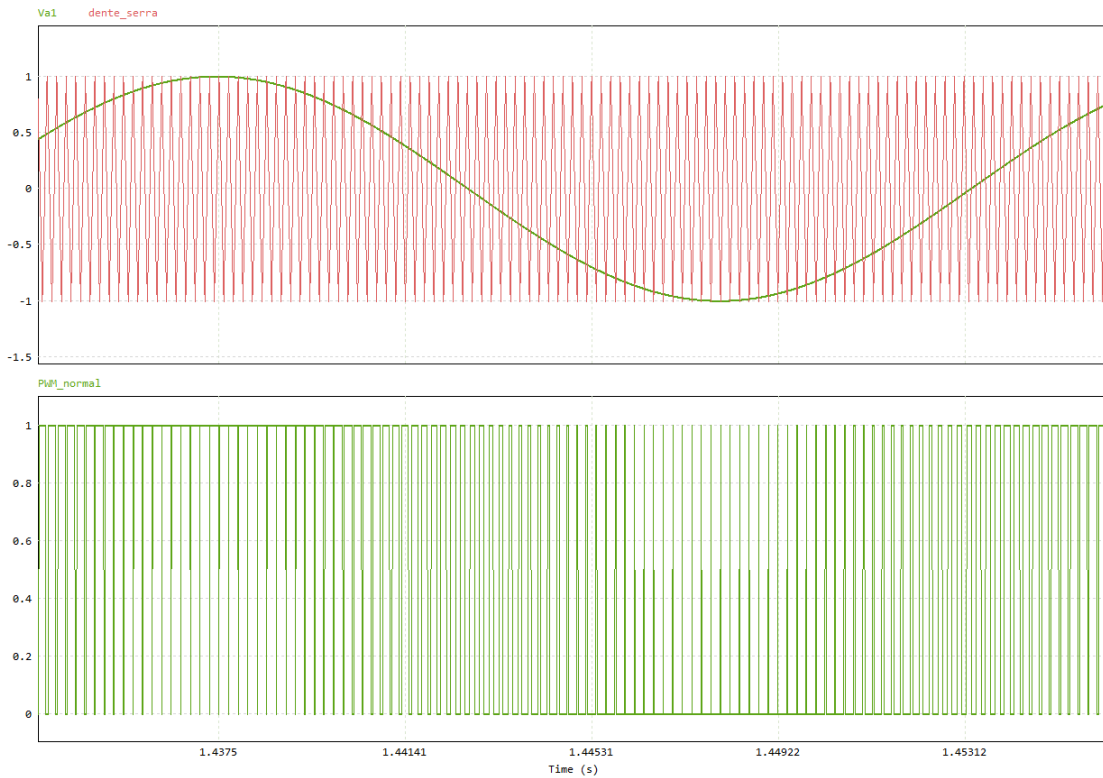


Figura 37 – Sinal referência dente de serra e senoide junto da saída do comparador. Fonte: autor.

A relação entre a tensão de saída de um inversor trifásico e a tensão do barramento CC é deduzida a partir da Modulação por Largura de Pulso Senoidal (SPWM). A componente fundamental da tensão de fase (pico) é:

$$V_{1,p} = \frac{m \cdot V_{dc}}{2} \quad (4.1)$$

A tensão linha-a-linha (pico) é:

$$V_{LL,p} = \sqrt{3} \cdot V_{1,p} \quad (4.2)$$

O valor eficaz (RMS) da tensão fase-fase é:

$$V_{LL,RMS} = \frac{V_{LL,p}}{\sqrt{2}} = \frac{m \cdot V_{dc}}{2} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \quad (4.3)$$

Isolando V_{dc} :

$$V_{dc} = \frac{2 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}}{m} \cdot V_{LL,RMS} \quad (4.4)$$

Para $V_{LL,RMS} = 183,36$ V (valor informado pelo inversor) e índice de modulação $m = 1$:

$$V_{dc} \approx 2 \cdot 0,81649 \cdot 183,36 \approx 299,43 \text{ V} \quad (4.5)$$

O valor obtido é coerente com a tensão de barramento esperada para um retificador trifásico não controlado, dada aproximadamente por $V_{dc} \approx 1,35 \cdot V_{LL}$:

$$V_{dc} \approx 1,35 \cdot 220 = 297 \text{ V}$$

Considerando duas fontes simétricas em série para formar o barramento, cada fonte deve fornecer aproximadamente 149,7 V.

4.2.2 Medindo o RPM na planta

Com a simulação validada e ajustada, o passo seguinte consiste em medir a rotação real (RPM) do motor acoplado ao moinho, a fim de calcular o escorregamento. Esse valor é então inserido na simulação para ajustar as cargas e permitir a obtenção das variáveis de interesse, como potência de entrada do motor e potência/torque na saída do eixo.

Nos ensaios realizados, o moinho operou a uma frequência de 47,3 Hz, sendo medido o RPM por meio de um tacômetro. O motor utilizado possui quatro polos, com rotação nominal em vazio de 1800 RPM e escorregamento nominal de 1,94% a 60 Hz.

Para coleta de dados adicionais, utilizou-se o inversor *Toshiba VF-S11* (10 CV, 7500 W), com aquisição via software *ASD Pro*. Foram monitoradas cinco variáveis principais: *Frequency Output*, *Output Power*, *Input Power*, *Output Voltage* e *Load Current*. Essas informações serviram de base para comparação entre o sistema real e o modelo simulado.

O tacômetro foi acoplado ao eixo traseiro do motor, na extremidade da hélice de ventilação, conforme ilustrado nas Figuras 38 e 39.



Figura 38 – Tacômetro com extensão acoplada à extremidade traseira do motor. Fonte: autor.



Figura 39 – Medição da rotação do motor utilizando tacômetro. Fonte: autor.

4.2.3 Configurando e executando a primeira simulação

A parte de controle de carga, agora se trata de um gerador convertendo a energia mecânica em elétrica na saída do motor, e conectado a um resistor (Figura 40), quanto menor o valor do resistor, maior a carga sobre o motor. O ajuste é feito até que o escorregamento simulado se iguale ao medido em campo por tacômetro

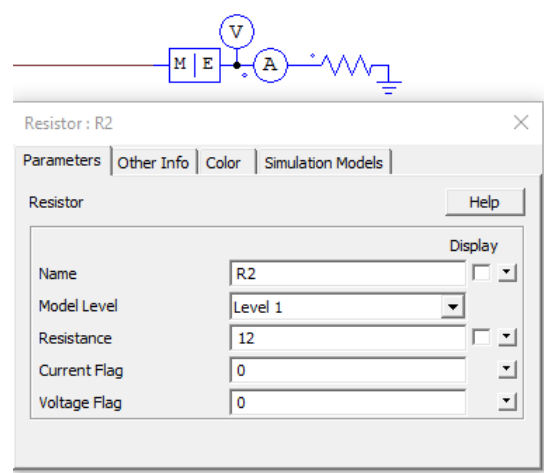


Figura 40 – Controle de torque sendo feito alterando o valor do resistor. Fonte: autor.

A Figura 41 apresenta a tensão de fase e a corrente na entrada do motor durante o ensaio, enquanto a Figura 42 exibe os valores de RPM e potência correspondentes.

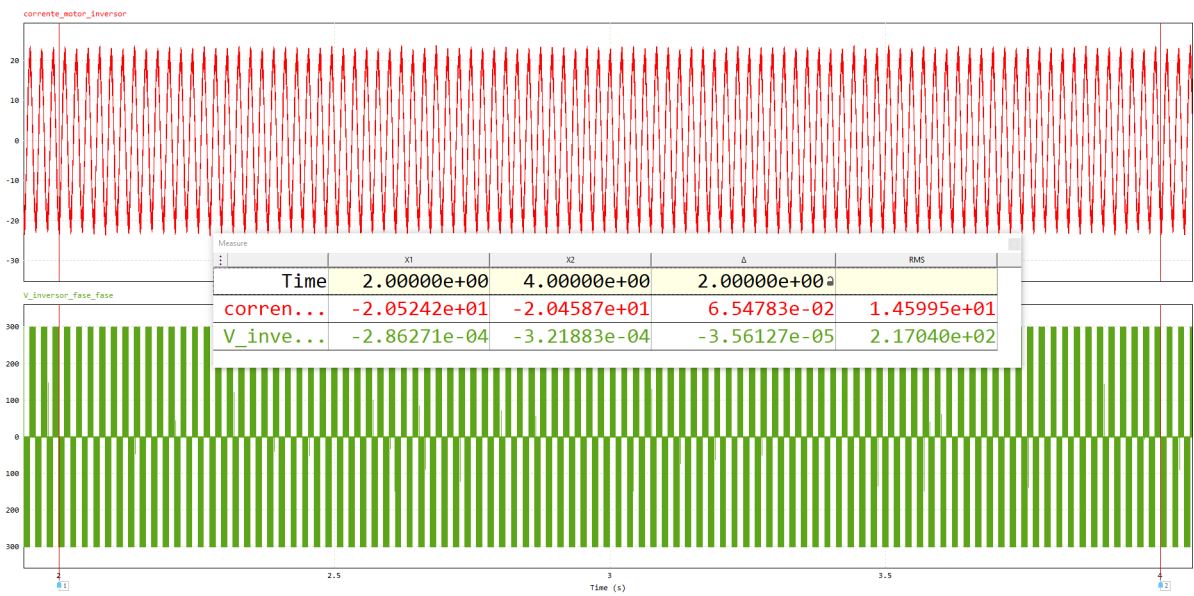


Figura 41 – Valor da tensão de fase e da corrente na entrada do motor. Fonte: autor.

O torque medido no motor foi de 10,59 N · m (Figura 44). A velocidade do eixo medida foi 1415,98 RPM. Convertendo para rad/s:

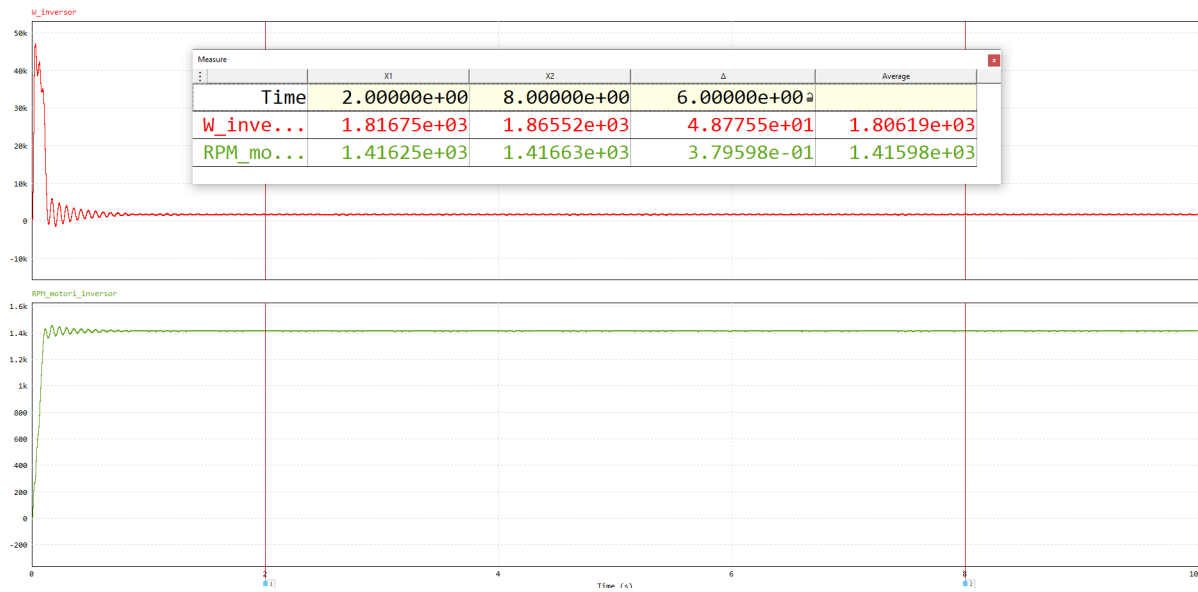


Figura 42 – Valor do RPM e da potência. Fonte: autor.

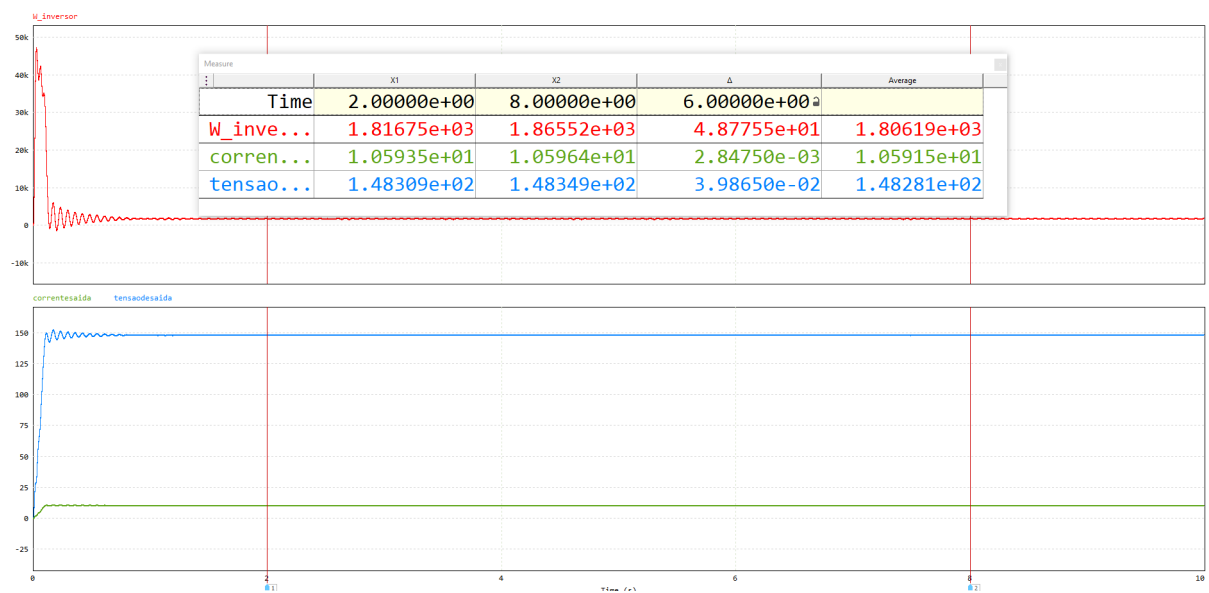


Figura 43 – Valor da potência na entrada vs potência que foi entregue pelo motor. Fonte: autor.

$$\omega = \text{RPM} \times \frac{2\pi}{60} = 1415,98 \times \frac{2\pi}{60} \approx 148,28 \text{ rad/s} \quad (4.6)$$

A potência mecânica no eixo é:

$$P = \tau \cdot \omega = 10,59 \times 148,28 \approx 1570,3 \text{ W}$$

Esse valor coincide com a potência calculada pela medição elétrica no resistor de carga, evidenciando a coerência entre as medições elétricas e mecânicas.

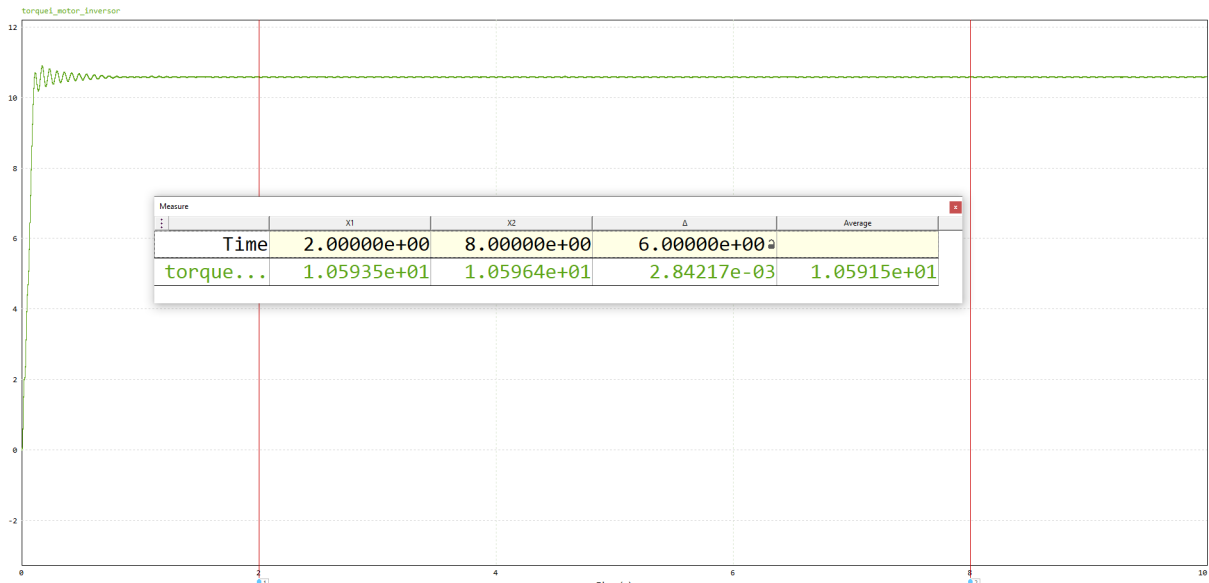


Figura 44 – Torque medido no eixo do motor. Fonte: autor.

4.3 Comparação com equação de Rowland – primeiro experimento (47,3 Hz)

De acordo com a equação de Rowland, para o moinho utilizado ($D = 0,5245$ m, $C_S = 0,70$, $V_p = 0,4820$ e massa total de $0,453$ t), a potência esperada no eixo do pinhão é de aproximadamente 1620 W.

Como a equação de Rowland fornece a potência demandada no pinhão do moinho, e tanto a simulação quanto o inversor entregam valores referentes ao eixo do motor (anterior ao redutor), foram descontadas das medidas as perdas mecânicas típicas do redutor, da ordem de 1 a 2% (FLORES, 2017; BUDYNAS; NISBETT, 2015). Adotou-se $1,5\%$ como valor médio para essa correção, de modo que todos os resultados sejam comparáveis no mesmo ponto físico do sistema.

O inversor indicou 2150 W em sua saída. A potência na entrada do motor na simulação foi de 1806 W (Figura 43), com fator de potência de $0,37$; na saída a potência informada foi de 1570 W. Assim, a eficiência medida do motor pelo simulador é de:

$$\eta_{\text{sim}} = \frac{1570}{1806} \approx 0,8693 = 86,93\%$$

Como a simulação do circuito já foi validada como equiparável aos valores reais entregues pelo motor, adotou-se a seguinte abordagem: utilizar a eficiência medida pelo simulador, de $86,93\%$, como se fosse a eficiência que o motor teve na prática, uma vez que a obtenção desse valor por medição direta exigiria equipamentos especializados.

O valor lido pelo inversor corresponde à potência na entrada do motor, ainda

distante do pinhão do moinho. Apesar disso, esse era até então o valor real, confiável e mais próximo possível de se utilizar, o que já representa uma melhoria na qualidade do dado obtido. Cabe ressaltar que esse valor não desconta perdas adicionais como perdas mecânicas e desgastes do motor ao longo do tempo.

A simulação, nesse ponto, também não “enxerga” essas perdas, uma vez que sua referência é o escorregamento, ou seja, o esforço com que o motor desloca todo o conjunto.

Contudo, a partir de valores mais confiáveis de conversão de energia elétrica em mecânica, será possível, em trabalhos futuros, traçar curvas de desgaste e realizar medições do moinho em vazio, refinando ainda mais os resultados.

Aplicando o valor da eficiência ao valor informado pelo inversor, obtém-se:

$$P_{\text{eixo,inv}} = 2150 \times 0,8693 \approx 1869 \text{ W}$$

Descontando as perdas mecânicas do redutor (1,5%), chega-se a 1841 W no pinhão. De forma análoga, a potência da simulação corrigida para o pinhão é:

$$P_{\text{pinhão,sim}} = 1570 \times 0,985 \approx 1546 \text{ W}$$

A Tabela 2 apresenta a comparação entre os valores obtidos.

Tabela 2 – Comparação entre valores obtidos e equação de Rowland (47,3 Hz).

	Potência no pinhão (W)	Dif. Rowland (%)
Equação de Rowland	1620	–
Simulação	1546	–4,57
Inversor (Ef. simu.)	1841	+13,64

4.4 Segundo experimento – 51,4 Hz

Realizou-se um segundo ensaio a 51,4 Hz, com tensão de 198,5 V e corrente de 14,4 A. O inversor indicou potência de 2760 W. O RPM medido foi de 1530 RPM, com carga ajustada no simulador para 11 Ω .

A potência na entrada do motor na simulação foi de 2404 W, com fator de potência de 0,39; na saída a potência informada foi de 2142 W. Dessa forma, a eficiência medida do motor pelo simulador é de:

$$\eta_{\text{sim}} = \frac{2142}{2404} \approx 0,8910 = 89,10\%$$

Aplicando esse valor de eficiência ao valor lido no inversor, obtém-se:

$$P_{\text{eixo,inv}} = 2760 \times 0,8910 \approx 2459 \text{ W}$$

Descontando as perdas mecânicas do redutor (1,5%), chega-se a 2422 W no pinhão. Analogamente, a potência da simulação corrigida para o pinhão é:

$$P_{\text{pinhão,sim}} = 2142 \times 0,985 \approx 2110 \text{ W}$$

A equação de Rowland prevê 2010 W no pinhão. A Tabela 3 apresenta a comparação entre os valores obtidos.

Tabela 3 – Comparação entre valores obtidos e equação de Rowland (51,4 Hz).

	Potência no pinhão (W)	Dif. Rowland (%)
Equação de Rowland	2010	–
Simulação	2110	+4,98
Inversor (Ef. simu.)	2422	+20,50

As discrepâncias observadas são justificáveis, pois a equação de Rowland considera apenas aspectos mecânicos do moinho, desconsiderando perdas elétricas e o efeito do inversor.

Além disso, a modulação por PWM afeta o fator de potência e a eficiência, enquanto perdas adicionais no sistema de transmissão e rolamentos também impactam a potência total demandada.

Ainda assim, os valores encontrados permanecem dentro de uma margem de erro razoável ou bem próximos à medida prevista por Rowland, com diferenças inferiores a 5% para a simulação no segundo experimento.

4.5 Síntese dos resultados

A Tabela 4 apresenta uma síntese dos resultados principais dos dois experimentos. Destaca-se que o valor de eixo apresentado para o inversor é baseado na eficiência medida via simulador.

Tabela 4 – Comparação direta entre potência no pinhão, potência elétrica e diferença para Rowland.

	Pot. pinhão (W)	Pot. elétrica (W)	Dif. Rowland (%)
Simulação 1	1546	1806	−4,57
Inversor 1	1841	2150	+13,64
Equação de Rowland 1	1620	–	0,0
Simulação 2	2110	2404	+4,98
Inversor 2	2422	2760	+20,50
Equação de Rowland 2	2010	–	0,0

5 Conclusão

No presente trabalho apresenta-se uma prova de conceito baseada em modelagem do circuito equivalente do motor e em simulação eletromecânica para estimar a potência efetivamente entregue ao eixo do pinhão de um moinho de bolas operando fora das condições nominais. A metodologia combina a obtenção de parâmetros a partir da placa do motor (via ferramenta MATLAB), a implementação do modelo no ambiente PSIM e a validação por meio da comparação do escorregamento simulado com o medido na área.

Em condições nominais, o modelo reproduz com boa fidelidade os parâmetros de catálogo do fabricante, com diferenças reduzidas para corrente nominal ($\approx 0,78\%$), velocidade nominal ($\approx 0,02\%$), rendimento ($\approx 0,45\%$) e corrente de partida ($\approx 0,65\%$); o escorregamento simulado difere em aproximadamente $3,09\%$. Esses resultados demonstram correspondência consistente entre modelo, simulação e dados de fabricante, mantendo as discrepâncias em níveis compatíveis com tolerâncias industriais.

Nos ensaios em condições não nominais, parametrizados por escorregamento, os valores foram referenciados ao eixo do pinhão para tornar comparáveis as três fontes de informação: a equação de Rowland (já no pinhão), a simulação (originalmente no eixo do motor) e a leitura do inversor (entrada elétrica do motor). Para isso, descontou-se da simulação e do valor corrigido do inversor uma estimativa de $1,5\%$ de perdas mecânicas no redutor. No primeiro experimento ($47,3$ Hz), a simulação indicou 1.546 W frente aos 1.620 W previstos por Rowland (diferença $\approx -4,57\%$), enquanto o inversor corrigido resultou em 1.841 W (diferença $\approx +13,64\%$). No segundo experimento ($51,4$ Hz), a simulação forneceu 2.110 W contra 2.010 W de Rowland (diferença $\approx +4,98\%$), e o inversor corrigido apresentou 2.422 W (diferença $\approx +20,50\%$). Em ambos os ensaios, a simulação aproxima-se de forma consistente da previsão de Rowland, enquanto as medições do inversor mantêm-se sistematicamente acima, mesmo após a aplicação da eficiência simulada.

As diferenças observadas têm explicações físicas e instrumentais bem conhecidas: a equação de Rowland considera apenas requisitos mecânicos do moinho, sem contabilizar perdas elétricas ou efeitos da eletrônica de potência; o uso de inversores introduz modulação por PWM, harmônicos e alterações do fator de potência, que afetam medição e eficiência e justificam parte do excesso nas leituras do inversor; o valor de $1,5\%$ adotado para perdas mecânicas é típico da literatura, podendo divergir do real do redutor utilizado; e incertezas de medição em tacômetros, multímetros e inversor também contribuem para as discrepâncias.

Avaliando criticamente o método, a abordagem por circuito equivalente e parame-

trizando por escorregamento mostra-se adequada para estimativas indiretas de potência, fornecendo resultados coerentes com catálogo e medições, especialmente quando não é viável empregar torquímetros rotativos. Sua fidelidade depende da acurácia dos parâmetros iniciais (dados de placa, ensaios elétricos e RPM medido), da inclusão de modelos de perdas mecânicas e da representação do inversor. As diferenças encontradas em relação a Rowland são plausíveis e demonstram a aderência do método à referência clássica para moinhos de pequeno porte. Por fim, cabe destacar que estimar diretamente a potência no eixo e as perdas de conversão em sistemas com inversor é tarefa difícil e cara quando feita por instrumentação dedicada, ao passo que o método proposto torna essa análise mais simples e econômica, exigindo apenas a medição do RPM em operação.

Em síntese, este trabalho demonstra que a modelagem do motor por circuito equivalente, aliada à simulação parametrizada pelo escorregamento e à correção dos valores para o eixo do pinhão, constitui uma alternativa viável e economicamente eficiente para estimar o consumo energético e a potência mecânica em moinhos de pequeno porte, quando medições diretas são inviáveis. A integração de medições experimentais adicionais e o aperfeiçoamento dos modelos elétricos e mecânicos aumentam a confiabilidade das previsões e ampliam o potencial de aplicação da metodologia em projetos de otimização energética industrial.

5.1 Trabalhos futuros

Para consolidar e ampliar os resultados obtidos neste trabalho, recomenda-se priorizar as seguintes ações futuras:

1. Implementar medições diretas de torque (torquímetro rotativo) para validar experimentalmente a potência na ponta do eixo e quantificar a precisão da metodologia de simulação.
2. Modelar e parametrizar as perdas mecânicas da transmissão (engrenagens, rolamentos, acoplamentos), incluindo uma análise de sensibilidade para estimar sua contribuição relativa ao consumo total e substituir o valor médio de 1,5% adotado neste trabalho por uma estimativa específica do equipamento.
3. Executar uma análise de incerteza sistemática (propagação de erros dos instrumentos) para fornecer intervalos de confiança sobre as estimativas de potência e sobre as comparações com modelos empíricos.
4. Estender a metodologia a diferentes tipos de minério, vazões e tamanhos de moinhos, avaliando a robustez do procedimento em cenários industriais reais.

Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *ABNT NBR 10520: Informação e documentação - Citações em documentos - Apresentação*. Rio de Janeiro: ABNT, 2023. Substitui a ABNT NBR 10520:2002. Citado 1 vez na página 21.

BRASIL. MINISTÉRIO DO TRABALHO E EMPREGO. *Norma Regulamentadora nº 10 (NR-10): Segurança em Instalações e Serviços em Eletricidade*. Brasília, 2019. Última modificação pela Portaria SEPRT nº 915, de 30 de julho de 2019. Disponível em: <https://www.gov.br/trabalho-e-emprego/pt-br/acesso-a-informacao/participacao-social/conselhos-e-orgaos-colegiados/comissao-tripartite-partitaria-permanente/normas-regulamentadora/normas-regulamentadoras-vigentes/norma-regulamentadora-no-10-nr-10>. Acesso em: 18 maio 2026. Citado 1 vez na página 21.

BUDYNAS, Richard G.; NISBETT, J. Keith. *Shigley's Mechanical Engineering Design*. 10. ed. New York: McGraw-Hill Education, 2015. ISBN 978-0-07-339820-4. Citado 1 vez na página 49.

CHAPMAN, Stephen J. *Fundamentos de Máquinas Elétricas*. Bookman, 2013. v. 5. Citado 2 vezes nas páginas 17, 21, 25.

DONDA, Joaquim Donizetti. In: VALE (Trad.). *Teoria Geral da Cominuição*. 1. ed. Belo horizonte: Vale, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 20, 23.

FITZGERALD, A. E. *Máquinas Elétricas*. Bookman, 2007. v. 6. Citado 1 vez na página 21.

FLORES, P. *O desempenho de engrenagens*. 2017. Tese (Doutorado) – Universidade do Minho, Braga, Portugal. Acesso em: 26 ago. 2025. Disponível em: <https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream>. Citado 1 vez na página 49.

LUZ, Adão Benvindo da. *Tratamento de Minérios*. CETEM, 2010. v. 5. Citado 4 vezes nas páginas 15, 16, 23.

ROWLAND, C. A. Ball Mills. In: WEISS, N. L. (ed.). *SME Mineral Processing Handbook*. New York: American Institute of Mining, Metallurgical e Petroleum Engineers, 1985. Section 3C. Citado 1 vez na página 24.

ROWLAND, C. A.; KJOS, D. M. Rod and Ball Mills. In: MULAR, A. L.; BHAPPU, R. B. (ed.). *Mineral Processing Plant Design*. New York: Society of Mining Engineers of AIME, 1978. p. 239–278. Citado 1 vez na página 24.

WEG. *Corte de um motor trifasico*. VISTA EM CORTE DE UM MOTOR ELÉTRICO DE INDUÇÃO. WEG Motors. Set. 2024. Disponível em: <https://static.weg.net/medias/>

[downloadcenter/h32/hc5/WEG-motores-eletricos-guia-de-especificacao-50032749-brochure-portuguese-web.pdf](#). Acesso em: 17 out. 2024. Citado 0 vez na página 24.

APÊNDICE A – libero justo