

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
ESCOLA DE MINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

MATEUS JÚNIO PIRES GUIMARÃES

**ALGORITMO *SIMULATED ANNEALING* APLICADO AO PROBLEMA DE
PROGRAMAÇÃO DE HORÁRIOS ESCOLARES (*SCHOOL TIMETABLING*)**

OURO PRETO
2026

MATEUS JÚNIO PIRES GUIMARÃES

**METÓDO COMPUTACIONAL *SIMULATED ANNEALING* APLICADO AO PROBLEMA DE
PROGRAMAÇÃO DE HORÁRIOS ESCOLARES (*SCHOOL TIMETABLING*)**

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro de Produção.

Orientador: Dr. Aloísio de Castro Gomes Júnior

OURO PRETO
2026



FOLHA DE APROVAÇÃO

Mateus Júnio Pires Guimarães

Algoritmo *Simulated Annealing* Aplicado ao Problema de Programação de Horários Escolares (*School Timetabling*)

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro de Produção.

Aprovada em 03 de março de 2026

Membros da banca

Dr. Aloísio de Castro Gomes Júnior - Orientador (Universidade Federal de Ouro Preto)
Dr. Helton Cristiano Oliveira e Gomes (Universidade Federal de Ouro Preto)
Dr. Antônio Francisco Neto (Universidade Federal de Ouro Preto)

Aloísio de Castro Gomes Júnior, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 09/03/2026.



Documento assinado eletronicamente por **Aloísio de Castro Gomes Junior, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 09/03/2026, às 22:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1071747** e o código CRC **885AA799**.

Aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, pelo amor, pela confiança e pelo apoio incondicional em todas as etapas da minha vida, inclusive nos meus planos mais ousados.

À Universidade Federal de Ouro Preto, pela educação pública, gratuita e de qualidade.

Ao professor Doutor Aloísio de Castro Gomes Júnior, por me apresentar ao universo da modelagem computacional e pela orientação longo de toda a graduação, apoio que se manteve fundamental também na elaboração deste trabalho.

À diretora da Escola Tomás Antônio Gonzaga, Elizabeth Araújo, pela disponibilidade em compartilhar as experiências, desafios e conquistas da gestão educacional, e por acolher com entusiasmo a proposta deste trabalho.

À pedagoga da Escola Tomás Antônio Gonzaga, Lousmaria Shaefer, pela dedicação ao longo dos anos na árdua tarefa de fazer a programação manual dos horários da escola.

Ao Weiber Faria Dayrell, pelo companheirismo, apoio e afeto. Obrigado por tanto.

Por fim, a todos que, de alguma forma, contribuíram para a trajetória que culminou nesta pesquisa, o meu sincero agradecimento

RESUMO

A elaboração de quadros de horários escolares constitui um problema de otimização combinatória de alta complexidade, pois envolve múltiplas restrições operacionais e pedagógicas, além de preferências docentes, cujo tratamento manual demanda tempo e está sujeito a inconsistências. Neste trabalho, propõe-se um método computacional para o Problema de Programação de Horários Escolares (PPHE) aplicado à Escola Municipal Tomás Antônio Gonzaga (ETAG), em Ouro Preto–MG, utilizando a meta-heurística *Simulated Annealing*. A qualidade da solução é avaliada por uma função baseada em penalidades hierarquizadas, priorizando restrições fortes (inviabilizantes), seguidas de restrições pedagógicas e, por fim, preferências de disponibilidade docente.

Palavras-chave: Programação de horários escolares; *Simulated Annealing*; Meta-heurísticas; Otimização combinatória; Pesquisa Operacional.

ABSTRACT

The construction of school timetables is a high-complexity combinatorial optimization problem, as it involves multiple operational and pedagogical constraints, as well as teachers' preferences, whose manual handling is time-consuming and prone to inconsistencies. This study proposes a computational method for the School Timetabling Problem (STP) applied to Escola Municipal Tomás Antônio Gonzaga (ETAG), in Ouro Preto, Minas Gerais, Brazil, using the Simulated Annealing metaheuristic. Solution quality is assessed through a hierarchical penalty-based function, prioritizing hard (infeasibility) constraints, followed by pedagogical constraints and, finally, teacher availability preferences.

Keywords: School timetabling; Simulated Annealing; Metaheuristics; Combinatorial optimization; Operations Research.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE HORÁRIOS ESCOLARES	5
2.1 Caracterização do Problema de Programação de Horários Escolares	5
2.2 Abordagens para resolução do PPHE	9
2.2.1 Busca Local.....	9
2.2.2. Busca Tabu	10
2.2.3. <i>Simulated Annealing</i>	12
2.2.4. Algoritmo Evolutivo	14
2.2.5. Métodos Baseados em Programação Linear	17
2.3 Avaliação dos métodos.	19
3. METODOLOGIA	21
3.1 Descrição do problema	21
3.2 Recursos	22
3.3 Restrições	23
3.3.1 Restrições fortes: componente <i>gs</i>	23
3.3.2 Restrições desejáveis – componente <i>hs</i>	25
3.4 Modelo Computacional	27
4. RESULTADOS E ANÁLISE	29
4.1 DETALHAMENTO DA IMPLEMENTAÇÃO	29
4.1.1 Representação da Solução e Dinâmica de Busca.....	31
4.1.2 Função de Avaliação	32
4.1.3 Hierarquização de prioridade dos professores	33
4.1.4 Evolução do Custo e Convergência	35
4.2 VIABILIDADE DO RESULTADO	36
5. CONCLUSÃO	38
6. REFERÊNCIAS	40
7. ANEXOS	42

1. INTRODUÇÃO

A Pesquisa Operacional (PO) é um campo aplicado da Engenharia de Produção que utiliza métodos analíticos, matemáticos e computacionais para apoiar a tomada de decisão em sistemas complexos. Também estudada em outras Engenharias e na Ciência da Computação, a PO tem como propósito desenvolver modelos quantitativos que representem situações reais de alocação de recursos, planejamento e controle de processos, possibilitando a escolha da melhor alternativa entre várias opções disponíveis.

Dentro desse campo, destacam-se os Problemas de Otimização, que consistem na busca pela melhor solução possível, segundo um critério previamente definido, entre um conjunto de alternativas factíveis. Esses problemas envolvem a maximização de resultados desejáveis (como lucro, eficiência ou produtividade) ou a minimização de fatores indesejáveis (como custos, tempos ou perdas), respeitando simultaneamente um conjunto de restrições que refletem as limitações do sistema. A formulação de um problema de otimização, portanto, requer a definição de variáveis de decisão, restrições matemáticas e uma função objetivo, que expressa o desempenho global da solução.

Esses princípios formam a base metodológica da PO e têm ampla aplicação em organizações que dependem de planejamento e coordenação de atividades, como fábricas, hospitais, sistemas de transporte e instituições de ensino. É justamente nesse último contexto que emerge um desafio clássico de otimização: o Problema de Programação de Horários Escolares (PPHE).

O PPHE consiste em organizar a distribuição de aulas entre turmas, professores, salas e períodos da semana, atendendo simultaneamente às restrições impostas pela estrutura institucional e às preferências individuais dos docentes. O problema abrange restrições rígidas, como a impossibilidade de um professor lecionar em duas turmas no mesmo horário, e restrições flexíveis, que buscam aprimorar a qualidade do horário, como o equilíbrio da carga horária diária e o respeito às preferências de turno.

A literatura caracteriza o Problema de Programação de Horários Escolares (PPHE) como um problema NP-difícil, o que significa que sua resolução manual não é trivial e requer vários dias de trabalho dos envolvidos. Além do esforço demandado, o processo está sujeito a inconsistências e resultados inviáveis do ponto de vista pedagógico, como a ocorrência de aulas de uma mesma disciplina separadas pelo intervalo do recreio ou, conforme observa Souza (2002, p. 1), “pode haver aulas de uma mesma matéria sendo ministradas em dias consecutivos, com prejuízo na sedimentação da aprendizagem”. Essa complexidade se acentua em instituições com múltiplas turmas, número elevado de professores e diversas preferências adicionais a serem consideradas, fatores que ampliam exponencialmente o número de combinações possíveis e tornam a busca por uma solução satisfatória praticamente inviável por meios manuais.

Além de ser um problema de alta complexidade, a elaboração manual do PPHE constitui uma atividade administrativa recorrente nas instituições de ensino, repetida a cada início de período letivo. Em cada novo semestre ou ano escolar, as instituições de ensino precisam reorganizar toda a grade de horários e designar novamente os professores às turmas, o que reforça a necessidade de automatizar o processo para reduzir o esforço humano e garantir maior consistência nas soluções obtidas.

Diante disso, a automatização da programação de horários apresenta-se como uma oportunidade relevante, tanto para preservar o conhecimento organizacional quanto para reinserir o tempo da gestão escolar em atividades pedagógicas, deixando de dedicar horas significativas a uma tarefa administrativa de alta complexidade. Porém, mesmo com o uso de técnicas computacionais, o crescimento exponencial das combinações de professores, turmas e horários inviabiliza a aplicação de algoritmos determinísticos eficientes (Even et al., 1976; Ciscón et al., 2005).

Considerando todas essas questões, o presente trabalho tem como objetivo desenvolver uma proposta de sistematização e automatização da elaboração dos horários escolares, fundamentada em métodos de Pesquisa Operacional e modelagem de problemas otimização combinatória. Em especial, com foco no método de resolução *Simulated Annealing*.

Foi escolhida a Escola Municipal Tomás Gonzaga, em Ouro Preto – MG para esta pesquisa, a partir de indicação da Secretaria Municipal de Educação, que ressaltou a adequada organização documental da unidade. Em contato inicial, constatou-se que a elaboração do quadro de horários é realizada manualmente pela pedagoga da escola. No entanto, a mesma encontra-se próxima da aposentadoria e, segundo a direção, não há outro servidor que domine o processo de construção dos horários. Essa situação acende um alerta institucional, pois a continuidade da organização administrativa do horário encontra-se vulnerável à saída de um único membro da equipe.

A relevância acadêmica deste estudo está na aplicação prática dos conhecimentos desenvolvidos ao longo da graduação em Engenharia de Produção, aliando revisão teórica, trabalho de coleta e tratamento de dados e modelagem computacional. Além disso, a contribuição social está na melhoria da eficiência administrativa escolar, fortalecendo processos de gestão e permitindo que a equipe pedagógica concentre esforços no acompanhamento do desenvolvimento dos alunos e nas ações educativas.

A motivação que orienta este trabalho é o interesse em atuar sobre problemas concretos e relevantes para a comunidade. Espera-se que a solução proposta possa servir de referência para outras escolas da rede municipal que enfrentam dificuldades semelhantes.

Por fim, a própria Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) reconhece a importância da aproximação entre a comunidade acadêmica e a sociedade local. Nesse sentido, a Resolução nº 7.852 do Conselho de Ensino, Pesquisa e Extensão (CEPE/UFOP) estabelece que os cursos de graduação devem incluir, em seus Projetos Pedagógicos de Curso, componentes curriculares de extensão universitária, com carga horária mínima correspondente a 10% da carga total do curso. As atividades de extensão, conforme define a Universidade, representam ações acadêmicas voltadas à comunidade, promovendo a troca de saberes e a aplicação prática do conhecimento técnico e científico produzido na instituição.

Quanto à organização, este trabalho está estruturado em três capítulos principais. No primeiro, apresenta-se a revisão bibliográfica sobre o Problema de Programação de

Horários Escolares (PPHE), abordando seus conceitos fundamentais, classificações, restrições e principais métodos de resolução encontrados na literatura. No segundo capítulo, descreve-se a metodologia adotada, incluindo a caracterização do problema estudado, o processo de coleta e tratamento dos dados, a formulação do modelo matemático e a representação computacional da solução proposta. Por fim, o terceiro capítulo apresenta os resultados obtidos e a análise das soluções geradas, seguidos das considerações finais e sugestões para trabalhos futuros.

2. O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE HORÁRIOS ESCOLARES

2.1 Caracterização do Problema de Programação de Horários Escolares

O Problema de Programação de Horários Escolares (PPHE), encontrado na literatura especializada como *timetabling*, consiste na definição da grade de horários de uma instituição de ensino, como escolas e universidades, buscando respeitar diversas restrições operacionais e atender, na medida do possível, às preferências dos docentes (Ciscon et al., 2005). Segundo esses autores, o PPHE “consiste em arranjar encontros entre professores e alunos em um período de tempo previamente fixado, tipicamente uma semana, de modo a satisfazer um conjunto de restrições que podem ser de vários tipos” (Ciscon et al., 2005, p. 1725).

Com base em Schaerf (1999), Ciscon et al. (2005) classificam o PPHE em três categorias principais, sendo que essa categorização é essencial para orientar a escolha do método de resolução mais adequado a cada contexto.

- a) Programação de Horários Escolares (*School Timetabling*): trata da organização semanal das aulas em escolas de ensino fundamental e médio, com foco na compatibilização entre turmas, professores e turnos;
- b) Programação de Horários de Cursos (*Course Timetabling*); concentra-se na organização das disciplinas de cursos universitários, onde vários cursos compartilham alunos e salas, exigindo maior coordenação entre departamentos;
- c) Programação de Horários de Exames (*Examination Timetabling*): refere-se ao agendamento de provas, evitando sobreposição entre disciplinas cursadas simultaneamente pelos mesmos estudantes.

No caso brasileiro, a primeira categoria é a mais relevante para redes públicas de ensino fundamental e médio, as quais atendem um número fixo de turmas limitado pela capacidade física das escolas. É comum que haja mais turmas do que salas disponíveis, razão pela qual o funcionamento ocorre em turnos matutino, vespertino e, em alguns casos, noturno. Ribeiro et al. (2013) e Silva et al. (2006) observam que, nesse contexto, a programação de horários deve lidar com forte restrição de salas, diversidade de vínculos docentes e múltiplas demandas pedagógicas.

Cada turma segue um conjunto de disciplinas, cujo número de aulas semanais é estabelecido conforme o currículo do curso e o ano escolar correspondente. A carga horária de cada turma costuma preencher integralmente a semana, ou seja, as aulas ocupam todos os horários do respectivo turno em todos os dias letivos. O produto entre o número de horários diários, os dias da semana e a quantidade de turmas resulta no total de aulas ministradas em determinado período. Quando se consideram todos os turnos da escola, obtém-se o volume global de aulas ofertadas pela instituição.

Essas aulas são ministradas por um corpo docente composto por vários professores, cada um com sua carga horária específica. É frequente que os docentes atuem em mais de uma escola, dedicando um número distinto de aulas em cada uma delas. Assim, evidencia-se a complexidade e o volume de elementos envolvidos no Problema de Programação de Horários Escolares. Quando tratado manualmente, o PPHE tem como resultado final uma solução, por vezes, inviável, por exemplo, por conter sobreposições de aula, janelas desnecessárias ou distribuição desigual das disciplinas (Ciscon et al., 2005; Paravidino Neto; Vianna, 2011).

Além de complexo, a atividade de programação de horários é lenta repetitiva, pois pode consumir muito esforço e vários dias de trabalho dos responsáveis, em uma tarefa realizada anualmente nas escolas e semestralmente nas universidades. Ciscon et al. (2005) ressaltam que, em escolas, o processo pode demandar semanas de ajustes sucessivos, muitas vezes sem garantir a eliminação de conflitos. Paravidino Neto e Vianna (2011) destacam que a geração manual tende a produzir soluções de qualidade inferior, uma vez que não considera de forma sistemática as múltiplas restrições envolvidas simultaneamente.

Embora seja uma atividade rotineira no ambiente educacional, a programação de horários é reconhecida pela literatura como uma das tarefas mais complexas e trabalhosas da gestão escolar. Esse processo envolve a consideração simultânea de diversas restrições operacionais, pedagógicas e individuais, o que torna difícil obter uma solução consistente sem o apoio de ferramentas computacionais (Ciscon et al., 2005; Paravidino Neto; Vianna, 2011). Essa complexidade, quando formulado matematicamente, enquadra a programação de horários como um problema de

otimização combinatória, área que estuda modelos nos quais existe um conjunto finito, embora potencialmente elevado, de possíveis soluções (Carvalho, 2011).

Ainda segundo Carvalho (2011), a otimização combinatória estuda modelos nos quais existe um conjunto finito, embora potencialmente elevado, de possíveis soluções. Embora, em teoria, seja possível identificar a solução ótima por meio da enumeração exaustiva de todas as alternativas, essa abordagem é inviável na prática devido ao grande volume de combinações a serem analisadas. Mesmo com o uso de supercomputadores, o tempo de processamento pode ser excessivamente longo, podendo demandar semanas ou até anos para a obtenção da solução ótima.

Ainda de acordo com Carvalho (2011), os problemas de otimização combinatória podem ser classificados, de modo geral, em três categorias principais:

- a) Problemas de decisão: têm como objetivo determinar se existe ou não uma solução que satisfaça determinadas restrições, resultando em uma resposta binária (“sim” ou “não”);
- b) Problemas de busca: consistem em encontrar explicitamente uma solução que satisfaça as restrições impostas;
- c) Problemas de otimização: procuram, além de satisfazer as restrições, identificar a melhor solução possível segundo um critério específico, geralmente de maximização ou minimização.

Esses problemas de otimização também são classificados segundo sua complexidade computacional e, de acordo com Cicon et al (2005) o Problema de Programação de Horários Escolares (PPHE) é classificado como um problema NP-difícil, o que torna inviável o uso de técnicas exatas em instâncias de maior porte (Cicon et al., 2005). Em outras palavras, segundo Souza (2011), são problemas para os quais “ainda não existem algoritmos que os resolvam em tempo polinomial” (Souza, 2011, p.2). Segundo Even et al., 1976 e Cicon et al., 2005, essa dificuldade decorre do crescimento exponencial das combinações possíveis de alocação entre turmas, professores, horários e salas, o que eleva substancialmente o esforço computacional necessário para encontrar soluções viáveis.

Trabalhos brasileiros reforçam essa constatação. Santos (2007) e Ribeiro et al. (2013) mostram que o PPHE pode envolver centenas ou milhares de variáveis binárias quando modelado como um problema de Programação Linear Inteira Mista (PLIM), o que inviabiliza sua solução apenas com técnicas exatas. Diante desse cenário, pesquisadores têm recorrido a métodos heurísticos e meta-heurísticos, como GRASP, Busca Tabu, *Simulated Annealing*, *Iterated Local Search* (ILS) e Algoritmos Genéticos, capazes de gerar boas soluções em tempos computacionais reduzidos (Ciscon et al., 2005; Paravidino Neto; Vianna, 2011).

A complexidade do PPHE é acentuada pela grande quantidade de restrições envolvidas. A satisfação simultânea de todos os requisitos desejáveis na elaboração de um quadro de horários é, na maioria das vezes, impraticável, uma vez que certas solicitações podem entrar em conflito entre si, por exemplo, assegurar uma distribuição equilibrada das aulas pode comprometer a compacidade do horário de um professor. Dessa forma, torna-se necessário estabelecer diferentes níveis de prioridade entre as diversas exigências, de modo que o processo de construção do horário busque equilibrar, tanto quanto possível, os critérios considerados mais relevantes.

Segundo Santos (2007), as restrições podem ser divididas em duas categorias principais. A primeira, composta pelas restrições fortes, abrange as condições cuja violação torna o quadro de horários inviável. Essas restrições delimitam o espaço de busca de soluções e incluem, por exemplo, a proibição de conflitos (como a coincidência de aulas de um mesmo professor ou turma), as pré-aloocações de disciplinas com horários fixos e o respeito à disponibilidade de recursos humanos e físicos, como professores e salas.

Já a segunda categoria é formada pelas restrições fracas, voltadas à avaliação da qualidade do horário obtido. Seu descumprimento não inviabiliza a solução, mas é incorporado à função objetivo na forma de penalidades. Entre as restrições fracas mais comuns, destacam-se a compacidade dos horários e a distribuição equilibrada das aulas ao longo da semana. Conforme ressalta Santos (2007), a qualidade de uma solução é medida pela minimização das penalidades associadas à violação dessas restrições, conceito amplamente adotado em modelos heurísticos e híbridos aplicados ao PPHE.

2.2 Abordagens para resolução do PPHE

Diversas abordagens têm sido exploradas ao longo dos anos para a geração de quadros de horários de instituições de ensino. A literatura apresenta desde métodos exatos até meta-heurísticas, evidenciando a evolução das técnicas e dos modelos aplicados ao PPHE (Santos, 2007; Souza et al., 2002).

No âmbito da Pesquisa Operacional, as principais abordagens de solução podem ser agrupadas em três classes. Heurísticas são métodos construtivos ou de melhoria que utilizam regras empíricas para produzir, com esforço computacional razoável, soluções aceitáveis (e frequentemente próximas do ótimo) para problemas complexos, muitas vezes NP-difíceis, porém sem garantir a obtenção do ótimo; em contrapartida, espera-se que sejam computacionalmente eficientes, sobretudo quando partem de soluções viáveis de boa qualidade (GOLDBARG, 2015). Meta-heurísticas, por sua vez, constituem estruturas de nível superior que orientam, combinam e modificam heurísticas subordinadas ao longo de um processo iterativo, equilibrando diversificação (exploração ampla do espaço de busca) e intensificação (refinamento em regiões promissoras) para reduzir a estagnação em ótimos locais e elevar a probabilidade de obtenção de soluções de alta qualidade em instâncias de grande porte; por serem uma arquitetura geral de busca, tendem também a ser mais portáteis do que heurísticas, podendo ser adaptadas a diferentes problemas mediante a escolha de representação, função de avaliação e operadores específicos (por exemplo, vizinhanças) (GOLDBARG, 2015). Por fim, métodos exatos, como os baseados em Programação Linear Inteira, exploram o modelo matemático de modo a permitir, em princípio, a obtenção de soluções comprovadamente ótimas, embora, em instâncias de grande porte, possam implicar custo computacional elevado (CARVALHO, 2011).

A seguir, apresentam-se descrições dessas abordagens, com foco em métodos heurísticos, meta-heurísticas e uma técnicas de programação matemática aplicadas ao PPHE.

2.2.1 Busca Local

Santos (2007) retoma a abordagem apresentada por Ferland e Lavoie (1992) ao discutir o método de Busca Local. Nesse método, parte-se de uma solução inicial e

passa a explorá-la por meio de pequenas modificações, buscando, em um primeiro momento, reduzir violações de restrições até alcançar uma solução factível. A partir desse ponto, o procedimento passa a concentrar-se na melhoria contínua da solução encontrada.

Os autores descrevem três estratégias distintas do método: a primeira consiste em uma busca local baseada em trocas simples entre elementos da solução; a segunda utiliza um mecanismo de busca recursiva, que apresenta características próximas às técnicas de Busca Tabu; e, por fim, propõe-se também um procedimento fundamentado em relaxação lagrangeana, que, além de auxiliar no tratamento de certas restrições, fornece limites inferiores para avaliação da função objetivo.

Os resultados computacionais indicaram que o método recursivo mostrou maior eficiência na obtenção de soluções factíveis, enquanto a relaxação lagrangeana atua como ferramenta de apoio tanto na análise da qualidade quanto na definição de limites para o problema (Santos, 2007). Apesar de sua flexibilidade no tratamento de diversas restrições rígidas, a Busca Local se mostra limitada quando se trata de incorporar restrições mais brandas ou critérios de preferência.

2.2.2. Busca Tabu

Conforme discutido por Santos (2007), a Busca Tabu é uma meta-heurística que amplia os procedimentos de Busca Local por meio do uso sistemático de estruturas de memória. A ideia central é evitar que o algoritmo fique preso em ótimos locais, permitindo que o procedimento avance para soluções que, em um primeiro momento, podem até piorar o valor da função objetivo, mas contribuem para explorar novas regiões do espaço de busca.

Na mesma direção, Souza et al. (2002), baseando-se na formulação clássica de Glover e Laguna (1997), descrevem a Busca Tabu como um método de otimização que, a cada iteração, seleciona o melhor candidato dentro da vizinhança da solução corrente, mesmo que esse candidato apresente desempenho inferior ao da solução atual. Uma vez realizado o movimento, determinadas características da alteração efetuada são registradas em uma lista tabu, que impede que o algoritmo repita, por um número pré-definido de iterações (tempo tabu), movimentos considerados como

recentemente realizados. Essa proibição, porém, pode ser suspensa por meio de um critério de aspiração, geralmente acionado quando um movimento tabu leva a uma solução melhor do que todas as obtidas até então.

No contexto específico do Problema de Programação de Horários Escolares, Souza et al. (2002) ilustram o funcionamento da técnica com o exemplo de trocas de aulas no quadro de horários: se uma solução vizinha é gerada pela permuta de dois horários de um mesmo professor, então movimentos que reproduzam essa mesma troca permanecem proibidos durante um certo número de iterações. Esse mecanismo reduz a chance de o algoritmo retornar rapidamente a configurações já exploradas, estimulando a diversificação da busca.

Santos (2007) complementa essa visão ao destacar que, na aplicação da Busca Tabu ao PPHE, a vizinhança costuma ser definida a partir de pequenas alterações na alocação das aulas, como trocas de períodos, realocação de disciplinas entre turmas ou deslocamento de blocos de aula. A autora ressalta, ainda, o papel das memórias de curto prazo, responsáveis por registrar movimentos tabu, e dos mecanismos de aspiração e diversificação, que ajustam penalidades e parâmetros de controle para alternar momentos de exploração mais ampla com fases de intensificação em regiões promissoras do espaço de soluções.

Outro ponto enfatizado por Santos (2007) é a necessidade de estratégias de diversificação que ampliem a cobertura do espaço de busca. Entre essas estratégias, destacam-se a modificação periódica dos pesos associados às penalizações por conflitos e o uso de esquemas de intensificação, que concentram a busca em áreas onde já foram encontradas soluções de boa qualidade. Nos estudos de caso analisados pela autora, a Busca Tabu apresentou desempenho superior ao dos procedimentos manuais utilizados pelas escolas, produzindo horários factíveis com qualidade mais estável e menor incidência de conflitos.

Em conclusão, as contribuições de Santos (2007) e Souza et al. (2002) mostram que a Busca Tabu pode ser interpretada como uma evolução da Busca Local: em vez de se limitar a melhorias imediatas, o método incorpora memória, controle de ciclos e mecanismos de diversificação adaptativa. Enquanto Souza et al. (2002) enfatizam a estrutura operacional clássica da técnica, baseada em vizinhanças, listas tabu e

critérios de aspiração, Santos (2007) propõe adaptações específicas ao ambiente escolar, evidenciando o potencial da Busca Tabu para lidar com restrições complexas e múltiplos critérios de otimização simultaneamente.

2.2.3. *Simulated Annealing*

De acordo com Santos (2007), o método *Simulated Annealing* (SA), em tradução livre Recozimento Simulado, é uma meta-heurística de otimização inspirada no processo físico de resfriamento gradual de metais. Segundo Souza (2011), a “técnica começa sua busca a partir de uma solução inicial qualquer. O procedimento principal consiste em um loop que gera aleatoriamente, em cada iteração, um único vizinho s' da solução corrente s ” (SOUZA, 2011, p. 17, grifo do autor).

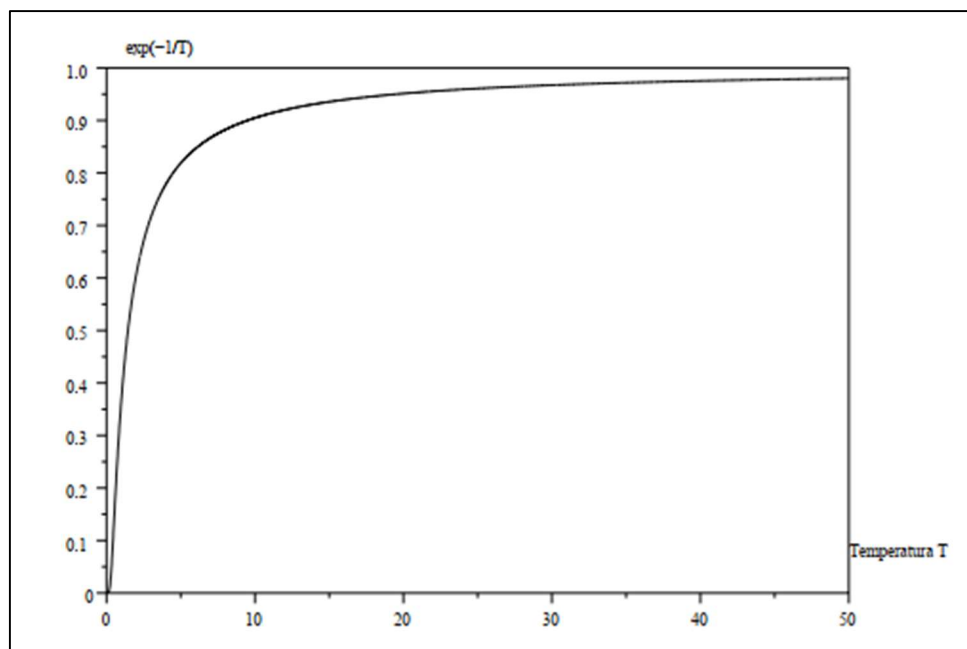
No entanto, sua característica fundamental é permitir, de forma controlada, a aceitação de movimentos que resultem em soluções piores em um determinado momento da busca. Essa aceitação é por um componente probabilístico associado a um parâmetro de “temperatura”, o qual decresce ao longo da execução, diminuindo gradualmente a chance de aceitar piores conforme o algoritmo avança. Ainda segundo Santos (2007), essa estratégia possibilita não ficar preso em mínimos locais no início da busca, favorecendo a exploração do espaço de soluções, e, posteriormente, concentrar esforços na melhoria fina da solução à medida que a probabilidade de aceitação de movimentos desfavoráveis é reduzida.

Souza (2011) ilustra como a temperatura afeta a função de probabilidade de aceitação (Figura 1). Para facilitar a interpretação, assume-se que a variação de energia (Δ) permanece constante ao longo de toda a busca, sendo fixada, neste caso, em uma unidade. Nota-se que, nas etapas iniciais do algoritmo, quando a temperatura ainda é alta, a probabilidade tende a valores próximos de 1, favorecendo a aceitação de movimentos. À medida que o processo evolui e a temperatura é reduzida, essa probabilidade decresce progressivamente, aproximando-se de zero, tal como a temperatura.

Conforme relatado por Santos (2007), os experimentos clássicos com *Simulated Annealing* para programação de horários, atribuídos a Abramson (1991), contemplam tanto uma implementação sequencial quanto uma paralela do método. A avaliação foi

conduzida em instâncias artificiais, construídas de modo que o ótimo global fosse conhecido, o que foi viabilizado ao se considerar apenas a restrição de inexistência de conflitos, e também em um caso real, no qual foram incorporadas restrições adicionais típicas do problema. Além disso, a versão paralela empregou uma estratégia de paralelismo de granularidade fina em arquitetura de memória compartilhada, explorando paralelismo no próprio processo de busca e resultando em aceleração computacional expressiva. Esses achados, tal como sintetizados por Santos (2007), reforçam o potencial do SA, especialmente em configurações paralelas, para tratar instâncias de programação de horários em maior escala.

Figura 1: comportamento da função de probabilidade



Fonte: Souza (2011)

Complementarmente, Tan et al. (2020) destacam que a literatura tem proposto versões “*enhanced*” (aprimoradas) do *Simulated Annealing*, nas quais o procedimento clássico é enriquecido por mecanismos adicionais com o objetivo de aumentar a velocidade de convergência e/ou a qualidade das soluções obtidas. Em termos práticos, ainda segundo Tan et al. (2020), tais aprimoramentos podem incluir: (i) modificações no esquema de resfriamento e nos parâmetros de redução de temperatura, buscando intensificar a melhoria sem comprometer a exploração; (ii) estratégias de aquecimento e critérios de adaptação que reintroduzem diversificação em situações de estagnação; e (iii) hibridizações com outras meta-

heurísticas e reconfigurações de operadores de busca, de modo a explorar diferentes padrões de vizinhança e combinar intensificação e diversificação de forma mais eficaz.

Conforme discutido por Santos (2007) e Souza et al. (2002), tanto a Busca Tabu quanto o *Simulated Annealing* admitem, em determinados momentos, a aceitação de soluções piores com o objetivo de escapar de ótimos locais. A diferença principal está no mecanismo utilizado por cada método: na Busca Tabu, a movimentação para soluções eventualmente piores decorre da escolha determinística do melhor vizinho permitido, combinada com o uso de estruturas de memória, como listas tabu e critérios de aspiração, que controlam retornos a soluções recentemente exploradas. Já no SA, a aceitação de pioras é regida por um esquema probabilístico dependente de um parâmetro de temperatura, que é gradualmente reduzido ao longo da execução, permitindo maior exploração nas fases iniciais e maior intensificação nas fases finais da busca (SANTOS, 2007).

Em convergência com a estratégia destacada por Santos (2007) e Tan et al. (2020), este trabalho também adota o *Simulated Annealing* como mecanismo central de otimização, buscando equilibrar exploração nas fases iniciais e intensificação nas fases finais para produzir quadros de horários viáveis no contexto analisado.

2.2.4. Algoritmo Genético

Santos (2007) também discute o uso de algoritmos evolutivos na resolução do PPHE, com ênfase nos Algoritmos Genéticos (AGs). Esses métodos compõem uma meta-heurística inspirada nos princípios da evolução natural e da seleção dos mais aptos, sendo particularmente adequados para problemas de otimização combinatória de grande dimensão. Em termos operacionais, manipulam uma população de soluções candidatas por meio de operações análogas à seleção, recombinação e mutação, buscando aprimorar gradualmente a qualidade das soluções ao longo das iterações.

Segundo Souza (2011), nos AGs cada cromossomo (indivíduo) está associado a uma solução, cada gene corresponde a uma componente dessa solução e a avaliação ocorre por uma função de aptidão, que mensura o grau de adaptação do indivíduo, orientando a reprodução e a sobrevivência dos mais aptos. No contexto do PPHE, de

acordo com Souza et al. (2002), um cromossomo pode ser entendido como uma matriz que representa o quadro de horários semanal, na qual cada célula s_{ij} indica o estado do professor i no horário j , como por exemplo, disponível, indisponível ou alocado a uma turma específica (SOUZA et al., 2002). Essa estrutura matricial facilita a aplicação sistemática dos operadores evolutivos e a avaliação das soluções geradas.

Após a aplicação dos operadores de recombinação e mutação, as novas soluções produzidas (descendentes) são avaliadas por meio de uma função de aptidão, que mensura o grau de atendimento às restrições fortes e às preferências modeladas no problema. Com base nesses valores de aptidão, mecanismos de seleção privilegiam soluções mais adequadas na composição das próximas gerações, mantendo também certa diversidade na população para evitar convergência prematura (SANTOS, 2007; SOUZA et al., 2002).

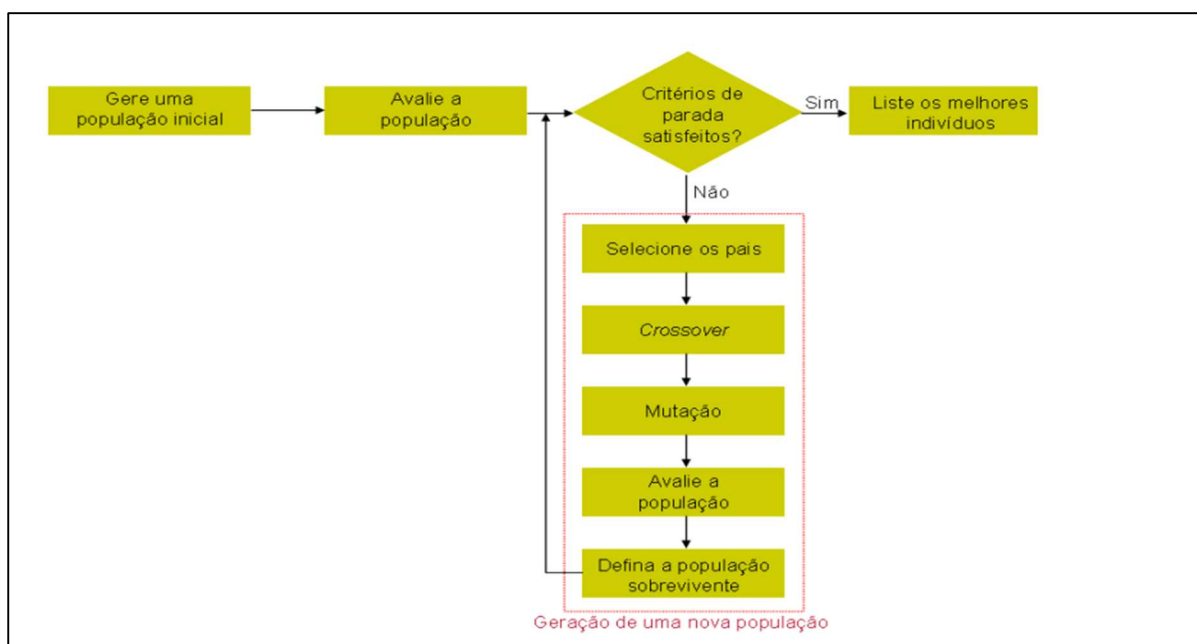
Durante o processo evolutivo, a fase de seleção é responsável por definir quais soluções da população atual participarão da reprodução, geralmente favorecendo aquelas com maior aptidão. A recombinação (ou cruzamento) combina genes de dois cromossomos pais, gerando novos indivíduos que herdam características de ambos. Já a mutação introduz pequenas alterações aleatórias nos genes, assegurando a diversificação da população e reduzindo a probabilidade de estagnação em ótimos locais (SANTOS, 2007; SOUZA et al., 2002). Souza (2011) apresenta uma contribuição visual para a conceituação dos AGs, ao ilustrar o fluxograma de um algoritmo genético convencional (Figura 2).

Conforme descrevem Souza et al. (2002), diferentes critérios de seleção podem ser empregados, como a seleção aleatória, na qual os indivíduos são escolhidos de forma uniforme; a seleção por roleta, em que a probabilidade de escolha é proporcional à aptidão; e abordagens mistas, que combinam ambos os mecanismos e permitem a sobrevivência ocasional de indivíduos menos aptos, recurso importante para ampliar a exploração do espaço de busca.

Santos (2007) destaca ainda que diversos autores desenvolveram versões híbridas e paralelas de AGs, integrando operadores genéticos com estratégias de busca local e ajustes específicos nas funções de penalização. Esse tipo de adaptação, consiste em

combinar algoritmos evolutivos com procedimentos explícitos de refinamento local, de modo que soluções promissoras identificadas ao longo da evolução sejam melhoradas por heurísticas adicionais que exploram mais profundamente a estrutura do problema. As abordagens híbridas mostram-se particularmente eficazes, pois equilibram a exploração global — conduzida pelos operadores genéticos, com a intensificação local, obtida por heurísticas de refinamento, resultando em soluções de maior qualidade em problemas complexos como o PPHE (SANTOS, 2007).

Figura 2: Estrutura de um Algoritmo Genético básico



Fonte: Souza (2011)

Nos experimentos apresentados por Santos (2007), os algoritmos evolutivos demonstraram capacidade de gerar soluções competitivas para o PPHE, atingindo níveis de qualidade próximos aos obtidos por métodos mais especializados, com maior flexibilidade e adaptabilidade. A autora observa, ainda, que o uso de mecanismos adaptativos, como a variação das taxas de cruzamento e mutação ao longo das iterações, favorece a convergência e a estabilidade dos resultados, reduzindo a probabilidade de ciclos degenerativos.

Por fim, ao integrar as definições de Souza et al. (2002) e as aplicações discutidas por Santos (2007), compreende-se que os algoritmos evolutivos oferecem uma abordagem robusta, flexível e adaptável para a resolução do PPHE. Enquanto Souza

et al. (2002) enfatizam a fundamentação conceitual e a estrutura de codificação dos AGs, Santos (2007) evidencia sua eficácia prática e potencial de hibridização, mostrando que esses métodos podem equilibrar uma busca exploratória ampla com mecanismos de refinamento local, alcançando soluções de alta qualidade em tempo computacional razoável.

2.2.5. Métodos Baseados em Programação Linear

Além de heurísticas e meta-heurísticas, a literatura aponta o uso de métodos exatos na geração de quadros de horários, com destaque para modelagens por Programação Linear (PL), Programação Linear Inteira (PLI) e Programação Linear Inteira Mista (PLIM). Na PL, a função objetivo e as restrições são lineares e as variáveis podem assumir valores contínuos; na PLI, preserva-se a linearidade, porém impõe-se integralidade a algumas ou a todas as variáveis (frequentemente binárias); e, na PLIM, combinam-se variáveis inteiras e contínuas em uma mesma formulação (GOLDBARG, 2015). Nessa abordagem, o PPHE é expresso por meio de variáveis de decisão (frequentemente binárias), um conjunto de restrições lineares que traduz as regras de funcionamento da instituição e uma função objetivo que mensura a qualidade do horário, usualmente relacionada à minimização de conflitos e de padrões indesejáveis de alocação.

Do ponto de vista conceitual, métodos exatos baseados em PLI exploram o modelo matemático do problema de forma a permitir, em princípio, a obtenção de soluções comprovadamente ótimas, ainda que, em instâncias de grande porte, apresentem custo computacional elevado (CARVALHO, 2011) No entanto, Santos (2007) observa que, devido à alta dimensionalidade do PPHE e ao grande número de restrições envolvidas, formulações estritamente inteiras tendem a ser viáveis apenas para instâncias de menor escala ou para versões simplificadas do problema. Nas situações em que se deseja representar com fidelidade a realidade de uma instituição, a complexidade combinatória gera matrizes muito grandes, o que pode tornar o tempo de solução impraticável, mesmo com o uso de *solvers* modernos.

Por esse motivo, a literatura frequentemente recorre a modelos híbridos, nos quais a Programação Linear Inteira é utilizada em conjunto com heurísticas ou meta-heurísticas. Nesses casos, a programação matemática pode servir tanto como

módulo de geração de soluções iniciais quanto como ferramenta para refinar ou avaliar soluções produzidas por outros métodos (Santos, 2007). Adicionalmente, a programação matemática permite tratar, de maneira estruturada, a coexistência de requisitos inviabilizantes e critérios de qualidade, o que se alinha ao entendimento de que a avaliação de uma solução envolve tanto o grau de inviabilidade quanto a qualidade associada às preferências e restrições desejáveis (CISCON et al., 2005).

Tabela 1: síntese das abordagens de resolução do PPHE.

Método	Tipo	Pontos Fortes	Pontos Fracos
Busca Local	Heurístico	Baixa complexidade de implementação e reduzido custo computacional por iteração.	Tendência a estagnação em ótimos locais e forte dependência da solução inicial
Busca Tabu	Meta-heurístico	Capaz de escapar de ótimos locais e produzir soluções de alta qualidade	Exige ajuste fino dos parâmetros, tal como tamanho da lista tabu e critérios de aspiração.
<i>Simulated Annealing</i>	Meta-heurístico	Capacidade de exploração global via aceitação probabilística de pioras	Forte dependência da escolha dos parâmetros (temperatura inicial, esquema de resfriamento, número de iterações).
Algoritmo Evolutivo	Meta-heurístico	Exploração ampla do espaço de busca e fácil adaptação a múltiplos critérios	Custo computacional elevado e necessidade de ajuste de diversos parâmetros, tal como tamanho da população, taxas de cruzamento e mutação.
Programação Linear Inteira	Exato	Possibilidade de obtenção de soluções ótimas em instâncias de porte moderado	Crescimento exponencial do esforço computacional, tornando o método pouco viável em instâncias de grande porte

Fonte: autor (2026)

Como contribuição à discussão sobre os métodos de resolução do PPHE, a Tabela 1 apresenta uma síntese das principais abordagens identificadas na literatura, com seus respectivos pontos fortes e fracos, sistematização que não é explicitamente encontrada nos trabalhos analisados.

2.3 Avaliação dos métodos.

Retomando o conceito de restrições fortes e fracas, os indicadores de qualidade refletem a quão próxima a solução obtida está das condições consideradas ideais de funcionamento da escola. De acordo com Ciskon et al. (2005), uma solução s pode ser avaliada a partir de dois aspectos principais: o primeiro refere-se ao grau de inviabilidade, representado por $(g(s))$, que indica o quanto a solução viola restrições consideradas essenciais (restrições fortes). O segundo aspecto corresponde à qualidade da solução, expressa por $(h(s))$, relacionada ao atendimento das preferências ou requisitos desejáveis (restrições fracas). Dessa forma, o custo total associado a uma solução s , que se busca minimizar, pode ser expresso pela Equação (1):

$$f(s) = g(s) + h(s) \quad (1)$$

A componente $g(s)$ pode ser calculada segundo a Equação 2:

$$g(s) = \sum_{k=1}^K \alpha_k I_k \quad (2)$$

Em que K é o número de medidas de inviabilidade, I_k é o valor da k -ésima medida de inviabilidade e α_k é o peso associado à essa k -ésima medida.

De forma análoga, a parcela $h(s)$ é dada pela Equação 3:

$$h(s) = \sum_{j=1}^J \beta_j Q_j \quad (3)$$

Em que J representa a quantidade de critérios de qualidade considerados, Q_j é o valor associado ao j -ésimo critério e β_j é o peso atribuído a ele. Ainda segundo Ciskon et

al. (2005), observa-se que uma solução é considerada viável quando não apresenta violações às restrições essenciais, ou seja, $g(s) = 0$. Além disso, os pesos atribuídos aos critérios devem ser definidos de modo que α_k seja significativamente maior que β_l para todos os valores de k e j . Essa escolha assegura que a busca priorize a eliminação da inviabilidade antes de buscar melhorias relacionadas à qualidade.

Em complemento a essa visão, Góes, Costa e Steiner (2010) formalizam a avaliação de uma solução por meio de uma medida de aptidão construída com base em penalidades associadas a violações de restrições e preferências. Nessa abordagem, a solução recebe um valor de avaliação e, a depender do tipo de ocorrência indesejável são aplicadas penalizações graduadas. Ainda segundo os autores, na prática, esse mecanismo equivale a estruturar a função de avaliação para que violações mais críticas tenham impacto muito maior do que desvios menos relevantes, guiando o processo de busca a convergir primeiro para soluções viáveis e, somente depois, refinar critérios de qualidade. Essa lógica sustenta diretamente o uso de níveis diferentes de penalidade no algoritmo implementado neste trabalho, uma vez que permite calibrar a aceitação do método em função da importância relativa de cada restrição.

3. METODOLOGIA

3.1 Descrição do problema

A Escola Municipal Tomás Antônio Gonzaga (ETAG) atende, em 2025, um total de 437 alunos, com previsão de crescimento para aproximadamente 450 estudantes até 2026. A instituição funciona em dois turnos, matutino e vespertino, destinados às turmas do Ensino Fundamental II.

No turno da manhã, são ofertadas aulas para as turmas do 7º, 8º e 9º anos, distribuídas em quatro turmas de 7º ano, quatro de 8º ano e três de 9º ano, todas funcionando simultaneamente, totalizando 11 turmas no período matutino. No turno da tarde, são ministradas as aulas do 6º ano, com cinco turmas também em funcionamento simultâneo. A automação proposta neste trabalho restringe-se ao turno da manhã, por apresentar maior complexidade em relação ao período vespertino.

Independentemente do ano de ensino, todos os alunos possuem a mesma carga horária semanal, composta por 25 aulas, conforme detalhado na Tabela 2.

Tabela 2: relação de aulas por semana e demandas de aulas por disciplina.

Disciplina	Carga horária semanal / turma (aulas)	Quant. turmas	Demanda aulas / semana
Língua Portuguesa	5	11	55
Matemática	5	11	55
História	3	11	33
Geografia	3	11	33
Ciências	3	11	33
Inglês	2	11	22
Educação Física	2	11	22
Ensino Religioso	1	11	11
Artes	1	11	11
TOTAL:	25		

Fonte: autor (2026)

Observa-se, por exemplo, que uma carga de cinco aulas semanais de Língua Portuguesa por turma, multiplicada pela quantidade de turmas do período matutino, resulta em uma demanda total de 55 aulas dessa disciplina por semana. Todas essas

aulas devem ser integralmente atendidas pela oferta de horários dos respectivos professores, uma vez que o projeto pedagógico não permite variações na quantidade de créditos atribuídos às disciplinas do currículo.

As aulas são distribuídas ao longo de 05 dias letivos por semana, sendo ministradas 05 aulas por dia, separadas por um intervalo de 20 minutos após o terceiro horário, ou seja, 3 períodos antes e 2 períodos após esse intervalo.

A elaboração dos horários é realizada manualmente a cada início de ano letivo. Segundo a direção da escola, essa tarefa demanda mais de um mês de trabalho da pedagoga responsável e frequentemente gera conflitos entre professores e equipe gestora, devido à dificuldade de conciliar as preferências individuais com as restrições institucionais. Ao final, o quadro de horários é submetido à aprovação da diretora da escola.

De forma prática, o cronograma é elaborado por meio de um procedimento manual de alocação sequencial em uma grade de horários, em que pedagoga preenche o quadro aula a aula, buscando conciliar a disponibilidade dos docentes e as restrições da escola por tentativa e erro.

3.2 Recursos

A escola dispõe de 11 salas de aula, que podem ser utilizadas por qualquer disciplina, não havendo espaços específicos ou reservados para determinados componentes curriculares. Quanto à disponibilidade de professores, o quantitativo está apresentado nas Tabela 3, correspondendo aos recursos disponíveis no período matutino.

Tabela 3: disponibilidade de professor do turno matutino.

Quant.	Disciplina	Código Professor	Carga Disponível
4	Português	POR_A1	15
		POR_B1	15
		POR_C1	15
		POR_D3	10
5	Matemática	MTM_A1	15
		MTM_B1	15
		MTM_C1	15
		MTM_D1	5
		MTM_E3	5

Continuação da Tabela 3: disponibilidade de professor do turno matutino.

3	História	HST_A1	15
		HST_B1	15
		HST_C1	3
3	Geografia	GEO_A1	15
		GEO_B1	15
		GEO_C1	3
3	Ciências	CIE_A1	15
		CIE_B1	3
		CIE_C1	15
2	Inglês	ING_A1	16
		ING_B3	6
2	Educação Física	EDF_A1	16
		EDF_B3	6
1	Ensino Relig.	REL_A3	11
1	Artes	ART_A3	11

Fonte: autor (2026)

3.3 Restrições

Retomando a equação do custo da solução (Equação 1), tem-se que $g(s)$ representa o componente associado às restrições fortes, isto é, aquelas cuja violação torna a solução inviável; enquanto $h(s)$ agrega as restrições desejáveis, relacionadas à qualidade prática do horário e à satisfação dos agentes envolvidos.

A programação de horários deve respeitar simultaneamente a estrutura temporal da escola, a carga horária definida no projeto pedagógico e as condições específicas de alocação de professores e disciplinas.

3.3.1 Restrições fortes: componente $g(s)$

As restrições fortes são aquelas que garantem a consistência lógica e a viabilidade pedagógica da solução. Entre elas, destacam-se:

1. Alocação professor–turma–disciplina

Cada período de aula deve ser atribuído a exatamente um professor habilitado na respectiva disciplina. Fica vedado que um mesmo período seja compartilhado por mais de um docente, bem como que uma disciplina seja ministrada, no mesmo horário, por mais de um professor em uma mesma turma.

2. Unicidade do professor por par (turma, disciplina)

Para cada par (turma, disciplina), um único professor deve ministrar todas as aulas semanais dessa disciplina. Por exemplo, se uma turma possui cinco aulas de Matemática na semana, todas essas aulas devem ser atribuídas ao mesmo docente, não sendo permitida a divisão da carga horária, como, por exemplo, três aulas para um professor e duas para outro.

Os professores são atribuídos de forma arbitrária a uma turma.

3. Cumprimento integral da carga horária

A solução deve contemplar integralmente a carga horária estabelecida no projeto pedagógico (Tabela 2). Assim, uma turma que, por currículo, deva ter cinco aulas semanais de Língua Portuguesa não pode apresentar menos do que esse número; qualquer solução que não satisfaça essa exigência é considerada inviável.

4. Limite diário por disciplina

Para cada turma, não é permitido alocar mais de duas aulas de uma mesma disciplina em um mesmo dia letivo, de modo a evitar concentração excessiva de conteúdo em um único dia.

5. Agrupamento e posicionamento das aulas geminadas de disciplinas com 05 aulas semanais

Para disciplinas cuja carga horária semanal seja igual a cinco aulas, admite-se a formação de blocos de duas aulas consecutivas (aulas geminadas) no mesmo dia. Esses blocos devem ocupar períodos imediatamente sequenciais e estar posicionados integralmente antes ou integralmente após o recreio.

Não é permitido que um bloco de duas aulas da mesma disciplina seja fracionado pelo intervalo, isto é, com uma aula antes e outra depois do recreio, de modo a preservar a continuidade do conteúdo e o ritmo de aprendizagem.

Essas condições asseguram que não haja conflitos de alocação, que a carga mínima exigida seja respeitada e que a organização temporal das aulas seja compatível com os objetivos pedagógicos da escola.

6. Agrupamento de disciplinas com 02 aulas semanais

Disciplinas que possuem exatamente 2 aulas semanais não podem ser ministradas em períodos consecutivos no mesmo dia. As duas aulas devem ser alocadas em dias distintos, de forma a distribuir o conteúdo ao longo da semana e favorecer a retenção e o acompanhamento do aprendizado pelos alunos.

3.3.2 Restrições desejáveis – componente $h(s)$

O termo $h(s)$ reúne as restrições relacionadas a critérios de conveniência, preferência e qualidade do horário, cuja violação não inviabiliza a solução, mas reduz sua aceitabilidade prática (SANTOS, 2007; RIBEIRO et al., 2013). No caso da Escola Tomás Antônio Gonzaga, os critérios adotados pela gestão escolar são:

1. Atendimento às preferências de horário com priorização por tempo de casa.

As preferências declaradas pelos docentes quanto aos períodos em que desejam lecionar são consideradas segundo uma hierarquia de prioridade.

Em primeiro lugar, busca-se atender às preferências dos professores que atuam simultaneamente em outras escolas da rede municipal no mesmo turno de trabalho da Escola Tomás Antônio Gonzaga. Esses docentes possuem prioridade máxima na definição dos horários em relação àqueles que não apresentam essa condição. Caso haja conflito entre as disponibilidades de dois ou mais professores pertencentes a esse mesmo grupo prioritário, o critério de desempate adotado é a data de ingresso do docente na escola, conferindo preferência àquele com maior tempo de casa.

Em segundo lugar, são consideradas as preferências dos demais professores, também ordenadas pela data de ingresso no corpo docente da ETAG.

Por fim, docentes cujo campo “data de ingresso” não está preenchido não possuem prioridade associada, sendo alocados de forma residual, de acordo com as janelas de horário ainda disponíveis.

Tais regras são a base para montar a ordem de prioridade, pela qual o sistema guiasse para fazer o atendimento das preferências dos professores.

2. Categorias de disponibilidade declaradas pelos professores.

Cada docente informa sua disponibilidade semanal de horário para a ETAG em duas categorias:

a) Categoria de preferência (horários desejados): corresponde aos períodos em que o professor deseja prioritariamente lecionar. Cada docente deve indicar, no mínimo, um número de períodos livres equivalente à sua carga horária semanal na ETAG, conforme apresentado na Tabela 3. Na matriz de disponibilidade, esses horários são codificados pelo valor 1.

b) Categoria secundária ou alternativa: corresponde a períodos nos quais o docente pode lecionar, porém com menor preferência. Essa categoria é utilizada apenas quando não for possível alocar toda a carga horária na categoria de preferência.

Para garantir um nível mínimo de flexibilidade ao modelo, cada professor deve indicar, nessa categoria, ao menos cinco horários de disponibilidade alternativa ou, alternativamente, um número de horários suficiente para que a soma entre sua carga horária semanal (em aulas) e a quantidade de horários alternativos atinja o múltiplo de 5 imediatamente superior. Por exemplo, um professor com carga semanal de 6 aulas deve informar horários de disponibilidade até atingir o múltiplo de cinco imediatamente superior. Nesse caso, além dos 6 horários necessários para cumprir sua carga, o docente deve indicar 4 horários adicionais, totalizando 10 horários informados. A partir desse conjunto de 10 possibilidades, o modelo selecionará 6 para compor a carga horária do professor.

O modelo de programação busca maximizar o atendimento aos horários preferenciais, recorrendo à categoria secundária apenas quando necessário para completar a carga horária de cada docente.

Com base nas regras de atendimento às preferências de horário, incluindo a priorização por tempo de casa, e na disponibilidade declarada pelos professores, foram elaboradas as Matrizes de Base de Dados do PPHE da Escola Municipal Tomás Antônio Gonzaga para o turno matutino (Anexo 1).

3. Restrição de alocação de trabalho na segunda e sexta-feira

Se um professor lecionar às segundas-feiras, deve-se evitar que ele também seja alocado para ministrar aulas às sextas-feiras. De forma análoga, caso o docente tenha aulas às sextas-feiras, recomenda-se que não seja escalado para trabalhar às segundas-feiras.

4. Minimização do número de dias de presença na escola.

Sempre que compatível com as demais restrições, procura-se concentrar a carga horária de cada professor em um número reduzido de dias da semana, minimizando a quantidade de deslocamentos à escola, sem prejudicar a organização global do quadro de horários.

Tais critérios, embora não essenciais à viabilidade da solução, contribuem de maneira decisiva para sua qualidade prática, promovendo maior equilíbrio entre as necessidades institucionais e as condições de trabalho dos docentes, em consonância com a caracterização de restrições desejáveis apresentada por Santos (2007) e Ribeiro et al. (2013).

3.4 Modelo Computacional

A solução proposta para o Problema de Programação de Horários Escolares (PPHE) da Escola Municipal Tomás Antônio Gonzaga (ETAG) foi implementada em Python, empregando a meta-heurística *Simulated Annealing* como método de busca para obtenção de um quadro de horários factível e, na medida do possível, aderente às preferências docentes. O modelo utiliza como entrada a Matriz de Disponibilidade dos

Professores, importada a partir de arquivo em formato CSV, a partir da qual são construídas as alocações e gerados os quadros de horários do turno da manhã.

Com vistas a possibilitar a reutilização do código nos anos subsequentes pela equipe da escola, bem como no turno da tarde, a Matriz de Disponibilidade dos Professores contém uma coluna destinada ao registro da prioridade atribuída a cada docente. Considerando que essa informação pode variar anualmente, em função de mudanças no corpo docente, como entradas e desligamentos, optou-se por concentrar tais atualizações na própria matriz, e não no código-fonte. Essa decisão fundamenta-se no fato de que ajustes em planilhas e arquivos de entrada são mais compatíveis com a rotina e as competências operacionais da equipe administrativa da escola.

A estrutura inicial do código foi elaborada com apoio da ferramenta de inteligência artificial Gemini, com ajustes, correções e calibração de parâmetros implementados pelo autor, em especial para que o modelo respeitasse todas as restrições e para que a função objetivo contabilizasse as penalidades associadas às infrações às restrições.

A escolha do *Simulated Annealing* deve-se, por um lado, ao interesse do autor nas analogias do método com os processos industriais de tratamento térmico, tendo o próprio realizado estágio em uma siderúrgica. Por outro lado, em razão da clareza conceitual do método, características compatíveis com a necessidade de obtenção de uma solução em tempo hábil para subsidiar a organização do ano letivo de 2026 da ETAG.

A implementação foi executada em ambiente computacional com as seguintes especificações: Windows 11 Pro (64 bits), processador Intel® Core™ i5-10505 CPU @ 3,20 GHz, e 8,0 GB de memória RAM.

4. RESULTADOS E ANÁLISE

4.1 DETALHAMENTO DA IMPLEMENTAÇÃO

O motor de otimização desenvolvido para resolver o PPHE da Escola Municipal Tomás Gonzaga baseia-se na meta-heurística *Simulated Annealing* (Algoritmo 1), um algoritmo de busca estocástica que simula o processo termodinâmico de resfriamento de metais para encontrar estados de baixa energia. No contexto deste trabalho, o estado de baixa temperatura representam horários escolares com o mínimo de conflitos.

Algoritmo 1: Pseudocódigo do *Simulated Annealing* aplicado ao PPHE

```

01. ALGORITMO Pré-processamento e Simulated_Annealing_Timetabling
02. ENTRADA: Lista de Professores, Disponibilidades, Carga Horária
03. SAÍDA: Grade Horária Otimizada ( $S_{atual}$ )
04. INÍCIO
05. // --- 1. Etapa de Pré-processamento (Determinística) ---
06. Executar realizar_atribuicao_fixa() // Define quem dá aula para quem
07. Garantir Consistência de Carga Horária Contratual
08. // --- 2. Inicialização de Variáveis de Controle (Estocástica)---
09.  $S_{atual} \leftarrow \text{gerar\_solucao\_inicial\_aleatoria}()$ 
10.  $T \leftarrow 1000.0$  // Temperatura inicial
11.  $\alpha \leftarrow 0.9995$  // Taxa de resfriamento
12.  $iter_{max} \leftarrow 300000$  // Limite de iterações
13.  $iter \leftarrow 0$  // Contador de ciclos
14. // --- 2. Laço Principal de Otimização ---
15. ENQUANTO ( $iter < iter_{max}$ ) E ( $\text{Custo}(S_{atual}) > 0$ ) FAÇA
16. // Geração de Vizinho via Perturbação (Operação de Swap)
17.  $S_{vizinho} \leftarrow \text{Gerar\_Vizinho\_Por\_Troca}(S_{atual})$ 
18. // Cálculo da Variação de Energia ( $\Delta_{custo}$ )
19.  $\Delta_{custo} \leftarrow \text{Custo}(S_{vizinho}) - \text{Custo}(S_{atual})$ 
20. // --- 3. Critério de Aceitação de Metropolis ---
21. SE ( $\Delta_{custo} < 0$ ) ENTÃO
22.  $S_{atual} \leftarrow S_{vizinho}$  // Aceita melhora imediata
23. SENÃO
24.  $p \leftarrow \exp(-\Delta_{custo} / T)$  // Calcula probabilidade de Boltzmann
25. SE (Aleatório(0, 1) <  $p$ ) ENTÃO
26.  $S_{atual} \leftarrow S_{vizinho}$  // Aceita piora controlada
27. FIM_SE
28. FIM_SE
29. // --- 4. Atualização dos Parâmetros do Sistema ---
30.  $T \leftarrow T \times \alpha$  // Redução gradual da temperatura
31.  $iter \leftarrow iter + 1$  // Incremento de iteração
32. FIM_ENQUANTO
33. RETORNAR  $S_{atual}$ 
34. FIM

```

Fonte: autor (2026)

O algoritmo inicia com a geração de uma solução preliminar (S_{atual}) onde as disciplinas são alocadas de forma a respeitar estritamente a carga horária das turmas, porém sem otimização de horários. São definidos parâmetros de controle fundamentais: a Temperatura Inicial (T), estabelecida em 1000.0, e o Fator de Resfriamento (α), configurado em 0.9995. O limite de iterações foi definido em 300.000 ciclos para garantir uma exploração exaustiva do espaço de busca.

A calibração dos parâmetros do algoritmo foi realizada de forma experimental, buscando o equilíbrio entre o tempo computacional e a qualidade da solução, até que todas as restrições fundamentais fossem integralmente satisfeitas. A saber, iniciou-se a configuração dos parâmetros da seguinte forma: Temperatura Inicial = 1000.0; Fator de Resfriamento = 0.99990 e o limite de iterações = 100.000.

Em cenários de maior complexidade, como instituições com um número elevado de turmas e docentes, a escalabilidade do modelo pode ser garantida através do ajuste fino. Por exemplo, pelo aumento da quantidade de replicações e aumentar a taxa de resfriamento, para que o resfriamento ocorra de forma mais lenta, permitindo que o algoritmo explore o espaço de busca por mais tempo em altas temperaturas.

A exploração de novas soluções ocorre através de um operador de vizinhança baseado em *swaps* (trocas). A cada iteração, o algoritmo seleciona aleatoriamente dois horários dentro de uma mesma turma e inverte suas posições. Como a troca ocorre apenas no âmbito da turma, a quantidade semanal de aulas por disciplina permanece inalterada, preservando a estrutura curricular de 25 aulas semanais ao longo do processo de busca.

O diferencial do algoritmo *Simulated Annealing* está na capacidade de não ficar preso em ótimos locais. Se uma troca resulta em redução de custo ($\Delta C < 0$), ela é aceita imediatamente. Caso contrário, a solução piorada pode ser aceita com uma probabilidade (C), calculada pela distribuição de Boltzmann (Equação 4):

$$P = e^{\left(\frac{-\Delta C}{T}\right)} \quad (4)$$

Esta probabilidade permite que, nas fases iniciais (com T elevado), o algoritmo aceite soluções de baixa qualidade para explorar novas regiões do espaço de busca. À medida que o sistema "esfria", o critério torna-se mais rigoroso, convergindo para um ajuste fino da solução.

O processo de busca é interrompido sob duas condições: (1) atingimento do custo zero (solução ótima perfeita) ou (2) exaustão do número máximo de iterações definido no cronograma de resfriamento. Ao final, o estado (S_{atual}) é retornado como a grade horária otimizada.

4.1.1 Representação da Solução e Dinâmica de Busca

A modelagem da solução foi concebida de modo a representar, com fidelidade operacional, a estrutura do quadro de horários escolar, contemplando tanto a forma de armazenamento interno dos dados quanto o mecanismo estocástico de transição entre estados empregado pelo *Simulated Annealing*

I. Representação da Solução

Internamente, o quadro de horários é representado por uma estrutura tridimensional $S_{t,d,h}$ em que $t \in T$ denota a turma, $d \in D$ o dia da semana e $h \in H$ o horário diário. Cada posição $S_{t,d,h}$ armazena o elemento alocado naquele *slot* (aula), permitindo a reconstrução integral da grade semanal. Essa representação favorece a avaliação eficiente da função de avaliação, pois viabiliza consultas diretas para verificação de integridade, como: (i) identificação de conflitos de docente (um mesmo professor alocado simultaneamente em turmas distintas no mesmo par (d, h)) e (ii) detecção de alocações em períodos classificados como indisponíveis na matriz de disponibilidade docente.

II. Construção da Solução Inicial (S_0)

O processo de otimização é inicializado por meio de uma heurística de preenchimento aleatório estruturado. Em um primeiro momento, realiza-se a vinculação entre docentes e turmas/disciplinas, orientada pela distribuição de carga horária prevista,

assegurando que a demanda semanal de cada componente curricular seja atendida. Em seguida, as aulas são distribuídas nos 25 slots de cada turma (5 dias \times 5 horários) de forma sorteada, porém respeitando a quantidade exata de ocorrências definida na estrutura pedagógica. O resultado é um estado inicial que atende, primariamente, à consistência de carga horária por turma, mas que tende a apresentar penalidade elevada, em razão da ocorrência de conflitos e do baixo atendimento às preferências e restrições associadas à disponibilidade docente.

III. Mecanismo de Perturbação (Operação de *Swap*)

A exploração do espaço de busca ocorre por meio de um operador de permutação intra-turma (*swap*). A cada iteração, o algoritmo seleciona aleatoriamente uma turma e duas posições temporais distintas (d_1, h_1) e distintas (d_2, h_2) realizando a troca do conteúdo desses slots. Esse tipo de movimento altera a disposição das aulas na semana sem modificar a carga horária total da turma, preservando, portanto, a consistência da demanda semanal. A aceitação do novo estado segue o critério de Metrópolis, de forma que movimentos com redução de custo são aceitos determinística e imediatamente, enquanto movimentos com aumento de custo podem ser aceitos com probabilidade decrescente em função da temperatura, permitindo a diversificação da busca e reduzindo a chance de aprisionamento em mínimos locais.

4.1.2 Função de Avaliação

O custo de cada solução é mensurado por uma função objetivo baseada em penalidades, que agrega violações em um valor escalar de custo/energia. O algoritmo percorre a grade e contabiliza infrações, ponderando-as por pesos que refletem sua gravidade. Adota-se a hierarquia abaixo:

i. Restrições fortes: penalidade de ordem alta.

a) Inconsistência de Vínculo (10^{14}): Aplicada quando uma disciplina é alocada na grade sem um docente correspondente no processo de atribuição fixa. Esta é a penalidade de maior magnitude, garantindo a integridade estrutural do quadro de horários.

b) Choque de horário de professor (10^{10}): ocorrência de um mesmo docente alocado simultaneamente em duas ou mais turmas no mesmo dia e horário.

c) Indisponibilidade total (10^9): alocação em período marcado como 0 (zero) na matriz de disponibilidade do docente, ou seja, penalidade elevada para alocação em horário indicado pelos professores como totalmente indisponível.

ii. Restrição pedagógica: penalidade intermediária.

Trava do recreio (10^8): impede que uma mesma disciplina ocorra no 3º e no 4º horário do mesmo dia para a mesma turma, evitando que a disciplina seja interrompida pelo intervalo. Conforme detalhamento da descrição do problema, essa restrição é obrigatória no contexto da escola.

iii. Preferências docentes: penalidades de menor magnitude (10^2):

A Matriz de Base de Dados do PPHE da Escola Municipal Tomás Antônio Gonzaga além da possibilidade de conter o valor 0, pode conter os valores 1 e 2, sendo o primeiro o horário indicado como disponível pelo professor e o segundo como possível, porém com a indicação de ser evitado.

Desse modo, as marcações de disponibilidade “2” não inviabilizam a solução, mas aumentam o custo da solução. Assim, o algoritmo busca minimizar alocações desse tipo de horário, privilegiando, sempre que possível, períodos classificados como 1 (disponível/preferencial), desde que as restrições fortes e pedagógicas permaneçam satisfeitas.

Uma solução é considerada factível quando o componente associado às restrições fortes (e à restrição pedagógica tratada como obrigatória no modelo) atinge custo zero, indicando inexistência de violações que inviabilizem o quadro de horários.

4.1.3 Hierarquização de prioridade dos professores

A priorização das disponibilidades docentes constitui um critério crítico para a aceitação da solução pela equipe escolar, uma vez que a comparação entre os horários atribuídos pode influenciar a percepção de equidade e de reconhecimento entre os professores. No modelo proposto, a priorização é operacionalizada em dois estágios complementares: (i) pré-processamento, associado à atribuição de carga

(vínculos professor–turma), e (ii) otimização estocástica, na qual ocorre o ajuste temporal das aulas por meio do *Simulated Annealing*.

a) Atribuição de carga horária (pré-processamento)

A definição de qual docente assumirá determinada turma é realizada pela função `realizar_atribuicao_fixa()`. Nessa etapa, o algoritmo adota uma lógica de ordenação baseada no saldo de horas remanescentes de cada professor, observado por disciplina:

- Ordenação decrescente: docentes de uma mesma disciplina são organizados em ordem decrescente de saldo de aulas a cumprir.
- Atendimento prioritário à carga: professores com maior carga contratual (ou maior volume de turmas associadas) são processados inicialmente, de modo a reduzir o risco de inviabilidade por insuficiência de alocação de carga horária.
- Invariância dos vínculos: uma vez definidos os vínculos professor–turma, estes permanecem fixos ao longo do processo de busca, garantindo que a fase de otimização altere apenas o posicionamento temporal das aulas, sem redistribuir a carga previamente atribuída.

b) Priorização via escalonamento de penalidades (otimização)

Durante a execução do *Simulated Annealing*, a hierarquia de prioridades é refletida por meio da função de custo, na qual diferentes tipos de violação recebem pesos em ordens de grandeza distintas. Essa estratégia induz o algoritmo a preservar, em primeiro lugar, as condições de viabilidade e, em seguida, os critérios de preferência.

- Prioridade absoluta (integridade do docente): conflitos de alocação simultânea (choque de horários do professor) recebem peso 10^{12} , configurando a restrição mais severa, por comprometer diretamente a exequibilidade da agenda individual do docente.
- Respeito à indisponibilidade: alocações em períodos marcados como indisponibilidade total (valor 0 na matriz) recebem peso 10^9 , garantindo que o algoritmo evite tais posições mesmo que isso implique piora em critérios pedagógicos ou de preferência.

- Diferenciação de conveniência: o modelo distingue “horário preferencial” (valor 1) e “horário alternativo/a evitar” (valor 2). A atribuição de um peso 10^2 às ocorrências de valor 2 cria uma pressão quantitativa para que, sempre que houver possibilidade no espaço de busca, a aula seja deslocada para períodos de preferência 1.

Em síntese, a estratégia de hierarquização adotada assegura que a solução final não se limite a um arranjo viável de aulas, mas represente uma grade orientada por uma ordem explícita de prioridades: preserva-se a consistência do vínculo professor–turma (carga horária), garante-se a viabilidade operacional (ausência de choques e respeito à indisponibilidade) e, por fim, busca-se maximizar a aderência às preferências declaradas pelo corpo docente.

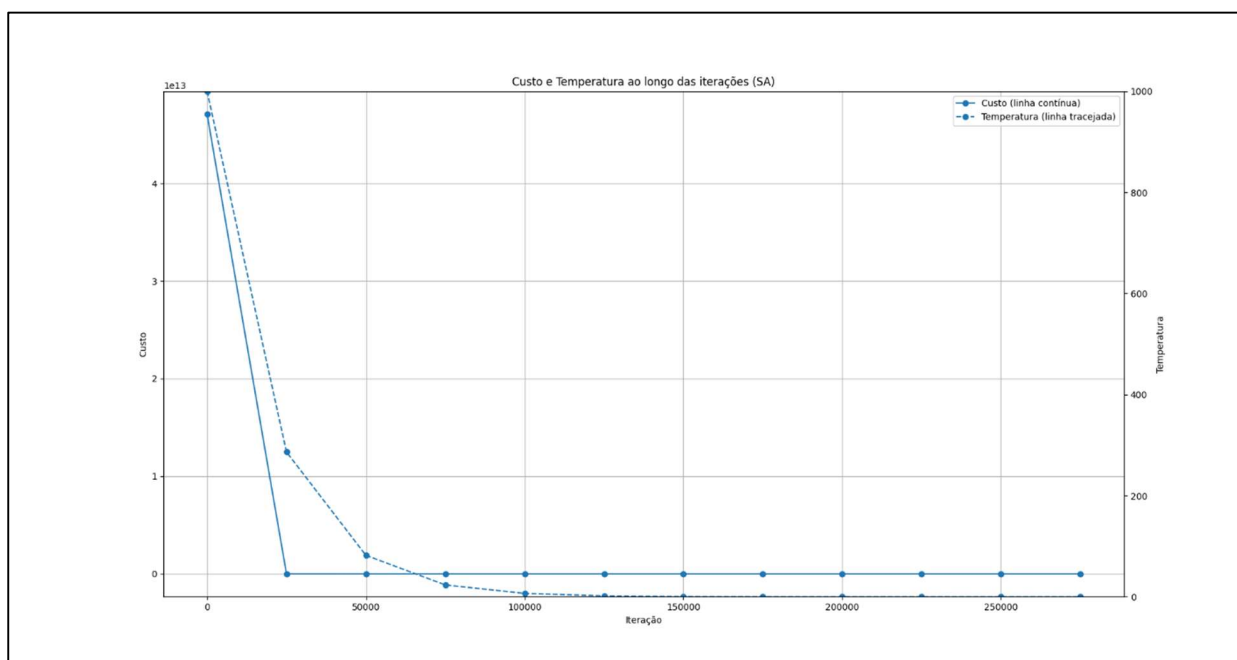
4.1.4 Evolução do Custo e Convergência

Conforme apresentado anteriormente, a resolução do problema foi conduzida por meio do Simulated Annealing (Recozimento Simulado), meta-heurística inspirada nos processos termodinâmicos dos Alto Fornos que equilibra exploração e intensificação ao aceitar, de forma controlada, movimentos que pioram temporariamente o custo. O algoritmo foi configurado para executar 300.000 iterações, volume compatível com o tamanho do espaço de busca (275 slots distribuídos entre 11 turmas, considerando-se apenas o período da manhã). Adotou-se temperatura inicial $T_0 = 1000$ e resfriamento geométrico com fator $\alpha = 0,9995$, caracterizando um resfriamento lento (*slow quenching*), útil para reduzir aprisionamento em mínimos locais.

O processo de otimização foi iniciado com um custo elevado, na ordem de $4,70 \times 10^{11}$, representando a soma acumulativa de todas as infrações e refletindo uma configuração inicial com múltiplos conflitos críticos, como choques de carga horária docente e violações de indisponibilidade absoluta. Ao longo das iterações, observou-se uma redução não linear característica do *Simulated Annealing*: em temperaturas elevadas, o algoritmo demonstrou alta taxa de aceitação de movimentos estocásticos para promover a exploração do espaço de busca. À medida que a temperatura decresceu, a busca tornou-se mais seletiva, priorizando o refinamento da grade.

A convergência para uma solução factível (Figura 3) ocorreu antes do limite máximo de 300.000 iterações. O custo final estabilizou-se em 800 unidades, o que indica a resolução integral de todas as restrições de alta prioridade (choques de horários e indisponibilidades) e das restrições pedagógicas (trava do recreio). O valor residual de 800 refere-se exclusivamente a 8 ocorrências de alocação em horários classificados como "preferência nível 2" (horários a evitar), demonstrando que o algoritmo priorizou a satisfação das regras obrigatórias em detrimento de conveniências docentes menores, atingindo assim um quadro de horários operacionalmente perfeito e pedagogicamente viável.

Figura 3: convergência para solução



Fonte: autor (2026)

4.2 VIABILIDADE DO RESULTADO

A validação do quadro de horários gerado evidenciou atendimento integral às restrições obrigatórias do problema, isto é, aquelas cuja violação tornaria a solução inviável. Não foram observadas células vazias, garantindo o preenchimento completo da grade. Também não se identificaram choques de docente: nenhum professor foi alocado simultaneamente em duas turmas no mesmo dia e horário.

Do ponto de vista pedagógico, confirmou-se o cumprimento da trava do recreio, sem ocorrência de uma mesma disciplina alocada no 3º e 4º horários do mesmo dia para a mesma turma, evitando a separação pelo intervalo. Além disso, todas as turmas mantiveram 25 aulas semanais, conforme a estrutura de carga horária estabelecida. Por fim, o cruzamento do quadro com a matriz de disponibilidade docente (Matrizes de Base de Dados do PPHE) indicou inexistência de alocações em períodos classificados como 0 (totalmente indisponível). Assim, sob a ótica das restrições obrigatórias, a solução obtida é viável.

Quanto às restrições desejáveis (preferências docentes), observou-se apenas 8 alocações em períodos classificados como nível 2 (“evitar”) na matriz de disponibilidade. Considerando o total de 275 slots da grade horária, esse quantitativo representa aproximadamente 2,9% do quadro, um valor baixo que indica bom desempenho do algoritmo na busca por soluções de maior qualidade.

Embora tais alocações não comprometam a factibilidade, elas expressam o *trade-off* final do modelo: para assegurar o cumprimento estrito das restrições impeditivas (choques e indisponibilidades) e das condições pedagógicas (trava do recreio), manteve-se um resíduo mínimo de conveniência docente. Ainda assim, a ampla maioria das aulas (97,1%) foi posicionada em janelas preferenciais, o que reforça a eficácia da hierarquia de pesos adotada na função objetivo ao priorizar as preferências sem prejudicar a operacionalidade da escola.

Dessa forma, o resultado é satisfatório em termos de viabilidade e apresenta margem para aprimoramento de qualidade. Como continuidade, recomenda-se uma etapa de pós-otimização direcionada exclusivamente à redução das marcações “2”, mantendo custo zero nas restrições obrigatórias. Entre alternativas possíveis, destacam-se: (i) uma segunda execução do *Simulated Annealing* com maior sensibilidade às preferências após atingida a factibilidade, (ii) uma estratégia de reaquecimento controlado para ampliar a exploração sem reintroduzir violações fortes, e (iii) operadores de vizinhança direcionados, priorizando realocações de aulas atualmente em “2” para slots “1”, preservando simultaneamente a ausência de choques e o atendimento às indisponibilidades.

5. CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo desenvolver uma proposta de sistematização e automatização da elaboração de quadros de horários escolares, fundamentada em métodos de Pesquisa Operacional e otimização combinatória, com foco na aplicação do *Simulated Annealing* ao Problema de Programação de Horários Escolares (PPHE) da Escola Municipal Tomás Antônio Gonzaga (ETAG), em Ouro Preto–MG. A motivação central decorreu do fato de que a construção do horário é realizada manualmente e demanda elevado esforço administrativo, concentrado no conhecimento prático de uma única servidora, o que configura risco de descontinuidade do processo e potencial geração de conflitos internos. Assim, buscou-se propor um modelo computacional capaz de preservar o conhecimento organizacional e reduzir o tempo despendido em uma atividade recorrente e de alta complexidade.

Para atender a esse objetivo, o problema foi modelado a partir da estrutura curricular fixa (25 aulas semanais por turma) e da matriz de disponibilidade docente, distinguindo indisponibilidades totais e preferências de alocação. A estratégia adotada combinou (i) uma etapa de atribuição fixa de vínculos professor–turma, garantindo consistência de carga horária, e (ii) uma etapa estocástica de refinamento via *Simulated Annealing*, na qual a busca explora soluções vizinhas por meio de operações de troca (swap) intra-turma, preservando a quantidade semanal de aulas por disciplina e concentrando a otimização no posicionamento temporal das aulas. O custo foi definido por uma função objetivo hierárquica, com penalidades em ordens de grandeza distintas, de modo a priorizar rigorosamente as restrições fortes e, em seguida, as restrições pedagógicas e preferências docentes.

Os resultados obtidos demonstram a viabilidade e a efetividade prática da abordagem. A convergência para uma solução factível ocorreu antes do limite máximo de iterações, e o custo final estabilizou-se em 1000 unidades. A validação do quadro gerado indicou atendimento integral às restrições obrigatórias: não houve células vazias, choques de docente, nem alocações em períodos de indisponibilidade total, além do cumprimento da trava do recreio. O resíduo final de custo correspondeu exclusivamente a 10 ocorrências de alocação em horários classificados como nível 2 (“evitar”), o que representa aproximadamente 2,9% dos 275 slots do turno analisado;

em contrapartida, 97,1% das aulas foram posicionadas em janelas preferenciais, evidenciando um trade-off controlado e coerente com a hierarquia de prioridades definida.

Como limitações, destaca-se que o desempenho do método depende da calibração de parâmetros e da estrutura de penalidades, além de o modelo, nesta versão, privilegiar a factibilidade e a robustez operacional antes de perseguir a otimização fina das preferências.

Em síntese, a pesquisa confirma que o *Simulated Annealing*, adequadamente modelado e parametrizado, constitui uma alternativa robusta e aplicável para automatizar a programação de horários escolares, com ganhos potenciais em eficiência administrativa, preservação do conhecimento organizacional e redução de conflitos, mantendo aderência às restrições institucionais e pedagógicas do contexto real estudado.

6. REFERÊNCIAS

CISCON, L. A. et al. Um problema de geração de horários: um foco na eliminação de janelas e aulas isoladas. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 37., 2005, Gramado. *Anais...* [S.l.]: [s.n.], 2005.

GÓES, A. R. T; COSTA, D. M. B; STEINER, M. T. A. Otimização na programação de horários de professores/turmas: modelo matemático, abordagem heurística e método misto. *Sistemas & Gestão*, v. 5, n. 1, p. 50–66, jan./abr. 2010.

PARAVIDINO NETO, E.; VIANNA, D. S. Heurísticas eficientes para o problema de geração de grade escolar automatizada. *Revista Eletrônica Produção & Engenharia*, v. 4, n. 1, p. 322–329, jan./jun. 2011.

RIBEIRO, D. M.; AIZEMBERG, L.; UCHOA, E. Geração de grades de horários para disciplinas de uma instituição de nível superior utilizando programação linear inteira multiobjetivo. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 45., 2013, Natal. *Anais...* [S.l.]: [s.n.], 2013.

GOLDBARG, E. Otimização Combinatória e Meta-heurísticas - Algoritmos e Aplicações. Rio de Janeiro: GEN LTC, 2015. *E-book*. p.1. ISBN 9788595154667. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788595154667/>. Acesso em: 22 fev. 2026.

SANTOS, H. G. *Formulações e algoritmos para o problema de programação de horário em escolas*. 2007. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2007.

SILVA, G. C. et al. Programação de horários com reservas no curso de graduação em Engenharia de Produção da UFRJ. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 38., 2006, Goiânia. *Anais...* [S.l.]: [s.n.], 2006.

SOUZA, M. J. F. de; GUIMARÃES, I. F.; COSTA, F. P. Um algoritmo evolutivo híbrido para o problema de programação de horários em escolas. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 22., 2002, Curitiba. *Anais...* Rio de Janeiro: ABEPRO, 2002.

SOUZA, M. J. F. de; MACULAN, N.; OCHI, L. S. Uma heurística para o problema de programação de horários em escolas. *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, v. 2, n. 1, p. 213–222, 2001.

SOUZA, M. J. F. *Inteligência Computacional para Otimização: notas de aula*. Ouro Preto: Departamento de Computação, Universidade Federal de Ouro Preto, 2011.

TAN, J. G; GOH, S. L; KENDALL, G; SABAR, N. R. *A survey of the state-of-the-art of optimisation methodologies in school timetabling problems. Expert Systems with Applications*, v. 165, art. 113943, 2021.

7. ANEXOS

Anexo I: Matriz de Base de Dados do PPHE da Escola Municipal Tomás Antônio Gonzaga para o turno matutino (2026)

Fonte: Autor (2026)

Código	Disciplina	Carga de trabalho	Ordem Prioridade	SEG	SEG	SEG	SEG	SEG	TER	TER	TER	TER	TER	QUA	QUA	QUA	QUA	QUA	QUI	QUI	QUI	QUI	QUI	SEX	SEX	SEX	SEX	SEX	
				07:00	07:50	08:40	09:50	10:40	07:00	07:50	08:40	09:50	10:40	07:00	07:50	08:40	09:50	10:40	07:00	07:50	08:40	09:50	10:40	07:00	07:50	08:40	09:50	10:40	
ARTM01	Artes	11	14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CIEM01	Ciencias	15	20	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
CIEM02	Ciencias	3	16	0	0	0	0	0	2	2	2	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
CIEM03	Ciencias	15	13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1
EDFM01	Educacao Fisica	16	6	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	0	0	1	1	1	1	1	1
EDFM02	Educacao Fisica	6	17	2	2	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
ENRM01	Ensino Religioso	11	12	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
GEOM01	Geografia	15	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0
GEOM02	Geografia	15	15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0
GEOM03	Geografia	3	21	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
HISM01	Historia	15	2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
HISM02	Historia	15	10	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
HISM03	Historia	3	23	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
INGM01	Ingles	16	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
INGM02	Ingles	6	7	1	1	1	1	1	2	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
MATM01	Matematica	15	8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0
MATM02	Matematica	15	11	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
MATM03	Matematica	15	3	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
MATM04	Matematica	5	23	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
MATM05	Matematica	5	22	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	2	2	
PORM01	Portugues	15	5	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
PORM02	Portugues	15	18	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
PORM03	Portugues	15	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2
PORM04	Portugues	10	19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2

Anexo II: Horário de Aula da Escola Municipal Tomás Antônio Gonzaga.
Fonte: Autor (2026)

Turma	Dia	07:00	07:50	08:40	09:50	10:40
7° A	Seg	ARTM01	GEOM01	PORM01	MATM01	PORM01
7° A	Ter	EDFM01	MATM01	MATM01	INGM01	MATM01
7° A	Qua	PORM01	GEOM01	GEOM01	MATM01	HISM01
7° A	Qui	INGM01	HISM01	HISM01	PORM01	PORM01
7° A	Sex	CIEM01	CIEM01	EDFM01	CIEM01	ENRM01
7° B	Seg	MATM01	MATM01	HISM01	PORM01	MATM01
7° B	Ter	GEOM01	CIEM01	GEOM01	EDFM01	ARTM01
7° B	Qua	GEOM01	PORM01	MATM01	PORM01	MATM01
7° B	Qui	PORM01	PORM01	EDFM01	HISM01	HISM01
7° B	Sex	INGM01	INGM01	CIEM01	ENRM01	CIEM01
7° C	Seg	PORM01	PORM01	MATM01	GEOM01	ARTM01
7° C	Ter	MATM01	GEOM01	CIEM01	MATM01	HISM01
7° C	Qua	MATM01	HISM01	PORM01	GEOM01	PORM01
7° C	Qui	HISM01	MATM01	PORM01	CIEM01	CIEM01
7° C	Sex	ENRM01	EDFM01	INGM01	EDFM01	INGM01
7° D	Seg	HISM01	HISM01	GEOM01	HISM01	GEOM01
7° D	Ter	INGM01	EDFM01	ARTM01	GEOM01	CIEM01
7° D	Qua	PORM02	PORM02	MATM02	PORM02	MATM02
7° D	Qui	CIEM01	PORM02	CIEM01	MATM02	ENRM01
7° D	Sex	MATM02	PORM02	MATM02	INGM01	EDFM01
8° A	Seg	GEOM01	ARTM01	ENRM01	EDFM01	HISM01
8° A	Ter	CIEM01	INGM01	INGM01	CIEM01	GEOM01
8° A	Qua	HISM01	MATM02	PORM02	HISM01	GEOM01
8° A	Qui	PORM02	CIEM01	MATM02	PORM02	MATM02
8° A	Sex	EDFM01	MATM02	PORM02	MATM02	PORM02
8° B	Seg	ENRM01	CIEM03	CIEM03	GEOM02	GEOM02
8° B	Ter	GEOM02	ARTM01	HISM02	CIEM03	EDFM01
8° B	Qua	MATM02	INGM01	EDFM01	MATM02	PORM02
8° B	Qui	MATM02	MATM02	PORM02	INGM01	PORM02
8° B	Sex	PORM02	HISM02	HISM02	PORM02	MATM02
8° C	Seg	CIEM03	PORM03	PORM03	CIEM03	EDFM01
8° C	Ter	HISM02	GEOM02	CIEM03	MATM03	GEOM02
8° C	Qua	ARTM01	GEOM02	PORM03	EDFM01	PORM03
8° C	Qui	MATM03	ENRM01	INGM01	MATM03	INGM01
8° C	Sex	MATM03	MATM03	PORM03	HISM02	HISM02
8° D	Seg	PORM03	GEOM02	ARTM01	PORM03	PORM03
8° D	Ter	MATM03	MATM03	PORM03	GEOM02	CIEM03
8° D	Qua	INGM01	EDFM01	GEOM02	INGM01	EDFM01
8° D	Qui	HISM02	MATM03	HISM02	ENRM01	HISM02
8° D	Sex	PORM03	CIEM03	CIEM03	MATM03	MATM03

Continuação Anexo II: Horário de Aula da Escola Municipal Tomás Antônio
Gonzaga.

Fonte: Autor (2026)

Turma	Dia	07:00	07:50	08:40	09:50	10:40
9° A	Seg	GEOM02	INGM02	GEOM02	INGM02	CIEM03
9° A	Ter	PORM03	HISM02	MATM03	PORM03	MATM03
9° A	Qua	PORM03	PORM03	ARTM01	PORM03	GEOM02
9° A	Qui	EDFM02	HISM02	MATM03	EDFM02	MATM03
9° A	Sex	HISM02	ENRM01	MATM03	CIEM03	CIEM03
9° B	Seg	INGM02	ENRM01	INGM02	MATM04	EDFM02
9° B	Ter	CIEM03	CIEM03	GEOM02	HISM02	HISM02
9° B	Qua	GEOM02	ARTM01	MATM04	GEOM02	MATM04
9° B	Qui	PORM04	PORM04	PORM04	HISM02	EDFM02
9° B	Sex	CIEM03	PORM04	PORM04	MATM04	MATM04
9° C	Seg	MATM05	GEOM03	GEOM03	EDFM02	ENRM01
9° C	Ter	ARTM01	INGM02	GEOM03	CIEM02	INGM02
9° C	Qua	PORM04	HISM03	HISM03	PORM04	PORM04
9° C	Qui	CIEM02	CIEM02	EDFM02	PORM04	PORM04
9° C	Sex	MATM05	MATM05	MATM05	HISM03	MATM05