



Universidade Federal de Ouro Preto
Escola de Minas
Engenharia de Controle e Automação



Augusto Costa Barbosa

COMPARATIVO DE TÉCNICAS PARA CONTROLE DE ESTABILIDADE DE UMA PLATAFORMA MONOARTICULADA DE DRONE

Ouro Preto

2026

Augusto Costa Barbosa

**COMPARATIVO DE TÉCNICAS PARA CONTROLE DE
ESTABILIDADE DE UMA PLATAFORMA
MONOARTICULADA DE DRONE**

Trabalho apresentado ao Colegiado do Curso de Engenharia de Controle e Automação da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para a obtenção do Grau de Engenheiro(a) de Controle e Automação.

Orientador: Prof. Dr. Bruno Nazário Coelho

Ouro Preto

2026



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
ESCOLA DE MINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CONTROLE E
AUTOMACAO



FOLHA DE APROVAÇÃO

Augusto Costa Barbosa

Comparativo de técnicas para controle de estabilidade de uma plataforma monoarticulada de drone

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Controle e Automação da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro de Controle e Automação

Aprovada em 10 de julho de 2026

Membros da banca

[Dr.] - Bruno Nazário Coelho - Orientador (Universidade Federal de Ouro Preto)

[MSc.] - João Carlos Vilela de Castro- (Universidade Federal de Ouro Preto)

[Dr.] - Paulo Marcos de Barros Monteiro- (Universidade Federal de Ouro Preto)

Bruno Nazário Coelho, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 15/07/2026



Documento assinado eletronicamente por **Bruno Nazário Coelho, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 16/07/2026, às 12:02, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1137829** e o código CRC **3C3191C3**.

Referência: Caso responda este documento, indicar expressamente o Processo nº 23109.007634/2026-28

SEI nº 1137829

R. Diogo de Vasconcelos, 122, - Bairro Pilar Ouro Preto/MG, CEP 35402-163
Telefone: 3135591533 - www.ufop.br

Agradecimentos

Agradeço a Deus, à minha família, a minha namorada e aos meus amigos pelo apoio constante. Agradeço também ao meu amigo e orientador, Prof. Dr. Bruno Nazário Coelho, pela disponibilidade e pelo direcionamento ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Resumo

O uso de Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTs) cresceu nas últimas décadas, ampliando a exigência sobre os Sistemas de Controle de Voo (FCS). A validação experimental de controladores em voo livre apresenta risco de danos aos equipamentos durante as fases iniciais de sintonia, sobretudo em ajustes feitos por tentativa e erro. Para contornar esses riscos sem perder representatividade dinâmica, este trabalho utiliza uma Mesa Estabilizadora de 1 Grau de Liberdade (1-DOF), que reproduz a dinâmica do controle de atitude em torno de um único eixo. O objetivo é desenvolver e comparar experimentalmente duas técnicas de estabilização nessa bancada, ambas sintonizadas por método empírico: um controlador PID clássico de malha única e um controlador PID em cascata. Como etapa adicional, sempre que viável, aplica-se o método de Ziegler–Nichols, na forma da oscilação sustentada, para fins de comparação com os ganhos obtidos por sintonia direta. Não é objeto deste trabalho a identificação paramétrica formal da planta a sintonia é integralmente conduzida sobre a bancada física. O loop interno opera a 250 Hz, no caso da cascata, o loop externo a 50 Hz, atendendo à regra de separação de banda de cinco vezes. A cadeia de sinal inclui fusão entre acelerômetro e giroscópio por filtro de Kalman unidimensional, filtragem do termo derivativo por dois filtros PT1 em cascata (PT2) e rejeição de harmônicos do motor por filtro *notch* biquad sintonizado a partir de análise espectral por FFT. Mecanismos de robustez numérica (zona morta no termo proporcional, anti-*windup* direcional, congelamento do integrador em regime permanente e rampa de *setpoint*) são incorporados ao firmware. A comparação entre controladores é feita por métricas quantitativas (RMSE, MAE, sobressinal e tempo de acomodação), com média de múltiplas repetições por ensaio. Os resultados validam a cadeia de estimação e de filtragem e corroboram para hipótese de trabalho, em que o filtro de Kalman reduziu o ruído RMS da estimativa de ângulo de $0,083^\circ$ para $0,012^\circ$, o filtro passa-baixa em cascata (PT2) reduziu o valor RMS da taxa angular em 78 %, contra 21 % do filtro *notch*. Ao ser gerado perturbações, o PID em cascata superou o PID de malha única, reduzindo o sobressinal médio de $2,8^\circ$ para $1,4^\circ$, o erro estacionário de $1,16^\circ$ para $1,03^\circ$.

Palavras Chave: Controle e Automação. PID em Cascata. VANT. Filtro de Kalman. Filtro PT2. Ziegler-Nichols. Sintonia Empírica. Python.

Abstract

The use of Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) has grown over the last decades, raising the demands placed on Flight Control Systems (FCS). Experimental validation of controllers in free flight carries a risk of hardware damage during the early tuning stages, especially when gains are adjusted by trial and error. To mitigate these risks without losing dynamic representativeness, this work uses a 1-Degree-of-Freedom (1-DOF) Stabilizing Table that reproduces the attitude-control dynamics around a single axis. The objective is to develop and experimentally compare two stabilization techniques on this platform, both tuned empirically: a classical single-loop PID controller and a cascade PID controller. As an additional step, whenever feasible, the Ziegler–Nichols sustained-oscillation method is applied for comparison with the gains obtained by direct tuning. The formal parametric identification of the plant is not within the scope of this work, tuning is conducted entirely on the physical platform. The inner loop runs at 250 Hz and, in the cascade case, the outer loop at 50 Hz, satisfying the five-fold bandwidth-separation rule. The signal chain includes accelerometer–gyroscope fusion through a one-dimensional Kalman filter, derivative-term filtering by two cascaded PT1 filters (PT2), and motor-harmonic rejection by a biquad *notch* filter tuned from spectral analysis by FFT. Numerical robustness mechanisms (dead zone in the proportional term, directional anti-*windup*, integrator freezing in steady state, and *setpoint* ramping) are incorporated into the firmware. The comparison between controllers is performed through quantitative metrics (RMSE, MAE, overshoot, and settling time), averaged over multiple repetitions per trial. The results validate the estimation and filtering chain and support the working hypothesis, the Kalman filter reduced the angle estimate’s RMS noise from 0.083° to 0.012° , the cascaded low-pass filter (PT2) reduced the angular rate RMS value by 78 % compared to 21 % for the *notch* filter, disturbances were applied, and the cascaded PID controller outperformed the single-loop PID, reducing the average overshoot from 2.8° to 1.4° and the steady-state error from 1.16° to 1.03° .

Keywords: PID. UAV. Kalman Filter. Notch Filter. Ziegler-Nichols. Empirical Tuning. Python.

Lista de figuras

Figura 1 – Diagrama de blocos do PID clássico de malha única.	18
Figura 2 – Diagrama de blocos do PID em cascata.	20
Figura 3 – Diagrama da estimativa do ângulo dos sensores acelerômetro e giroscópio.	21
Figura 4 – Visão geral da Mesa Estabilizadora de 1 Grau de Liberdade (1-DOF).	28
Figura 5 – Componentes de hardware aplicados na plataforma 1-DOF.	29
Figura 6 – Ruído em repouso a -30° : ângulo bruto do acelerômetro (RMS $0,083^\circ$) e estimativa de Kalman (RMS $0,012^\circ$), no tempo e em frequência.	34
Figura 7 – Exatidão estática do filtro de Kalman em dois ângulos de referência, com painel inferior de resíduo.	35
Figura 8 – Resposta dinâmica do filtro de Kalman (RMSE $1,33^\circ$, atraso ≤ 4 ms) e deriva acumulada da integração pura do giroscópio.	36
Figura 9 – Estimativa de Kalman e ângulo bruto do acelerômetro com motores em rotação: amplitude pico a pico de 6° e 30° , respectivamente.	37
Figura 10 – Estimativa de Kalman e integração do giroscópio corrigida de viés espectro da taxa angular evidenciando a dinâmica de corpo em torno de $1,7$ Hz.	38
Figura 11 – Efeito do nível do DLPF sobre o ângulo do acelerômetro, comparado à estimativa de Kalman, com motores em rotação.	39
Figura 12 – Diagrama de blocos do PID clássico de malha única aplicado à bancada 1-DOF: os três termos atuam em paralelo sobre o erro de ângulo $e(t)$, e sua soma constitui o sinal de controle $u(t)$ aplicado ao atuador.	40
Figura 13 – Resposta a degraus de $\pm 5^\circ$ em torno de -30° para dois conjuntos de ganhos (superior: conjunto A inferior: conjunto B).	41
Figura 14 – Sobreposição das respostas dos conjuntos A e B na mesma escala.	41
Figura 15 – RMSE de seguimento de $2,15^\circ$	42
Figura 16 – Diagrama de blocos do PID em cascata: a malha externa controla o ângulo θ (realimentado pelo filtro de Kalman) e gera a referência de taxa ω_{ref} , a malha interna controla a taxa angular ω (realimentada pelo giroscópio) e gera o sinal aplicado ao atuador.	45
Figura 17 – Resposta do PID em cascata a degraus de 5° em torno de -30° ao longo de 30 s sobressinal médio $1,4^\circ$, erro estacionário $1,03^\circ$	46
Figura 18 – Ensaio estendido do PID em cascata: resposta a degraus de $\pm 5^\circ$ em torno de -30° ao longo de 40 s, configuração final.	46

Lista de tabelas

Tabela 1	– Regras de Ziegler–Nichols para o método da oscilação sustentada (segundo método).	19
Tabela 2	– Ganhos do PID em forma paralela derivados do método de Ziegler–Nichols.	19
Tabela 3	– Comandos seriais aceitos.	32
Tabela 4	– Ruído das estimativas de ângulo em repouso (60 s, sistema parado a -30°).	34
Tabela 5	– Exatidão estática do filtro de Kalman em cinco ângulos de referência.	35
Tabela 6	– Caracterização do ruído do giroscópio em função do PWM.	37
Tabela 7	– Redução do valor RMS da taxa angular por estratégia de filtragem, aplicada <i>offline</i> ao mesmo sinal bruto.	39
Tabela 8	– Ganhos por método de sintonia e respectivo desempenho.	43
Tabela 9	– Comparação entre o primeiro experimento na bancada e a etapa atual.	44
Tabela 10	– Efeito do termo de balanceamento B sobre o erro estacionário.	45
Tabela 11	– Comparativo de desempenho no degrau de 5° entre o PID de malha única e o PID em cascata.	47

Lista de abreviaturas e siglas

1-DOF	1-Degree of Freedom (1 Grau de Liberdade)
BLDC	Brushless Direct Current
DLPF	Digital Low-Pass Filter
DMP	Digital Motion Processor
ESC	Electronic Speed Controller
FCS	Flight Control System
FFT	Fast Fourier Transform (Transformada Rápida de Fourier)
IAE	Integral of Absolute Error (Integral do Erro Absoluto)
IMU	Inertial Measurement Unit
ISE	Integral of Squared Error (Integral do Erro Quadrático)
ITAE	Integral of Time-weighted Absolute Error (Integral do Erro Absoluto Ponderado pelo Tempo)
LQG	Linear Quadratic Gaussian (Regulador Linear Quadrático Gaussiano)
LSB	Least Significant Bit (Bit Menos Significativo)
MAE	Mean Absolute Error
MEMS	Micro-Electro-Mechanical Systems
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
PRBS	Pseudo-Random Binary Sequence (Sequência Binária Pseudoaleatória)
PT1	Filtro passa-baixa de primeira ordem
PT2	Filtro passa-baixa de segunda ordem
PWM	Pulse Width Modulation
RMSE	Root Mean Square Error
VANT	Veículo Aéreo Não Tripulado
Z-N	Ziegler-Nichols

Lista de símbolos

θ	Ângulo de inclinação da haste
$\dot{\theta}$	Velocidade angular
$\ddot{\theta}$	Aceleração angular
I	Momento de inércia
b	Coefficiente de atrito viscoso
m	Massa total deslocada
d	Distância do centro de massa ao pivô
g	Aceleração da gravidade
τ	Torque de controle
$G(s)$	Função de transferência da planta
K	Ganho de regime permanente
ω_n	Frequência natural não amortecida
ζ	Coefficiente de amortecimento
$u(t)$	Sinal de controle
$e(t)$	Erro entre referência e variável de processo
r	Referência (<i>setpoint</i>)
y	Variável de processo
K_P	Ganho proporcional
K_I	Ganho integral
K_D	Ganho derivativo
T_i	Tempo integral
T_d	Tempo derivativo
K_u	Ganho crítico
T_u	Período crítico

α	Coeficiente de suavização do filtro PT1
f_c	Frequência de corte do filtro passa-baixa
Δt	Período de amostragem
f_0	Frequência central do filtro de <i>Notch</i>
Q	Fator de qualidade do filtro de <i>Notch</i>
ω_0	Frequência angular normalizada
b_0, b_1, b_2	Coeficientes do numerador do filtro de <i>Notch</i>
a_0, a_1, a_2	Coeficientes do denominador do filtro <i>Notch</i>
f_s	Frequência de amostragem
Δf	Resolução em frequência da FFT
M_p	Sobressinal percentual
t_s	Tempo de acomodação
N	Número de amostras
P	Matriz de covariância do filtro de Kalman
B	Termo de balanceamento entre os motores
V_{base}	Velocidade de base dos motores
$K_{p,\text{ang}}$	Ganho proporcional do loop externo
$K_{i,\text{ang}}$	Ganho integral do loop externo
$K_{p,\text{rate}}$	Ganho proporcional do loop interno
$K_{i,\text{rate}}$	Ganho integral do loop interno
$K_{d,\text{rate}}$	Ganho derivativo do loop interno

Sumário

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	Justificativas e Relevância	13
1.2	Objetivos	14
1.3	Organização e estrutura	15
2	REVISÃO DE LITERATURA	16
2.1	Veículos Aéreos Não Tripulados	16
2.2	Dinâmica e Instabilidade de Multirrotores	17
2.2.1	Modelagem Matemática da Plataforma 1-DOF	17
2.3	Controlador PID Clássico	17
2.3.1	Formas de Implementação	18
2.3.2	Sintonia Empírica	18
2.3.3	Método de Ziegler–Nichols	18
2.3.4	Limitações da Implementação Digital	19
2.3.5	Limitação Estrutural do PID de Malha Única	19
2.4	Controle em Cascata	20
2.5	Atuação em Multirrotores: Motor BLDC e ESC	20
2.6	Sensoriamento Inercial	21
2.7	Fusão Sensorial: Filtro de Kalman	21
2.8	Filtragem na Cadeia de Sinal	22
2.8.1	Filtro Digital Passa-Baixa do MPU6050 (DLPF)	22
2.8.2	Filtro PT1 e Cascata PT2 para o Termo Derivativo	22
2.8.3	Filtro Notch para Rejeição de Harmônicos dos Motores	22
2.8.4	Análise Espectral por Transformada Rápida de Fourier	23
2.9	Mecanismos de Robustez do Controlador	23
2.10	Métricas de Desempenho em Controle	24
2.11	Trabalhos Correlatos	24
2.11.1	Sintonia Empírica e Ziegler–Nichols Aplicados a Drones	24
2.11.2	Trabalhos com Estrutura em Cascata	25
2.11.3	Trabalhos na UFOP	26
2.11.4	Síntese e Posicionamento	26
3	MATERIAIS E MÉTODOS	28
3.1	Lista de Materiais	28
3.1.1	Plataforma Mecânica	29
3.1.2	Sistema de Atuação	29

3.1.3	Sensoriamento	30
3.1.4	Unidade de Processamento	30
3.1.5	Alimentação	30
3.2	Métodos	31
3.2.1	Aquisição de Dados Experimentais	31
3.2.2	Análise Espectral para Sintonia do Filtro Notch	31
3.2.3	Sintonia Empírica do PID de Malha Única	31
3.2.4	Sintonia Empírica do PID em Cascata	31
3.2.5	Sintonia pelo Método de Ziegler–Nichols	31
3.2.6	Implementação do Firmware	31
3.2.7	Protocolo de Ensaios	32
3.2.8	Métricas de Desempenho	32
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	33
4.1	Validação do Filtro de Kalman	33
4.1.1	Ruído em Repouso	33
4.1.2	Exatidão Estática	34
4.1.3	Resposta Dinâmica e Atraso	34
4.1.4	Convergência na Partida	35
4.1.5	Comportamento em Operação com Motores	36
4.2	Caracterização dos Filtros	37
4.2.1	Caracterização Espectral da Vibração	37
4.2.2	Efeito do Filtro Passa-Baixa Interno do Sensor	38
4.2.3	Avaliação do Filtro Notch	38
4.2.4	Comparação entre Estratégias de Filtragem	39
4.2.5	Cadeia de Filtragem Adotada	40
4.3	Sintonia do PID de Malha Única	40
4.3.1	Identificação dos Ganhos	40
4.3.2	Comparação com o Método de Ziegler–Nichols	43
4.3.3	Comparação com o Primeiro Experimento na Bancada	43
4.3.4	Resposta a Degraus e Erro Estacionário	44
4.4	Sintonia e Desempenho do PID em Cascata	44
4.4.1	Equivalência Estrutural com o PID de Malha Única	45
4.4.2	Resposta em Regime e Métricas	46
4.5	Comparativo entre o PID em Cascata e o PID de Malha Única	47
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	48
5.1	Propostas de Trabalhos Futuros	49
	Referências	50

1 Introdução

Os Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTs), conhecidos popularmente como drones, ganharam destaque nas últimas décadas. Essas aeronaves operam em agricultura de precisão, logística, inspeção de infraestruturas, mapeamento e segurança pública, entre outras aplicações. O principal responsável por viabilizar essas aplicações é o Sistema de Controle de Voo, FCS (*Flight Control System*), encarregado de transformar referências de atitude e de trajetória em comandos aplicados aos motores em tempo real.

Diferentemente das aeronaves de asa fixa, que apresentam estabilidade aerodinâmica passiva, os multirrotores são inerentemente instáveis em malha aberta. Eles dependem de controle ativo, executado em malha fechada e em alta frequência, para manter a atitude estimada dentro de limites toleráveis. Conforme o levantamento de Lopez-Sanchez e Moreno-Valenzuela (2023), o controlador PID, em suas diversas variações, é a estrutura de controle mais utilizada em aplicações práticas de VANTs, tanto na literatura científica quanto em controladores de voo de código aberto, justamente em razão de sua simplicidade de implementação e da robustez frente a incertezas paramétricas. A validação experimental de algoritmos de controle em voo livre, contudo, carrega o risco de instabilidade catastrófica nas fases iniciais de sintonia, sobretudo em controladores PID ajustados empiricamente. Um único conjunto inadequado de ganhos pode levar a rápida divergência, com perda de altitude e queda da aeronave, comprometendo hélices, motores, eletrônicos embarcados e a estrutura mecânica. Para mitigar esses riscos e oferecer um ambiente controlado de testes, adota-se neste trabalho uma plataforma experimental: a Mesa Estabilizadora de 1 Grau de Liberdade (1-DOF), que reproduz a dinâmica rotacional em torno de um único eixo. Com essa bancada, é possível investigar o comportamento de controladores em condições próximas às de voo, sem o risco associado a uma aeronave completa em três eixos.

Este trabalho desenvolve estratégias de controle em malha fechada sobre a bancada e as compara experimentalmente. A primeira é um PID clássico de malha única, sintonizado de forma empírica, que serve de referência de desempenho. A segunda é um PID em cascata, em que um loop externo de ângulo gera a referência de taxa angular para um loop interno de taxa, com separação de banda da ordem de cinco vezes entre os dois loops. Ambos os controladores são sintonizados por método empírico, por ajuste direto dos ganhos sobre o sistema físico, observando-se a resposta no tempo após cada incremento. Sempre que viável, os ganhos obtidos por sintonia empírica são confrontados com os valores previstos pelo método de Ziegler–Nichols, na variante da oscilação sustentada.

Em ambas as arquiteturas foram implementados, no firmware embarcado, um filtro de Kalman unidimensional para fusão das medidas do acelerômetro e do giroscópio, uma

cadeia de filtragem passa-baixa para rejeição dos harmônicos de vibração dos motores, zonas mortas nos termos proporcionais e mecanismos lógicos anti-saturação na ação integral. Essas estruturas são descritas em detalhe nos capítulos subsequentes e são tratadas, ao longo do trabalho, como parte indissociável do controlador, na medida em que sua presença e sua configuração impactam diretamente o desempenho da malha fechada.

1.1 Justificativas e Relevância

A estabilização de atitude de drones figura entre os principais desafios da engenharia de controle: a dinâmica é não linear, apresenta acoplamento entre eixos e é sensível a perturbações externas. Diante dessa complexidade, o controlador PID consolidou-se como solução amplamente adotada, por sua estrutura simples, baixo custo computacional e desempenho satisfatório em condições normais de operação. Em revisão sistemática da literatura, Lopez-Sanchez e Moreno-Valenzuela (2023) observam que, embora controladores avançados venham sendo propostos com frequência, o PID permanece a opção dominante em implementações reais e em controladores de voo embarcados.

Apesar dessa popularidade, o PID de malha única apresenta limitações estruturais. Por atuar diretamente sobre o erro de posição angular, tende a saturar atuadores quando o sistema é submetido a perturbações severas. Noordin, Mohd Basri e Mohamed (2020), em estudo experimental com a plataforma comercial Parrot Mambo, demonstram que um PID de malha única estabiliza a atitude em voo, mas sofre degradação significativa de desempenho sob pequenas perturbações manuais. A literatura aponta o controle em cascata como resposta natural a essa limitação: Bouabdallah, Noth e Siegwart (2004) identificam a separação dos objetivos de seguimento de posição e da taxa angular como fator decisivo para o desempenho da malha fechada, e Hoshu *et al.* (2023) evidenciam que o desacoplamento entre as duas escalas de tempo é crítico para a robustez do sistema.

Outro fator está na qualidade das medições inerciais utilizadas na realimentação. As IMUs operam sob vibração mecânica intensa, e o sinal resultante carrega ruído e erros acumulativos como o *drift* dos giroscópios. Lage (2016), em trabalho conduzido na UFOP sobre uma plataforma de dois graus de liberdade, mostrou que a qualidade da estimativa de atitude afeta diretamente o desempenho do PID e que a filtragem mal posicionada na cadeia de sinal introduz atraso de fase e tende a provocar oscilações em vez de atenuá-las.

Diante dessas limitações, este trabalho investiga estratégias de controle que tratem separadamente controle do ângulo e da taxa angular, em estrutura de cascata, que incorporem mecanismos de filtragem multicamada, caracterizando a diferença de desempenho em relação ao PID clássico de malha única em uma bancada de um grau de liberdade. Ao padronizar a sintonia empírica para as duas arquiteturas, a comparação isola o efeito da estrutura de controle.

1.2 Objetivos

Objetivo Geral

Desenvolver e validar experimentalmente técnicas de controle para a estabilização de uma plataforma monoarticulada de drone (1-DOF), implementando um controlador PID clássico de malha única e um controlador PID em cascata, ambos sintonizados por método empírico, e estabelecer um comparativo quantitativo de desempenho entre as duas arquiteturas.

Objetivos Específicos

1. Implementar o filtro de Kalman unidimensional para fusão das medidas do acelerômetro e do giroscópio
2. Identificar, por análise espectral pela Transformada Rápida de Fourier (FFT), a frequência dominante de vibração estrutural e avaliar a filtragem correspondente
3. Implementar a cascata de dois filtros PT1 (PT2) para o termo derivativo
4. Sintonizar empiricamente o PID de malha única na bancada, pelos ganhos K_P , K_D e K_I
5. Sintonizar empiricamente o PID em cascata, primeiro o loop interno de taxa angular e em seguida o loop externo de ângulo
6. Aplicar, sempre que viável, o método de Ziegler–Nichols e comparar os ganhos resultantes com os da sintonia empírica
7. Padronizar o protocolo de ensaios (repouso inicial, acionamento, perturbações e duração suficiente para caracterizar o regime permanente)
8. Comparar os controladores pelas métricas RMSE, MAE, sobressinal M_p e tempo de acomodação t_s , com média de repetições por ensaio.

1.3 Organização e estrutura

Esta monografia está organizada em cinco capítulos. O Capítulo 2 reúne a revisão de literatura, abordando os fundamentos de VANTs, do controlador PID clássico e em cascata, do sensoriamento inercial, da fusão sensorial por filtro de Kalman, da cadeia de filtragem de sinais e dos trabalhos correlatos. O Capítulo seguinte descreve os materiais e métodos, detalhando a bancada de 1 grau de liberdade, o hardware empregado e os procedimentos experimentais de aquisição de dados e de sintonia. Na sequência, apresentam-se e discutem-se os resultados obtidos para a validação do filtro de Kalman, a caracterização dos filtros e o desempenho das duas arquiteturas de controle. Por fim, o último capítulo traz as considerações finais e as propostas de trabalhos futuros.

2 Revisão de Literatura

Este capítulo reúne os fundamentos teóricos utilizados no projeto, organizados na ordem em que cada conceito aparece na cadeia de sinal do controlador implementado. Foi realizada uma revisão das obras de referência consolidadas em controle clássico, em filtragem digital embarcada e em fundamentos de filtragem estocástica, as quais são complementadas por artigos experimentais recentes que aplicam tais técnicas.

2.1 Veículos Aéreos Não Tripulados

Veículos Aéreos Não Tripulados, ou VANTs, são aeronaves operadas sem tripulação a bordo. Entre as configurações mais difundidas estão os multirrotores, sendo o quadricóptero a mais comum. Nessa topologia, dois pares de rotores giram em sentidos opostos, de modo que o torque resultante de reação seja idealmente nulo quando todos giram à mesma velocidade. Variações na velocidade de cada rotor produzem desequilíbrios de empuxo e de torque que se traduzem em movimentos de *pitch*, *roll* e *yaw*, além de variação de altitude conforme Lopez-Sanchez e Moreno-Valenzuela (2023).

A bancada utilizada neste trabalho preserva o princípio físico desse mecanismo, mas restringe o movimento a um único eixo de rotação. A diferença entre os empuxos atua como torque de controle aplicado à haste, exatamente como ocorre em um eixo de *pitch* ou *roll* de um quadricóptero real. A configuração 1-DOF é, assim, uma simplificação controlada do problema completo de atitude, particularmente adequada ao estudo isolado de técnicas de controle de eixo, Bouabdallah, Noth e Siegwart (2004).

2.2 Dinâmica e Instabilidade de Multirrotores

Veículos de asa rotativa apresentam dinâmica subatuada. Conforme Ogata (2010), tais sistemas são instáveis em malha aberta, em que qualquer perturbação ou assimetria entre rotores leva a plataforma à divergência de atitude. A frequência de operação típica de controladores de atitude situa-se em 100 Hz ou mais. O loop adotado neste trabalho é de 250 Hz, situando-se na região conservadora dessa faixa, atendendo ao critério de Nyquist para a banda dinâmica da bancada (LOPEZ-SANCHEZ; MORENO-VALENZUELA, 2023).

2.2.1 Modelagem Matemática da Plataforma 1-DOF

A dinâmica de um grau de liberdade é descrita pela equação diferencial não linear do movimento rotacional:

$$I\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + mgd\sin(\theta) = \tau, \quad (2.1)$$

em que I é o momento de inércia, b o coeficiente de atrito viscoso, m a massa total deslocada, d a distância do centro de massa ao pivô, g a aceleração da gravidade, θ o ângulo de inclinação medido pelo MPU6050 e τ o torque de controle (NISE, 2017). Para esse projeto de controladores não exige a estimação de I , b , m e d , uma vez que a sintonia é integralmente empírica. A linearização em torno do ponto de equilíbrio $\theta \approx 0$, em que $\sin \theta \approx \theta$ (DOUGLAS, 2012), conduz à forma canônica de um sistema linear de segunda ordem:

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (2.2)$$

em que K é o ganho de regime permanente, ω_n a frequência natural não amortecida e ζ o coeficiente de amortecimento.

2.3 Controlador PID Clássico

Åström e Hägglund (1995) estimam que uma grande quantidade dos laços de controle em uso na indústria são variações desse esquema. A lei de controle no domínio do tempo, em sua forma paralela, é

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt}, \quad (2.3)$$

em que $e(t) = r(t) - y(t)$ é o erro entre a referência r e a variável de processo y . O termo proporcional determina a velocidade de resposta, o integral elimina o erro estacionário, o derivativo antecipa a tendência do erro e amortece oscilações (RIVERA; MORARI; SKOGESTAD, 1986).

2.3.1 Formas de Implementação

A literatura registra três formas equivalentes: a paralela, a serial e a ideal (ISA), parametrizada por K_P , pelo tempo integral T_i e pelo tempo derivativo T_d :

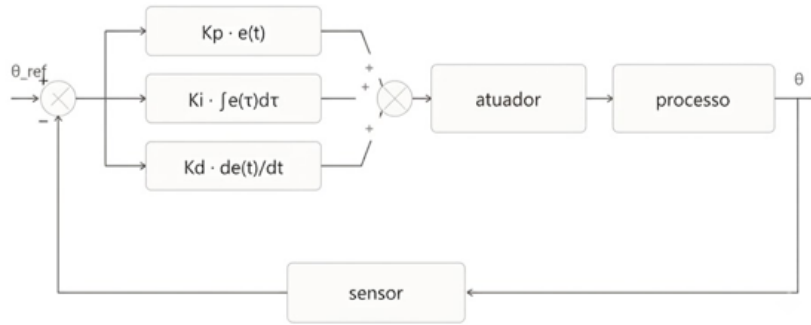
$$u(t) = K_P \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right]. \quad (2.4)$$

A relação entre as parametrizações é $K_I = K_P/T_i$ e $K_D = K_P T_d$.

2.3.2 Sintonia Empírica

A sintonia empírica ajusta os ganhos incrementalmente sobre o sistema físico, dispensando o conhecimento prévio do modelo (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1995). A heurística mais difundida parte de $K_I = K_D = 0$ e incrementa K_P até resposta vigorosa sem oscilação acentuada, em seguida ativa-se K_D para amortecer o transitório e por fim, K_I em valor pequeno para eliminar o erro de regime. Lage (2016) descreve essa heurística como “método das aproximações sucessivas”. Em sistemas embarcados de baixo custo, a sintonia empírica frequentemente supera, na prática, sintonias derivadas de modelos imperfeitos, o que justifica seu uso recorrente em firmwares populares (LIANG, 2023; ARDUPILOT DEVELOPMENT TEAM, 2023).

Figura 1 – Diagrama de blocos do PID clássico de malha única.



Fonte: Elaborado pelo autor.

2.3.3 Método de Ziegler–Nichols

Ziegler e Nichols (1942) propuseram dois métodos sistemáticos. O segundo, da oscilação sustentada, opera em malha fechada: anulam-se os termos integral e derivativo e incrementa-se K_P até a oscilação de amplitude constante (ciclo-limite). O K_P que produz essa condição é o ganho crítico K_u e o período da oscilação é o período crítico T_u a partir deles calculam-se os ganhos pelas relações da Tabela 1 (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1995). O método é atraente para sistemas instáveis em malha aberta, como demonstram Khodja *et al.* (2017) em um quadricóptero real. Suas regras, porém, tendem a produzir sobressinal elevado, o que motivou adaptações como a de Canal e Reimbold (2020).

Tabela 1 – Regras de Ziegler–Nichols para o método da oscilação sustentada (segundo método).

Controlador	K_P	T_i	T_d
P	$0,50 K_u$	—	—
PI	$0,45 K_u$	$T_u/1,2$	—
PID	$0,60 K_u$	$T_u/2$	$T_u/8$

Fonte: Adaptado de Åström e Hägglund (1995).

Os ganhos são parametrizados na forma paralela (K_I e K_D), obtidos de T_i e T_d pelas relações $K_I = K_P/T_i$ e $K_D = K_P T_d$. Substituindo as relações da Tabela 1 para o controlador PID, obtêm-se as formas práticas resumidas na Tabela 2, que são as efetivamente programadas no microcontrolador a partir do par K_u , T_u identificado experimentalmente.

Tabela 2 – Ganhos do PID em forma paralela derivados do método de Ziegler–Nichols.

Parâmetro	Expressão em função de K_u e T_u
K_P	$0,60 K_u$
$K_I = K_P/T_i$	$1,20 K_u/T_u$
$K_D = K_P \cdot T_d$	$0,075 K_u \cdot T_u$

Fonte: Adaptado de Åström e Hägglund (1995).

2.3.4 Limitações da Implementação Digital

Åström e Hägglund (1995) discutem três classes de problemas: o *integral windup*, o *derivative kick* e a sensibilidade da derivada ao ruído. As contramedidas adotadas são limitação do integrador, cálculo do termo derivativo sobre a variável de processo, rampa de *setpoint*, anti-windup direcional e filtragem do termo derivativo.

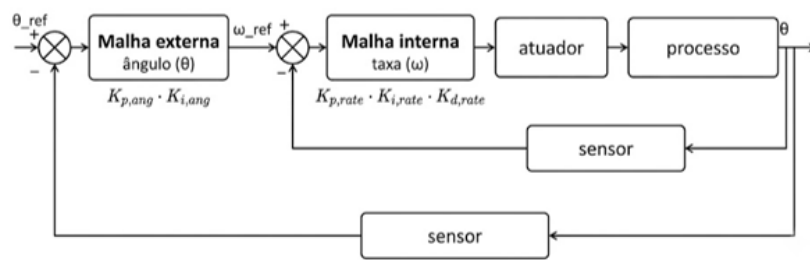
2.3.5 Limitação Estrutural do PID de Malha Única

Os ganhos K_P e K_D atuam sobre grandezas distintas (erro de ângulo e taxa angular), porém são sintonizados em conjunto, de modo que cada melhoria em um aspecto piora outro (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 2015). Em multirrotores, essa limitação motivou a adoção de estruturas em cascata.

2.4 Controle em Cascata

A estrutura em cascata (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 2015; LOPEZ-SANCHEZ; MORENO-VALENZUELA, 2023) separa o problema de atitude em dois loops aninhados: um externo, mais lento, que recebe o *setpoint* de ângulo e produz um *setpoint* de taxa, e um interno, mais rápido, que gera o sinal aplicado aos atuadores. A regra de projeto recomenda que a banda do loop interno seja, no mínimo, cinco vezes maior que a do externo. Hoshu *et al.* (2023) demonstram quantitativamente o benefício de rejeição rápida de perturbações. No firmware deste trabalho, o loop externo opera a 50 Hz e o interno a 250 Hz.

Figura 2 – Diagrama de blocos do PID em cascata.



Fonte: Elaborado pelo autor.

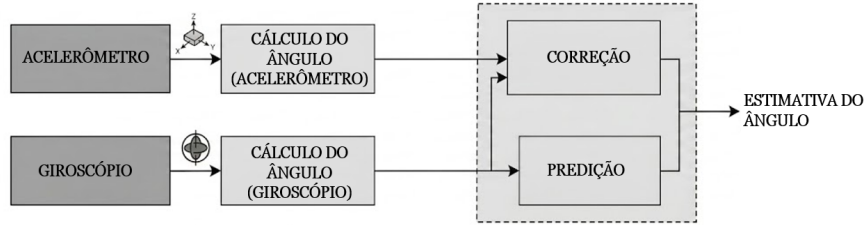
2.5 Atuação em Multirrotores: Motor BLDC e ESC

O motor BLDC (*Brushless Direct Current*) é um motor síncrono de ímãs permanentes, em que os ímãs localizam-se no rotor e os enrolamentos trifásicos no estator, eliminando escovas e comutador mecânico. A ausência de contato deslizante reduz atrito, desgaste e eleva a relação torque/massa, atributos que consolidaram o BLDC como atuador padrão em multirrotores. A contrapartida é que a comutação, antes realizada mecanicamente, precisa ser feita por eletrônica externa: as três fases devem ser energizadas em sequência, em sincronia com a posição instantânea do rotor, para que o campo girante do estator arraste os ímãs. Essa função é exercida pelo ESC (*Electronic Speed Controller*), um inversor trifásico em ponte composto por seis transistores de potência. A posição do rotor é inferida pela passagem por zero da força contraeletromotriz induzida na fase momentaneamente desenergizada. A velocidade é regulada pela tensão média aplicada às fases, modulada internamente em alta frequência pelo próprio ESC.

2.6 Sensoriamento Inercial

O sensoriamento de atitude depende de uma Unidade de Medição Inercial (IMU), composta por acelerômetro e giroscópio de três eixos. O acelerômetro não mede a aceleração absoluta, mas a *força específica* $\vec{f} = \vec{a} - \vec{g}$, isto é, a aceleração linear do corpo subtraída da aceleração gravitacional, projetada nos três eixos do sensor. Em condições quase-estáticas, nas quais $\vec{a} \approx \vec{0}$, a leitura reduz-se a $-\vec{g}$ e a inclinação é recuperada por $\theta = \arctan(a_y / \sqrt{a_x^2 + a_z^2})$. Fora dessa condição, a aceleração linear compõe-se com a gravidade e corrompe a estimativa de inclinação. O giroscópio mede a velocidade angular, sua integração fornece o ângulo mas o *drift* conduz à divergência se usada isoladamente. Os sinais são, portanto, complementares, e sua combinação é tarefa do filtro de Kalman.

Figura 3 – Diagrama da estimativa do angulo dos sensores acelerômetro e giroscópio.



Fonte: Elaborado pelo autor.

2.7 Fusão Sensorial: Filtro de Kalman

O filtro de Kalman (KALMAN, 1960; WELCH; BISHOP, 2006), em sua versão discreta (GREWAL; ANDREWS, 2014), é um estimador estocástico recursivo que combina fontes ruidosas para produzir a estimativa de mínimo erro quadrático médio. Para a fusão acelerômetro-giroscópio, o estado é composto pelo ângulo θ e pelo *bias* do giroscópio. Welch e Bishop (2006) destacam dois cuidados: semear a estimativa com a primeira leitura do acelerômetro e inicializar a matriz de covariância P com alta incerteza. A escolha do filtro de Kalman, em detrimento do complementar, se consiste no fato do filtro complementar introduz *atraso de fase* nas frequências úteis, reduzindo a margem de fase, ao passo que o filtro de Kalman não impõe atraso sistemático (LAGE, 2016).

2.8 Filtragem na Cadeia de Sinal

Liang (2023) identifica que filtrar a taxa angular antes do estimador de atitude e filtrar a saída de PWM são armadilhas comuns. A regra prática é manter a taxa bruta para o estimador, aplicar filtros apenas onde necessário e não filtrar a saída de comando.

2.8.1 Filtro Digital Passa-Baixa do MPU6050 (DLPF)

O MPU6050, é uma IMU que junta num único chip um acelerômetro e um giroscópio, ambos MEMS (micro-estruturas de silício que se deslocam com o movimento e geram sinal elétrico). Dispondo de um Digital Low Pass Filter (DLPF) sendo um filtro passa-baixa digital configurável (7 níveis, 5 a 256 Hz) (INVENSENSE, 2013), que atua sobre acelerômetro e giroscópio antes de os dados serem escritos nos registradores lidos pelo Arduino, cortando boa parte da vibração dos motores na fonte, sendo a primeira camada da cadeia de filtragem, antes do PT2.

2.8.2 Filtro PT1 e Cascata PT2 para o Termo Derivativo

O filtro PT1 é descrito em forma discreta por

$$y[n] = y[n-1] + \alpha(x[n] - y[n-1]), \quad \alpha = \frac{\Delta t}{\Delta t + 1/(2\pi f_c)}, \quad (2.5)$$

com queda assintótica de 20 dB/dec. A cascata de dois PT1 forma o PT2, com 40 dB/dec. Liang (2023) aponta a ausência de ressonância e o menor *phase lag* do PT2 frente ao filtro de Notch. A frequência de corte adotada é 20 Hz, valor que atenua o ruído de alta frequência sem distorção significativa na banda útil.

2.8.3 Filtro Notch para Rejeição de Harmônicos dos Motores

A vibração dos motores aparece no giroscópio como componente espectral em torno da fundamental de rotação e seus harmônicos. O filtro notch atenua somente uma faixa estreita em torno de f_0 (ARDUPILOT DEVELOPMENT TEAM, 2023). Os coeficientes vêm da discretização do notch. O numerador impõe um zero na frequência a rejeitar, o denominador posiciona o par de polos que define a largura da banda de corte. A frequência angular normalizada $\omega_0 = 2\pi f_0/f_s$ localiza o corte, convertendo a frequência-alvo f_0 para radianos por amostra. O fator de qualidade Q controla a largura, quanto maior Q , mais estreita e profunda a rejeição. O parâmetro $\alpha = \sin(\omega_0)/(2Q)$ combina os dois e fixa a largura no domínio digital. Dividir todos os coeficientes por $a_0 = 1 + \alpha$ normaliza a recursão, tornando unitário o coeficiente de $y[n]$ na Equação 2.6. A simetria $b_0 = b_2$ coloca o zero exatamente em f_0 . O termo $a_2 = (1 - \alpha)/a_0$, junto com a_0 , mantém os polos logo dentro do círculo unitário, o que dá largura finita e estabilidade ao filtro. A implementação:

$$y[n] = b_0x[n] + b_1x[n-1] + b_2x[n-2] - a_1y[n-1] - a_2y[n-2], \quad (2.6)$$

cujos coeficientes (BRISTOW-JOHNSON, 2021), com $\omega_0 = 2\pi f_0/f_s$, $\alpha = \sin(\omega_0)/(2Q)$ e $a_0 = 1 + \alpha$, valem

$$b_0 = b_2 = \frac{1}{a_0}, \quad b_1 = a_1 = -\frac{2 \cos \omega_0}{a_0}, \quad a_2 = \frac{1 - \alpha}{a_0}. \quad (2.7)$$

A propriedade $b_1 \equiv a_1$ reduz a recursão a quatro multiplicações por amostra. (ARDUPILOT DEVELOPMENT TEAM, 2023). Quanto à estratégia de sintonia de f_0 , três variantes são registradas na prática de controladores de voo (ARDUPILOT DEVELOPMENT TEAM, 2023; LIANG, 2023). No *notch estático*, f_0 é fixada, a partir de análise espectral prévia, e permanece constante em operação, sendo a variante de menor custo, adequada quando a frequência de perturbação é estável. No *notch dinâmico*, como o ruído de um motor não fica parado sobe e desce com a rotação, a solução é fazer a frequência central do notch perseguir a rotação do motor em tempo real. Vários métodos ajustam dinamicamente a frequência central do notch para rastrear a velocidade do motor sob diferentes condições de empuxo. Isso pode ser feito por sensor de RPM, por telemetria do ESC ou por uma FFT rodando em voo. No modo baseado em telemetria do ESC, o próprio ESC fornece o RPM do motor, que é usado para ajustar a frequência central. f_0 é atualizada durante a operação, rastreando a frequência de rotação dos motores, por telemetria dos ESCs, quando disponível, ou por estimação espectral em janelas deslizantes, ao custo de latência de rastreamento e de maior processamento. No *banco de notches*, são associados em série, posicionados na frequência fundamental e em seus harmônicos, ou distribuídos ao longo da faixa de ruído, de modo a cobrir espectros com múltiplos pico, dando um espalhamento maior de atenuação significativa. o custo é o atraso de fase acumulado pela associação em série.

2.8.4 Análise Espectral por Transformada Rápida de Fourier

A frequência f_0 é determinada por FFT do sinal bruto do giroscópio, implementada em SciPy (VIRTANEN; GOMMERS; OLIPHANT *et al.*, 2020). Para um trecho de telemetria de 80 segundos a 20 Hz, a resolução é $\Delta f = 1/T = 0.0125$ Hz e $f_{max} = 10$ Hz para amostragem a 250 Hz, f_{max} sobe para 125 Hz.

2.9 Mecanismos de Robustez do Controlador

Shinskey (1996) discute a zona morta como contramedida ao ciclo-limite quantizacional: quando o erro está abaixo de um limiar, o termo proporcional é zerado. O limiar foi fixado em 1°s^{-1} no loop interno e em 0.4° no externo.

2.10 Métricas de Desempenho em Controle

As métricas adotadas são consolidadas na literatura de controle clássico (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 2015; OGATA, 2010). Raiz do erro quadrático médio é

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - r_i)^2}, \quad (2.8)$$

e o erro absoluto médio é

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - r_i|. \quad (2.9)$$

O sobressinal M_p , em porcentagem, é

$$M_p = \frac{y_{\max} - r}{r - y_0} \cdot 100\%, \quad (2.10)$$

em que y_0 é o valor inicial, r o valor final de referência e $y_{\max}$ o máximo da resposta. O tempo de acomodação t_s é o instante a partir do qual o erro absoluto permanece dentro de uma faixa de 2%.

2.11 Trabalhos Correlatos

Bouabdallah, Noth e Siegwart (2004) compararam experimentalmente um PID clássico com uma estratégia LQ no quadricóptero, demonstrando que mesmo com um modelo dinâmico idealizado e parâmetros não totalmente conhecidos, o PID estabiliza o sistema em pairagem com erro angular dentro de poucos graus. Os autores concluem que o PID é uma solução prática para o controle de quadricópteros, apesar de suas limitações teóricas. O trabalho fornece o esqueleto da arquitetura PID empregada na grande maioria dos controladores de voo posteriores e válida, de modo particularmente relevante para o presente TCC, a estratégia de usar uma bancada com graus de liberdade restritos como plataforma de teste antes do voo livre.

Lopez-Sanchez e Moreno-Valenzuela (2023), em revisão sistemática publicada na *Annual Reviews in Control*, mapeiam o controle PID em quadricópteros ao longo das últimas duas décadas e identificam três gerações sucessivas de trabalhos: comparações numéricas iniciais, formalizações teóricas baseadas em Lyapunov e implementações experimentais em hardware real. A revisão conclui que, apesar do surgimento de técnicas mais sofisticadas, o PID e suas variantes permanecem como a opção dominante em controladores comerciais e em pesquisas experimentais, e reforça a tendência de uso da arquitetura em cascata.

2.11.1 Sintonia Empírica e Ziegler–Nichols Aplicados a Drones

He e Zhao (2014), em estudo na Universidade Beihang, aplicaram as regras de Ziegler–Nichols na sintonia de um controlador PD para estabilização de atitude de quadricóptero em arquitetura híbrida. Os autores destacam a simplicidade do método como

vantagem prática frente a abordagens evolutivas e concluem que, embora algoritmos genéticos possam fornecer ajuste fino ligeiramente superior, o método clássico de Ziegler–Nichols continua sendo mais simples de implementar.

Khodja *et al.* (2017), em estudo experimental na Universidade Politécnica de Argel, aplicaram o método de Ziegler–Nichols de oscilação sustentada diretamente em um quadricóptero físico de 0.49 kg. Os autores identificaram experimentalmente $K_c = 40$ e $P_c = 0.2$ s para o eixo de *pitch* e demonstraram que o controlador resultante estabiliza o veículo com erros angulares em regime inferiores a $0,3^\circ$. O trabalho fornece evidência direta de que o método é aplicável a sistemas instáveis, desde que executado em ambiente controlado, exatamente como se propõe na bancada 1-DOF deste TCC.

Noordin, Mohd Basri e Mohamed (2020) apresentam um estudo experimental sobre o controle PID de um Parrot Mambo, com sintonia empírica em simulação e validação experimental. O protocolo de avaliação com perturbação manual aplicado pelos autores guarda paralelo direto com o protocolo adotado neste trabalho. Moussaoui *et al.* (2024) apresentam um estudo mais recente em que um quadricóptero F450 é controlado por um ESP32 a 200 Hz, reportando estabilização em aproximadamente dois segundos e flutuações de taxa angular da ordem de 2°s^{-1} em regime, valores que servem como ordem de grandeza de referência para o desempenho esperado com sintonia empírica.

2.11.2 Trabalhos com Estrutura em Cascata

Hoshu *et al.* (2023), em trabalho no *International Journal of Aerospace Engineering*, dedicam-se especificamente à estrutura PID em cascata aplicada a quadricópteros, com loop interno de taxa angular e loop externo de posição angular. Os autores propõem sintonia automatizada por realimentação a relé com integrador embutido e demonstram melhoria de rastreamento e de rejeição a perturbações frente ao PID de malha única equivalente. A arquitetura de duas malhas aninhadas, a regra de separação de banda de cinco vezes e a ordem de sintonia adotadas por Hoshu *et al.* (2023) são as mesmas deste trabalho, validando estrutural e procedimentalmente a escolha feita aqui.

Cavalcante Sá *et al.* (2013), na Universidade Federal do Ceará, descreveram a construção integral de um quadricóptero educacional com controlador PID clássico, detalhando a integração entre hardware e software e fornecendo um exemplo prático de aplicação acadêmica de PID em VANTs com finalidade explicitamente didática.

Canal e Reimbold (2020), em estudo publicado no *Brazilian Journal of Development*, aplicam o método de Ziegler–Nichols ao controle de atitude de quadricópteros e propõem uma adaptação das regras clássicas para reduzir o sobressinal típico, reconhecendo que as regras originais foram calibradas para processos industriais lentos e produzem sintonias agressivas quando aplicadas a sistemas rápidos como drones.

2.11.3 Trabalhos na UFOP

Destaca-se ainda a monografia de Lage (2016), desenvolvida na Universidade Federal de Ouro Preto. O autor desenvolveu um controlador PID para estabilização de uma plataforma com dois graus de liberdade, utilizando o mesmo sensor MPU-6050 e o mesmo microcontrolador Arduino empregados neste trabalho. Lage (2016) conduziu uma abordagem estatística para comparação entre os filtros Complementar, Kalman e o DMP interno do sensor, o autor aplicou o método de Ziegler–Nichols, o utilitário *pidtool* do MATLAB e a sintonia por aproximações sucessivas na obtenção dos ganhos.

A monografia de Nepomuceno (2025), desenvolvida sobre uma bancada de posicionamento angular de constituição análoga à deste trabalho, com dois motores *brushless* de 920 KV com ESCs de 40 A, sensor MPU-6050 e Arduino Uno. O autor identificou a planta pelo método dos mínimos quadrados, com excitação por sinal binário pseudoaleatório (PRBS), e sintonizou controladores pelos métodos de Ziegler–Nichols em malha aberta, Cohen–Coon e otimização computacional, avaliando-os pelos índices IAE, ISE e ITAE, com filtragem por filtro complementar.

2.11.4 Síntese e Posicionamento

A revisão da literatura permite contextualizar o desenvolvimento deste trabalho, corrobora que o controlador PID continua sendo a estrutura dominante (LOPEZ-SANCHEZ; MORENO-VALENZUELA, 2023), a sintonia empírica e o método de Ziegler–Nichols são aplicáveis a multirrotores reais desde que conduzidos em ambiente controlado (KHODJA *et al.*, 2017; HE; ZHAO, 2014; CANAL; REIMBOLD, 2020) a estrutura em cascata, com loop interno de taxa e loop externo de ângulo, produz desempenho superior ao PID de malha única (HOSHU *et al.*, 2023; LOPEZ-SANCHEZ; MORENO-VALENZUELA, 2023) e o uso de uma plataforma com graus de liberdade restritos como ambiente de teste é prática consolidada (LAGE, 2016; CAVALCANTE SÁ *et al.*, 2013; BOUABDALLAH; NOTH; SIEGWART, 2004). O presente TCC insere-se nessa linha e dela se distingue em três pontos. Primeiro, pelo desenho experimental de comparação controlada: as duas arquiteturas são ensaiadas sobre o mesmo hardware, com a mesma cadeia de estimação e filtragem, o mesmo protocolo de ensaios e o mesmo procedimento de sintonia, e as relações de equivalência estrutural entre os ganhos (Seção 4.4) garantem que a cascata parta de configuração matematicamente equivalente à do PID de malha única de modo que a diferença de desempenho medida é atribuível à arquitetura, e não à sintonia. Nos trabalhos correlatos essa variável não é isolada: Hoshu *et al.* (2023) empregam procedimento de sintonia automatizado próprio para a estrutura em cascata, e Noordin, Mohd Basri e Mohamed (2020) avaliam uma única arquitetura. Segundo, pela caracterização experimental da falha do filtro *notch* sob deriva de rotação, com comparação quantitativa entre *notch* estático, dinâmico, banco de *notches* e passa-baixa PT2 aplicados ao mesmo sinal tema recorrente na prática de firmwares de

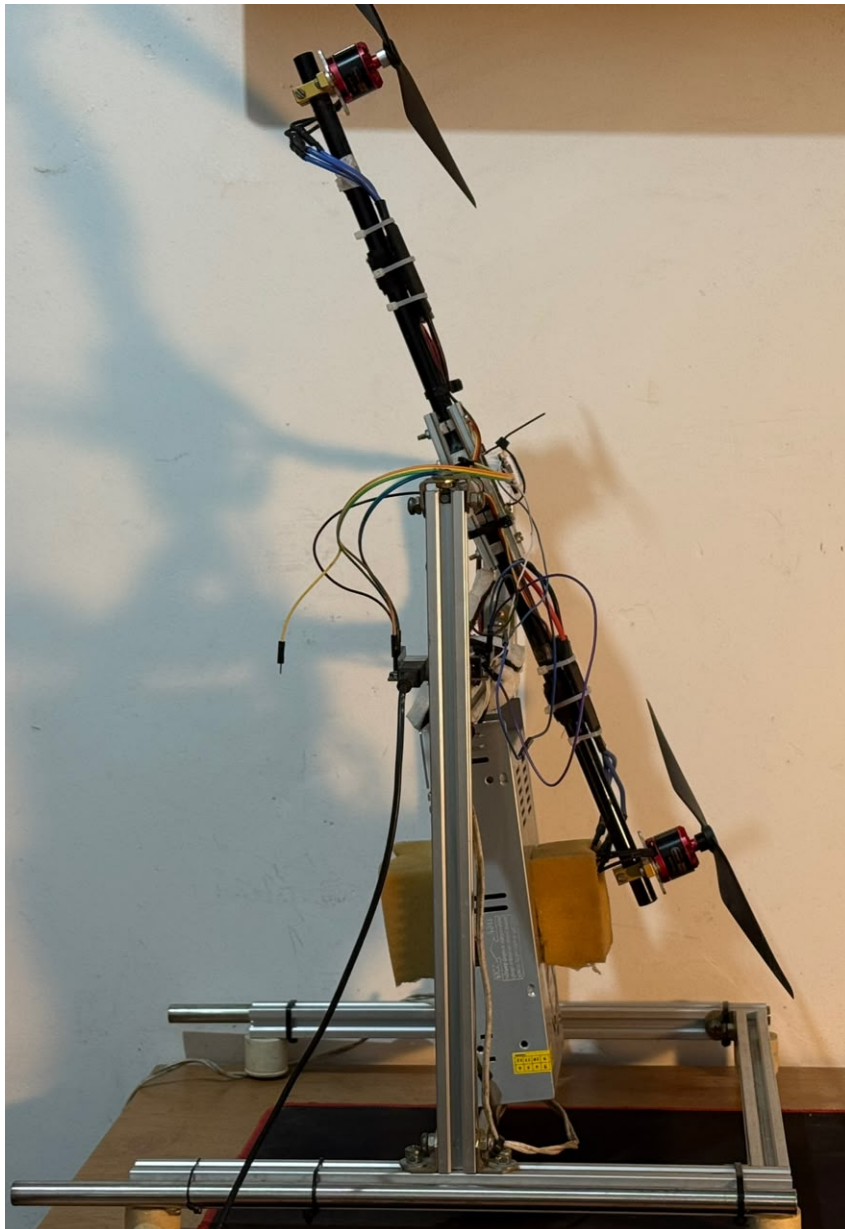
voo (ARDUPILOT DEVELOPMENT TEAM, 2023; LIANG, 2023). Terceiro, pela implementação integralmente embarcada em um microcontrolador de 8 bits a 250 Hz, incluindo filtro de Kalman, cadeia de filtragem e as duas arquiteturas de controle, demonstrando a viabilidade da estrutura em cascata mesmo sob severa restrição computacional.

3 Materiais e Métodos

3.1 Lista de Materiais

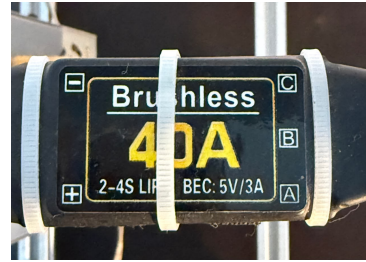
A bancada experimental foi montada com componentes reais de drones para preservar a fidelidade dinâmica dos testes de estabilização, como ilustra a Figura 4. O hardware foi estruturado em torno de um braço articulado de multirrotor, com pivô central e dois rotores montados nas extremidades.

Figura 4 – Visão geral da Mesa Estabilizadora de 1 Grau de Liberdade (1-DOF).



Fonte: Próprio Autor.

Figura 5 – Componentes de hardware aplicados na plataforma 1-DOF.

(a) Motor *brushless* 920 KV

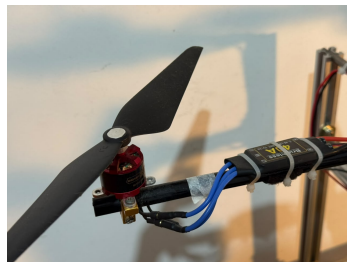
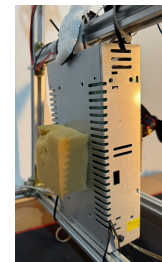
(b) ESC 40 A



(c) Sensor MPU6050



(d) Arduino Uno

(e) Haste estrutural com motor *brushless*, hélice e ESC

(f) Fonte de alimentação

Fonte: Próprio Autor.

3.1.1 Plataforma Mecânica

A plataforma é constituída por uma haste rígida montada sobre um pivô central de baixo atrito, com aproximadamente 30 cm de comprimento total. Os dois rotores localizam-se nas extremidades, em posição simétrica em relação ao pivô, de modo que o torque seja nulo quando ambos giram à mesma velocidade. A estrutura segue a tradição de bancadas para teste de controladores de atitude em drones, conforme adotado por Bouabdallah, Noth e Siegwart (2004) e Lage (2016).

3.1.2 Sistema de Atuação

O empuxo é gerado por dois motores BLDC com constante de velocidade de 920 KV , gerando 920 rotações por minuto por volt aplicado acionados por ESCs de 40 A, dimensionados com folga para a corrente de carga dos motores. Cada ESC recebe um sinal PWM: período de 20 ms e largura de pulso entre 1000 μ s a 2000 μ s , com resolução de 1 μ s.

A saída do controlador não comanda a rotação absoluta dos motores, mas um incremento diferencial u aplicado sobre uma velocidade base comum V_{base} :

$$\text{PWM}_1 = V_{\text{base}} + u + B, \quad \text{PWM}_2 = V_{\text{base}} - u, \quad (3.1)$$

em que B é o termo de balanceamento entre os motores (Seção 4). Com ambos os rotores à mesma velocidade, o torque resultante sobre a haste é nulo, o controle atua exclusivamente pela assimetria de empuxo entre as extremidades.

Adota-se $V_{\text{base}} = 1350 \mu\text{s}$, correspondente a 35 % da faixa de aceleração. O valor foi definido experimentalmente por sustentar o conjunto próximo ao equilíbrio (horizontal) mecânico de -30° com autoridade de atuação nos dois sentidos. Como o empuxo cresce aproximadamente com o quadrado da rotação, o ganho incremental da planta, sendo a variação de torque por microssegundo de comando, dependendo do ponto de operação.

3.1.3 Sensoriamento

O sensor inercial é um MPU6050 (INVENSENSE, 2013), circuito integrado MEMS que combina acelerômetro e giroscópio triaxiais. O acelerômetro foi configurado na faixa $\pm 2\text{ g}$, o que resulta em sensibilidade de $16\,384 \text{ LSB/g}$, o giroscópio, na faixa $\pm 250^\circ \text{ s}^{-1}$, com $131 \text{ LSB}/(^\circ \text{ s}^{-1})$. São as faixas mais estreitas do componente, escolhidas por maximizarem a resolução, uma vez que as excursões da bancada não as excedem. A comunicação ocorre por I²C a 400 kHz, e, com o DLPF habilitado, a taxa de amostragem interna do sensor é de 1 kHz, quatro vezes superior à taxa do laço de controle.

O DLPF interno foi configurado no nível 3, que impõe ao giroscópio banda passante de 42 Hz com atraso de grupo de 4.8 ms e, ao acelerômetro, banda de 44 Hz com atraso de 4.9 ms (INVENSENSE, 2013). Essa configuração atenua a vibração dos motores (concentrada entre 50 Hz e 120 Hz, conforme a caracterização da Seção 4) já na origem do sinal, antes de qualquer filtragem em firmware, ao custo de um atraso pequeno frente à dinâmica de corpo da bancada.

3.1.4 Unidade de Processamento

O processamento embarcado é feito por um Arduino Uno, equipado com microcontrolador ATmega328P de 8 bits, 16 MHz, 32 kB de memória de programa e 2 kB de memória de dados. O laço de controle é executado a 250 Hz, com sincronização por contagem de microssegundos via `micros()`, e a comunicação serial opera a 250 000 baud.

3.1.5 Alimentação

A bancada é alimentada por fonte chaveada de 12 V e 50 A, dimensionada para suportar o pico de corrente dos dois motores em aceleração simultânea.

3.2 Métodos

A metodologia combina análise em Python (NumPy (HARRIS; MILLMAN; WALT *et al.*, 2020), pandas (MCKINNEY, 2010), SciPy (VIRTANEN; GOMMERS; OLIPHANT *et al.*, 2020) e Matplotlib (HUNTER, 2007)) e validação prática na bancada. A sintonia é conduzida sobre a bancada física.

3.2.1 Aquisição de Dados Experimentais

Um script em Python aciona o controlador, comanda o setpoint, aguarda as perturbações e encerra a gravação. A telemetria (20 Hz) é capturada via pyserial em CSV, com instante, setpoint, ângulo, erro, taxa filtrada, integrais e PWM dos dois motores.

3.2.2 Análise Espectral para Sintonia do Filtro Notch

A frequência dominante é identificada por FFT do sinal bruto do giroscópio com o controlador ligado em ângulo aproximadamente constante. Em ensaios preliminares, observou-se componente em torno de 97-120 Hz, ajustável pelo comando **F<val>**.

3.2.3 Sintonia Empírica do PID de Malha Única

A heurística em três etapas (LAGE, 2016; ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1995): ajusta-se K_P (com $K_I = K_D = 0$) até oscilação visível, reduzindo a cerca de 60% ativa-se K_D para amortecer e K_I em valor pequeno para eliminar o erro estacionário. Comandos: P, I, D.

3.2.4 Sintonia Empírica do PID em Cascata

Sintoniza-se primeiro o loop interno e depois o externo sobre o sistema já fechado (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 2015; HOSHU *et al.*, 2023). Desabilita-se o externo ($K_{p,ang} = K_{i,ang} = 0$) e ajusta-se $K_{p,rate}$, $K_{d,rate}$, $K_{i,rate}$ em seguida, incrementam-se $K_{p,ang}$ e $K_{i,ang}$. A separação de banda de cinco vezes é estrutural (50 Hz contra 250 Hz).

3.2.5 Sintonia pelo Método de Ziegler–Nichols

Aplica-se o segundo método (ZIEGLER; NICHOLS, 1942), seguindo Khodja *et al.* (2017) e Canal e Reimbold (2020). Anulam-se K_I e K_D e incrementa-se K_P até a oscilação de amplitude constante, identificando K_u e T_u .

3.2.6 Implementação do Firmware

O firmware é em C++ sobre Arduino, gerenciado pelo PlatformIO. O laço de 4 ms (250 Hz) executa, em ordem: leitura do MPU6050, atualização do filtro de Kalman,

filtragem do giroscópio, rampa de setpoint, loop externo, loop interno/PID único com zonas mortas e anti-windup, saída de PWM e telemetria. A inicialização inclui calibração do giroscópio e aquecimento do filtro de Kalman. A recuperação do barramento I²C segue especificações da NXP Semiconductors (NXP SEMICONDUCTORS, 2021), com watchdog de 2 s.

Tabela 3 – Comandos seriais aceitos.

Comando	Função
A<val>	$K_{p,ang}$ — ganho proporcional do loop externo
N<val>	$K_{i,ang}$ — ganho integral do loop externo
P<val>	$K_{p,rate}$ — ganho proporcional do loop interno
I<val>	$K_{i,rate}$ — ganho integral do loop interno
D<val>	$K_{d,rate}$ — ganho derivativo do loop interno
F<val>	frequência de rejeição do notch (Hz)
B<val>	<i>offset</i> de balanceamento entre os motores (μ s)
V<val>	velocidade de base dos motores (μ s)
T<val>	<i>setpoint</i> numérico de ângulo ($^{\circ}$)
L	liga/desliga o controlador
?	exibe o estado completo dos parâmetros

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.2.7 Protocolo de Ensaio

Cada ensaio dura aproximadamente 80s: 5 s de repouso, acionamento com rampa até -30° , e perturbações manuais em instantes predefinidos (NOORDIN; MOHD BASRI; MOHAMED, 2020). São feitas repetições por controlador para cálculo de média e desvio padrão.

3.2.8 Métricas de Desempenho

As métricas (RMSE, MAE, M_p , t_s) são calculadas sobre a janela do degrau.

4 Resultados e Discussão

A apresentação dos resultados segue a ordem da cadeia de sinal e do procedimento metodológico: primeiro a validação isolada da estimativa de ângulo pelo filtro de Kalman, depois a caracterização espectral da vibração dos motores e a avaliação do filtro notch, em seguida a sintonia do PID de malha única e sua comparação com o método de Ziegler-Nichols, por fim a sintonia e o comparativo do PID em cascata. Todos os ensaios foram conduzidos sobre o hardware de produção (Arduino Uno, MPU6050, dois motores *brushless* com ESC), com laço de 250 Hz e barramento I²C a 400 kHz. O equilíbrio mecânico da bancada situa-se em -30° (leitura do sensor), valor adotado como *setpoint* de referência nos ensaios de regulação. A adoção de -30° como referência de operação decorre do equilíbrio mecânico da bancada: trata-se da leitura do sensor correspondente a posição da haste em seu equilíbrio mecânico horizontal, na qual o torque gravitacional resultante sobre o pivô é nulo. Operar nesse ponto traz três benefícios experimentais. Primeiro, o esforço médio dos atuadores em regime destina-se apenas à rejeição de perturbações, e não à sustentação de um torque estático contínuo, de modo que a velocidade de base V_{base} permanece centrada na faixa útil e a autoridade de controle é aproximadamente simétrica nos dois sentidos. Segundo, o ponto de linearização implícito da sintonia empírica (Seção 3.1.2) coincide com o ponto em torno do qual os degraus de $\pm 5^\circ$ são aplicados, tornando as respostas de subida e de descida comparáveis entre si e entre controladores. Terceiro, o contraste com o primeiro experimento na bancada, conduzido na referência horizontal de 0° que foi modificada pelo software desenvolvido, porém representa a mesma posição de estabilidade que apresenta nesse trabalho.

4.1 Validação do Filtro de Kalman

A estimativa de ângulo entregue pelo filtro de Kalman constitui a realimentação dos termos proporcional e integral do controlador. Quatro propriedades foram verificadas de forma isolada: ruído e ausência de deriva em repouso, exatidão estática, atraso na resposta dinâmica e tempo de convergência na partida.

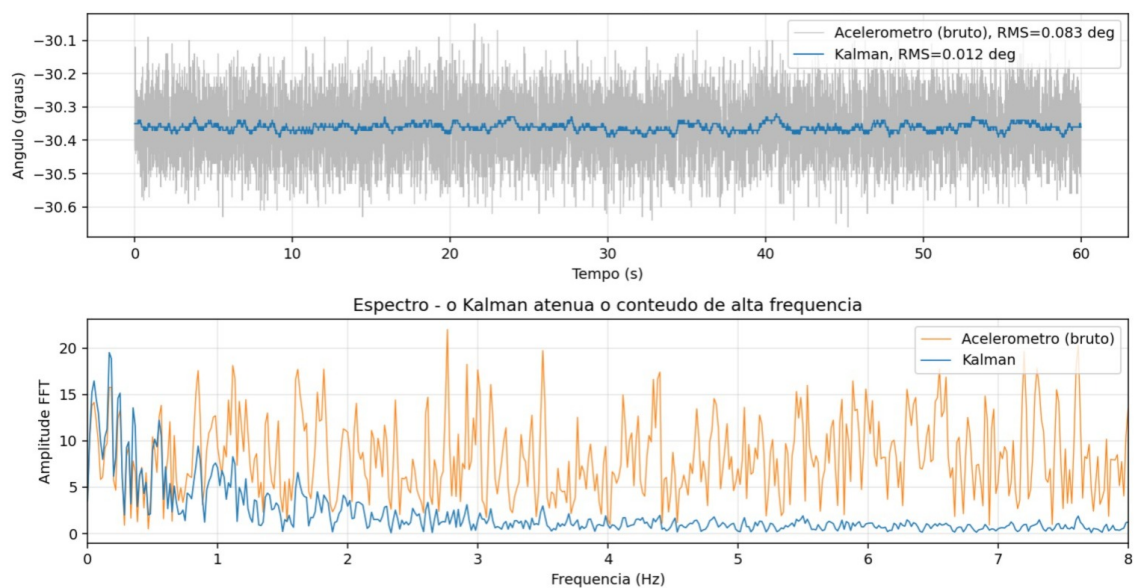
4.1.1 Ruído em Repouso

Com a estrutura imóvel a -30° durante 60 s, compararam-se três estimativas de ângulo. O acelerômetro apresentou ruído de $0,083^\circ$ (RMS) a integração do giroscópio derivou monotonicamente a $+0,360^\circ/\text{min}$ e o filtro de Kalman reduziu o ruído para $0,012^\circ$ (RMS) com deriva de $-0,0008^\circ/\text{min}$. A razão entre o ruído do Kalman e o do acelerômetro foi de 0,141, atendendo ao critério de $\leq 1/3$. A Tabela 4 e a Figura 6 resumem os resultados.

Tabela 4 – Ruído das estimativas de ângulo em repouso (60 s, sistema parado a -30°).

Estimativa	Ruído RMS	Deriva	Critério
Acelerômetro	$0,083^\circ$	—	(referência)
Integração do giroscópio	$0,105^\circ$	$+0,360^\circ/\text{min}$	—
Filtro de Kalman	$0,012^\circ$	$-0,001^\circ/\text{min}$	atendido

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 6 – Ruído em repouso a -30° : ângulo bruto do acelerômetro (RMS $0,083^\circ$) e estimativa de Kalman (RMS $0,012^\circ$), no tempo e em frequência.

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.1.2 Exatidão Estática

A exatidão foi medida em cinco ângulos de referência, de -60° a 0° , posicionados com gabarito e mantidos por 10 s cada. O erro absoluto ficou abaixo de $0,8^\circ$ em todos os pontos, com máximo de $0,77^\circ$ em -15° , dentro do critério de ≤ 1 a 2° . A Tabela 5 e a Figura 7 apresentam os valores obtidos.

4.1.3 Resposta Dinâmica e Atraso

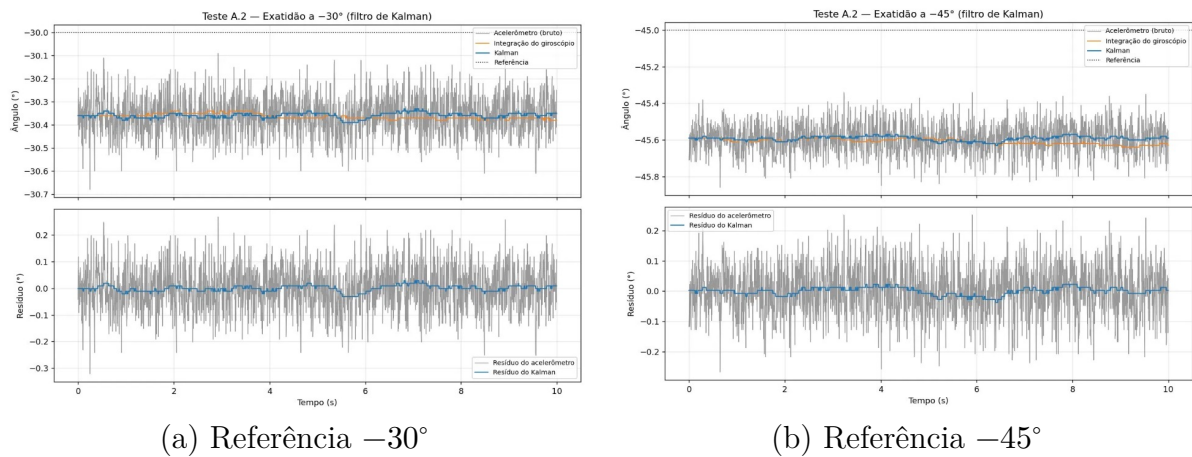
O atraso entre a estimativa de Kalman e o ângulo do acelerômetro, medido por correlação cruzada durante movimentos manuais de até $\pm 33^\circ/\text{s}$, ficou abaixo da resolução de amostragem do laço (≤ 4 ms), muito inferior ao limite de ~ 20 ms. O RMSE entre as duas estimativas foi de $1,33^\circ$ sobre uma ampla excursão angular. A Figura 8 apresenta a resposta dinâmica com o painel inferior evidenciando a deriva acumulada da integração pura do giroscópio.

Tabela 5 – Exatidão estática do filtro de Kalman em cinco ângulos de referência.

Referência	Média do Kalman	Erro estático
-60°	$-59,29^\circ$	$0,71^\circ$
-45°	$-45,59^\circ$	$0,59^\circ$
-30°	$-30,36^\circ$	$0,36^\circ$
-15°	$-14,23^\circ$	$0,77^\circ$
0°	$+0,67^\circ$	$0,68^\circ$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 7 – Exatidão estática do filtro de Kalman em dois ângulos de referência, com painel inferior de resíduo.

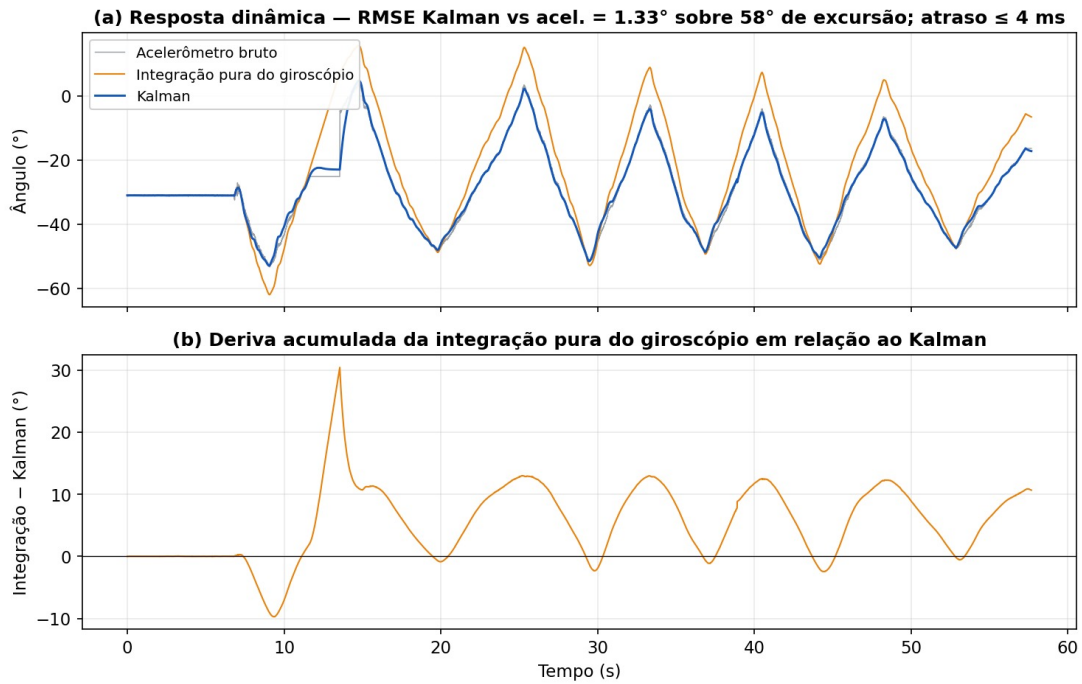


Fonte: Elaborado pelo autor.

4.1.4 Convergência na Partida

A partida a frio é a condição em que o filtro é inicializado sem qualquer histórico: a estimativa de estado e a matriz de covariância P não trazem informação sobre a atitude real da haste, e a estimativa precisa convergir antes que o controlador possa ser acionado com segurança. Duas providências de inicialização, recomendadas por Welch e Bishop (2006), determinam o comportamento observado. A primeira é que a estimativa inicial de ângulo recebe a primeira leitura válida do acelerômetro, em vez de um valor arbitrário como 0° . A segunda é a inicialização de P com incerteza alta, o que declara ao filtro que o estado inicial é pouco confiável: enquanto P for grande em relação ao ruído de medição, o ganho de Kalman aproxima-se da unidade e as primeiras correções aderem quase integralmente à medida do acelerômetro, decaindo em seguida à medida que P converge para seu valor de regime. O efeito combinado é a convergência imediata verificada no ensaio, na partida a frio, a estimativa atingiu o valor final ($-30,35^\circ$) já na primeira amostra do laço. O tempo de convergência reportado foi lido como inferior à resolução temporal da medição.

Figura 8 – Resposta dinâmica do filtro de Kalman (RMSE $1,33^\circ$, atraso ≤ 4 ms) e deriva acumulada da integração pura do giroscópio.



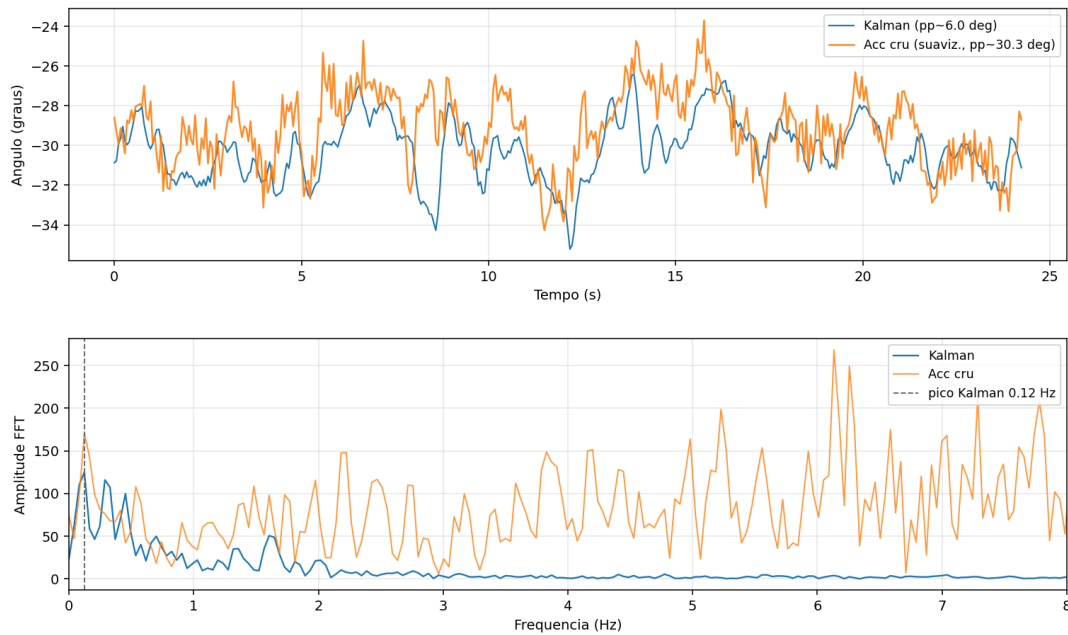
Fonte: Elaborado pelo autor.

4.1.5 Comportamento em Operação com Motores

Com os motores em rotação, o acelerômetro oscila com amplitude pico a pico da ordem de 30° , ao passo que a estimativa de Kalman mantém amplitude pico a pico em torno de 6° (Figura 9). A integração do giroscópio corrigida de viés sobrepõe-se à estimativa de Kalman com correlação de 0,84 (Figura 10), evidenciando que o Kalman reporta o movimento real da haste.

Os resultados demonstram que o filtro de Kalman atendeu a todos os critérios estabelecidos. A estimativa de ângulo está, portanto, validada como realimentação do controlador.

Figura 9 – Estimativa de Kalman e ângulo bruto do acelerômetro com motores em rotação: amplitude pico a pico de 6° e 30°, respectivamente.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 6 – Caracterização do ruído do giroscópio em função do PWM.

Condição	Pico (Hz)	Amp. pico (°/s)	RMS total (°/s)
Parado (referência)	12,3	0,027	0,287
1150 μ s	101,6	0,345	0,569
1250 μ s	118,8	0,812	1,209
1350 μ s	120,3	0,629	1,149
1350 μ s (janela 12 s)	97,7	0,699	1,362

Fonte: Elaborado pelo autor.

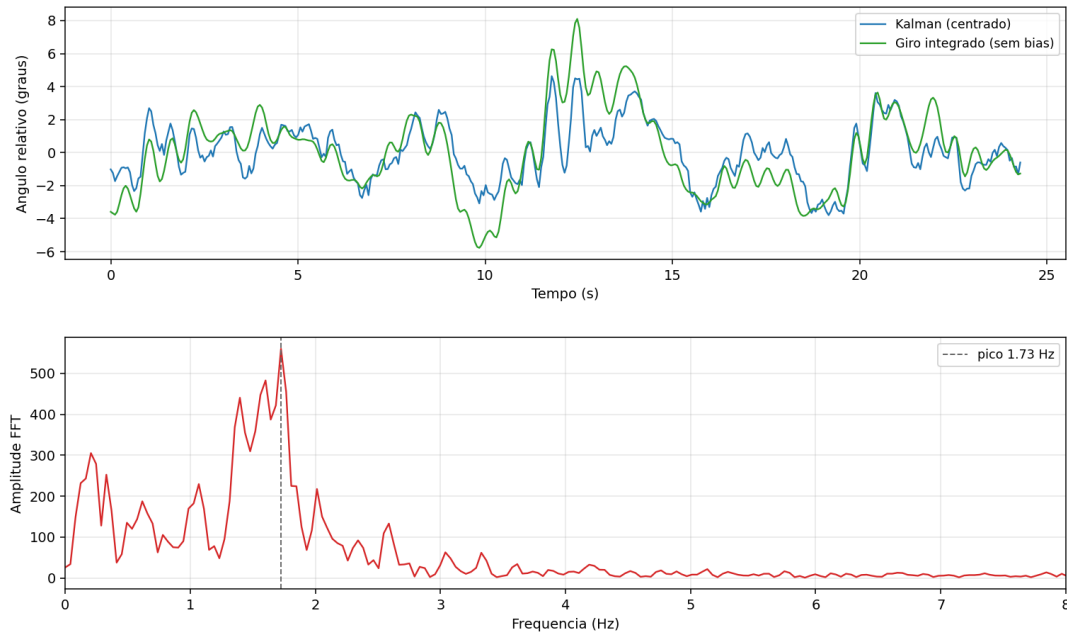
4.2 Caracterização dos Filtros

A segunda etapa avaliou o tratamento da vibração mecânica dos motores no sinal do giroscópio, que alimenta o termo derivativo do controlador.

4.2.1 Caracterização Espectral da Vibração

Com a haste travada e os motores em níveis crescentes de PWM, a análise espectral revelou comportamento incompatível com a hipótese de harmônico único e estável: o pico dominante deslocou-se com o PWM e variou ao longo do tempo, apareceu em 120 Hz, também em 97.7 Hz, e o ruído distribuiu-se por múltiplos picos. A Tabela 6 resume a caracterização.

Figura 10 – Estimativa de Kalman e integração do giroscópio corrigida de viés espectro da taxa angular evidenciando a dinâmica de corpo em torno de 1,7 Hz.



Fonte: Elaborado pelo autor.

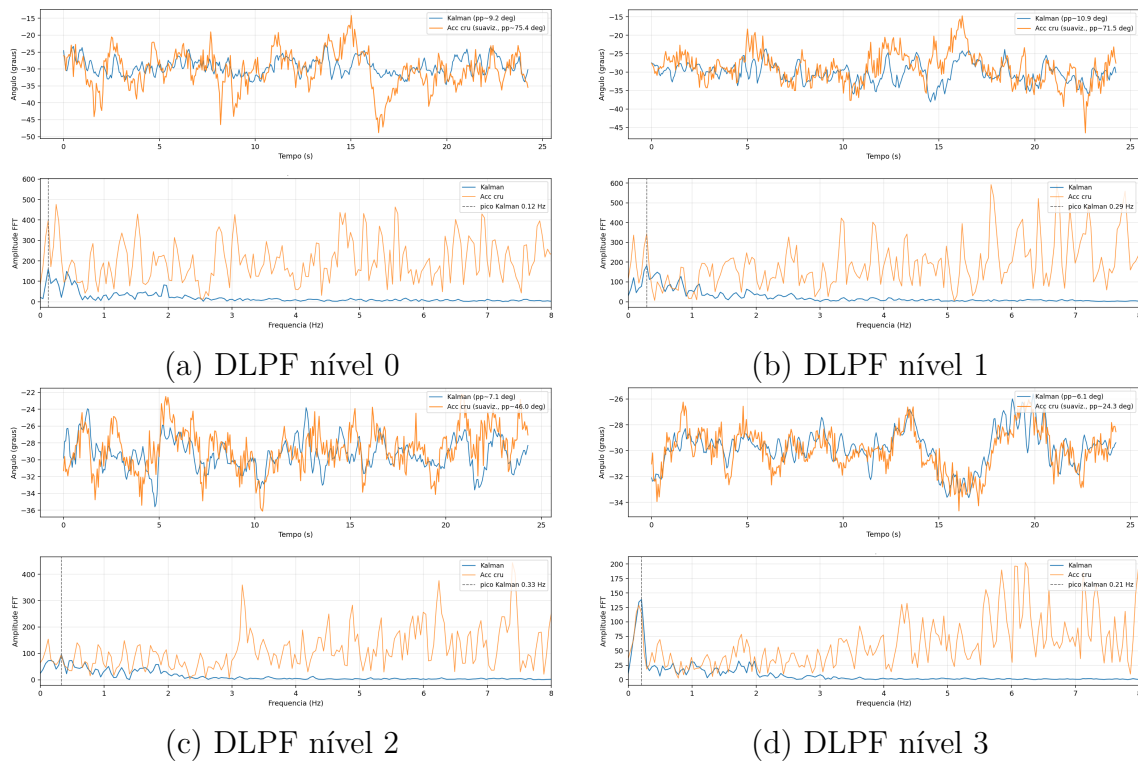
4.2.2 Efeito do Filtro Passa-Baixa Interno do Sensor

Ao reconfigurar o sensor para a banda de aproximadamente 44 Hz, DLPF nível 3, o RMS com os motores girando caiu de 1,362°/s para 0,241°/s. A Figura 11 ilustra o efeito progressivo do DLPF.

4.2.3 Avaliação do Filtro Notch

Com o *notch* estático configurado na frequência identificada, a atenuação medida sobre o pico real ficou em no máximo $-3,6$ dB, muito abaixo do critério de ≥ 15 dB. A causa é a diferença de frequência: para $Q = 5$, a banda de rejeição a -3 dB em torno de $f_0 \approx 94$ Hz, mas a região de rejeição profunda, com atenuação igual ou superior a 15 dB, restringe-se a poucos hertz em torno da frequência de sintonia, ao passo que o pico de vibração desloca-se mais de 20 Hz com o PWM e ao longo do tempo. Em uma captura simultânea, o *notch* atenuou $-34,8$ dB exatamente em sua frequência de sintonia (94 Hz), mas o pico dominante saltou para 119 Hz e passou intacto, corroborando com o mecanismo. O *notch* dinâmico, com f_0 reestimada por análise espectral em janelas, apresentou desempenho inferior até mesmo ao estático em seu melhor caso (Tabela 7). Duas limitações concorrem para isso: latência de rastreamento, estimativa de f_0 só se atualiza após o acúmulo de cada janela de dados, enquanto a deriva do pico é contínua e a natureza multi-pico do ruído, que faz a energia remanescente fora do pico rastreado.

Figura 11 – Efeito do nível do DLPF sobre o ângulo do acelerômetro, comparado à estimativa de Kalman, com motores em rotação.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2.4 Comparação entre Estratégias de Filtragem

As diferentes estratégias de filtragem foram aplicadas ao mesmo sinal bruto. A Tabela 7 consolida os resultados: a cascata PT2 (20 Hz) reduziu o RMS em 78 %, superando amplamente o notch estático (21 %).

Tabela 7 – Redução do valor RMS da taxa angular por estratégia de filtragem, aplicada *offline* ao mesmo sinal bruto.

Estratégia	RMS (°/s)	Redução de RMS
Sinal bruto (sem filtro)	1,362	—
<i>Notch</i> estático (1 freq.)	1,079	21 %
<i>Notch</i> dinâmico (melhor caso)	1,173	14 %
Banco de 6 <i>notches</i>	0,752	45 %
PT2 (20 Hz)	0,296	78 %

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2.5 Cadeia de Filtragem Adotada

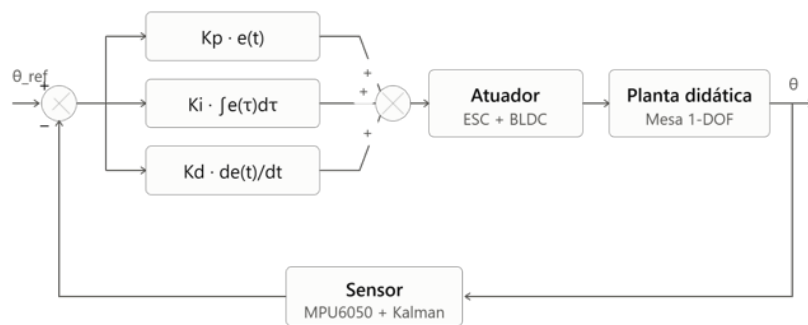
Os resultados justificaram o descarte do notch e a adoção da combinação do DLPF interno (aproximadamente 44 Hz) com o PT2 (20 Hz) aplicado ao termo derivativo. A separação ampla entre as bandas de sinal (< 10 Hz) e de ruído (50 Hz a 120 Hz) é o caso clássico em que um passa-baixa supera o notch sem custo relevante de margem de fase.

4.3 Sintonia do PID de Malha Única

4.3.1 Identificação dos Ganhos

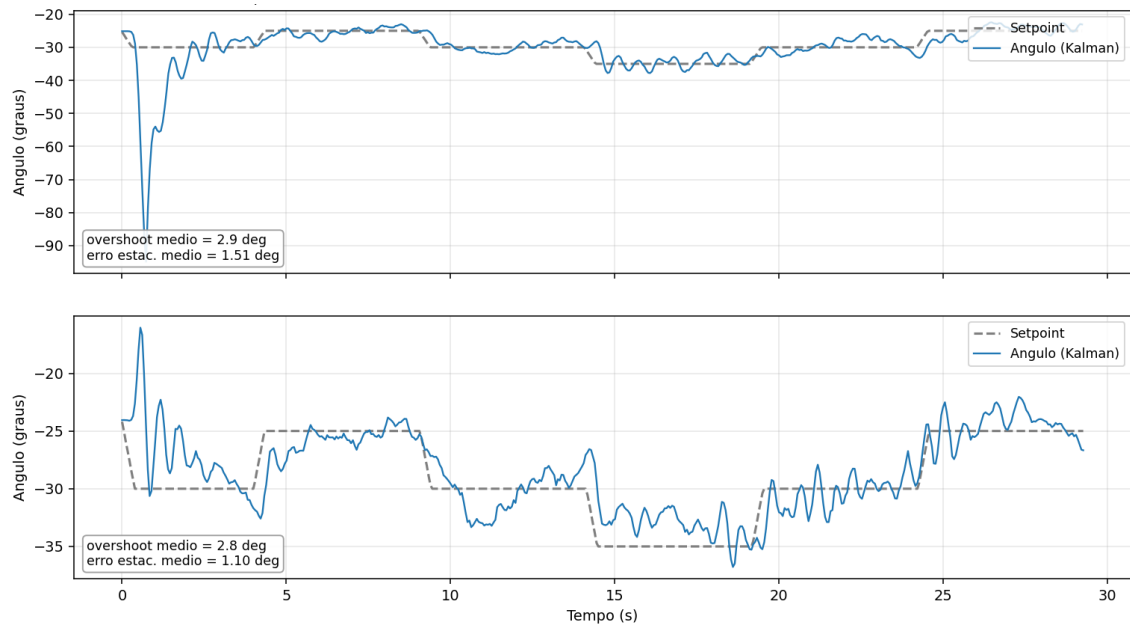
A sintonia percorreu combinações de K_P , K_I e K_D , correspondeu à combinação $K_P = 1,40$, $K_I = 0,12$ e $K_D = 0,70$, gravada como configuração final ($K_P = 1,40$, $K_I = 0,12$, $K_D = 0,70$).

Figura 12 – Diagrama de blocos do PID clássico de malha única aplicado à bancada 1-DOF: os três termos atuam em paralelo sobre o erro de ângulo $e(t)$, e sua soma constitui o sinal de controle $u(t)$ aplicado ao atuador.



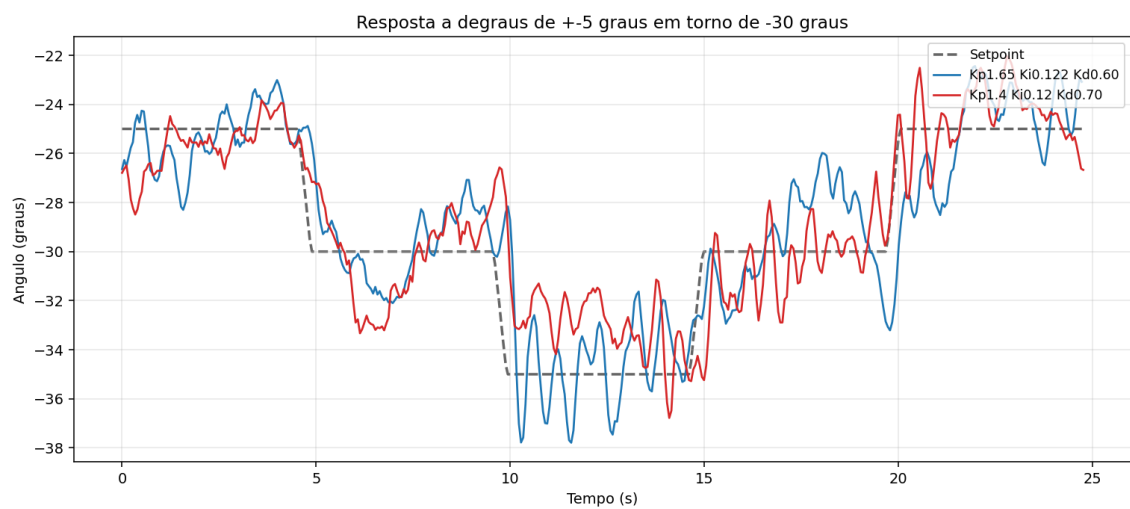
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 13 – Resposta a degraus de $\pm 5^\circ$ em torno de -30° para dois conjuntos de ganhos (superior: conjunto A inferior: conjunto B).

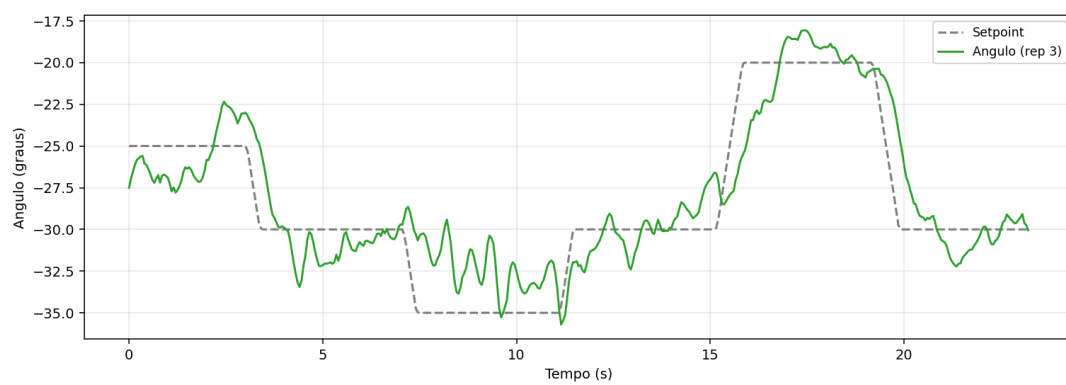


Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 14 – Sobreposição das respostas dos conjuntos A e B na mesma escala.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 15 – RMSE de seguimento de $2,15^\circ$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.3.2 Comparação com o Método de Ziegler–Nichols

Para a comparação com a sintonia sistemática, buscou-se o ganho crítico por incremento do ganho proporcional com os demais termos anulados. A planta seguiu estável até cerca de $K_P = 4,0$ e, a partir desse ponto, passou diretamente para oscilação de grande amplitude. Em três repetições, obtiveram-se $K_u \approx 4,0 \pm 0,2$, com período crítico $P_u \approx 0,68$ s.

Aplicando as fórmulas da Tabela 2 com $K_u = 4,0$ (estimativa conservadora) e $T_u = 0,68$ s:

$$K_P = 0,60 \times 4,0 = 2,40, \quad K_I = \frac{1,20 \times 4,0}{0,68} \approx 7,06, \quad K_D = 0,075 \times 4,0 \times 0,68 \approx 0,20. \quad (4.1)$$

Os ganhos resultantes não produziram resposta satisfatória. O ganho integral elevado ($K_I \approx 7,06$) provocou *windup* explosivo sobre esta planta instável e rápida, incompatível com as hipóteses das regras de Ziegler–Nichols, calibradas para processos industriais lentos com tempo morto apreciável. A variante Tyreus–Luyben atenuou o *windup* ao reduzir K_I para 1,20, mas ainda apresentou sobressinal médio de 37° . A Tabela 8 consolida os três métodos.

Tabela 8 – Ganhos por método de sintonia e respectivo desempenho.

Método	K_P	K_I	K_D	Resultado
Ziegler–Nichols clássico	2,40	7,06	0,20	<i>Windup</i> haste nos limites
Tyreus–Luyben	1,85	1,20	0,20	Sobressinal de 37°
Empírico	1,40	0,12	0,70	Adotado

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para esta planta, a sintonia empírica supera a sintonia de Ziegler–Nichols, em concordância com a limitação apontada por Canal e Reimbold (2020) para a aplicação direta do método a sistemas rápidos.

4.3.3 Comparação com o Primeiro Experimento na Bancada

A bancada já havia sido objeto de um experimento anterior, conduzido na mesma estrutura no âmbito de uma disciplina de graduação, com referência horizontal (0°), laço a 200 Hz e o mesmo sensor MPU6050. Naquele experimento, os parâmetros críticos foram $K_u = 3,20$ e $T_u = 0,90$ s o método de Ziegler–Nichols produziu $K_I = 4,26$, gerando *windup* imediato, e a variante Tyreus–Luyben resultou em resposta excessivamente lenta.

A configuração adotada foi obtida por ajuste manual: $K_P = 2,80$, $K_I = 0,08$ e $K_D = 0,40$, com tempo de acomodação de 3,4 s e erro residual de $\pm 2^\circ$. A Tabela 9 confronta as duas etapas.

Tabela 9 – Comparação entre o primeiro experimento na bancada e a etapa atual.

Aspecto	Primeiro experimento	Etapa atual
Referência de operação	0° (modificado via código proporcional ao -30°)	-30° (equilíbrio mecânico)
Taxa do laço	200 Hz	250 Hz
Parâmetros críticos	$K_u = 3,20$ $T_u = 0,90$ s	$K_u \approx 4,0$ $P_u \approx 0,68$ s
Ziegler–Nichols	$K_I = 4,26$: <i>windup</i>	$K_I \approx 7,06$: <i>windup</i>
Tyreus–Luyben	$K_P = 1,0$: resposta lenta	$K_P = 1,85$: sobressinal 37°
Ganhos adotados	$K_P 2,80$ / $K_I 0,08$ / $K_D 0,40$	$K_P 1,40$ / $K_I 0,12$ / $K_D 0,70$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os diagnósticos convergem: em ambos, o método de Ziegler–Nichols falhou pelo mesmo mecanismo, e a sintonia manual prevaleceu. A diferença nos ganhos finais decorre da mudança de ponto de operação, da taxa de laço e da cadeia de filtragem reestruturada, que permitiu ganho derivativo mais alto sem amplificar o ruído.

4.3.4 Resposta a Degraus e Erro Estacionário

A resposta foi avaliada com uma sequência de degraus de $\pm 5^\circ$ em torno de -30° . A Figura 13 apresenta dois conjuntos de ganhos e a Figura 14 os sobreposições: as curvas praticamente coincidem, indicando que o desempenho é dominado pela estrutura do controlador e pela dinâmica da planta. Em cada patamar persiste uma oscilação residual de natureza mecânica (atrito e folga do pivô), da ordem de $\pm 3^\circ$ pico a pico.

A saída apresentava erro residual de cerca de 2° , assinatura de desbalanceamento mecânico entre os dois motores. Um termo de balanceamento B foi varrido até anular o erro: $B = -24$ eliminou o *offset* ($-0,09^\circ$) e reduziu o erro absoluto médio para $1,16^\circ$ (Tabela 10).

4.4 Sintonia e Desempenho do PID em Cascata

Caracterizado o PID de malha única, a etapa final substituiu apenas a estrutura do controlador, preservando todo o restante do sistema: mesma estimação por Kalman, mesma cadeia de filtragem, mesmos mecanismos de segurança e mesma telemetria. Essa

Tabela 10 – Efeito do termo de balanceamento B sobre o erro estacionário.

B	$Offset$ (com sinal)	Erro absoluto médio
-12	-2,75°	2,97°
-20	-1,04°	1,74°
-24	-0,09°	1,16°
-28	+1,47°	1,58°

Fonte: Elaborado pelo autor.

disciplina experimental é o que permite atribuir qualquer diferença de desempenho à arquitetura, e não a variações de sintonia ou de condicionamento de sinal.

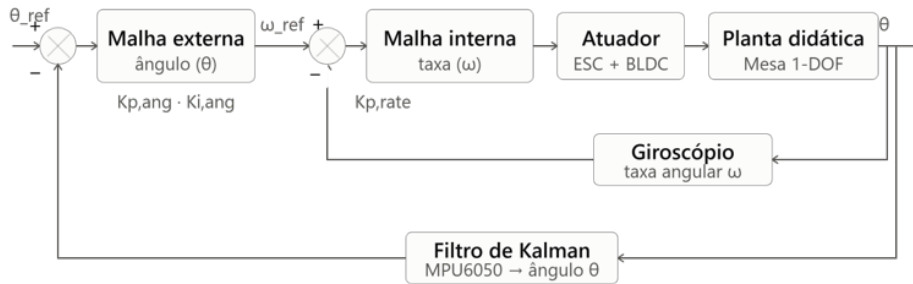
4.4.1 Equivalência Estrutural com o PID de Malha Única

A cascata foi construída como conjunto fiel do PID de malha única. A malha interna reaproveita os ganhos já validados por meio das relações de equivalência:

$$K_{p,rate} = K_D = 0,70, \quad K_{p,ang} = \frac{K_P}{K_D} = 2,00, \quad K_{i,ang} = \frac{K_I}{K_D} = 0,171. \quad (4.2)$$

Os parâmetros comuns (balanceamento $B = -24$, velocidade base de $1350 \mu s$, DLPF nível 3) foram mantidos idênticos. Sob essa equivalência, a cascata reproduz o comportamento do PID de malha única quando seus graus de liberdade adicionais permanecem inativos.

Figura 16 – Diagrama de blocos do PID em cascata: a malha externa controla o ângulo θ (realimentado pelo filtro de Kalman) e gera a referência de taxa ω_{ref} , a malha interna controla a taxa angular ω (realimentada pelo giroscópio) e gera o sinal aplicado ao atuador.

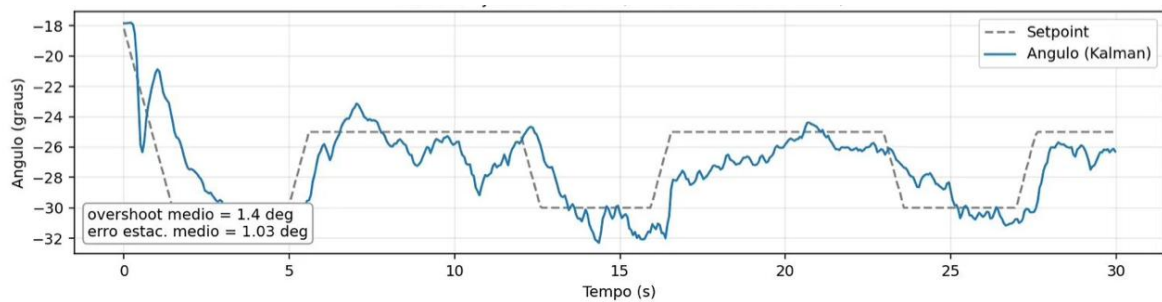


Fonte: Elaborado pelo autor.

4.4.2 Resposta em Regime e Métricas

A Figura 17 apresenta a resposta da cascata a uma sequência de degraus de 5° em torno de -30° ao longo de 30 s. A curva de ângulo acompanha o *setpoint* com sobressinal médio de $1,40^\circ$, erro estacionário médio de $1,03^\circ$, valores inferiores à oscilação residual observada no PID de malha única. A melhoria deve-se ao amortecimento da malha interna sobre a taxa e a aceleração angular, caminho de controle ausente na estrutura de malha única.

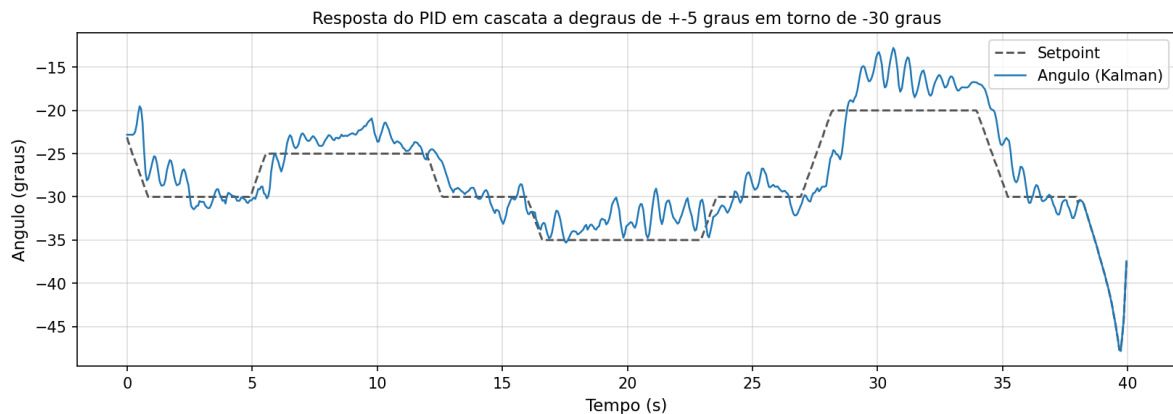
Figura 17 – Resposta do PID em cascata a degraus de 5° em torno de -30° ao longo de 30 s sobressinal médio $1,4^\circ$, erro estacionário $1,03^\circ$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 18 apresenta um ensaio estendido da configuração final do PID em cascata ao longo de aproximadamente 40 s, com sequência de degraus de $\pm 5^\circ$ em torno de -30° . Ao longo dos primeiros trinta segundos, a malha acompanha o *setpoint* com oscilação contida, demonstrando a manutenção do rastreamento em regime permanente obtida pela combinação do ganho derivativo da malha interna.

Figura 18 – Ensaio estendido do PID em cascata: resposta a degraus de $\pm 5^\circ$ em torno de -30° ao longo de 40 s, configuração final.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.5 Comparativo entre o PID em Cascata e o PID de Malha Única

A comparação foi conduzida no degrau de 5° , condição em que ambos os controladores foram ensaiados sobre a mesma régua de medida do sobressinal. Cada controlador teve uma sequência de degraus de $\pm 5^\circ$ em torno de -30° : o PID em cascata, apresenta oscilação de menor amplitude em torno do *setpoint*, ao passo que o PID de malha única exhibe variações maiores, sobretudo nos instantes imediatamente após cada transição.

Tabela 11 – Comparativo de desempenho no degrau de 5° entre o PID de malha única e o PID em cascata.

Indicador	PID de malha única	PID em cascata
Sobressinal médio ($^\circ$)	$2,8 \pm 1,63$	$1,4 \pm 0,95$
Sobressinal relativo (%)	≈ 48	≈ 24
RMSE ($^\circ$)	$2,50 \pm 0,22$	$1,98 \pm 0,35$
MAE ($^\circ$)	1,16	1,03
Erro estacionário médio ($^\circ$)	1,16	1,03

Fonte: Elaborado pelo autor.

A cascata apresenta sobressinal médio inferior ao do PID de malha única, com redução de ($1,4^\circ$ contra $2,8^\circ$). O RMSE diminuiu de $2,50 \pm 0,22^\circ$ para $1,98 \pm 0,35^\circ$, o MAE de $1,16^\circ$ para $1,03^\circ$ e o esforço de controle foi igual ou inferior, de modo que a melhoria não foi obtida à custa de maior atividade do atuador.

A leitura desses resultados corrobora a hipótese de trabalho: a estrutura em cascata, ao separar o seguimento de ângulo da dinâmica de taxa, produz ganho efetivo de desempenho frente ao PID clássico de malha única quando ambos são sintonizados pelo mesmo procedimento empírico. O ganho vem precisamente dos recursos que a malha única não possui o ganho derivativo da malha interna sobre a aceleração angular, que permitem à cascata reduzir o sobressinal abaixo do nível alcançável pelo controlador único. O resultado é coerente com a literatura que estabelece a arquitetura em cascata como padrão em controladores de voo de multirrotores (HOSHU *et al.*, 2023; LOPEZ-SANCHEZ; MORENO-VALENZUELA, 2023; FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 2015).

5 Considerações Finais

Este trabalho desenvolveu e comparou experimentalmente duas técnicas de controle para a estabilização de uma plataforma monoarticulada de drone: um PID clássico de malha única e um PID em cascata, ambos sintonizados pelo mesmo procedimento empírico sobre a bancada de um grau de liberdade. A comparação foi conduzida sobre uma cadeia de sinal completa, com fusão sensorial por filtro de Kalman, filtragem multicamada do termo derivativo e mecanismos de robustez numérica embarcados no firmware.

A validação isolada do filtro de Kalman demonstrou que a estimativa de ângulo atende a todos os critérios estabelecidos: o ruído do acelerômetro foi reduzido a cerca de um sétimo, a deriva da integração do giroscópio foi eliminada, o erro estático manteve-se abaixo de $0,8^\circ$ em toda a faixa ensaiada, o atraso ficou abaixo da resolução do laço e a convergência na partida foi imediata. Esses resultados sustentam a escolha do filtro de Kalman em detrimento do filtro complementar.

Ao contrário da hipótese inicial de projeto, os ensaios mostraram que o filtro notch estático é inadequado para esta planta, com atenuação medida no pico de no máximo $-3,6$ dB. As causas comprovadas na bancada são a deriva de rotação do conjunto *brushless* mais ESC, que afasta o pico da banda estreita do notch, e a natureza multi-pico do ruído. A combinação do DLPF interno do sensor com a cascata PT2 sobre o termo derivativo resolveu o problema com folga, reduzindo o valor RMS da taxa angular em cerca de 78 %.

Comparando também a sintonia empírica e o método de Ziegler–Nichols. Os ganhos ($K_P = 1,40$, $K_I = 0,12$, $K_D = 0,70$) superou a sintonia de Ziegler–Nichols clássico, que provocou *windup* e sobressinal excessivo em razão da incompatibilidade entre as hipóteses do método e a dinâmica rápida da planta, em concordância com as limitações já apontadas por Canal e Reimbold (2020) e Khodja *et al.* (2017).

Por fim, compararam-se as duas arquiteturas. Construída como um conjunto fiel do PID de malha única, a cascata reproduz seu comportamento quando os graus de liberdade adicionais permanecem inativos e o supera quando eles são acionados. No degrau de 5° , a cascata reduziu o sobressinal médio de $2,8^\circ$ para $1,4^\circ$, o RMSE de $2,50^\circ$ para $1,98^\circ$ e o MAE de $1,16^\circ$ para $1,03^\circ$, com esforço de controle igual ou inferior. O resultado corrobora, em escala reduzida e sobre uma bancada de um grau de liberdade, a superioridade estrutural da arquitetura em cascata que a literatura consagra nos controladores de voo de multirrotores (HOSHU *et al.*, 2023; LOPEZ-SANCHEZ; MORENO-VALENZUELA, 2023; BOUABDALLAH; NOTH; SIEGWART, 2004).

Os códigos desenvolvidos estão disponíveis no repositório do projeto: <https://github.com/Augustoc42/TCC-PLATAFORMA-1-DOF>.

5.1 Propostas de Trabalhos Futuros

A identificação paramétrica formal da planta constitui uma continuação natural deste trabalho. A obtenção experimental do momento de inércia, do coeficiente de atrito viscoso e dos demais parâmetros do modelo de segunda ordem permitiria calcular os ganhos do controlador por métodos baseados em modelo e confrontá-los com os valores ajustados empiricamente na bancada, avaliando em que medida a sintonia direta se aproxima do ótimo previsto pela teoria. A partir do modelo identificado, abre-se também a possibilidade de aplicar técnicas de controle ótimo, como o regulador linear quadrático gaussiano (LQG), que combina a realimentação de estados do regulador linear quadrático com a estimação de estados por filtro de Kalman. A comparação entre o LQG e as duas arquiteturas PID investigadas, sobre a mesma plataforma de um grau de liberdade, forneceria evidência adicional sobre o ganho de desempenho obtido ao substituir a sintonia heurística por uma formulação que pondera explicitamente o erro de seguimento e o esforço de controle.

Referências

ARDUPILOT DEVELOPMENT TEAM. *Managing Gyro Noise with the Static and Dynamic Harmonic Notch Filters*. 2023. Disponível em: <https://ardupilot.org/copter/docs/common-imu-notch-filtering.html>. Acesso em: 20 fev. 2026. Citado 5 vezes nas páginas 18, 22, 23, 27.

ÅSTRÖM, Karl J.; HÄGGLUND, Tore. *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*. 2. ed. Research Triangle Park, NC: Instrument Society of America (ISA), 1995. ISBN 1-55617-516-7. Citado 5 vezes nas páginas 17–19, 31.

BOUABDALLAH, Samir; NOTH, André; SIEGWART, Roland. PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor. *In: 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. Sendai, Japan, 2004. v. 3, p. 2451–2456. DOI: 10.1109/IROS.2004.1389776. Citado 6 vezes nas páginas 13, 16, 24, 26, 29, 48.

BRISTOW-JOHNSON, Robert. *Cookbook formulae for audio EQ biquad filter coefficients (Audio EQ Cookbook)*. 2021. Disponível em: <https://webaudio.github.io/Audio-EQ-Cookbook/audio-eq-cookbook.html>. Acesso em: 20 fev. 2026. Citado 1 vez na página 23.

CANAL, Igor P.; REIMBOLD, Manuel M. P. Ziegler-Nichols optimization for quadrotor attitude control / Otimização de Ziegler-Nichols para o controle de atitude de quadrirrotor. *Brazilian Journal of Development*, v. 6, n. 2, p. 6306–6315, 2020. DOI: 10.34117/bjdv6n2-073. Citado 6 vezes nas páginas 18, 25, 26, 31, 43, 48.

CAVALCANTE SÁ, Rejane *et al.* Construction and PID control for stability of an unmanned aerial vehicle of the type quadrotor. *In: IEEE Latin American Robotics Symposium (LARS)*. Arequipa, Peru, 2013. p. 95–99. DOI: 10.1109/LARS.2013.64. Citado 2 vezes nas páginas 25, 26.

DOUGLAS, Brian. *Control Systems Lectures*. 2012. <https://www.youtube.com/user/ControlLectures>. Acesso em: 20 fev. 2026. Citado 1 vez na página 17.

FRANKLIN, Gene F.; POWELL, J. David; EMAMI-NAEINI, Abbas. *Feedback Control of Dynamic Systems*. 8. ed. Hoboken, NJ: Pearson, 2015. ISBN 978-0-13-349659-8. Citado 5 vezes nas páginas 19, 20, 24, 31, 47.

GREWAL, Mohinder S.; ANDREWS, Angus P. *Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB*. 4. ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2014. ISBN 978-1-118-85121-0. Citado 1 vez na página 21.

HARRIS, Charles R.; MILLMAN, K. Jarrod; WALT, Stéfan J. van der *et al.* Array programming with NumPy. *Nature*, v. 585, p. 357–362, 2020. DOI: 10.1038/s41586-020-2649-2. Citado 1 vez na página 31.

HE, ZeFang; ZHAO, Long. A Simple Attitude Control of Quadrotor Helicopter Based on Ziegler-Nichols Rules for Tuning PD Parameters. *The Scientific World Journal*, v. 2014, n. 1, p. 280180, 2014. DOI: 10.1155/2014/280180. Citado 2 vezes nas páginas 24, 26.

HOSHU, Ayaz Ahmad *et al.* Cascaded Control System Design for Quadrotor UAV through Relay with Embedded Integrator-Based Automatic Tuning Approach. *International Journal of Aerospace Engineering*, v. 2023, p. 6651286, 2023. DOI: 10.1155/2023/6651286. Citado 9 vezes nas páginas 13, 20, 25, 26, 31, 47, 48.

HUNTER, John D. Matplotlib: A 2D graphics environment. *Computing in Science & Engineering*, v. 9, n. 3, p. 90–95, 2007. DOI: 10.1109/MCSE.2007.55. Citado 1 vez na página 31.

INVENSENSE. *MPU-6000 and MPU-6050 Product Specification*. Rev. 3.4. 2013. Citado 3 vezes nas páginas 22, 30.

KALMAN, Rudolf E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering*, v. 82, n. 1, p. 35–45, 1960. Citado 1 vez na página 21.

KHODJA, Mohammed Abdallah *et al.* Experimental dynamics identification and control of a quadcopter. In: 6TH International Conference on Systems and Control (ICSC). Batna, Algeria: IEEE, 2017. p. 498–502. DOI: 10.1109/ICoSC.2017.7958668. Citado 5 vezes nas páginas 18, 25, 26, 31, 48.

LAGE, Vinícius Nunes. *Desenvolvimento de um controlador PID para estabilização de uma plataforma com dois graus de liberdade*. 2016. Monografia (Graduação em Engenharia de Controle e Automação) – Universidade Federal de Ouro Preto, Escola de Minas, Ouro Preto. Disponível em: <https://www.monografias.ufop.br/handle/35400000/1029>. Citado 8 vezes nas páginas 13, 18, 21, 26, 29, 31.

LIANG, Oscar. *Betaflight PID Tuning Guide and Filtering 101*. 2023. <https://oscarliang.com/pid/>. Acesso em: 1 dez. 2024. Citado 5 vezes nas páginas 18, 22, 23, 27.

LOPEZ-SANCHEZ, Ivan; MORENO-VALENZUELA, Javier. PID control of quadrotor UAVs: A survey. *Annual Reviews in Control*, v. 56, p. 100900, 2023. DOI: 10.1016/j.arcontrol.2023.100900. Citado 10 vezes nas páginas 12, 13, 16, 17, 20, 24, 26, 47, 48.

MCKINNEY, Wes. Data Structures for Statistical Computing in Python. In: PROCEEDINGS of the 9th Python in Science Conference. 2010. p. 56–61. Citado 1 vez na página 31.

MOUSSAOUI, Ahmed Khalil *et al.* Experimental study of PID for attitude control of a quadcopter using an ESP32. *International Journal of Power Electronics and Drive Systems (IJPEDS)*, v. 15, n. 3, p. 1426–1434, 2024. DOI: 10.11591/ijpeds.v15.i3.pp1426-1434. Citado 1 vez na página 25.

NEPOMUCENO, Gabriel Antonio Vale. *Técnicas de Controle PID Aplicadas em uma Bancada para Posicionamento Angular*. 2025. Monografia (Graduação em Engenharia de Controle e Automação) – Universidade Federal de Ouro Preto, Escola de Minas, Ouro Preto. Disponível em: <https://www.monografias.ufop.br/handle/35400000/7806>. Acesso em: 10 jul. 2026. Citado 1 vez na página 26.

NISE, Norman S. *Engenharia de Sistemas de Controle*. 7. ed.: Grupo GEN, 2017. Citado 1 vez na página 17.

NOORDIN, Aminurrashid; MOHD BASRI, Mohd Ariffanan; MOHAMED, Zaharuddin. Simulation and experimental study on PID control of a quadrotor MAV with perturbation. *Bulletin of Electrical Engineering and Informatics*, v. 9, n. 5, p. 1811–1818, 2020. DOI: 10.11591/eei.v9i5.2158. Citado 4 vezes nas páginas 13, 25, 26, 32.

NXP SEMICONDUCTORS. *I²C-bus specification and user manual*. Rev. 7.0. Eindhoven, 2021. Disponível em: <https://www.nxp.com/docs/en/user-guide/UM10204.pdf>. Acesso em: 15 set. 2025. Citado 1 vez na página 32.

OGATA, Katsuhiko. *Engenharia de Controle Moderno*. 5. ed. São Paulo: Pearson, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 17, 24.

RIVERA, Daniel E.; MORARI, Manfred; SKOGESTAD, Sigurd. Internal Model Control. 4. PID Controller Design. *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, v. 25, n. 1, p. 252–265, 1986. Citado 1 vez na página 17.

SHINSKEY, F. Greg. *Process Control Systems: Application, Design and Tuning*. 4. ed. New York: McGraw-Hill, 1996. ISBN 0-07-057101-5. Citado 1 vez na página 23.

VIRTANEN, Pauli; GOMMERS, Ralf; OLIPHANT, Travis E. *et al.* SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python. *Nature Methods*, v. 17, p. 261–272, 2020. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2. Citado 2 vezes nas páginas 23, 31.

WELCH, Greg; BISHOP, Gary. *An Introduction to the Kalman Filter*. Chapel Hill, NC, 2006. Disponível em: <https://www.cs.unc.edu/~welch/kalman/>. Acesso em: 15 fev. 2026. Citado 3 vezes nas páginas 21, 35.

ZIEGLER, J. G.; NICHOLS, N. B. Optimum Settings for Automatic Controllers. *Transactions of the ASME*, v. 64, p. 759–768, 1942. Citado 2 vezes nas páginas 18, 31.