



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal de Ouro Preto
Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas
Colegiado do curso de Engenharia de Produção



APLICAÇÃO DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM FROTAS HETEROGÊNEAS NA OTIMIZAÇÃO DE ROTAS DE UMA TRANSPORTADORA DE MINAS GERAIS

Fernanda Cristina Gomes
Silvia Helena Lelis Fernandes

João Monlevade, MG
2026

Fernanda Cristina Gomes
Silvia Helena Lelis Fernandes

**APLICAÇÃO DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE
VEÍCULOS COM FROTAS HETEROGÊNEAS NA
OTIMIZAÇÃO DE ROTAS DE UMA TRANSPORTADORA
DE MINAS GERAIS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao curso de Engenharia de Produção do Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Me. Bráulio Frances Barcelos

Coorientador: Prof^a Dra. Mônica do Amaral

João Monlevade, MG

2026

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

F363a Fernandes, Sílvia Helena Lelis.

Aplicação do problema de roteamento de veículos com frotas heterogêneas na otimização de rotas de uma transportadora de Minas Gerais. [manuscrito] / Sílvia Helena Lelis Fernandes. Fernanda Cristina Gomes. - 2026.

56 f.: il.: color., tab., mapa.

Orientador: Prof. Me. Bráulio Frances Barcelos.

Coorientadora: Profa. Dra. Mônica do Amaral.

Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto.

Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas. Graduação em Engenharia de Produção .

1. Caminhões - Rotas. 2. Veículos a motor - Frotas. 3. Programação linear. 4. Logística. I. Gomes, Fernanda Cristina. II. Barcelos, Bráulio Frances. III. Amaral, Mônica do. IV. Universidade Federal de Ouro Preto. V. Título.

CDU 656.135

Bibliotecário(a) Responsável: Michelle Karina Assunção Costa - CRB6 - 2164



FOLHA DE APROVAÇÃO

Fernanda Cristina Gomes e Sílvia Helena Lelis Fernandes

Aplicação do problema de roteamento de veículos com frotas heterogêneas na otimização de rotas de uma transportadora de Minas Gerais

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção

Aprovada em 9 de Julho de 2026

Membros da banca

Me. Bráulio Frances Barcelos - Orientador (Universidade Federal de Ouro Preto)
Dra. Mônica do Amaral - Coorientadora (Universidade Federal de Ouro Preto)
Dra. Priscila Mara Cota - (Universidade Federal de Ouro Preto)
Dr. Samuel Martins Drei - (Universidade Federal de Ouro Preto)

Mônica do Amaral, coorientadora do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 27/07/2026



Documento assinado eletronicamente por **Monica do Amaral, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 27/07/2026, às 14:41, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1147876** e o código CRC **68C6F360**.

Agradecimentos

Agradecemos, primeiramente, a Deus, por nos conceder força, sabedoria, saúde e perseverança ao longo de toda a nossa trajetória acadêmica. Em meio aos desafios, incertezas e momentos de cansaço, foi a fé que nos sustentou e nos permitiu seguir em frente até a conclusão desta etapa.

Aos nossos familiares, expressamos nossa mais profunda gratidão pelo apoio, incentivo e amor incondicional. Obrigada por acreditarem em nosso potencial, por compreenderem nossas ausências e por estarem ao nosso lado em todos os momentos, tornando possível a realização deste sonho.

Agradecemos também aos nossos amigos, que estiveram presentes durante essa caminhada, oferecendo palavras de apoio, momentos de descontração e acolhimento nos períodos mais difíceis. Aos amigos que a faculdade nos proporcionou, deixamos um agradecimento especial por compartilharem conosco aprendizados, desafios, conquistas e memórias que levaremos para a vida.

Ao nosso orientador, Prof. Me. Bráulio Frances Barcelos, e à nossa coorientadora, Prof^a Dra. Mônica do Amaral, agradecemos pela orientação, disponibilidade, paciência e contribuições fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho. Suas sugestões, conhecimentos e direcionamentos foram essenciais para a construção e aprimoramento desta pesquisa.

Agradecemos também à empresa onde este estudo foi realizado, pela disponibilidade e colaboração durante o desenvolvimento do trabalho. O acesso às informações operacionais e aos dados utilizados foi fundamental para a construção e aplicação prática deste trabalho.

Por fim, agradecemos à Universidade Federal de Ouro Preto, por todo o ensino e a oportunidade da formação acadêmica, profissional e pessoal. A UFOP foi parte essencial da nossa trajetória, proporcionando conhecimento, experiências e crescimento que marcarão para sempre nossas vidas.

Resumo

O transporte rodoviário de cargas possui papel central na logística brasileira, tornando a eficiência das rotas um fator determinante para a redução de custos operacionais e melhoria do nível de serviço. Nesse contexto, este trabalho tem como objetivo aplicar uma formulação matemática para o Problema de Roteamento de Veículos com Frotas Heterogêneas em uma transportadora de médio porte localizada em Minas Gerais, cuja operação é atualmente planejada de forma empírica pela equipe operacional. A empresa estudada realiza a distribuição de pneus e lubrificantes a partir de um centro de distribuição localizado em João Monlevade-MG, utilizando uma frota composta por caminhões de diferentes capacidades e custos por quilômetro. Para o desenvolvimento do estudo, foram coletados dados reais de demanda, frota, distâncias e tempos de deslocamento, organizados em três cenários representativos da operação da empresa. O problema foi modelado como uma Programação Linear Inteira Mista, considerando restrições de capacidade dos veículos, atendimento único dos municípios, conservação de fluxo, eliminação de subrotas e restrições específicas da transportadora estudada. A implementação computacional foi realizada em linguagem AMPL, com resolução pelo solver IBM ILOG CPLEX. Inicialmente, a formulação foi validada por meio de uma instância-teste de pequena dimensão, na qual foi encontrada a solução ótima esperada. Em seguida, o modelo foi avaliado em dez cenários simulados de demanda, construídos a partir dos dados da região de Manhuaçu e Zona da Mata. Em todos os testes simulados foram obtidas soluções viáveis dentro do limite de 1.800 segundos, com *gaps* relativos entre 29,54% e 46,23%. Os resultados mostraram que, nos níveis baixo e intermediário de demanda, dois caminhões pequenos foram suficientes, enquanto nos níveis mais elevados os caminhões grandes passaram a integrar as soluções. Nos três cenários reais, também foram obtidas soluções viáveis e operacionalmente aplicáveis, sendo o cenário de Itabira, Guanhães e Itamarandiba classificado como ótimo dentro da tolerância de 5%. Considerando o conjunto das rotas reais analisadas, o modelo reduziu a distância total percorrida de 3.652,00 km para 3.137,94 km, representando uma diminuição de aproximadamente 14,08%. Em relação aos custos totais estimados de transporte, houve redução de R\$ 18.803,50 para R\$ 13.022,45, equivalente a uma economia aproximada de 30,74%. Conclui-se que a aplicação do modelo pode apoiar a tomada de decisão logística, oferecendo uma alternativa quantitativa ao planejamento empírico das rotas e contribuindo para a redução de custos e para a utilização mais adequada da frota.

Palavras-chave: Problema de Roteamento de Veículos. Frota heterogênea. Programação Linear Inteira Mista. Otimização de rotas. Logística.

Abstract

Road freight transportation plays a central role in Brazilian logistics, making route efficiency a determining factor in reducing operating costs and improving service levels. In this context, this study aims to apply a mathematical formulation for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem to a medium-sized transportation company located in Minas Gerais, Brazil, whose operations are currently planned empirically by the operational team. The company distributes tires and lubricants from a distribution center located in João Monlevade, Minas Gerais, using a fleet composed of trucks with different capacities and costs per kilometer. For the development of the study, real data on demand, fleet characteristics, distances, and travel times were collected and organized into three scenarios representative of the company's operations. The problem was modeled as a Mixed-Integer Linear Programming problem, considering vehicle capacity constraints, single service of each municipality, flow conservation, subtour elimination, and specific constraints of the transportation company. The computational implementation was carried out in AMPL, and the model was solved using the IBM ILOG CPLEX solver. Initially, the formulation was validated through a small test instance, for which the expected optimal solution was obtained. The model was then evaluated under ten simulated demand scenarios constructed from data from the Manhuaçu and Zona da Mata region. Feasible solutions were obtained for all simulated tests within the 1,800-second time limit, with relative gaps ranging from 29.54% to 46.23%. The results showed that two small trucks were sufficient under low and intermediate demand levels, whereas large trucks became part of the solutions under higher demand levels. Feasible and operationally applicable solutions were also obtained for the three real scenarios, with the Itabira, Guanhanes, and Itamarandiba scenario being classified as optimal within the 5% tolerance. Considering all the real routes analyzed, the model reduced the total distance traveled from 3,652.00 km to 3,137.94 km, representing a decrease of approximately 14.08%. Regarding the total estimated transportation costs, there was a reduction from BRL 18,803.50 to BRL 13,022.45, corresponding to estimated savings of approximately 30.74%. It is concluded that the application of the model can support logistics decision-making by providing a quantitative alternative to empirical route planning and contributing to cost reduction and more appropriate fleet utilization.

Keywords: Vehicle Routing Problem. Heterogeneous fleet. Mixed-Integer Linear Programming. Route optimization. Logistics.

Lista de ilustrações

Figura 1 – O Problema de Roteamento de Veículos Básico (PRV)	6
Figura 2 – Processo de Modelagem	22
Figura 3 – Representação cartográfica das rotas obtidas para o cenário de Belo Horizonte	41
Figura 4 – Representação cartográfica das rotas obtidas para o cenário de Manhu- açu/Zona da Mata	44
Figura 5 – Representação cartográfica das rotas obtidas para o cenário de Itabira/G/I . .	46

Lista de tabelas

Tabela 1 – Classificação, configuração, capacidade e custo dos caminhões utilizados . . .	27
Tabela 2 – Caracterização geral dos cenários estudados	28
Tabela 3 – Caracterização dos cenários simulados de demanda	29
Tabela 4 – Demandas consideradas na instância-teste	34
Tabela 5 – Resultado obtido para a instância-teste	34
Tabela 6 – Resultados obtidos nos cenários simulados de demanda	36
Tabela 7 – Resultados computacionais dos cenários reais	37
Tabela 8 – Resumo operacional das soluções obtidas pelo modelo	39
Tabela 9 – Representação dos nós do cenário de BH	40
Tabela 10 – Comparação entre rotas do modelo e rotas atuais da empresa - Belo Horizonte	40
Tabela 11 – Representação dos nós do cenário de Manhuaçu/Zona da Mata	42
Tabela 12 – Comparação entre rotas do modelo e atuais - Manhuaçu/Zona da Mata . . .	42
Tabela 13 – Representação dos nós do cenário de Itabira/Guanhães/Itamarandiba	45
Tabela 14 – Comparação entre rotas do modelo e rotas atuais da empresa - Itabira/G/I . .	45
Tabela 15 – Comparação geral entre rotas atuais da empresa e rotas geradas pelo modelo	47

Lista de quadros

Quadro 1	–	Comparação entre <i>Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem</i> (FSMVRP) e <i>Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem</i> (HFFVRP)	10
Quadro 2	–	Quadro-síntese do referencial teórico	16

Lista de abreviaturas e siglas

AILS *Adaptive Iterated Local Search*

ALNS *Adaptive Large Neighborhood Search*

AMPL *A Mathematical Programming Language*

CD Centro de Distribuição

EVRP Problema de Roteamento de Veículos Elétricos

FSMVRP *Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem*

HALRPPA Problema de Roteamento Aeroterrestre Intermodal de Cargas

HFDARPTW *Heterogeneous Fleet Dial-a-Ride Problem with Time Windows*

HFFVRP *Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem*

ILS *Iterated Local Search*

ILS-RVND *Iterated Local Search com Randomized Variable Neighborhood Descent*

OSRM *Open Source Routing Machine*

PCV Problema do Caixeiro Viajante

PLI Programação Linear Inteira

PLIM Programação Linear Inteira Mista

PRV Problema de Roteamento de Veículos

PRVAFHL Problema de Roteamento de Veículos Assimétrico com Frota Heterogênea Limitada

PRVC Problema de Roteamento de Veículos Capacitados

PRVCE Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega

PRVFH Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea

PRVJT Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo

PRVMD Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Objetivo geral	3
1.1.1	Objetivos específicos	3
1.2	Contribuições	4
1.3	Organização do Trabalho	5
2	REVISÃO DA LITERATURA	6
2.1	O Problema de Roteamento de Veículos	6
2.2	Principais Variações do PRV	8
2.3	Problema de Roteamento de Veículos com Frotas Heterogêneas (PRVFH)	9
2.3.1	Classificações do PRVFH	9
2.3.2	Formulação matemática do PRVFH	10
2.4	Métodos de Solução para o Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea	12
2.4.1	Métodos heurísticos e metaheurísticos	12
2.4.2	Abordagens híbridas	13
2.4.3	Métodos exatos	13
2.5	Trabalhos Relacionados	14
3	METODOLOGIA	21
3.1	Classificação Metodológica da Pesquisa	21
3.2	Caracterização do Problema	23
3.2.1	Restrições Operacionais	25
3.3	Coleta de Dados	26
3.3.1	Geração dos cenários simulados	28
3.4	Modelagem Matemática do Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea	29
4	RESULTADOS	33
4.1	Validação da formulação por meio de uma instância-teste	33
4.2	Resultados dos cenários simulados de demanda	35
4.3	Experimentos computacionais	37
4.4	Resultados dos cenários analisados	39
4.4.1	Resultados do cenário de Belo Horizonte	40
4.4.2	Resultados do cenário Manhuaçu/Zona da Mata	42
4.4.3	Resultados do cenário de Itabira/Guanhães/Itamarandiba	44

4.4.4	Comparação geral com a prática da empresa	47
4.5	Discussão dos resultados	48
5	CONCLUSÕES	51
	REFERÊNCIAS	54

1 Introdução

O transporte rodoviário no Brasil é um pilar fundamental para a logística brasileira, sendo o responsável por grande parte da movimentação de mercadorias no país. De acordo com a [Agência Nacional de Transportes Terrestres \(ANTT, 2024\)](#), cerca de 60% do transporte de produtos é feito por meio de rodovias, enquanto 20% é realizado por ferrovias, 13% por hidrovias e 4% por dutovias. Em um cenário marcado por elevada competitividade, aumento dos custos operacionais e necessidade de cumprimento de prazos, a eficiência no planejamento das rotas torna-se um fator estratégico para as empresas transportadoras.

De acordo com [Belfiore, Fávero e Alvarez \(2006\)](#), o [Problema de Roteamento de Veículos \(PRV\)](#) tem como objetivo buscar um conjunto de rotas a serem cumpridas por veículos de uma frota, visando otimizar o atendimento de diversos pontos distribuídos geograficamente, levando em conta os custos da viagem, distância percorrida, tempo, capacidade, quantidade de veículos disponíveis, entre outras variáveis. Cada veículo precisa sair do depósito e retornar ao mesmo após visitar cada cliente apenas uma vez, respeitando sua capacidade que é limitada. Quando uma empresa consegue organizar suas rotas de maneira inteligente, ela não só ganha agilidade nas entregas, mas também passa a ter um controle muito maior da sua operação, evitando viagens desnecessárias e garantindo que o serviço chegue ao cliente com o menor custo possível.

A realidade das transportadoras frequentemente envolve variáveis mais complexas, o que deu origem a várias extensões do [PRV](#) trazendo assim mais desafios para a Pesquisa Operacional. De acordo com [Leite e Gomes Júnior \(2017\)](#) algumas dessas variações incluem, o [PRV](#) com Janelas de Tempo, [PRV](#) com Coleta e Entrega, empresas que operam com múltiplos depósitos, entre outras. Uma das variações que se destaca pela sua aplicação prática é o [Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea \(PRVFH\)](#). Segundo [Vieira et al. \(2022\)](#), o [PRVFH](#) se caracteriza por permitir que os veículos possuam capacidades, custos operacionais e características de utilização distintas, o que impõe um desafio significativo aos gestores logísticos. As decisões de dimensionamento de frota tornam-se complexas, pois exigem a análise simultânea da quantidade e dos tipos de veículos mais adequados para atender a demanda conforme suas capacidades específicas, respeitando as limitações operacionais da frota.

A falta de uma roteirização otimizada frequentemente resulta em um aumento das distâncias percorridas, elevando significativamente os custos com combustível, manutenção da frota e depreciação dos veículos ([Almeida et al., 2020](#)). Além disso, rotas ineficientes podem levar a maiores tempos de viagem, atrasos nas entregas, subutilização dos veículos disponíveis, maior carga de trabalho para os motoristas e, consequentemente, à insatisfação dos clientes e à perda de competitividade.

A implementação de modelos de otimização, como a [Programação Linear Inteira \(PLI\)](#), tem se mostrado uma abordagem eficaz para lidar com a complexidade desses cenários, permitindo o dimensionamento de frotas, a atribuição de veículos e motoristas, e o planejamento de rotas que minimizam custos e maximizam a eficiência ([Longaray et al., 2021](#)). Desta maneira, o presente estudo busca abordar esse desafio logístico enfrentado por uma transportadora, focando na otimização de suas operações de roteamento e melhor aproveitamento da capacidade dos veículos.

A empresa estudada neste trabalho é uma transportadora de médio porte localizada em João Monlevade, Minas Gerais, responsável pela distribuição de pneus e lubrificantes para diferentes regiões do estado. A operação é realizada a partir de um centro de distribuição único e utiliza uma frota própria composta por veículos de pequeno e grande porte, com capacidades e custos por quilômetro distintos. Atualmente, ela possui atuação nas regiões do Médio Piracicaba, Zona da Mata, Vale do Aço, Vale do Mucuri e algumas cidades da Região Metropolitana. A logística de distribuição é estruturada por meio de rotas regionais independentes, o que significa que o planejamento de cada região ocorre de forma isolada, sem integração sistêmica dos recursos globais da frota.

Atualmente, o planejamento das rotas na empresa é realizado predominantemente com base no conhecimento tácito da equipe operacional, na experiência da gestão e no auxílio dos motoristas. Embora a empresa disponha de ferramentas tecnológicas para acompanhamento das entregas, a definição das rotas ainda é feita de forma manual, por meio de planilhas e ajustes empíricos. Em geral, as rotas mais longas tendem a ser atribuídas aos caminhões grandes, enquanto os caminhões pequenos são direcionados a rotas consideradas mais curtas, sem que haja uma análise quantitativa detalhada dos custos, da capacidade utilizada e da melhor combinação entre veículos e cidades atendidas.

Esse cenário evidencia uma oportunidade de melhoria no processo de tomada de decisão logística. A ausência de um modelo analítico de apoio à roteirização pode resultar em maiores distâncias percorridas, maior custo operacional, subutilização da frota e escolhas de veículos que nem sempre representam a alternativa mais econômica. Dessa forma, a aplicação de modelos matemáticos de otimização pode contribuir para estruturar o planejamento das rotas, permitindo comparar a prática atual da empresa com soluções obtidas por meio de critérios quantitativos.

Diante disso, este trabalho propõe a aplicação de uma formulação matemática para o [PRVFH](#), modelado como um problema de [Programação Linear Inteira Mista \(PLIM\)](#), com o objetivo de minimizar os custos de transporte de uma transportadora de Minas Gerais. O modelo considera dados reais de demanda, distâncias, tempos de deslocamento, capacidade dos veículos, custos por quilômetro e restrições operacionais específicas, como o limite de tempo das rotas e a restrição de acesso de caminhões grandes no cenário de Belo Horizonte.

Sendo assim, a questão que orienta este trabalho é: *de que maneira a aplicação de um modelo de [PLIM](#), baseado no [PRVFH](#), pode contribuir para a redução dos custos logísticos e para o melhor aproveitamento da frota em uma transportadora?*

A partir dessa questão, busca-se demonstrar que a utilização de métodos quantitativos pode apoiar a gestão logística, oferecendo uma alternativa estruturada ao planejamento empírico das rotas. Além disso, pretende-se evidenciar como a escolha adequada do veículo, considerando simultaneamente capacidade, custo e tempo de deslocamento, pode gerar soluções mais econômicas e operacionalmente viáveis para a empresa estudada.

1.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho é implementar e avaliar um modelo de [PLIM](#) para o [PRVFH](#), aplicado a uma transportadora de Minas Gerais, visando minimizar o custo total de transporte, calculado em função das distâncias percorridas e dos custos por quilômetro dos veículos, respeitando as restrições operacionais de capacidade e características dos veículos disponíveis.

1.1.1 Objetivos específicos

Para atingir o objetivo geral, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- Caracterizar o processo atual de roteirização da transportadora, identificando a forma como as rotas são planejadas, os tipos de veículos utilizados e as principais restrições operacionais da empresa.
- Levantar e tratar os dados necessários à modelagem do problema, incluindo demandas agregadas por município, cidades atendidas, distâncias rodoviárias, tempos de deslocamento, capacidades dos veículos e custos por quilômetro.
- Adaptar uma formulação de Programação Linear Inteira Mista para o Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea às características da operação analisada.
- Implementar o modelo em linguagem [A Mathematical Programming Language \(AMPL\)](#) e resolver os cenários computacionais por meio do *solver* CPLEX, avaliando o desempenho do modelo em termos de função objetivo, tempo computacional e *gap* de otimalidade.
- Validar a formulação por meio de uma instância-teste, a fim de verificar se o modelo respeita corretamente as principais restrições do problema antes da aplicação aos cenários reais.

- Avaliar o comportamento do modelo em dez cenários simulados de demanda, gerados a partir dos dados reais da região de Manhuaçu/Zona da Mata, analisando o custo, a distância, a composição da frota utilizada, o tempo computacional e o *gap* de otimalidade;
- Aplicar o modelo a três cenários reais representativos da operação da transportadora;
- Comparar as rotas geradas pelo modelo com as rotas atualmente realizadas pela empresa, analisando os impactos em termos de distância percorrida, custos estimados e alocação dos veículos da frota.

1.2 Contribuições

A otimização de rotas de veículos é uma das aplicações relevantes da Pesquisa Operacional na logística, especialmente em problemas que envolvem decisões de alocação de veículos, definição de rotas, atendimento de demandas e minimização de custos. No contexto do **PRVFH**, a complexidade aumenta, pois além de determinar a sequência de atendimento dos clientes, torna-se necessário decidir qual tipo de veículo deve ser utilizado em cada rota, considerando diferenças de capacidade e custo operacional.

Segundo **Leite e Gomes Júnior (2017)**, modelos de programação linear inteira são amplamente utilizados para formular e resolver esses problemas de forma exata, permitindo capturar variáveis discretas (seleção de rotas e veículos) e restrições lineares (capacidade, demanda e tempo). Entretanto, por se tratar de um problema NP-difícil, o crescimento do número de clientes, veículos e restrições provoca um aumento combinatório do espaço de soluções, tornando a resolução exata cada vez mais difícil em instâncias de maior porte. Nesse cenário, abordagens heurísticas e metaheurísticas tornam-se alternativas relevantes, principalmente quando se busca obter boas soluções em menor tempo computacional.

Do ponto de vista acadêmico, este trabalho contribui ao aplicar uma formulação de **PLIM** ao **PRVFH** em um contexto real de uma transportadora. A pesquisa amplia a discussão sobre a aplicação de modelos matemáticos de otimização em problemas logísticos reais, especialmente em operações com frota própria, heterogênea e planejamento regionalizado de entregas.

Como contribuição metodológica, o estudo apresenta um processo estruturado de coleta, tratamento e modelagem de dados operacionais, incluindo demandas agregadas por município, distâncias rodoviárias, capacidades dos veículos e custos por quilômetro. Além disso, a formulação foi validada inicialmente por meio de uma instância-teste, permitindo verificar a consistência lógica do modelo antes da aplicação aos cenários reais.

Do ponto de vista prático, o trabalho oferece à empresa estudada uma alternativa quantitativa de apoio à decisão para o planejamento de rotas. Atualmente, a roteirização é realizada predominantemente com base no conhecimento tácito da equipe operacional e em planilhas elaboradas com o auxílio dos motoristas. Embora esse conhecimento seja importante para a operação, a ausência de uma análise quantitativa pode dificultar a identificação de combinações mais econômicas entre veículos e cidades atendidas.

1.3 Organização do Trabalho

Este trabalho está estruturado em cinco capítulos. O Capítulo 1 apresenta a contextualização do tema, o problema de pesquisa, os objetivos e as contribuições do estudo. O Capítulo 2 aborda a revisão da literatura, contemplando os principais conceitos relacionados ao Problema de Roteamento de Veículos e ao Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea. O Capítulo 3 descreve a metodologia utilizada, incluindo a caracterização da empresa, a coleta e o tratamento dos dados e a formulação matemática adotada. O Capítulo 4 apresenta os resultados obtidos e a comparação entre as rotas geradas pelo modelo e as rotas atualmente praticadas pela empresa. Por fim, o Capítulo 5 apresenta as considerações finais, as limitações do estudo e as sugestões para trabalhos futuros.

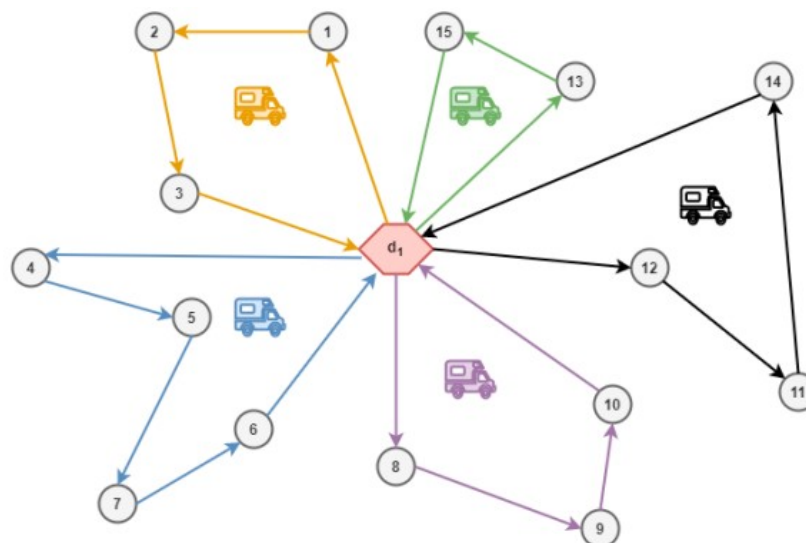
2 Revisão da Literatura

2.1 O Problema de Roteamento de Veículos

O Problema de Roteamento de Veículos (PRV) é um dos problemas clássicos e mais estudados dentro da Pesquisa Operacional. A ideia principal do PRV é encontrar uma rota ótima que geralmente é tratada como a rota de menor distância total percorrida ou menor custo/tempo. É classificado como um problema NP-Difícil, o que significa que, para um grande número de pontos de entregas (ou clientes), o tempo que um computador levaria para calcular todas as rotas possíveis e encontrar a melhor solução, se tornaria inviável.

Dantzig e Ramser (1959) foram os pioneiros na introdução do problema clássico de roteamento de veículos PRV. Os autores trataram a temática como uma generalização do Problema do Caixeiro Viajante (PCV) que é utilizado em situações menos complexas, nas quais há apenas um veículo. O objetivo do estudo era realizar o roteamento ideal de uma frota de caminhões de entrega de gasolina entre um depósito de distribuição e um grande número de clientes abastecidos por esse depósito. Nesse contexto, buscou-se encontrar uma maneira de alocar os caminhões começando e terminando no depósito, de forma que as demandas dos clientes fossem atendidas com apenas uma visita, e a quilometragem total percorrida pela frota fosse mínima. De acordo com Kovács, Agárdi e Bányai (2020), o modelo básico do PRV busca a eficiência logística através da centralização da operação em um único ponto de origem, conforme demonstrado na Figura 1.

Figura 1 – O Problema de Roteamento de Veículos Básico (PRV)



Fonte: adaptado de Kovács, Agárdi e Bányai (2020).

Como observado na Figura 1, o sistema opera com um depósito central (d1) que atende a uma rede de clientes distribuídos geograficamente (neste caso, 15 pontos de entrega). O modelo pressupõe que cada cliente possui uma demanda específica que deve ser integralmente suprida por uma única visita de veículo, visando reduzir o deslocamento total da frota. Essa visualização é fundamental para entender como os algoritmos buscam otimizar a quilometragem percorrida, impactando diretamente nos custos operacionais e na sustentabilidade da cadeia logística.

Do ponto de vista matemático, Arenales *et al.* (2007), representam o PRV clássico por meio de um grafo orientado completo $G = (N, E)$. Nessa formulação, o conjunto de nós é definido por $N = C \cup \{0, n+1\}$, onde $C = \{1, \dots, n\}$ representa os clientes e os nós $\{0\}$ e $\{n+1\}$ representam o depósito (ponto de partida e de retorno, respectivamente). O conjunto de arcos $E = \{(i, j) : i, j \in N, i \neq j, i \neq n+1, j \neq 0\}$ corresponde às conexões possíveis entre os nós. Associados a cada arco (i, j) , existem um custo c_{ij} e um tempo de viagem t_{ij} (que já contempla o tempo de serviço no cliente i). Para a modelagem matemática, considera-se uma frota de K veículos idênticos com capacidade Q , onde cada cliente i possui uma demanda d_i . A variável de decisão binária é definida como:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ percorre o arco } (i, j) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

O modelo matemático (2.1)-(2.9) proposto por Arenales *et al.* (2007) é apresentado a seguir:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ijk} \quad (2.1)$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{ijk} = 1, \quad \forall i \in C \quad (2.2)$$

$$\sum_{i \in C} d_i \sum_{j \in N} x_{ijk} \leq Q, \quad \forall k \in K \quad (2.3)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} t_{ij} x_{ijk} \leq D, \quad \forall k \in K \quad (2.4)$$

$$\sum_{j \in N} x_{0jk} = 1, \quad \forall k \in K \quad (2.5)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ihk} - \sum_{j \in N} x_{hjk} = 0, \quad \forall h \in C, \forall k \in K \quad (2.6)$$

$$\sum_{i \in N} x_{i,n+1,k} = 1, \quad \forall k \in K \quad (2.7)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \quad S \subset C, 2 \leq |S| \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor, \forall k \in K \quad (2.8)$$

$$\mathbf{x} \in B^{|K||E|} \quad (2.9)$$

A função objetivo (2.1) busca a minimização do custo total das rotas. As restrições (2.2) garantem que cada cliente seja visitado exatamente uma vez por um único veículo. A restrição (2.3) impõe que a soma das demandas de cada rota não exceda a capacidade Q do veículo, enquanto a restrição (2.4) limita a duração total da rota ao parâmetro D . As restrições (2.5), (2.6) e (2.7) configuram a conservação de fluxo, garantindo que cada veículo saia do depósito (nó 0), passe pelos clientes (se entrar no nó h , deve obrigatoriamente sair dele) e retorne ao depósito (nó $n + 1$). As restrições (2.8) são responsáveis pela eliminação de sub-rotas, impedindo a formação de ciclos fechados que não passem pelo depósito. Por fim, a restrição (2.9) define a natureza binária das variáveis de decisão.

2.2 Principais Variações do PRV

As classificações do PRV podem ser realizadas sob diversas perspectivas, considerando características como a frota, a demanda, as restrições de tempo, número de depósitos, incertezas de dados, entre outros.

- **Problema de Roteamento de Veículos Capacitados (PRVC):** Considera a capacidade limitada dos veículos. Cada ponto de entrega tem uma demanda, e os veículos possuem uma capacidade máxima que não pode ser excedida. (Muzulon *et al.*, 2022);
- **Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo (PRVJT):** O PRVJT é uma generalização do PRV que impõe restrições de tempo aos clientes a serem visitados. O modelo exige que cada cliente seja atendido dentro de um período estipulado, admitindo-se a espera caso o veículo chegue antes do prazo, mas restringindo rigorosamente os atrasos, a menos que o modelo inclua penalidades (Batista; Uhlmann, 2022);
- **Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega (PRVCE):** O PRVCE é uma variante que reflete muitas operações logísticas do mundo real, onde os veículos realizam tanto a coleta quanto a entrega de mercadorias. Diferente do PRV clássico que foca apenas em entregas, o PRVCE exige que cada tarefa de coleta seja emparelhada com uma tarefa de entrega correspondente, e as rotas devem aderir a sequências específicas de coletas e entregas (Koloch, 2025)
- **Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos (PRVMD):** Segundo Batista e Uhlmann (2022), o PRVMD é uma extensão do PRV que possui diversos depósitos e cada um deles tem uma frota própria de veículos. Cada veículo, ao terminar sua rota, precisa retornar à base de onde saiu, não podendo ir a outros depósitos. Ele busca programar um conjunto de rotas para cada base, visando obter o menor custo total de transporte.

- **Problema de Roteamento de Veículos com Frota Homogênea:** De acordo com [Vieira et al. \(2022\)](#), o PRV com frota homogênea assume que todos os veículos da frota são idênticos em suas características operacionais, como capacidade de carga, custos (fixos e variáveis), velocidade e outras restrições;

2.3 Problema de Roteamento de Veículos com Frotas Heterogêneas (PRVFH)

O Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea (PRVFH) é uma variante relevante do problema clássico de roteamento que considera a disponibilidade de veículos com características e capacidades distintas para a distribuição ([Baldacci; Battarra; Vigo, 2008](#)). Essa extensão do PRV, também denominada Problema de Frota Mista, teve suas bases estruturadas inicialmente no trabalho de [Golden et al. \(1984\)](#), tornando-se desde então um dos problemas mais estudados dentro da Pesquisa Operacional aplicada à logística.

Diferentemente do PRV clássico, que pressupõe uma frota homogênea com veículos com capacidade idêntica, o PRVFH introduz uma complexidade maior ao problema, além de definir as rotas, é necessário decidir qual veículo será alocado a cada rota, considerando que cada tipo de veículo possui capacidade de carga, custos fixos e variáveis distintos. De acordo com [Ferreira \(2011\)](#), o equilíbrio entre esses fatores permite a minimização dos custos totais, que englobam tanto os gastos associados aos veículos quanto os custos operacionais das rotas percorridas. Essa tomada de decisão torna PRVFH mais desafiador do que o PRV padrão, exigindo modelos mais robustos para sua resolução.

2.3.1 Classificações do PRVFH

O PRVFH pode ser dividido em duas variantes principais, de acordo com a disponibilidade e restrição da frota utilizada.

Segundo [Belfiore, Fávero e Alvarez \(2006\)](#), quando não há uma restrição prévia sobre a quantidade de veículos, tem-se o Problema de Dimensionamento e Composição de Frota (FSMVRP). Nesta variante, o objetivo torna-se mais estratégico: além de definir as rotas, é necessário determinar a composição e o dimensionamento ideal da frota, decidindo qual mix de tipos de veículos irá trazer o maior retorno econômico, equilibrando os custos fixos de aquisição ou locação com os custos variáveis de operação.

Conforme explica [Belfiore, Fávero e Alvarez \(2006\)](#), quando a quantidade de veículos de cada categoria é pré-determinada e restrita, o problema é definido como Problema de Roteirização de Veículos com Frota Fixa Heterogênea (**HFFVRP**). Neste caso, o desafio operacional consiste em otimizar o uso de uma frota já existente, respeitando suas limitações de capacidade de carga para minimizar os custos de percurso. O presente trabalho se encaixa nessa variante, uma vez que a transportadora estudada opera com uma frota própria de tamanho e de composição fixos.

O Quadro 1 mostra as principais diferenças entre as duas classificações:

Quadro 1 – Comparação entre **FSMVRP** e **HFFVRP**

Característica	FSMVRP	HFFVRP
Quantidade de veículos	Variável - a ser definida	Fixa - pré-determinada
Tipos de veículos	A ser definido	Pré-determinados
Foco da decisão	Composição e dimensionamento da frota + rotas	Otimização do uso da frota existente
Complexidade	Maior - decisão estratégica	Operacional

Fonte: Autores (2026).

2.3.2 Formulação matemática do PRVFH

[Souza \(2025\)](#) modela o **PRVFH** por meio de um grafo $G = \{N, A\}$, onde N é o conjunto de nós, composto pelos depósitos, e pelos n clientes, onde A é o conjunto de arestas que representa as conexões entre eles. O autor define ainda três conjuntos fundamentais para a formulação: C , representando o conjunto de n clientes; K , o conjunto de veículos disponíveis; e S , o conjunto de sub-rotas. A partir dessa estrutura, são definidas as variáveis de decisão, a função objetivo e as restrições do modelo, conforme apresentado a seguir:

Variáveis binárias de decisão:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se o cliente } j \text{ sucede ao cliente } i \text{ no veículo } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} c_{ijk} x_{ijk} \quad (2.10)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{(0,j) \in A} x_{0jk} = 1, \quad \forall k \in K \quad (2.11)$$

$$\sum_{(i,n+1) \in A} x_{i(n+1)k} = 1, \quad \forall k \in K \quad (2.12)$$

$$\sum_{(i,h) \in A} x_{ihk} - \sum_{(h,j) \in A} x_{hjk} = 0, \quad \forall h \in C, \forall k \in K \quad (2.13)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} x_{ijk} = 1, \quad \forall i \in C \quad (2.14)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \quad S \subseteq C, 2 \leq |S| \leq n, \forall k \in K \quad (2.15)$$

$$\sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} \sum_{j \in N \setminus \{0\}} t_{ij} x_{ijk} \leq D, \quad \forall k \in K \quad (2.16)$$

$$\sum_{i \in C} \left(d_i \sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{ijk} \right) \leq Q_k, \quad \forall k \in K \quad (2.17)$$

A função objetivo (2.10) representa o custo total da rota, em que c_{ijk} corresponde ao custo incorrido ao realizar o trajeto entre i e j com o veículo k , geralmente expresso em distância percorrida ou tempo de deslocamento.

Analisando as restrições, tem-se que a equação (2.11) estabelece que todo veículo k pertencente à frota deve iniciar seu trajeto no depósito de partida (ponto 0). Da mesma forma, a equação (2.12) garante que o encerramento da rota deve ocorrer no depósito de destino, representado por $n + 1$. Na prática, o ponto de saída e retorno é o mesmo; na formulação matemática, eles são tratados como nós distintos para assegurar o fluxo correto das variáveis.

A restrição (2.13) assegura a conservação de fluxo nos nós de clientes, isto é, se um veículo chega a um cliente h , ele também deve sair desse cliente. Já a equação (2.14) garante que cada cliente seja visitado exatamente uma vez por um único veículo, evitando tanto a falta de atendimento quanto a duplicidade de visitas.

A condição (2.15) impede a criação de sub-rotas isoladas, que seriam trajetos fechados entre clientes sem conexão com o depósito. Ao limitar o número de conexões possíveis dentro de qualquer subconjunto de clientes S , força-se que todos os caminhos estejam obrigatoriamente vinculados à base, assegurando que a rota final seja contínua e viável.

A restrição (2.16) limita o tempo máximo da rota, estabelecendo que a soma dos tempos de deslocamento entre os pontos visitados por cada veículo k deve ser menor ou igual a um valor máximo D .

Por fim, a equação (2.17) impõe a restrição de capacidade, determinando que o somatório das demandas d_i dos clientes atendidos por um veículo não exceda o limite máximo Q_k , garantindo a viabilidade física do transporte.

2.4 Métodos de Solução para o Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea

O **PRVFH** diferencia-se do problema clássico de roteamento de veículos por considerar veículos com capacidades, custos e características operacionais distintas. Além de determinar a sequência de atendimento dos clientes, o modelo deve definir qual veículo será alocado a cada rota. (Lima *et al.*, 2020; Vieira *et al.*, 2022)

Por pertencer à classe dos problemas NP-difíceis, o número de soluções possíveis cresce rapidamente à medida que aumentam a quantidade de clientes, veículos e restrições. Consequentemente, a obtenção da solução ótima pode demandar elevado esforço computacional. Por esse motivo, diferentes métodos de resolução são utilizados na literatura, destacando-se os métodos heurísticos, metaheurísticos, híbridos e exatos. (Morelli; Reis, 2021; Vieira *et al.*, 2022)

2.4.1 Métodos heurísticos e metaheurísticos

As heurísticas procuram obter soluções viáveis de boa qualidade em reduzido tempo computacional, sem garantir que a solução encontrada seja a melhor possível. Entre as heurísticas construtivas, destaca-se o algoritmo de economias de Clarke e Wright, que combina rotas individuais sempre que essa união representa redução de distância ou custo (Li *et al.*, 2022; Petropoulos *et al.*, 2024). Também são utilizados métodos de inserção sequencial, nos quais os clientes são adicionados gradualmente às rotas de acordo com critérios como menor acréscimo de distância, tempo ou custo (Dutra; Ronconi; Junqueira, 2023).

As metaheurísticas ampliam a capacidade de exploração do espaço de soluções, utilizando mecanismos para evitar a permanência em ótimos locais. A *Iterated Local Search* (ILS), por exemplo, combina procedimentos de busca local com perturbações sucessivas da solução, permitindo explorar diferentes configurações de rotas. Aplicações da ILS ao **PRVFH** apresentaram resultados competitivos em curtos tempos de processamento, tornando essa abordagem adequada para instâncias de maior dimensão (Vieira *et al.*, 2022).

Outra abordagem relevante é a *Adaptive Large Neighborhood Search* (ALNS), que utiliza operadores de destruição e reconstrução das rotas. Parte dos clientes é removida da solução e posteriormente reinserida em novas posições, sendo os operadores ajustados conforme o desempenho obtido durante a busca. Essa característica favorece sua aplicação em problemas que envolvem frota heterogênea, capacidade, duração de rotas e janelas de tempo (Pereira; Alves-Junior; Baldo, 2024).

Também se destacam a Busca Tabu e a Busca por Vizinhança Variável. A primeira utiliza mecanismos de memória para impedir o retorno frequente a soluções já exploradas, enquanto a segunda alterna diferentes estruturas de vizinhança ao longo da busca (Molina *et al.*, 2020; Zhen *et al.*, 2020).

2.4.2 Abordagens híbridas

As abordagens híbridas, também denominadas *matheuristics*, combinam heurísticas ou metaheurísticas com modelos de programação matemática. Nessas abordagens, os métodos aproximados podem ser utilizados para gerar ou explorar soluções, enquanto os modelos exatos resolvem subproblemas específicos, como a seleção de rotas ou a alocação dos veículos (Schenekemberg *et al.*, 2024).

Essa combinação busca aproveitar a rapidez das heurísticas e o rigor dos métodos exatos. Uma heurística pode, por exemplo, gerar um conjunto inicial de rotas, enquanto um modelo de PLIM determina a combinação de menor custo entre elas ou realiza o refinamento de uma solução previamente encontrada (Dutra; Ronconi; Junqueira, 2023; Schenekemberg *et al.*, 2024).

2.4.3 Métodos exatos

Os métodos exatos são baseados em formulações matemáticas e buscam encontrar uma solução ótima, embora sua aplicação seja geralmente restrita a instâncias de tamanho moderado devido ao custo computacional (Li *et al.*, 2022).

O Branch-and-Bound divide o problema original em subproblemas menores, calculando limites para avaliar quais partes do espaço de soluções ainda podem produzir resultados melhores. O Branch-and-Cut complementa esse processo com a inclusão de planos de corte, que fortalecem a formulação e eliminam soluções fracionárias sem excluir soluções inteiras viáveis. Já o Branch-and-Price utiliza geração de colunas, sendo particularmente útil em problemas de roteamento nos quais o número de rotas possíveis é muito elevado (Bai *et al.*, 2023; Schenekemberg *et al.*, 2024).

A implementação dos modelos pode ser realizada por meio de linguagens de modelagem algébrica, como AMPL, GAMS e LINGO (Dutra; Ronconi; Junqueira, 2023; Moghdani *et al.*, 2021). Essas linguagens permitem representar conjuntos, parâmetros, variáveis, função objetivo e restrições de forma próxima à notação matemática, mantendo separados o modelo e os dados das instâncias.

A linguagem de modelagem AMPL traduz a formulação para um formato compatível com diferentes solvers. A resolução computacional é realizada por ferramentas como o IBM ILOG CPLEX e o Gurobi Optimizer, que implementam métodos de otimização, técnicas de pré-processamento, geração de cortes, heurísticas internas e processamento paralelo (Moghdani *et al.*, 2021; Morelli; Reis, 2021).

2.5 Trabalhos Relacionados

A aplicação de modelos de otimização ao [PRVFH](#) tem sido explorada na literatura por meio de métodos exatos, heurísticos, metaheurísticos e híbridos, evidenciando a versatilidade e relevância do problema em diferentes contextos reais.

Um dos trabalhos pioneiros no estudo do Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea ([PRVFH](#)) foi proposto por [Taillard \(1999\)](#). O autor propôs um método heurístico de geração de colunas combinado com solução exata via solver CPLEX para definir simultaneamente os roteiros e a atribuição dos tipos de veículos, considerando uma frota heterogênea com recursos limitados e levando em conta apenas custos variáveis por distância percorrida. Os testes foram realizados em instâncias geradas a partir dos problemas clássicos de [Golden *et al.* \(1984\)](#), com 50, 75 e 100 clientes. Os resultados mostraram que o método é robusto e eficiente, encontrando melhores soluções para os casos estudados. No entanto, o uso de solução exata na fase final de otimização pode limitar sua aplicação em instâncias de grande porte.

Um exemplo da aplicação do [PRVFH](#) no âmbito dos métodos exatos é o estudo realizado por [Dutra, Ronconi e Junqueira \(2023\)](#), onde foi desenvolvido um modelo de [PLIM](#) para o [HFFVRP](#) aplicado à rede de distribuição de uma empresa cimenteira brasileira, considerando frota heterogênea fixa, janelas de tempo, entregas fracionadas e limitações de acesso aos clientes. O modelo foi implementado no software CPLEX e os resultados demonstraram redução média de 24% no custo de transporte em comparação à operação real da empresa, o que mostra o potencial das abordagens exatas para instâncias de médio porte.

No campo dos métodos heurísticos, [Vieira *et al.* \(2022\)](#) apresentaram uma heurística [ILS](#) para a resolução do [PRVFH](#), obtendo melhorias de 23% em relação à solução inicial gerada pela heurística de Clarke e Wright, com tempos computacionais inferiores a sete segundos. Os resultados reforçam que, para instâncias de maior escala, métodos heurísticos representam uma alternativa eficiente quando o uso de métodos exatos se torna computacionalmente inviável.

Um estudo de caso do **Problema de Roteamento de Veículos Assimétrico com Frota Heterogênea Limitada (PRVAFHL)** foi realizado por Kramer, Subramanian e Penna (2015) em uma indústria de bebidas sediada na Paraíba. Os autores adaptaram a heurística *Iterated Local Search com Randomized Variable Neighborhood Descent (ILS-RVND)*, originalmente proposta por Penna, Subramanian e Ochi (2013), para lidar com as características do problema real, tais como distâncias assimétricas, frota heterogênea limitada, restrições de capacidade e limite de duração das rotas de 8 horas. As matrizes de distâncias e tempos foram obtidas por meio da API do Google Maps. Os testes foram conduzidos em sete instâncias reais da empresa, com número de clientes variando entre 108 e 341. Os resultados obtidos indicaram uma redução média de aproximadamente 14% na distância total percorrida em relação às soluções utilizadas pela empresa, além da diminuição no número de veículos em três das seis instâncias comparadas, demonstrando a eficácia da abordagem heurística para problemas de roteamento com frota heterogênea em ambientes reais.

No contexto do **Problema de Roteamento de Veículos Elétricos (EVRP)**, (Zuo *et al.*, 2017) propuseram um modelo de **PLIM** que aborda a heterogeneidade da frota, caracterizando os veículos por diferentes capacidades de carga (C_h) e limites de autonomia de bateria (L_h). O trabalho foca na superação da “ansiedade de autonomia” ao integrar a necessidade de paradas em estações de recarga durante o planejamento das rotas. Utilizando a linguagem **AMPL** e o solver CPLEX em instâncias adaptadas de Solomon, os autores validaram a viabilidade do modelo em minimizar a distância total percorrida, respeitando as restrições operacionais específicas de cada tipo de veículo na frota mista.

Rogério *et al.* (2025) propuseram um modelo de Programação Linear Inteira para o Problema de Roteirização de Viaturas no Centro de Análises de Sistemas Navais (CASNAV) da Marinha do Brasil. Os autores formularam o *Heterogeneous Fleet Dial-a-Ride Problem with Time Windows (HFDARPTW)* Multi-Trip, incorporando frota heterogênea, operações de coleta e entrega de passageiros, janelas de tempo e restrição de tempo máximo de permanência no veículo. O modelo foi implementado na linguagem **AMPL** e resolvido com o solver Gurobi, obtendo soluções exatas para instâncias de até dez pares coleta-entrega. Os resultados demonstraram que o modelo atende todas as restrições do problema real e pode proporcionar ganhos operacionais em comparação à roteirização empírica atualmente realizada.

Um modelo de Programação Linear Inteira Mista (**PLIM**) para o **Problema de Roteamento Aeroterrestre Intermodal de Cargas (HALRPPA)** foi proposto por Martinelli (2020), considerando linhas aéreas predeterminadas e frota própria heterogênea de caminhões e aeronaves, com possibilidade de transbordo. O modelo foi validado com demandas fictícias e aplicado ao planejamento real de um órgão governamental em três períodos distintos. Os resultados demonstraram reduções de custos entre 7% e 55% em comparação com as rotas efetivamente realizadas, concluindo que o modal aéreo deve ser utilizado apenas como atividade acessória (em conjunto com outras missões) ou para atender localidades remotas.

Um algoritmo exato baseado em Branch-Cut-and-Price foi desenvolvido por [Pessoa, Sadykov e Uchoa \(2018\)](#) para resolver o [PRVFH](#), abrangendo também casos com múltiplos depósitos e restrições por tipo de cliente. O método combina técnicas avançadas de geração de colunas com cortes de capacidade estendidos e cortes Rank-1 com memória limitada (adaptados para cada tipo de veículo), além de uma estratégia híbrida de enumeração de rotas e branching. Aplicado em diversas instâncias da literatura e em um novo conjunto de benchmarks proposto pelos autores, o algoritmo obteve soluções ótimas para muitos problemas com até 200 clientes, superando os métodos exatos anteriores tanto em quantidade de instâncias resolvidas quanto em tempo de processamento.

O método denominado *Adaptive Iterated Local Search (AILS)*, proposto por [Máximo, Cordeau e Nascimento \(2022\)](#) para o [PRVFH](#), é uma variação adaptativa da Busca Local Iterada *ILS* clássica, cujo principal diferencial está no ajuste dinâmico do controle de diversidade das soluções ao longo da busca, equilibrando a exploração de novas regiões do espaço de soluções com o aprofundamento nas regiões mais promissoras. A cada iteração, uma solução de referência é modificada e submetida a uma busca local baseada em movimentos de vértices e arestas, sendo aceita ou descartada conforme critérios adaptativos. O algoritmo foi validado em cinco variantes do [PRVFH](#) com frotas limitadas e ilimitadas, superando as metaheurísticas do estado da arte em 87% das instâncias de benchmark testadas.

O levantamento dos trabalhos apresentados no [Quadro 2](#) foi realizado por meio de uma revisão bibliográfica de caráter narrativo e não sistemático. Os estudos foram selecionados progressivamente, considerando sua aderência ao tema, sua relevância para a compreensão do Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e sua proximidade com o problema abordado neste trabalho. Também foram incluídas referências clássicas e consideradas fundamentais para a consolidação do [PRV](#) e do [PRVFH](#), além de estudos que apresentam diferentes métodos de resolução e aplicações práticas.

O [Quadro 2](#) reúne, para cada referência selecionada, o ano de publicação, os autores, o título do estudo, o método utilizado e seu objetivo principal, permitindo comparar as diferentes abordagens encontradas na literatura e compreender a evolução dos métodos de resolução aplicados ao problema, desde modelos matemáticos exatos até métodos aproximados utilizados em instâncias de maior complexidade.

Quadro 2 – Quadro-síntese do referencial teórico

Autor(es)	Ano	Título do artigo/trabalho	Método utilizado	Objetivo do estudo
Dantzig, G. B.; Ramser, J. H.	1959	The Truck Dispatching Problem	Base do Problema de Roteamento de Veículos	Introduzir o problema original de despacho de caminhões para minimizar custos operacionais.
Taillard, E. D.	1999	A heuristic column generation method for the heterogeneous fleet VRP	Heurística de Geração de Colunas e Busca Tabu	Resolver o PRVFH minimizando custos fixos e de viagem.
Belfiore, P. P.; Favero, L. P. L.	2006	Problema de Roteirização de Veículos com Frota Heterogênea: Revisão da Literatura	Revisão de literatura (Exatos, Heurísticos e Metaheurísticos)	Apresentar os principais métodos de solução para o PRVFH e suas extensões.
Baldacci, R.; Battarra, M.; Vigo, D.	2008	Routing a heterogeneous fleet of vehicles	Levantamento de algoritmos (<i>Survey</i>) e métodos exatos	Discutir modelos e abordagens exatas para o PRV com frota heterogênea.
Santos Ferreira, V. D.; Kramer, R. H. F. R.; Subramanian, A.; Penna, P. H. V.	2011	Um algoritmo híbrido para o problema de roteamento de veículos com frotas heterogêneas	Algoritmo Memético e <i>Vocabulary Building</i> (VB)	Resolver o PRVFH através de uma metaheurística híbrida com foco em frotas limitadas.
Santos Ferreira, V. D.; Kramer, R. H. F. R.; Subramanian, A.; Penna, P. H. V.	2016	Problema de roteamento de veículos assimétrico com frota heterogênea limitada: um estudo de caso em uma indústria de bebidas	Metaheurística ILS-RVND implementada em C++	Definir rotas de distribuição para reduzir custos totais em uma indústria de bebidas.
Pessoa, A.; Sadykov, R.; Uchoa, E.	2018	Enhanced Branch-Cut-and-Price algorithm for heterogeneous fleet vehicle routing problems	<i>Branch-Cut-and-Price</i> (BCP) e Solver CPLEX	Desenvolver um algoritmo exato aprimorado para variantes do PRVFH.

Quadro 2 – Quadro-síntese do referencial teórico

Autor(es)	Ano	Título do artigo/trabalho	Método utilizado	Objetivo do estudo
Lima, M. A. C.; Soares, R. H. H.; Reis, J. V. A.; Valim, M. C.	2019	Desenvolvimento de um modelo matemático do problema de roteamento de veículos com frota heterogênea	Modelagem matemática de Programação Linear e Gurobi	Minimizar custos logísticos de frete para frotas com capacidades distintas.
Zhen, L.; Ma, C.; Wang, K.; Xiao, L.; Zhang, W.	2020	Multi-depot multi-trip vehicle routing problem with time windows and release dates	Programação Linear Inteira Mista (PLIM)	Investigar o roteamento com múltiplos depósitos, viagens e janelas de tempo.
Ikeuti, A. K.; Martinelli, R.	2020	Roteamento do sistema de transporte intermodal de cargas	Programação Linear Inteira Mista (PLIM) e Solver Gurobi	Solucionar um problema de roteamento aeroterrestre com frota própria e heterogênea.
Morelli, L. C. P.; Reis, J. V. A.	2021	Implementação de métodos para a resolução do problema de roteamento de veículos com frota homogênea	Solver Gurobi e Metaheurísticas VNS e ILS	Minimizar custos de frete operando com veículos de capacidades distintas.
Batista, R. L.; Uhlmann, I. R.	2022	Problema de Roteamento de Veículo e suas Variantes: uma Revisão Sistemática de Literatura	Revisão sistemática de literatura (Metodologia ProKnow-C)	Analisar o estado da arte e tendências metodológicas no contexto da distribuição.
Máximo, V. R.; Cordeau, J. F.; Nascimento, M. C. V.	2022	An adaptive iterated local search heuristic for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem	<i>Adaptive Iterated Local Search</i> (AILS)	Resolver cinco variantes do PRVFH com frota limitada e ilimitada.
Vieira, N. H.; Cota, F. R.; Júnior, A. C. G.; Gomes, H. C.; Fortes, A.	2022	Uma heurística ILS para a resolução do problema de roteamento de veículos com frota heterogênea	Metaheurística <i>Iterated Local Search</i> (ILS) e Clarke-Wright	Determinar rotas eficientes observando a capacidade de carga dos veículos.

Quadro 2 – Quadro-síntese do referencial teórico

Autor(es)	Ano	Título do artigo/trabalho	Método utilizado	Objetivo do estudo
Muzulon, N. Z.; Ferrari, G. N.; Turra, A. E. et al.	2022	Proposal of a method for routing school buses in a small-sized county	Gurobi e Linguagem Python	Designar rotas de ônibus escolares visando minimizar a distância total.
Schenekemberg, C. M. et al.	2022	A Three-Front Parallel Branch-and-Cut Algorithm for Production and Inventory Routing Problems	Parallel Branch-and-Cut	Propor algoritmo paralelo para problemas de roteamento de inventário e produção.
Dutra, Q. F. S.	2023	Problema de roteirização de veículos com frota heterogênea fixa, janelas de tempo, entregas fracionadas e limitações de acesso	Programação Linear Inteira Mista (PLIM), Heurística de inserção e CPLEX	Otimizar a rede de distribuição de uma indústria cimenteira com restrições reais.
Petropoulos, F.; Laporte, G. et al.	2024	Operational Research: methods and applications	Revisão de métodos em Pesquisa Operacional	Apresentar aplicações modernas da PO, incluindo roteamento de veículos.
Alves-Junior, O. C. et al.	2024	An Approach to Solve the Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem With Time Window Based on ALNS Meta-Heuristic	Metaheurística <i>Adaptive Large Neighborhood Search</i> (ALNS)	Minimizar custos operacionais em frotas heterogêneas com janelas de tempo.
Souza, R. S.	2025	Um olhar sobre a complexidade de Resolução do Problema de Roteamento de Veículos	Algoritmo Genético	Apresentar prova conceitual via Algoritmo Genético para a complexidade do PRV.
Rogério, C. R. V.	2025	Modelo de Otimização para o Problema de Roteirização de Viaturas na Marinha do Brasil	Programação Linear Inteira (PLI), AMPL e Solver Gurobi	Desenvolver modelo para transporte de passageiros (HFDARPTW Multi-Trip).

Quadro 2 – Quadro-síntese do referencial teórico

Autor(es)	Ano	Título do artigo/trabalho	Método utilizado	Objetivo do estudo
Koloch, G.	2025	Postal optimization by three metaheuristics- a case study	Metaheurísticas <i>Simulated Annealing</i> , Busca Tabu e Algoritmo Genético	Otimizar serviços postais através de estudo de caso com metaheurísticas.

Fonte: Autores (2026).

A partir do quadro apresentado, observa-se que os estudos sobre roteamento de veículos evoluíram de formulações clássicas voltadas à minimização de custos e distâncias para modelos mais complexos, capazes de representar características operacionais reais, como frotas heterogêneas, janelas de tempo, múltiplas viagens, restrições de capacidade, custos distintos por tipo de veículo e limitações de acesso. Os trabalhos iniciais, como o de [Dantzig e Ramser \(1959\)](#), contribuíram para a estruturação do Problema de Roteamento de Veículos, enquanto estudos posteriores ampliaram essa formulação para cenários mais próximos da realidade operacional das empresas.

3 Metodologia

3.1 Classificação Metodológica da Pesquisa

Segundo [Arenales et al. \(2007\)](#) a Pesquisa Operacional constitui-se como um método científico de apoio à tomada de decisão, voltado ao planejamento e à operação de sistemas que envolvem a alocação de recursos limitados. Nesse contexto, quanto à sua natureza, a presente pesquisa caracteriza-se como aplicada, uma vez que utiliza conceitos e técnicas da Pesquisa Operacional para analisar e propor melhorias para um problema real de roteamento enfrentado por uma transportadora de médio porte localizada em Minas Gerais. De acordo com [Thiollent \(2025\)](#), a pesquisa aplicada direciona seus esforços para questões práticas vivenciadas por organizações e grupos sociais, tendo como objetivo central a construção de diagnósticos e a proposição de soluções que atendam às necessidades específicas desses atores.

Quanto aos objetivos, o estudo caracteriza-se como uma pesquisa empírica normativa, uma vez que visa o desenvolvimento de políticas e estratégias que promovam a melhoria da situação corrente da organização estudada. Segundo [Miguel et al. \(2010\)](#), essa abordagem diferencia-se da pesquisa descritiva por basear-se em modelos que prescrevem uma decisão para o problema, utilizando-se frequentemente de modelos de otimização ou programação matemática.

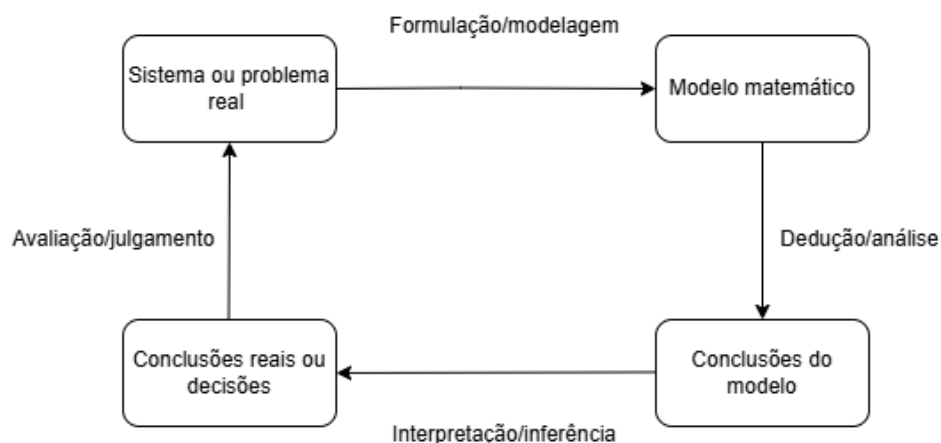
No contexto deste trabalho, a aplicação do modelo de [PLIM](#) busca determinar a melhor configuração de rotas para a frota heterogênea da transportadora, focando na utilidade e no desempenho da solução gerada frente ao cenário real. Como característica da pesquisa empírica, o estudo preocupa-se em assegurar a adesão entre as observações da realidade e o modelo elaborado, garantindo que as premissas e restrições consideradas reflitam o processo operacional em análise.

O presente estudo tem como abordagem a pesquisa quantitativa, uma vez que se baseia na análise de dados numéricos relacionados às demandas de entrega, distâncias entre pontos, capacidades dos veículos e custos operacionais. Essas informações coletadas foram utilizadas como dados de entrada para a formulação e a resolução do problema. De acordo com [Miguel et al. \(2010\)](#), a abordagem quantitativa fundamenta-se no uso de modelos abstratos descritos em linguagem matemática e computacional, que utilizam técnicas analíticas para calcular valores numéricos das propriedades do sistema.

No que se refere aos procedimentos técnicos, a pesquisa adotará o método de modelagem. Segundo [Mello e Turrioni \(2007\)](#), essa técnica consiste em modelar evento real com o intuito de observar seu comportamento diante de modificações específicas. No contexto da transportadora estudada, a modelagem matemática e a experimentação computacional permitem representar o sistema real por meio de conjuntos, parâmetros, variáveis de decisão, função objetivo e restrições, sendo posteriormente resolvido e testado em diferentes cenários operacionais. Conforme detalhado por [Miguel et al. \(2010\)](#), a construção de um modelo de Pesquisa Operacional envolve um processo de abstração em dois níveis: primeiro, o sistema real é convertido em um modelo conceitual, selecionando-se as variáveis críticas; em seguida, esse conceito é traduzido em um modelo matemático analítico, onde as relações do sistema são expressas por funções matemáticas.

Para o desenvolvimento desta pesquisa, foi utilizada a abordagem de modelagem proposta por [Arenales et al. \(2007\)](#) na Figura 2. Esta escolha justifica-se pela necessidade de transformar um problema real em um modelo estruturado que permita a análise e a tomada de decisão fundamentada.

Figura 2 – Processo de Modelagem



Fonte: adaptado de [Arenales et al. \(2007\)](#).

O diagrama estabelece quatro fases fundamentais para a condução desta pesquisa empírica normativa:

- **Formulação (Modelagem):** É o ponto em que se realiza a abstração do sistema real da transportadora, selecionando as variáveis de interesse (como custos e capacidades) e definindo as relações causais matemáticas que descrevem o comportamento do problema de roteamento.
- **Dedução (Análise):** Nesta etapa, utilizam-se técnicas matemáticas e tecnologia computacional como *solvers* de otimização para resolver o modelo e visualizar as conclusões e decisões sugeridas pela lógica matemática.

- **Interpretação (Inferência):** Consiste em analisar se as soluções numéricas obtidas pelo modelo possuem significado e relevância suficientes para serem traduzidas em decisões aplicáveis à realidade da transportadora mineira.
- **Avaliação (Julgamento):** Caso os resultados inferidos não se mostrem adequados ou as premissas iniciais sejam invalidadas empiricamente, o ciclo exige uma revisão do escopo e da modelagem, garantindo a constante busca pela adesão entre o modelo e a realidade.

3.2 Caracterização do Problema

A empresa objeto deste estudo é uma transportadora de médio porte, localizada no município de João Monlevade, Minas Gerais, responsável pela distribuição de pneus e lubrificantes comercializados por uma empresa atacadista. A operação é realizada a partir de um único **Centro de Distribuição (CD)**, representado no modelo pelo *Nó 0*, de onde os veículos partem para realizar as entregas e ao qual retornam ao final das rotas.

A transportadora atende municípios distribuídos por diferentes regiões de Minas Gerais, entre elas o Médio Piracicaba, a Região Metropolitana de Belo Horizonte, o Vale do Rio Doce, o Vale do Jequitinhonha e a Zona da Mata. Em razão da dispersão geográfica dos clientes, as entregas são organizadas em rotas regionais independentes, planejadas semanalmente pela equipe operacional.

O processo de roteirização é realizado predominantemente com base no conhecimento da gerente, dos demais integrantes da equipe operacional e dos motoristas. Como apoio ao planejamento, é utilizada uma planilha contendo as ordens de entrega organizadas por município. Embora a empresa disponha de sistemas para o acompanhamento da operação, a definição da sequência de atendimento das cidades, a distribuição das cargas entre os veículos e a escolha dos caminhões ainda são realizadas manualmente.

De modo geral, a empresa tende a utilizar caminhões de maior porte nas rotas consideradas mais longas e veículos menores nas rotas de menor distância. Entretanto, essa escolha não é realizada por meio de uma análise conjunta das demandas, capacidades, custos por quilômetro e tempos de deslocamento. Dessa forma, o problema estudado consiste em definir a sequência de atendimento dos municípios e os veículos a serem alocados às rotas, com o objetivo de minimizar o custo variável de transporte, respeitando as condições operacionais da empresa.

A empresa possui uma frota própria composta por dez caminhões de grande porte e oito caminhões de pequeno porte. Contudo, os veículos atendem simultaneamente diferentes regiões de Minas Gerais, de modo que nem toda a frota se encontra disponível para uma única programação de entregas. Nos períodos analisados, os demais caminhões estavam alocados a outras regiões atendidas pela transportadora. Assim, para os cenários considerados neste estudo, a frota operacionalmente disponível foi composta por dois caminhões pequenos e dois caminhões grandes.

Os veículos pequenos apresentam capacidade operacional de 5.500 kg, enquanto os veículos grandes possuem capacidade de 7.500 kg. Esses valores correspondem aos limites de carga adotados pela transportadora no planejamento de suas operações. Cada veículo disponibilizado ao modelo pode ser utilizado ou permanecer inativo, dependendo da necessidade de atendimento das demandas e do custo associado à solução.

Para a representação matemática do problema, as entregas foram agregadas por município. Desse modo, todos os clientes localizados em uma mesma cidade foram reunidos em um único nó, cuja demanda corresponde ao somatório dos pesos registrados nas ordens de entrega destinadas ao município. Portanto, cada município atendido representa um nó distinto no modelo, além do depósito de origem e do depósito fictício de retorno.

As demandas foram consideradas determinísticas e expressas em quilogramas. Embora os pneus e lubrificantes apresentem características volumétricas relevantes, a capacidade volumétrica não foi incorporada ao modelo, uma vez que a empresa não dispõe de registros confiáveis sobre as dimensões e o volume ocupado pelos diferentes produtos. Por esse motivo, tanto as demandas quanto as capacidades dos veículos foram representadas exclusivamente em termos de massa transportada.

Para representar diferentes características da operação, foram selecionadas três cenários reais:

1. **Belo Horizonte e entorno:** composto por 14 municípios localizados principalmente na Região Metropolitana de Belo Horizonte, no Oeste de Minas e na região Central Mineira;
2. **Itabira, Guanhães e Itamarandiba:** composto por 14 municípios distribuídos entre o Médio Piracicaba, o Vale do Rio Doce e o Vale do Jequitinhonha, caracterizando uma operação de longa distância e elevada dispersão geográfica;
3. **Manhuaçu e Zona da Mata:** composto por 26 municípios, constituindo o cenário com maior quantidade de nós de atendimento e, conseqüentemente, maior número de possibilidades de roteamento.

Os três cenários foram analisados separadamente, mantendo-se a lógica de regionalização utilizada pela transportadora. Essa delimitação permitiu comparar as soluções geradas pelo modelo com as rotas efetivamente planejadas pela equipe operacional, considerando diferentes demandas, distâncias, quantidades de municípios e condições de circulação.

Além dos três cenários reais, o modelo foi posteriormente avaliado em dez cenários simulados de demanda, construídos a partir dos dados da região de Manhuaçu e Zona da Mata. Esses testes tiveram como finalidade analisar o comportamento da formulação diante de diferentes níveis de demanda, mantendo constantes a estrutura dos nós, a frota disponível, as capacidades, os custos e as demais condições operacionais.

3.2.1 Restrições Operacionais

Para aproximar a formulação matemática das condições reais da transportadora, foram consideradas restrições relacionadas à capacidade dos veículos, à duração das rotas, às condições de circulação e à quantidade de municípios atendidos por veículo. Essas condições foram definidas com base nos dados fornecidos pela empresa e nas práticas adotadas pela equipe operacional.

A primeira restrição refere-se à capacidade de carga. Cada caminhão deve atender a um conjunto de municípios cuja demanda total não ultrapasse sua capacidade operacional. Foram considerados veículos pequenos com capacidade de 5.500 kg e veículos grandes com capacidade de 7.500 kg. Esses valores correspondem aos limites de carga utilizados pela transportadora em seu planejamento, de modo que a soma das demandas alocadas a uma rota deve permanecer dentro da capacidade do veículo designado.

Para o cenário de Belo Horizonte e entorno, adotou-se como premissa operacional a utilização exclusiva de caminhões pequenos. Essa decisão representa as limitações de circulação de veículos de maior porte em determinadas áreas urbanas e a prática atualmente adotada pela transportadora. Dessa forma, os veículos grandes foram mantidos indisponíveis para o atendimento dos municípios pertencentes a esse cenário.

No cenário de Manhuaçu e Zona da Mata, foi incluído o limite máximo de 14 municípios atendidos por veículo. A restrição foi incorporada após a análise de uma solução preliminar, na qual um único caminhão atendia uma quantidade elevada de cidades. Embora essa solução respeitasse os limites de capacidade e duração, sua execução poderia apresentar dificuldades relacionadas à quantidade de paradas, organização das entregas e carga de trabalho do motorista. O limite estabelecido buscou, portanto, aumentar a aderência das rotas à realidade operacional da empresa.

A mesma restrição de até 14 municípios por veículo foi mantida nos dez cenários simulados, uma vez que esses experimentos foram construídos a partir da estrutura do cenário de Manhuaçu e Zona da Mata. Dessa forma, as diferenças entre os cenários simulados decorreram das alterações nas demandas, enquanto os municípios, as distâncias, os tempos, a frota e as condições operacionais permaneceram constantes.

Em todos os cenários, os veículos iniciam suas rotas no Centro de Distribuição e retornam ao mesmo local após a conclusão das entregas. Para os experimentos, foram disponibilizados dois caminhões pequenos e dois caminhões grandes. Embora a empresa possua uma frota total de dez veículos grandes e oito pequenos, os demais caminhões estavam simultaneamente alocados ao atendimento de outras regiões. Portanto, os quatro veículos considerados representam a frota efetivamente disponível para as operações analisadas, e não a totalidade dos veículos pertencentes à empresa.

O modelo não foi obrigado a utilizar todos os caminhões disponibilizados. Um veículo poderia permanecer inativo quando sua utilização não fosse necessária para atender às demandas ou não proporcionasse redução do custo da solução. Dessa forma, o modelo também determinou a quantidade e o tipo de veículos mais adequados para cada cenário.

3.3 Coleta de Dados

Os dados utilizados neste trabalho foram coletados junto à transportadora estudada, a partir de fontes internas da empresa e de bases externas de apoio ao cálculo das distâncias e tempo de deslocamento. A coleta teve como objetivo reunir as informações necessárias para representar matematicamente o processo de distribuição, considerando demandas, cidades atendidas, características da frota, custos operacionais e sequenciamento das rotas atualmente praticadas.

As informações referentes às entregas foram extraídas do sistema ERP TOTVS, por meio dos relatórios de protocolos de viagens e ordens de entrega. Esses relatórios permitiram identificar os municípios atendidos, as demandas transportadas e a organização das cargas por rota. Além disso, foi utilizada a planilha interna de rotas da empresa, elaborada pela equipe operacional com o auxílio dos motoristas, a qual contém a ordem de atendimento das cidades atualmente utilizada no planejamento empírico da transportadora.

Para o tratamento das demandas, todas as entregas destinadas a um mesmo município foram agrupadas. A demanda de cada cidade foi calculada pelo somatório, em quilogramas, dos pesos das ordens de entrega destinadas aos clientes localizados naquele município. Assim, os pneus e lubrificantes não foram diferenciados por modelo, dimensão ou volume ocupado, sendo considerados apenas os seus pesos registrados no sistema da empresa.

Cada município foi representado por um nó no modelo matemático. Portanto, um cenário formado por 14 municípios possui 14 nós de atendimento, além dos nós utilizados para representar o Centro de Distribuição. Essa agregação foi adotada para reduzir a complexidade computacional e manter coerência com a forma de planejamento da empresa, realizada predominantemente em nível municipal.

As distâncias rodoviárias e os tempos de deslocamento entre os municípios foram obtidos com o auxílio do *Open Source Routing Machine (OSRM)*, ferramenta baseada em dados do OpenStreetMap. Para cada cenário, foi construída uma matriz contendo as distâncias e os tempos entre todos os pares de nós, incluindo o depósito e os municípios atendidos. Essas matrizes foram utilizadas como parâmetros de entrada no modelo.

Também foram coletadas informações relacionadas à frota da transportadora. A empresa possui dez caminhões grandes e oito caminhões pequenos, todos do tipo toco, com dois eixos e capacidades distintas. Entretanto, como os veículos são utilizados simultaneamente no atendimento de diferentes regiões, dois caminhões grandes e dois pequenos foram disponibilizados para os cenários analisados. Os demais permaneciam alocados a outras operações da transportadora.

Os caminhões pequenos apresentam capacidade operacional de 5.500 kg, enquanto os caminhões grandes possuem capacidade de 7.500 kg. Para os experimentos, foram disponibilizados ao modelo os veículos P01, P02, G01 e G02. O modelo poderia selecionar os veículos necessários para o atendimento das demandas ou mantê-los inativos quando sua utilização não fosse necessária.

Os custos por quilômetro considerados no modelo foram fornecidos pelo coordenador de frota da operação. Esses valores são obtidos pela empresa com base nos registros da contabilidade e no rateio dos custos relacionados à operação da frota, resultando em um custo médio para cada categoria de veículo. Assim, foram adotados os valores de R\$ 5,50 por quilômetro para os caminhões grandes e de R\$ 4,15 por quilômetro para os caminhões pequenos.

A Tabela 1 apresenta as características dos veículos utilizados nos experimentos.

Tabela 1 – Classificação, configuração, capacidade e custo dos caminhões utilizados

Tipo de Caminhão	Configuração	Nº de Eixos	Capacidade	Custo por Km (R\$)
Grande	Toco	2	7500	5,50
Pequeno	Toco	2	5500	4,15

Fonte: Autores (2026).

Foram definidos três cenários reais, correspondentes às regiões de Belo Horizonte e entorno, Itabira/Guanhães/Itamarandiba e Manhuaçu/Zona da Mata. Os cenários apresentam diferenças quanto à quantidade de municípios atendidos, à demanda total, à dispersão geográfica e às restrições operacionais, permitindo avaliar o modelo em operações com características distintas.

A Tabela 2 apresenta a caracterização geral dos cenários utilizados nos experimentos computacionais.

Tabela 2 – Caracterização geral dos cenários estudados

Cenário	Região atendida	Nº de cidades	Demanda total (kg)
Cenário real 1	Belo Horizonte e entorno	14	6.982,05
Cenário real 2	Itabira, Guanhões e Itamarandiba	14	9.768,50
Cenário real 3	Manhuaçu e Zona da Mata	26	7.379,63

Fonte: Autores (2026).

Observa-se que os cenários possuem características distintas. O cenário de Itabira, Guanhões e Itamarandiba apresenta a maior demanda total, com 9.768,50 kg distribuídos entre 14 municípios. Já o cenário de Manhuaçu e Zona da Mata possui a maior quantidade de municípios atendidos, totalizando 26 pontos de entrega, o que aumenta o número de possibilidades de roteamento e, consequentemente, a complexidade computacional.

3.3.1 Geração dos cenários simulados

Além dos três cenários reais, foram elaborados dez cenários simulados com o objetivo de avaliar o comportamento do modelo diante de diferentes níveis de demanda. Para a construção desses cenários, foi utilizada como base a estrutura do cenário real de Manhuaçu e Zona da Mata, por apresentar a maior quantidade de municípios atendidos e, consequentemente, maior complexidade de roteamento.

Nos dez cenários simulados, foram mantidos os mesmos 26 municípios, as matrizes de distâncias e tempos de deslocamento, a frota disponível, as capacidades dos veículos, os custos por quilômetro e as restrições operacionais. Dessa forma, apenas as demandas dos municípios foram modificadas, permitindo observar o efeito dessa variável sobre as soluções geradas.

Inicialmente, as demandas reais de cada município foram multiplicadas por fatores globais entre 0,80 e 1,70, representando diferentes níveis de demanda. Em seguida, foi aplicada individualmente uma variação aleatória entre -10% e $+10\%$ à demanda de cada município, com o objetivo de evitar que todas as demandas variassem exatamente na mesma proporção. Os valores sorteados foram mantidos fixos durante os experimentos, garantindo que todos os testes pudessem ser repetidos com os mesmos dados de entrada.

Os cenários foram classificados em três grupos: demanda baixa, demanda intermediária e demanda elevada. Os cenários C01, C02 e C03 foram classificados como demanda baixa; os cenários C04, C05, C06 e C07 como demanda intermediária; e os cenários C08, C09 e C10 como demanda elevada.

A Tabela 3 apresenta a caracterização das demandas utilizadas nos dez cenários simulados.

Tabela 3 – Caracterização dos cenários simulados de demanda

Cenário	Classificação	Fator global	Demanda total (kg)
C01	Baixa	0,80	5.961,27
C02	Baixa	0,90	6.761,61
C03	Baixa	1,00	7.247,03
C04	Intermediária	1,10	8.306,53
C05	Intermediária	1,20	8.616,55
C06	Intermediária	1,30	9.803,88
C07	Intermediária	1,40	10.116,13
C08	Elevada	1,50	11.218,35
C09	Elevada	1,60	11.915,09
C10	Elevada	1,70	12.343,58

Fonte: Autores (2026).

A geração de diferentes níveis de demanda permitiu avaliar alterações na composição da frota selecionada, no custo total, na distância percorrida e na dificuldade computacional do problema.

Por fim, os dados coletados e gerados foram organizados em planilhas eletrônicas e posteriormente convertidos para o formato de entrada da linguagem AMPL. A resolução dos modelos foi realizada por meio do *solver* IBM ILOG CPLEX.

3.4 Modelagem Matemática do Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea

A modelagem matemática adotada neste trabalho foi adaptada a partir da formulação do PRV clássico proposto por Arenales *et al.* (2007) e do modelo do PRVFH proposto por Souza (2025), apresentado na Subseção 2.3.2, considerando as características operacionais da transportadora estudada. O problema consiste em determinar as rotas a serem realizadas por uma frota fixa e heterogênea de veículos, de modo que todos os municípios sejam atendidos uma única vez, respeitando as restrições de capacidade e as demais condições operacionais da empresa, com o objetivo de minimizar o custo total de transporte.

A formulação considera um grafo direcionado $G = (N, A)$, em que N representa o conjunto de nós e A o conjunto de arcos possíveis entre esses nós. O conjunto de nós é composto pelo depósito de origem, representado pelo nó 0, pelo conjunto de clientes ou municípios $C = \{1, 2, \dots, n\}$ e por um depósito fictício de retorno, representado pelo nó $n + 1$. Assim, tem-se $N = \{0\} \cup C \cup \{n + 1\}$. Na prática, os nós 0 e $n + 1$ representam o mesmo CD, entretanto, são tratados separadamente na formulação para facilitar a representação do fluxo das rotas.

Os conjuntos, parâmetros e variável de decisão utilizados no modelo são apresentados a seguir.

Conjuntos:

- C : conjunto de clientes ou municípios a serem atendidos;
- K : conjunto de veículos disponíveis na frota;
- K^G : subconjunto de veículos grandes pertencentes à frota;
- B : subconjunto de clientes ou municípios com restrição de atendimento por tipo de veículo;
- N : conjunto total de nós, composto pelo depósito de origem, clientes e depósito fictício de retorno;
- A : conjunto de arcos possíveis entre os nós do problema;
- S : subconjunto de clientes utilizado na restrição de eliminação de subrotas.

Parâmetros:

- d_i : demanda do cliente ou município i , em quilogramas;
- Q_k : capacidade máxima de carga do veículo k , em quilogramas;
- dist_{ij} : distância rodoviária entre os nós i e j , em quilômetros;
- t_{ij} : tempo de deslocamento entre os nós i e j , em minutos;
- c_k : custo operacional por quilômetro percorrido pelo veículo k ;
- D : tempo máximo permitido para a rota de cada veículo;
- L_k : número máximo de clientes ou municípios que podem ser atendidos pelo veículo k ;
- n : número total de clientes ou municípios considerados no cenário.

Variável de decisão:

A variável de decisão do modelo é binária e definida por:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ percorre o arco } (i, j), \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Os índices i e j são utilizados para representar, respectivamente, os nós de origem e destino de cada arco, enquanto o índice h representa um cliente ou município genérico pertencente ao conjunto C , sendo utilizado nas restrições de fluxo, atendimento e capacidade.

O modelo matemático proposto é apresentado a seguir:

$$\min Z = \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} c_k \cdot \text{dist}_{ij} \cdot x_{ijk} \quad (3.1)$$

sujeito a:

$$\sum_{j \in CU\{n+1\}} x_{0jk} = 1, \quad \forall k \in K \quad (3.2)$$

$$\sum_{i \in \{0\} \cup C} x_{i,n+1,k} = 1, \quad \forall k \in K \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in \{0\} \cup C} x_{ihk} - \sum_{j \in CU\{n+1\}} x_{hjk} = 0, \quad \forall h \in C, \forall k \in K \quad (3.4)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in CU\{n+1\}} x_{hjk} = 1, \quad \forall h \in C \quad (3.5)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq C, 2 \leq |S| \leq n, \forall k \in K \quad (3.6)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} t_{ij} \cdot x_{ijk} \leq D, \quad \forall k \in K \quad (3.7)$$

$$\sum_{h \in C} d_h \sum_{j \in CU\{n+1\}} x_{hjk} \leq Q_k, \quad \forall k \in K \quad (3.8)$$

$$\sum_{j \in CU\{n+1\}} x_{ijk} = 0, \quad \forall i \in B, \forall k \in K^G \quad (3.9)$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{j \in CU\{n+1\}} x_{ijk} \leq L_k, \quad \forall k \in K \quad (3.10)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in A, \forall k \in K \quad (3.11)$$

A Equação 3.1 representa a função objetivo do modelo, que minimiza o custo total das rotas. Esse custo é calculado pela multiplicação entre o custo por quilômetro de cada veículo, a distância percorrida em cada arco e a variável binária que indica se o arco foi utilizado pelo veículo. Como a frota é heterogênea, o custo por quilômetro varia conforme o tipo de caminhão utilizado.

As Equações 3.2 e 3.3 garantem, respectivamente, que cada veículo saia do depósito de origem e retorne ao depósito fictício final. Caso determinado veículo não seja utilizado na solução, essa condição é representada pelo deslocamento direto do nó 0 para o nó $n + 1$.

A Equação 3.4 assegura a continuidade das rotas, fazendo com que todo veículo que chega a um cliente também saia dele. Dessa forma, evita-se que uma rota seja interrompida em algum município atendido. A Equação 3.5 garante que cada cliente ou município seja atendido exatamente uma vez por um único veículo, impedindo tanto a ausência de atendimento quanto a duplicidade de visitas.

A Equação 3.6 corresponde à restrição de eliminação de subrotas, impedindo a formação de ciclos isolados entre clientes sem conexão com o depósito. A Equação 3.7 limita o tempo total de deslocamento de cada veículo ao tempo máximo permitido para a rota, enquanto a Equação 3.8 restringe a carga transportada à capacidade máxima do veículo.

A Equação 3.9 representa uma restrição operacional específica aplicada aos clientes ou regiões que devem ser atendidos apenas por caminhões pequenos. Para isso, os veículos pertencentes ao conjunto K^G , correspondente aos caminhões grandes, são impedidos de atender os clientes pertencentes ao conjunto B .

A Equação 3.10 limita a quantidade máxima de clientes ou municípios atendidos por cada veículo. Essa restrição foi incorporada para evitar soluções matematicamente viáveis, mas pouco aderentes à prática operacional, nas quais um único veículo poderia atender uma quantidade excessiva de cidades em uma mesma rota.

Por fim, a Equação 3.11 define o domínio da variável de decisão, estabelecendo que x_{ijk} deve assumir apenas os valores 0 ou 1. Dessa forma, o modelo representa o problema de roteamento da transportadora considerando frota fixa heterogênea, custos distintos por tipo de veículo, demandas agregadas por município, restrições de capacidade, limite de tempo, atendimento único dos clientes, eliminação de subrotas e condições operacionais específicas.

4 Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos a partir da aplicação do modelo matemático proposto. Inicialmente, apresenta-se a validação da formulação por meio de uma instância-teste de pequena dimensão. Em seguida, são analisados os resultados dos dez cenários simulados de demanda e, posteriormente, os resultados dos três cenários reais representativos da operação da transportadora.

O modelo foi implementado em linguagem AMPL e resolvido por meio do *solver* IBM ILOG CPLEX. As execuções computacionais foram realizadas no ambiente Google Colab, utilizando uma sessão com sistema operacional Linux, processador Intel(R) Xeon(R) CPU @ 2,20 GHz, duas CPUs disponíveis e 12,67 GB de memória RAM.

4.1 Validação da formulação por meio de uma instância-teste

Antes da aplicação do modelo aos cenários reais, foi realizada uma validação preliminar por meio de uma instância reduzida. O objetivo desse teste foi verificar se a adaptação computacional da formulação do [PRVFH](#) estava coerente com a lógica do modelo matemático, especialmente em relação ao atendimento único dos clientes, à conservação de fluxo, à capacidade dos veículos, à escolha entre veículos heterogêneos e à possibilidade de não utilização de veículos excedentes.

A instância-teste foi composta por quatro clientes, um depósito de origem, um depósito fictício de retorno e quatro veículos disponíveis, sendo dois veículos grandes e dois veículos pequenos. O depósito de origem foi representado pelo nó 0, enquanto o depósito fictício de retorno foi representado pelo nó 5. Esse artifício permite representar o retorno ao depósito original e, ao mesmo tempo, possibilita que veículos não utilizados realizem o arco direto de 0 para 5, com distância e custo nulos.

Foram considerados dois caminhões grandes, com capacidade de 7.500 kg e custo de R\$ 5,50 por quilômetro, e dois caminhões pequenos, com capacidade de 5.500 kg e custo de R\$ 4,15 por quilômetro. As demandas dos clientes foram definidas de forma controlada para testar a restrição de capacidade. O cliente 1 recebeu uma demanda de 6.000 kg, superior à capacidade dos veículos pequenos, forçando sua alocação a um caminhão grande. Os clientes 2, 3 e 4, por sua vez, apresentaram demandas de 2.000 kg, 2.000 kg e 1.000 kg, respectivamente, totalizando 5.000 kg, valor compatível com a capacidade de um veículo pequeno conforme apresentado na Tabela 4.

Para essa instância reduzida, o CPLEX encontrou a solução ótima em 0,03 segundos, com valor da função objetivo igual a R\$ 317,50. A solução obtida é apresentada na Tabela 5.

Tabela 4 – Demandas consideradas na instância-teste

	Cliente	Descrição	Demanda
1		Cliente grande	6.000 kg
2		Cliente A	2.000 kg
3		Cliente B	2.000 kg
4		Cliente C	1.000 kg

Fonte: Autores (2026).

Tabela 5 – Resultado obtido para a instância-teste

Veículo	Rota	Distância	Carga	Tempo	Custo
G01	0 → 1 → 5	20,00 km	6.000,00 kg	20 min	R\$ 110,00
G02	0 → 5	0,00 km	0,00 kg	0 min	R\$ 0,00
P01	0 → 5	0,00 km	0,00 kg	0 min	R\$ 0,00
P02	0 → 2 → 3 → 4 → 5	50,00 km	5.000,00 kg	50 min	R\$ 207,50
Total	—	70,00 km	11.000,00 kg	70 min	R\$ 317,50

Fonte: Autores (2026).

O resultado obtido confirma o comportamento esperado do modelo. O cliente 1, cuja demanda era de 6.000 kg, foi atendido pelo caminhão grande G01, uma vez que sua carga excedia a capacidade dos veículos pequenos. Já os clientes 2, 3 e 4 foram agrupados em uma única rota realizada pelo caminhão pequeno P02, com carga total de 5.000 kg, respeitando a capacidade máxima de 5.500 kg desse tipo de veículo.

O valor da função objetivo foi calculado a partir da multiplicação entre a distância percorrida e o custo por quilômetro de cada veículo utilizado. Para o veículo G01, a distância total percorrida foi de 20 km, com custo unitário de R\$ 5,50 por quilômetro, resultando em R\$ 110,00. Para o veículo P02, a distância total percorrida foi de 50 km, com custo unitário de R\$ 4,15 por quilômetro, resultando em R\$ 207,50. Dessa forma, o custo total da solução foi de R\$ 317,50, valor que coincide com o resultado retornado pelo CPLEX.

Além disso, observa-se que os veículos G02 e P01 não foram utilizados, realizando apenas o arco direto de 0 para 5, com distância, tempo, carga e custo iguais a zero. Esse comportamento é coerente com a formulação adotada, pois o modelo deve permitir que apenas os veículos necessários sejam utilizados, evitando custos adicionais desnecessários.

Portanto, a instância-teste permitiu validar a adaptação do modelo antes de sua aplicação aos cenários reais. O resultado confirmou que a formulação implementada respeita as principais restrições do PRVFH, incluindo a capacidade heterogênea dos veículos, o atendimento único dos clientes, a continuidade das rotas, a eliminação de rotas desconectadas e a escolha adequada do tipo de veículo em função da demanda atendida.

4.2 Resultados dos cenários simulados de demanda

Após a validação da formulação, o modelo foi aplicado aos dez cenários simulados de demanda apresentados na Seção 3.3.1. Os experimentos foram construídos a partir da estrutura do cenário real de Manhuaçu e Zona da Mata, mantendo-se os mesmos municípios, distâncias, veículos, capacidades, custos e restrições operacionais. Apenas as demandas destinadas aos municípios foram modificadas.

Todos os cenários foram executados no CPLEX com limite de tempo de 1.800 segundos e tolerância de *gap* relativo de 5%. O modelo disponibilizou dois caminhões pequenos, P01 e P02, com capacidade de 5.500 kg, e dois caminhões grandes, G01 e G02, com capacidade de 7.500 kg. Também foi mantido o limite máximo de 14 municípios atendidos por veículo.

O *gap* relativo representa a diferença percentual entre a melhor solução inteira viável encontrada pelo CPLEX e o melhor limite inferior conhecido para o valor da função objetivo. Como o problema analisado é de minimização, esse indicador foi calculado pela diferença entre o valor da melhor solução viável e o melhor limite inferior, dividida pelo valor da melhor solução viável, conforme a Equação 4.1.

$$Gap\ relativo = \frac{Z_{viável} - Z_{limite}}{|Z_{viável}|} \times 100 \quad (4.1)$$

Em que $Z_{viável}$ corresponde ao menor custo de uma solução inteira que atende a todas as restrições do modelo, enquanto Z_{limite} representa o melhor limite inferior calculado pelo *solver*. Quanto menor o *gap*, menor é a diferença comprovada entre a solução encontrada e a solução ótima. Nos experimentos deste trabalho, foi adotada uma tolerância de 5%, de modo que o CPLEX poderia encerrar a execução caso atingisse um *gap* relativo igual ou inferior a esse valor. Quando o limite de tempo foi alcançado antes disso, a melhor solução viável encontrada foi mantida, acompanhada do respectivo *gap*.

A Tabela 6 apresenta os resultados computacionais obtidos nos dez cenários, incluindo a demanda total, o valor da função objetivo, a distância total, o *gap* relativo e a quantidade de veículos utilizados.

Tabela 6 – Resultados obtidos nos cenários simulados de demanda

Cenário	Demanda (kg)	Objetivo (R\$)	Distância (km)	Gap relativo	Veículos utilizados
C01	5.961,27	5.498,92	1.325,04	29,58%	2
C02	6.761,61	5.457,91	1.315,16	29,54%	2
C03	7.247,03	5.457,91	1.315,16	29,90%	2
C04	8.306,53	5.641,01	1.359,28	32,11%	2
C05	8.616,55	5.611,67	1.352,21	31,61%	2
C06	9.803,88	5.674,63	1.367,38	31,96%	2
C07	10.116,13	5.673,38	1.367,08	32,09%	2
C08	11.218,35	6.214,13	1.303,59	37,99%	2
C09	11.915,09	6.195,46	1.299,09	36,82%	2
C10	12.343,58	7.285,55	1.630,90	46,23%	3

Fonte: Autores (2026).

Em todos os cenários, o CPLEX encontrou soluções viáveis, porém o limite de tempo de 1.800 segundos foi atingido antes que o *gap* relativo de 5% fosse alcançado. Portanto, os resultados não correspondem a soluções comprovadamente ótimas, mas a soluções factíveis encontradas dentro das condições computacionais estabelecidas.

O *gap* relativo variou entre 29,54%, no cenário C02, e 46,23%, no cenário C10, apresentando média de aproximadamente 33,78%. Observa-se uma tendência de aumento da dificuldade computacional nos cenários com demandas mais elevadas. Os três cenários de demanda elevada apresentaram *gap* médio de aproximadamente 40,35%, superior aos valores médios de 29,68% para os cenários de demanda baixa e 31,94% para os cenários de demanda intermediária.

O valor médio da função objetivo foi de R\$ 5.871,06. O menor custo foi encontrado nos cenários C02 e C03, com R\$ 5.457,91, enquanto o maior foi observado no cenário C10, com R\$ 7.285,55. A distância média das soluções foi de 1.363,49 km, variando entre 1.299,09 km, no cenário C09, e 1.630,90 km, no cenário C10.

Embora a demanda tenha aumentado progressivamente entre os cenários, os custos e as distâncias não apresentaram crescimento estritamente proporcional. Por exemplo, o cenário C01 apresentou demanda inferior à dos cenários C02 e C03, mas resultou em maior custo e distância. Isso ocorre porque a solução não depende apenas da quantidade total transportada, mas também da distribuição das demandas entre os municípios e da combinação desses municípios em cada rota.

Nos cenários C01 a C07, o modelo utilizou dois caminhões pequenos, mantendo os veículos grandes inativos. Nesses casos, a demanda total pôde ser distribuída entre P01 e P02 sem ultrapassar suas capacidades. Esse resultado reforça a influência do menor custo por quilômetro dos caminhões pequenos na escolha da frota.

Nos cenários C08 e C09, as demandas totais foram superiores à capacidade conjunta de dois caminhões pequenos, que corresponde a 11.000 kg. Por esse motivo, as soluções encontradas utilizaram um caminhão grande e um caminhão pequeno. No cenário C08, foram utilizados G02 e P01, enquanto no cenário C09 foi mantida a mesma composição de frota.

O cenário C10 apresentou a maior demanda, totalizando 12.343,58 kg, e foi o único em que a melhor solução encontrada utilizou três veículos: um caminhão grande e dois caminhões pequenos. Essa solução apresentou o maior custo, a maior distância e o maior *gap* entre os experimentos. Como a execução foi encerrada pelo limite de tempo, não se pode afirmar que a utilização de três veículos constitui a solução ótima, mas apenas que essa foi a melhor configuração viável encontrada pelo CPLEX no período estabelecido.

Os resultados demonstram que a composição da frota se modifica conforme a demanda aumenta. Nos níveis baixos e intermediários, os caminhões pequenos foram suficientes e economicamente preferidos. Nos níveis mais elevados, os veículos grandes passaram a ser utilizados para aumentar a capacidade disponível. Dessa forma, os experimentos confirmam que o modelo considera conjuntamente a capacidade e o custo dos diferentes tipos de caminhões, selecionando a composição de frota mais adequada entre as soluções encontradas.

4.3 Experimentos computacionais

Os experimentos foram executados em linguagem [AMPL](#) utilizando o *solver* CPLEX. A frota considerada foi composta por quatro veículos disponíveis para cada cenário: dois caminhões grandes, com capacidade de 7.500 kg e custo de R\$ 5,50/km, e dois caminhões pequenos, com capacidade de 5.500 kg e custo de R\$ 4,15/km. O objetivo do modelo foi minimizar o custo total das rotas, calculado pela distância percorrida em cada arco multiplicada pelo custo por quilômetro do veículo utilizado.

Tabela 7 – Resultados computacionais dos cenários reais

Cenário	Tempo (s)	Status CPLEX	Objetivo (R\$)	Gap abs.	Gap rel.	Iterações simplex	Nós B&B
BH	10803,59	Solução viável	3.070,71	967,50	31,51%	79.771.150	4.919.997
Manhuaçu/ZM	3601,81	Solução viável	5.387,24	1.531,96	28,44%	6.631.783	442.221
Itabira/G/I	8510,66	Ótima tol.	4.564,50	228,23	5,00%	49.186.866	2.326.664

Fonte: Autores (2026).

O cenário de Belo Horizonte foi modelado com uma restrição operacional de atendimento apenas por caminhões pequenos. Essa restrição foi incorporada devido às características urbanas da região e às limitações práticas de circulação de veículos de maior porte, fazendo com que os caminhões grandes fossem impedidos de atender os municípios pertencentes a esse cenário. Mesmo com o tempo de processamento definido em aproximadamente 10.800 segundos, o CPLEX encontrou uma solução viável com custo total de R\$ 3.070,71. No entanto, a solução não foi comprovada como ótima dentro do limite de tempo estabelecido, encerrando a execução com *gap* relativo de 31,51%. Isso indica que, embora o modelo tenha encontrado uma solução factível e operacionalmente aplicável, o *solver* ainda não conseguiu reduzir suficientemente a diferença entre a melhor solução inteira encontrada e o melhor limite conhecido para comprovar a otimalidade.

No cenário de Manhuaçu/Zona da Mata, foi adicionada uma restrição operacional de no máximo 14 cidades por veículo. Essa restrição teve como objetivo evitar a concentração excessiva de entregas em uma única rota, uma vez que soluções preliminares, apesar de matematicamente viáveis, direcionavam uma quantidade elevada de municípios para o mesmo caminhão.

Foi definido o tempo limite de 3.600 segundos para a resolução do modelo desse cenário. Essa escolha foi definida em função das limitações computacionais observadas durante os testes. Embora tenham sido realizadas tentativas com tempos maiores de processamento, como 10.800 segundos, a execução no ambiente computacional utilizado foi interrompida antes da conclusão devido ao consumo elevado de memória RAM. Esse comportamento está associado à maior complexidade combinatória do cenário. Dessa forma, optou-se por utilizar a melhor execução concluída sem interrupção por limite de memória, garantindo que os resultados analisados fossem provenientes de uma resolução finalizada de forma adequada pelo *solver*. Assim, a solução obtida para o cenário de Manhuaçu/Zona da Mata deve ser interpretada como uma solução viável dentro das condições computacionais disponíveis, acompanhada do respectivo *gap* de otimalidade.

Por outro lado, no cenário de Itabira/Guanhães/Itamarandiba, o modelo atingiu a solução ótima dentro da tolerância de *gap* estabelecida. Isso significa que o *solver* conseguiu encontrar uma solução inteira viável e, ao mesmo tempo, reduzir a diferença entre essa solução e o melhor limite conhecido até o valor de tolerância definido para o problema. Nesse caso, a execução foi encerrada antes do limite máximo de tempo, pois o critério de parada associado ao *gap* foi satisfeito. Esse resultado indica que, para esse cenário, foi possível comprovar matematicamente a qualidade da solução obtida dentro dos parâmetros computacionais adotados.

De forma geral, os resultados evidenciam a complexidade do **PRVFH**. Por se tratar de um problema NP-difícil, o aumento do número de municípios, veículos e restrições operacionais amplia significativamente o espaço de busca do *solver*. Assim, em alguns cenários, o CPLEX foi capaz de encontrar soluções viáveis de boa qualidade, mas não conseguiu comprovar a otimalidade dentro do tempo estabelecido. Nesses casos, as soluções devem ser interpretadas como alternativas factíveis de apoio à decisão, acompanhadas de seus respectivos *gaps* de otimalidade.

Tabela 8 – Resumo operacional das soluções obtidas pelo modelo

Cenário	Veíc. usados	Dist. (km)	Custo (R\$)	Carga (kg)	Tempo/veíc. (min)	Observação
BH	P01 e P02	739,93	3.070,71	6.982,05	P01: 247; P02: 565	G01 e G02 não utilizados
Manhuaçu/ZM	P01 e P02	1.298,13	5.387,24	7.379,63	P01: 909; P02: 695	Máx. 14 cidades por veículo
Itabira/G/I	P01 e P02	1.099,88	4.564,50	9.768,50	P01: 1147; P02: 98	Solução ótima na tol. de 5%

Fonte: Autores (2026).

Nos três cenários, o modelo optou pelo uso dos caminhões pequenos, mantendo os veículos grandes sem utilização. Esse comportamento decorre diretamente da estrutura de custos adotada, uma vez que os caminhões pequenos possuem menor custo por quilômetro e, nas soluções encontradas, foram capazes de atender às demandas sem violar as restrições de capacidade e tempo. Assim, a não utilização dos caminhões grandes não representa inconsistência do modelo, mas sim uma consequência econômica dos parâmetros de custo e capacidade considerados.

4.4 Resultados dos cenários analisados

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos a partir da aplicação do modelo matemático aos três cenários reais selecionados para o estudo. Os cenários analisados representam diferentes características da operação da transportadora, variando quanto ao número de municípios atendidos, demanda total, dispersão geográfica e restrições operacionais consideradas. Para facilitar a análise e permitir uma comparação mais clara entre eles, os resultados são apresentados separadamente para cada cenário.

Para complementar a análise dos resultados, foram elaboradas representações cartográficas das rotas geradas pelo modelo. Inicialmente, os municípios foram geocodificados para obtenção de suas respectivas coordenadas geográficas. Em seguida, os trajetos rodoviários entre os municípios foram determinados respeitando a sequência de atendimento indicada pelo modelo. Ressalta-se que as figuras possuem caráter ilustrativo, uma vez que representam os deslocamentos entre pontos associados aos municípios, e não os endereços exatos dos clientes atendidos pela transportadora.

4.4.1 Resultados do cenário de Belo Horizonte

No cenário de Belo Horizonte, a restrição operacional impediu o atendimento por caminhões grandes, fazendo com que apenas os veículos P01 e P02 fossem considerados para as entregas. O CPLEX retornou uma solução viável com valor de função objetivo igual a R\$ 3.070,71, *gap* relativo de 31,51% e tempo de processamento de 10.800,59 segundos.

Para a interpretação das rotas obtidas, os municípios que compõem o cenário de Belo Horizonte foram representados numericamente no modelo. A correspondência entre cada nó e o respectivo município é apresentada na Tabela 9, sendo os nós 0 e 15 referentes ao centro de distribuição localizado em João Monlevade.

Tabela 9 – Representação dos nós do cenário de BH

Nó	Cidade	Nó	Cidade
0/15	João Monlevade (depósito)	8	Pedro Leopoldo
1	Belo Horizonte	9	Ribeirão das Neves
2	Betim	10	Sabará
3	Caeté	11	Santa Luzia
4	Contagem	12	São Gonçalo do Rio Abaixo
5	Ibirité	13	São José da Lapa
6	Nova Lima	14	Vespasiano
7	Pará de Minas		

Fonte: Autores (2026).

O modelo agrupou Belo Horizonte e São Gonçalo do Rio Abaixo em uma rota curta, realizada pelo P01, e alocou os demais clientes ao P02. A rota P01 percorreu 228,39 km, com custo de R\$ 947,82 e carga de 4.561,46 kg. A rota P02 percorreu 511,54 km, com custo de R\$ 2.122,89 e carga de 2.420,59 kg. A distância total obtida pelo modelo foi de 739,93 km, enquanto a prática atual da empresa percorre aproximadamente 820 km.

A Tabela 10 apresenta as rotas geradas pelo modelo e as rotas atualmente praticadas pela empresa, permitindo compará-las quanto ao tipo de veículo utilizado, à sequência dos nós visitados, à distância percorrida, ao custo estimado e à carga transportada.

Tabela 10 – Comparação entre rotas do modelo e rotas atuais da empresa - Belo Horizonte

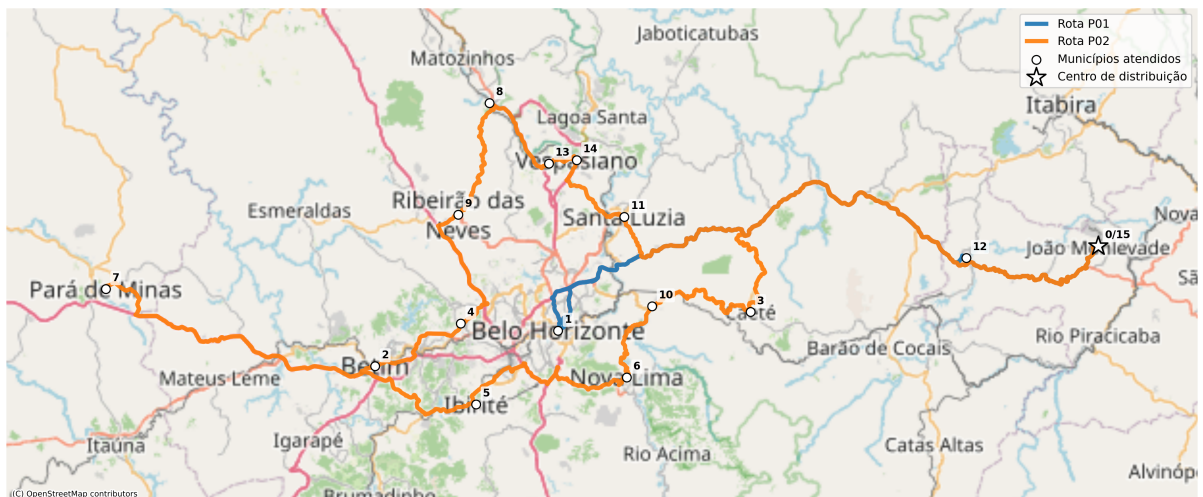
Rota	Veículo	Nós	Dist. (km)	Custo (R\$)	Carga (kg)
Mod. - P01	Peq.	0-12-1-15	228,39	947,82	4.561,46
Mod. - P02	Peq.	0-3-10-6-5-7-2-4-9-8-13-14-11-15	511,54	2.122,89	2.420,59
Emp. - C1	Peq.	0-1-11-9-14-13-8-15	340,00	1.411,00	5.123,32
Emp. - C2	Peq.	0-12-3-10-6-4-5-2-7-15	480,00	1.992,00	1.858,73

Fonte: Autores (2026).

Conforme apresentado na Tabela 10, a solução do modelo proporcionou uma redução estimada de 80,07 km, equivalente a 9,76% da distância atualmente percorrida pela empresa. Na prática atual, são utilizados dois caminhões pequenos: um para a rota João Monlevade–Belo Horizonte–Santa Luzia–Ribeirão das Neves–Vespasiano–São José da Lapa–Pedro Leopoldo–João Monlevade; e outro para a rota João Monlevade–São Gonçalo do Rio Abaixo–Caeté–Sabará–Nova Lima–Contagem–Ibirité–Betim–Pará de Minas–João Monlevade. Embora essa divisão seja coerente com a experiência operacional, o modelo identificou uma combinação diferente de municípios, capaz de reduzir a distância total e, consequentemente, o custo estimado.

A Figura 3 apresenta a representação cartográfica das rotas obtidas pelo modelo para o cenário de Belo Horizonte. A ilustração permite visualizar a distribuição dos municípios entre os veículos P01 e P02, bem como a sequência de atendimento definida pela solução.

Figura 3 – Representação cartográfica das rotas obtidas para o cenário de Belo Horizonte



Fonte: Elaborado pelos autores com base nos resultados do modelo e em dados cartográficos do OpenStreetMap (2026).

Conforme ilustrado na Figura 3, o veículo P01 realizou uma rota mais concentrada, atendendo São Gonçalo do Rio Abaixo e Belo Horizonte. O veículo P02 ficou responsável pelos demais municípios, formando uma rota mais extensa pela Região Metropolitana de Belo Horizonte. A representação cartográfica complementa os resultados quantitativos da Tabela 10, permitindo observar espacialmente a divisão dos atendimentos entre os dois veículos pequenos.

4.4.2 Resultados do cenário Manhuaçu/Zona da Mata

Para o cenário real de Manhuaçu/Zona da Mata, foi adicionada uma restrição operacional de no máximo 14 cidades por veículo. Essa decisão foi motivada pelo resultado preliminar, no qual um único veículo concentrava 18 cidades. Embora essa solução respeitasse as restrições de capacidade e tempo, uma rota com número elevado de paradas pode ser pouco aderente à operação real, considerando atividades de descarga, conferência, manuseio de produtos e possíveis atrasos. Com a restrição adicional, o modelo retornou uma solução viável com valor de função objetivo de R\$ 5.387,24 e *gap* relativo de 28,44%.

O cenário de Manhuaçu/Zona da Mata é composto por 26 municípios, além dos nós que representam a saída e o retorno ao centro de distribuição. A Tabela 11 apresenta a correspondência entre a numeração dos nós utilizada no modelo e os respectivos municípios atendidos.

Tabela 11 – Representação dos nós do cenário de Manhuaçu/Zona da Mata

Nó	Cidade	Nó	Cidade	Nó	Cidade
0/27	J. Monlevade (dep.)	9	Espera Feliz	18	Mutum
1	Abre Campo	10	Iapu	19	Piedade de Caratinga
2	Alto Jequitibá	11	Imbé de Minas	20	Pocrane
3	Bom Jesus do Galho	12	Inhapim	21	Raul Soares
4	Caputira	13	Ipanema	22	Santa Margarida
5	Carangola	14	Lajinha	23	Santana do Manhuaçu
6	Caratinga	15	Manhuaçu	24	São José do Goiabal
7	Chalé	16	Manhumirim	25	São Pedro dos Ferros
8	Durandé	17	Matipó	26	Sericita

Fonte: Autores (2026).

Com base nessa representação, a Tabela 12 apresenta a comparação entre as rotas geradas pelo modelo e aquelas atualmente realizadas pela empresa, considerando os veículos utilizados, a sequência dos municípios atendidos, a distância, o custo, a carga transportada e a quantidade de cidades em cada rota.

Tabela 12 – Comparação entre rotas do modelo e atuais - Manhuaçu/Zona da Mata

Rota	Veic.	Nós	Dist. (km)	Custo (R\$)	Carga (kg)	Cid.
Mod. P01	Peq.	0-10-12-11-20-13-18-14-8-23-19-6-3-24-27	715,66	2.969,99	2928,55	13
Mod. P02	Peq.	0-1-26-17-22-5-9-2-16-15-7-4-21-25-27	582,47	2.417,25	4451,08	13
Emp. C1	Gra.	0-1-26-17-22-15-23-13-20-19-3-21-25-24-27	703,00	3.866,50	4.022,59	13
Emp. C2	Gra.	0-10-12-11-6-4-8-14-7-18-16-2-9-5-27	889,00	4.889,50	3.357,04	13

Fonte: Autores (2026).

Conforme os resultados apresentados na Tabela 12, o modelo obteve uma solução viável com custo total de R\$ 5.387,24, utilizando dois veículos pequenos, enquanto os veículos grandes permaneceram inativos. O veículo P01 percorreu 715,66 km, com custo estimado de R\$ 2.969,99, atendendo 13 municípios e transportando 2.928,55 kg. O veículo P02 percorreu 582,47 km, com custo estimado de R\$ 2.417,25, também atendendo 13 municípios e transportando 4.451,08 kg.

Em comparação com a prática atual da empresa, que utiliza dois caminhões grandes e percorre aproximadamente 1.592 km, o modelo reduziu a distância total em 293,87 km, o que representa uma diminuição de aproximadamente 18,46%. Em relação aos custos estimados, considerando o custo de R\$ 5,50/km para os caminhões grandes atualmente utilizados pela empresa, o custo atual da rota é de aproximadamente R\$ 8.756,00. Assim, o modelo reduziu o custo estimado para R\$ 5.387,24, representando uma economia aproximada de R\$ 3.368,76, equivalente a 38,47%.

A Figura 4 apresenta a representação cartográfica das rotas obtidas pelo modelo para o cenário de Manhauçu/Zona da Mata. A ilustração evidencia a distribuição dos municípios entre os veículos P01 e P02 e a sequência de atendimento estabelecida em cada percurso.

Para possibilitar a identificação dos municípios presentes nas sequências de atendimento, a Tabela 13 apresenta a correspondência entre os nós utilizados no modelo e as cidades que compõem o cenário de Itabira/Guanhães/Itamarandiba. Os nós 0 e 15 representam, respectivamente, a saída e o retorno ao centro de distribuição de João Monlevade.

Tabela 13 – Representação dos nós do cenário de Itabira/Guanhães/Itamarandiba

Nó	Cidade	Nó	Cidade
0/15	João Monlevade (depósito)	8	Peçanha
1	Água Boa	9	Rio Vermelho
2	Aricanduva	10	Santa Maria de Itabira
3	Capelinha	11	São João Evangelista
4	Guanhães	12	Sardoá
5	Itabira	13	Turmalina
6	Minas Novas	14	Virginópolis
7	Paulistas		

Fonte: Autores (2026).

A partir dessa representação, a Tabela 14 compara as rotas obtidas pelo modelo com as rotas atualmente realizadas pela empresa, apresentando o tipo de veículo, a sequência dos nós, a distância percorrida, o custo estimado e a carga transportada.

Tabela 14 – Comparação entre rotas do modelo e rotas atuais da empresa - Itabira/G/I

Rota	Veículo	Nós	Dist. (km)	Custo (R\$)	Carga (kg)
Mod. - P01	Peq.	0-7-9-2-3-6-13-1-11-8-12-14-4-10-15	1.027,48	4.264,04	5.359,43
Mod. - P02	Peq.	0-5-15	72,40	300,46	4.409,07
Emp. - C1	Peq.	0-5-10-15	130,00	539,50	4.609,07
Emp. - C2	Gra.	0-4-14-12-11-8-1-3-13-6-2-9-7-15	1.110,00	6.105,00	5.159,43

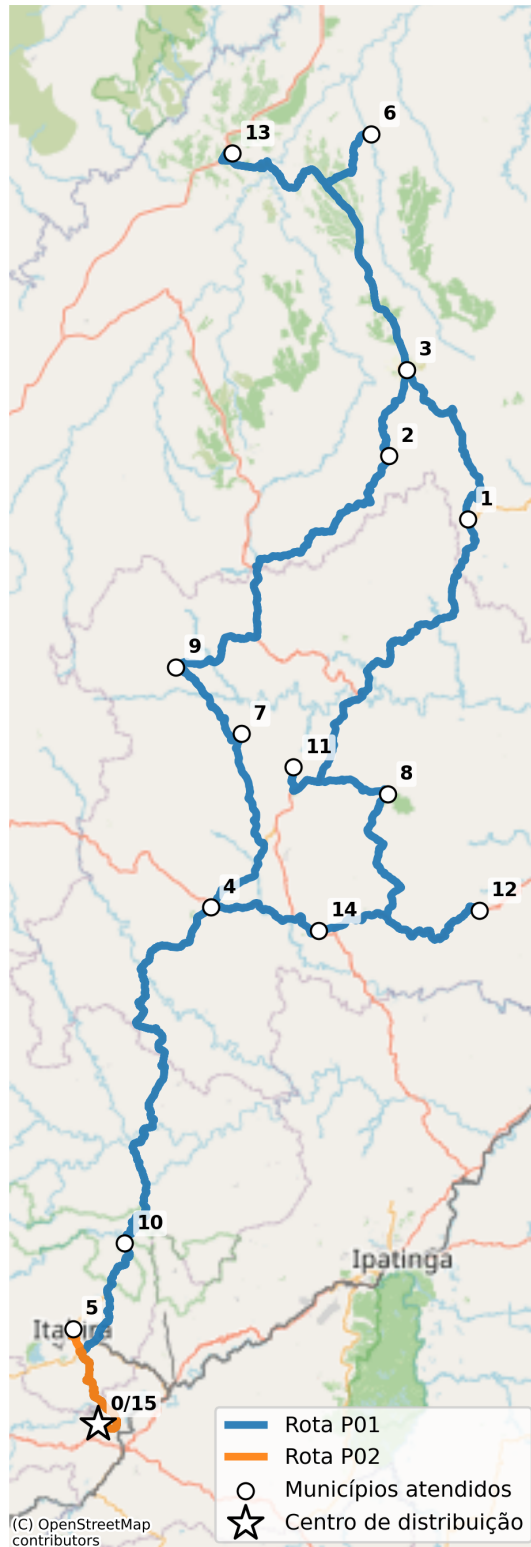
Fonte: Autores (2026).

Conforme apresentado na Tabela 14, as rotas geradas pelo modelo apresentaram desempenho superior ao planejamento atualmente utilizado pela empresa para o cenário de Itabira/Guanhães/Itamarandiba. Enquanto a operação atual utiliza um caminhão pequeno para atender os municípios de Itabira e Santa Maria de Itabira e um caminhão grande para atender os demais clientes, o modelo identificou uma configuração alternativa utilizando dois caminhões pequenos, sem violar as restrições de capacidade e tempo estabelecidas.

Essa reorganização resultou em uma distância total de 1.099,88 km, frente aos aproximadamente 1.240 km percorridos pela empresa, representando uma redução de 140,12 km (11,30%). Em relação aos custos estimados de transporte, o modelo obteve um custo total de R\$ 4.564,50, enquanto a operação atual apresenta custo aproximado de R\$ 6.644,50, correspondendo a uma economia estimada de R\$ 2.080,00 (31,30%).

A Figura 5 apresenta a representação cartográfica das rotas obtidas pelo modelo para o cenário, destacando os municípios atendidos pelos veículos P01 e P02 e a sequência de deslocamento definida pela solução.

Figura 5 – Representação cartográfica das rotas obtidas para o cenário de Itabira/G/I



Fonte: Elaborado pelos autores com base nos resultados do modelo e em dados cartográficos do OpenStreetMap (2026).

Conforme ilustrado na Figura 5, o veículo P02 realizou uma rota curta para atendimento exclusivo de Itabira, enquanto o veículo P01 percorreu a maior parte dos municípios, incluindo localidades mais distantes, como Capelinha, Minas Novas, Turmalina, Água Boa e Rio Vermelho. A configuração espacial apresentada reforça a diferença entre as duas rotas e complementa a análise quantitativa da Tabela 14.

4.4.4 Comparação geral com a prática da empresa

De modo geral, a empresa tende a alocar caminhões grandes para rotas mais longas e caminhões pequenos para rotas curtas, sem uma análise detalhada do custo total resultante dessa decisão. Essa lógica é compreensível do ponto de vista prático, pois considera a experiência acumulada, o conhecimento das estradas e a segurança operacional. Entretanto, os resultados mostram que essa regra empírica pode gerar custos maiores quando a capacidade dos caminhões pequenos é suficiente para atender a demanda.

Tabela 15 – Comparação geral entre rotas atuais da empresa e rotas geradas pelo modelo

Cenário	Dist. atual	Custo atual	Dist. mod.	Custo mod.	Red. km	Red. %	Econ. (R\$)	Econ. %
BH	820,00	3.403,00	739,93	3.070,71	80,07	9,76%	332,29	9,76%
Manhuaçu/ZM	1.592,00	8.756,00	1.298,13	5.387,24	293,87	18,46%	3.368,76	38,47%
Itabira/G/I	1.240,00	6.644,50	1.099,88	4.564,50	140,12	11,30%	2.080,00	31,30%

Fonte: Autores (2026).

A Tabela 15 evidencia que o modelo apresentou redução de distância e de custo nos três cenários analisados. A maior redução percentual de custo ocorreu no cenário de Manhuaçu/Zona da Mata, com economia estimada de 38,47%, seguida pelo cenário de Itabira/Guanhães/Itamarandiba, com economia estimada de 31,30%. No cenário de BH, a redução foi menor, de 9,76%, uma vez que tanto a empresa quanto o modelo já utilizam caminhões pequenos devido à restrição operacional da região.

A diferença entre a redução de distância e a redução de custo nos cenários de Manhuaçu e Itabira/Guanhães/Itamarandiba está associada à escolha do tipo de veículo. A empresa utiliza caminhões grandes nas rotas mais longas, enquanto o modelo selecionou caminhões pequenos, pois estes apresentam menor custo por quilômetro e capacidade suficiente para atender às cargas. Assim, mesmo quando a redução de distância não é extremamente elevada, a substituição do tipo de veículo gera impacto expressivo no custo total.

4.5 Discussão dos resultados

Os resultados obtidos reforçam a importância do uso de modelos quantitativos de apoio à decisão em problemas de roteirização. A prática atual da empresa incorpora conhecimento operacional relevante, especialmente em relação às características das estradas, à experiência acumulada nas regiões atendidas e às particularidades das entregas. No entanto, a definição empírica das rotas tende a privilegiar critérios intuitivos, como distância aproximada ou percepção de dificuldade da região, sem avaliar simultaneamente capacidade, custo por quilômetro e combinação de clientes em cada rota.

A validação realizada por meio da instância-teste demonstrou que a formulação implementada apresenta comportamento coerente com a lógica do [PRVFH](#). O modelo selecionou o tipo de veículo compatível com a demanda transportada, respeitou a capacidade dos caminhões, garantiu o atendimento único dos clientes e manteve inativos os veículos que não eram necessários. Dessa forma, o teste de pequena dimensão forneceu evidências de que a implementação computacional estava adequada antes de sua aplicação em problemas com maior número de municípios.

Os dez cenários simulados permitiram avaliar como o modelo se comporta diante de diferentes níveis de demanda, mantendo constantes os municípios, as distâncias, os tempos de deslocamento, a frota, as capacidades, os custos e as restrições operacionais. Nos cenários C01 a C07, classificados como de demanda baixa e intermediária, foram utilizados dois caminhões pequenos. Nos cenários C08 e C09, a demanda total ultrapassou a capacidade conjunta desses dois veículos, fazendo com que a solução passasse a utilizar um caminhão grande e um caminhão pequeno. No cenário C10, que apresentou a maior demanda, foram utilizados um caminhão grande e dois caminhões pequenos.

Essa alteração na composição da frota demonstra que o modelo considera simultaneamente a capacidade necessária para o atendimento das demandas e o custo por quilômetro dos veículos disponíveis. Enquanto os caminhões pequenos foram capazes de atender às cargas, eles foram priorizados em razão de seu menor custo operacional por quilômetro. Com o aumento da demanda, os caminhões grandes passaram a ser utilizados para ampliar a capacidade disponível, mesmo apresentando maior custo unitário.

Os resultados simulados também evidenciaram que o crescimento da demanda não provoca, necessariamente, um aumento proporcional da distância ou do custo da solução. Os cenários C02 e C03, por exemplo, apresentaram demandas diferentes, mas resultaram na mesma distância e no mesmo valor da função objetivo. Esse comportamento ocorre porque as demandas permaneceram dentro das capacidades dos veículos utilizados, permitindo a manutenção da mesma configuração de rotas. Portanto, o resultado depende não apenas do peso total transportado, mas também da distribuição das demandas entre os municípios e das possibilidades de combinação dos pontos de atendimento.

Em relação ao desempenho computacional, todos os dez cenários simulados atingiram o limite de 1.800 segundos antes de alcançar a tolerância de *gap* relativo de 5%. Os valores variaram entre 29,54% e 46,23%, com média de aproximadamente 33,78%. Os cenários de demanda elevada apresentaram *gap* médio superior ao observado nos grupos de demanda baixa e intermediária, indicando maior dificuldade de comprovação da otimalidade nesses casos. Entretanto, os valores de *gap* não significam que as soluções obtidas sejam inviáveis ou que apresentem o mesmo percentual de erro. Eles indicam apenas que, dentro do tempo de processamento, o CPLEX não conseguiu reduzir a diferença comprovada entre a melhor solução inteira encontrada e o melhor limite matemático conhecido.

Nos três cenários reais, as soluções obtidas também respeitaram as restrições de capacidade, tempo, atendimento único e condições operacionais específicas. Em Belo Horizonte, foram utilizados exclusivamente caminhões pequenos, conforme a premissa de circulação adotada para a região. Em Manhuaçu e Zona da Mata, a inclusão do limite máximo de 14 municípios por veículo evitou a concentração excessiva de cidades em uma única rota e tornou a solução mais aderente à realidade operacional. No cenário de Itabira, Guanhães e Itamarandiba, o modelo atingiu o *gap* relativo de 5%, sendo a solução classificada como ótima dentro da tolerância estabelecida.

A comparação com as rotas atualmente realizadas pela transportadora demonstrou redução de distância e de custo nos três cenários reais. A distância total passou de 3.652,00 km para 3.137,94 km, representando redução de aproximadamente 14,08%. O custo total estimado foi reduzido de R\$ 18.803,50 para R\$ 13.022,45, resultando em uma economia potencial de aproximadamente 30,74%.

A diferença entre a redução percentual da distância e a redução percentual do custo está associada à escolha dos veículos. A empresa tende a utilizar caminhões grandes nas rotas mais longas, enquanto o modelo selecionou caminhões pequenos sempre que suas capacidades foram suficientes. Como os veículos pequenos apresentam menor custo por quilômetro, a substituição do tipo de caminhão produziu ganhos econômicos mesmo nos casos em que a redução da distância foi mais moderada.

Apesar dos benefícios identificados, as soluções devem ser avaliadas juntamente com o conhecimento da equipe operacional. O modelo não contemplou integralmente fatores como tempos de descarga, horários específicos de atendimento, condições de tráfego, disponibilidade de motoristas, capacidade volumétrica, pedágios e particularidades de cada produto ou cliente. Dessa forma, os resultados não representam uma substituição direta da decisão gerencial, mas uma ferramenta de apoio capaz de complementar a experiência prática com análises quantitativas estruturadas.

De maneira geral, os testes simulados e as aplicações aos cenários reais demonstraram que a formulação é capaz de gerar rotas viáveis, selecionar diferentes composições de frota e identificar alternativas economicamente competitivas em relação à prática atual da empresa. A principal contribuição observada não está apenas na redução da distância percorrida, mas também na escolha mais adequada do tipo e da quantidade de veículos para cada conjunto de demandas.

5 Conclusões

Este trabalho teve como objetivo desenvolver e aplicar uma formulação matemática para o Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea, considerando uma aplicação real em uma transportadora que atua no estado de Minas Gerais. Considera-se que esse objetivo foi alcançado, uma vez que foi possível implementar e testar um modelo matemático capaz de gerar rotas viáveis, comparar quantitativamente as soluções obtidas com as rotas atualmente utilizadas pela empresa e identificar oportunidades de melhoria na alocação da frota. Dessa forma, o estudo contribui tanto para a aplicação prática da Pesquisa Operacional em problemas logísticos reais quanto para a compreensão da importância dos métodos quantitativos como ferramentas de apoio à tomada de decisão em transportadoras.

A partir da revisão conceitual do problema e de formulações matemáticas propostas na literatura, foi possível adaptar um modelo de Programação Linear Inteira Mista para representar as principais características da operação estudada. O modelo considerou uma frota composta por veículos de diferentes capacidades e custos operacionais, demandas agregadas por município e distâncias entre as cidades, restrições de capacidade, atendimento único dos clientes e eliminação de subrotas. Além disso, para o cenário de Belo Horizonte, foi incorporada uma restrição operacional específica, limitando o atendimento aos caminhões pequenos, em função das características urbanas da região.

Antes da aplicação aos cenários analisados, a formulação foi validada por meio de uma instância-teste de pequena dimensão. O CPLEX encontrou a solução ótima esperada, utilizando um caminhão grande para atender a demanda superior à capacidade dos veículos pequenos e um caminhão pequeno para agrupar as demais entregas. Os outros dois veículos permaneceram inativos, confirmando que o modelo não obriga a utilização de toda a frota disponível. Esse resultado permitiu verificar o atendimento das principais restrições e a coerência da implementação computacional.

Posteriormente, o modelo foi avaliado em dez cenários simulados de demanda, construídos a partir da estrutura do cenário real de Manhuaçu e Zona da Mata. Em todos os casos, foram obtidas soluções viáveis dentro do limite de processamento de 1.800 segundos, embora a tolerância de gap relativo de 5% não tenha sido atingida. Os gaps variaram entre 29,54% e 46,23%, demonstrando a dificuldade computacional de comprovar a otimalidade nos problemas analisados.

Os resultados dos cenários simulados mostraram que a composição da frota se altera de acordo com o nível de demanda. Nos cenários C01 a C07, foram utilizados dois caminhões pequenos. Nos cenários C08 e C09, a demanda tornou necessária a utilização de um caminhão grande e um pequeno. Já no cenário C10, a melhor solução viável encontrada utilizou um caminhão grande e dois caminhões pequenos. Esses resultados confirmaram que o modelo considera conjuntamente os custos e as capacidades dos veículos, priorizando os caminhões pequenos enquanto eles são suficientes e incorporando veículos grandes quando há necessidade de maior capacidade.

A análise dos cenários simulados também demonstrou que o aumento da demanda não ocasiona, necessariamente, crescimento proporcional da distância ou do custo. A distribuição das demandas entre os municípios e a forma como esses pontos são agrupados nas rotas também influenciam as soluções. Assim, cenários com demandas diferentes podem resultar em configurações semelhantes quando as cargas permanecem dentro das capacidades dos mesmos veículos.

Nos três cenários reais representativos da operação da transportadora, o modelo encontrou soluções viáveis e aderentes às restrições consideradas. No cenário de Belo Horizonte, foram utilizados dois caminhões pequenos e obtido um custo total de R\$ 3.070,71. No cenário de Manhuaçu e Zona da Mata, foram utilizados dois caminhões pequenos, com custo de R\$ 5.387,24. No cenário de Itabira, Guanhães e Itamarandiba, também foram selecionados dois caminhões pequenos, sendo obtida uma solução classificada como ótima dentro da tolerância de 5%, com custo total de R\$ 4.564,50.

A comparação com as rotas atualmente praticadas pela empresa indicou ganhos potenciais relevantes. Considerando conjuntamente os três cenários reais, a distância total foi reduzida de 3.652,00 km para 3.137,94 km, correspondendo a uma diminuição aproximada de 14,08%. O custo estimado passou de R\$ 18.803,50 para R\$ 13.022,45, resultando em economia potencial de aproximadamente R\$ 5.781,05, equivalente a 30,74%.

A economia percentual superior à redução de distância está relacionada principalmente à escolha dos veículos. Na prática atual, a empresa tende a alocar caminhões grandes às rotas mais extensas. O modelo demonstrou que, em determinadas situações, essas rotas podem ser realizadas por caminhões pequenos, desde que suas capacidades sejam respeitadas. Como os veículos pequenos apresentam menor custo por quilômetro, a seleção de uma composição diferente de frota pode proporcionar redução significativa do custo total.

Apesar dos resultados positivos, algumas limitações devem ser consideradas. As demandas foram agregadas por município, não sendo representadas as sequências internas de atendimento aos clientes em cada cidade. Também não foram incorporados tempos reais de carga, descarga, conferência e espera, janelas de atendimento, condições de tráfego, capacidade volumétrica, restrições individuais de acesso, disponibilidade diária dos motoristas, pedágios e particularidades relacionadas aos produtos transportados.

Outra limitação está relacionada ao desempenho computacional. Alguns cenários não atingiram a tolerância de gap estabelecida dentro do limite de tempo e foram analisados com base nas melhores soluções viáveis encontradas. Esse comportamento é compatível com a complexidade do [PRVFH](#), cujo espaço de soluções aumenta rapidamente com a quantidade de municípios, veículos e restrições.

Como sugestões para trabalhos futuros, recomenda-se a inclusão de novas restrições operacionais, como capacidade volumétrica dos veículos, janelas de tempo, tempo de atendimento por cliente, limite de entregas por rota, custos fixos de utilização dos veículos, custos de pedágio e disponibilidade diária da frota. Também se sugere o desenvolvimento de uma interface computacional mais simples, por meio da qual a empresa possa inserir as demandas e obter sugestões de rotas de forma automatizada. Além disso, a aplicação de heurísticas, metaheurísticas e métodos híbridos pode representar uma alternativa para o tratamento de cenários maiores em menor tempo computacional, especialmente nos casos em que a obtenção de soluções ótimas por métodos exatos se torne inviável. Por fim, sugere-se avaliar a implementação do modelo no ambiente operacional da transportadora e sua integração com os sistemas de gestão utilizados pela empresa, permitindo acompanhar a execução das rotas e realizar ajustes diante de alterações ocorridas durante a operação.

Referências

- Agência Nacional de Transportes Terrestres. **Dados do TRC**. ANTT, 2024. Disponível em: <https://www.gov.br/antt/pt-br/assuntos/cargas/dadostrc>. Acesso em: 21 abr. 2026.
- ALMEIDA, M. das N.; NETO, B. R. dos S.; FILHO, A. M. de M.; SANTOS, A. A. dos. Otimização da rota de veículos e seus impactos na logística de distribuição: um estudo de caso em uma distribuidora de produtos de limpeza. **Revista Produção Online**, v. 20, n. 2, p. 598–626, 2020.
- ARENALES, M.; MORABITO, R.; ARMENTANO, V.; YANASSE, H. **Pesquisa Operacional: Para cursos de engenharia**. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2007. ISBN 9788535251937.
- BAI, R.; CHEN, X.; CHEN, Z.-L.; CUI, T.; GONG, S.; HE, W.; JIANG, X.; JIN, H.; JIN, J.; KENDALL, G. *et al.* Analytics and machine learning in vehicle routing research. **International Journal of Production Research**, Taylor & Francis, v. 61, n. 1, p. 4–30, 2023.
- BALDACCI, R.; BATTARRA, M.; VIGO, D. Routing a heterogeneous fleet of vehicles. In: **The vehicle routing problem: latest advances and new challenges**. [S.l.]: Springer, 2008. p. 3–27.
- BATISTA, R. L.; UHLMANN, I. R. Problema de roteamento de veículo e suas variantes: uma revisão sistemática de literatura. **International Journal of Development Research**, v. 12, n. 03, p. 54402–54410, 2022. Disponível em: <http://www.journalijdr.com>.
- BELFIORE, P. P.; FÁVERO, L. P. L.; ALVAREZ, R. A. G. Problema de roteirização de veículos com frota heterogênea: revisão da literatura. **Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, XXXVIII**, 2006.
- DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H. The truck dispatching problem. **Management science, Inform**, v. 6, n. 1, p. 80–91, 1959.
- DUTRA, Q. F. d. S.; RONCONI, D. P.; JUNQUEIRA, L. **Problema de roteirização de veículos com frota heterogênea fixa, janelas de tempo, entregas fracionadas e limitações de acesso**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2023.
- FERREIRA, V. D. S. Um algoritmo híbrido para o problema de roteamento de veículos com frotas heterogêneas. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2011.
- GOLDEN, B.; ASSAD, A.; LEVY, L.; GHEYSENS, F. The fleet size and mix vehicle routing problem. **Computers & Operations Research**, Elsevier, v. 11, n. 1, p. 49–66, 1984.
- KOLOCH, G. Postal optimization by three metaheuristics-a case study. **Acta Logistica (AL)**, v. 12, n. 2, 2025.
- KOVÁCS, L.; AGÁRDI, A.; BÁNYAI, T. Fitness landscape analysis and edge weighting-based optimization of vehicle routing problems. **Processes**, MDPI, v. 8, n. 11, p. 1363, 2020.
- KRAMER, R. H. F. R.; SUBRAMANIAN, A.; PENNA, P. H. V. Problema de roteamento de veículos assimétrico com frota heterogênea limitada: um estudo de caso em uma indústria de bebidas. **Gestão & Produção**, SciELO Brasil, v. 23, n. 1, p. 165–176, 2015.

- LEITE, L. d. O.; Gomes Júnior, A. d. C. Problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultâneas: um estudo de caso em uma indústria de alimentos localizada na região do vale do aço. **Revista Latino-Americana de Inovação e Engenharia de Produção**, v. 5, n. 7, p. 101–115, 2017.
- LI, B.; WU, G.; HE, Y.; FAN, M.; PEDRYCZ, W. An overview and experimental study of learning-based optimization algorithms for the vehicle routing problem. **IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica**, IEEE, v. 9, n. 7, p. 1115–1138, 2022.
- LIMA, M. de A. C.; SOARES, R. H. H.; REIS, J. von Atzigen dos; VALIM, M. C. Desenvolvimento de um modelo matemático do problema de roteamento de veículos com frota heterogênea. **Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha - Publicação Online**, v. 3, n. 1, p. 1100 – 1108, 2020. ISSN 21756295. Disponível em: <www.proceedings.blucher.com.br/article-details/desenvolvimento-de-um-modelo-matematico-do-problema-de-roteamento-de-veiculos-com-frota-heterognea-34496>.
- LONGARAY, A. A.; GUERREIRO, R. R.; CHAVES, T. G.; MUNHOZ, P. R.; TONDOLO, V. G. Utilização de um modelo de programação inteira no dimensionamento de frota de um operador logístico: um estudo de caso. **Revista Produção Online**, v. 21, n. 2, p. 393–414, 2021.
- MARTINELLI, R. **Roteamento do sistema de transporte intermodal de cargas**. Tese (Doutorado) — PUC-Rio, 2020.
- MÁXIMO, V. R.; CORDEAU, J.-F.; NASCIMENTO, M. C. An adaptive iterated local search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. **Computers & Operations Research**, Elsevier, v. 148, p. 105954, 2022.
- MELLO, C.; TURRIONI, J. Metodologia de pesquisa: estratégias, métodos e técnicas para pesquisa científica em engenharia de produção. **Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de Itajubá–UNIFEI**, 2007.
- MIGUEL, P. A. C.; FLEURY, A.; MELLO, C. H. P.; NAKANO, D. N.; TURRIONI, J. B.; HO, L. L.; MORABITO, R.; MARTINS, R. A.; PUREZA, V. Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações. 2010.
- MOGHDANI, R.; SALIMIFARD, K.; DEMIR, E.; BENYETTOU, A. The green vehicle routing problem: A systematic literature review. **Journal of Cleaner Production**, Elsevier, v. 279, p. 123691, 2021.
- MOLINA, J. C.; SALMERON, J. L.; EGUÍA, I.; RACERO, J. The heterogeneous vehicle routing problem with time windows and a limited number of resources. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, Elsevier, v. 94, p. 103745, 2020.
- MORELLI, L. C. P.; REIS, J. v. A. d. Implementação de métodos para a resolução do problema de roteamento de veículos com frota homogênea. Universidade Federal de Campina Grande, 2021.
- MUZULON, N.; FERRARI, G.; TURRA, A.; LEAL, G. C. L.; LIMA, R. Proposal of a method for routing school buses in a small-sized county. **Acta Scientiarum. Technology**, v. 44, p. e58638, 05 2022.
- PENNA, P. H. V.; SUBRAMANIAN, A.; OCHI, L. S. An iterated local search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. **Journal of Heuristics**, Springer, v. 19, n. 2, p. 201–232, 2013.

- PEREIRA, V. G.; ALVES-JUNIOR, O. C.; BALDO, F. An approach to solve the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem with time window based on adaptive large neighborhood search meta-heuristic. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, IEEE, v. 25, n. 7, p. 8148–8157, 2024.
- PESSOA, A.; SADYKOV, R.; UCHOA, E. Enhanced branch-cut-and-price algorithm for heterogeneous fleet vehicle routing problems. **European Journal of Operational Research**, v. 270, n. 2, p. 530–543, 2018. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221718303126>>.
- PETROPOULOS, F.; LAPORTE, G.; AKTAS, E.; ALUMUR, S. A.; ARCHETTI, C.; AYHAN, H.; BATTARRA, M.; BENNELL, J. A.; BOURJOLLY, J.-M.; BOYLAN, J. E. *et al.* Operational research: Methods and applications. **Journal of the Operational Research Society**, Taylor & Francis, v. 75, n. 3, p. 423–617, 2024.
- ROGERIO, C. R. V. *et al.* Modelo de otimização para o problema de roteirização de viaturas na marinha do brasil. Joinville, SC., 2025.
- SCHENEKEMBERG, C. M.; GUIMARÃES, T. A.; CHAVES, A. A.; COELHO, L. C. A three-front parallel branch-and-cut algorithm for production and inventory routing problems. **Transportation Science**, INFORMS, v. 58, n. 4, p. 687–707, 2024.
- SOUZA, R. S. Um olhar sobre a complexidade de resolução do problema de roteamento de veículos. 2025.
- TAILLARD, É. D. A heuristic column generation method for the heterogeneous fleet vrp. **RAIRO-Operations Research**, EDP Sciences, v. 33, n. 1, p. 1–14, 1999.
- THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. [S.l.]: Cortez editora, 2025.
- VIEIRA, N. H.; COTA, F. d. R.; Gomes Júnior, A. d. C.; GOMES, H. C.; FORTES, A. Uma heurística ILS para a resolução do problema de roteamento de veículos com frota heterogênea. **Revista Latino-Americana de Inovação e Engenharia de Produção**, v. 10, n. 17, p. 63–77, 2022. Disponível em: <<https://revistas.ufpr.br/relainep/article/view/83398>>.
- ZHEN, L.; MA, C.; WANG, K.; XIAO, L.; ZHANG, W. Multi-depot multi-trip vehicle routing problem with time windows and release dates. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, Elsevier, v. 135, p. 101866, 2020.
- ZUO, X.; ZHU, C.; HUANG, C.; XIAO, Y. Using ampl/cplex to model and solve the electric vehicle routing problem (evrp) with heterogeneous mixed fleet. In: IEEE. **2017 29th Chinese control and decision conference (CCDC)**. [S.l.], 2017. p. 4666–4670.