

**Universidade Federal de Ouro Preto**  
**Escola de Minas**  
**Departamento de Engenharia de Produção, Administração e Economia**

**DIEGO HENRIQUE LOPES**

# **Validação experimental de simulações DEM em 3D de colapso de colunas granulares secas**

Ouro Preto  
2025



**DIEGO HENRIQUE LOPES**

**Validação experimental de simulações DEM em 3D de colapso  
de colunas granulares secas**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para a obtenção do Grau de Engenheiro de Produção.

Orientador: Prof. Dr. Giovanni Decot Galgano

Ouro Preto  
2025



## SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

L864v Lopes, Diego Henrique.

Validação experimental de simulações DEM em 3D de colapso de colunas granulares secas. [manuscrito] / Diego Henrique Lopes. - 2025. 80 f.: il.: color., gráf., tab..

Orientador: Prof. Dr. Giovanni Decot Galgano.

Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Graduação em Engenharia de Produção .

1. Método dos elementos discretos. 2. Materiais granulares. 3. Simulação (Computadores). I. Galgano, Giovanni Decot. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 658.5

Bibliotecário(a) Responsável: Michelle Karina Assunção Costa - SIAPE: 1.894.964





## FOLHA DE APROVAÇÃO

**Diego Henrique Lopes**

### **Validação experimental de simulações DEM em 3D de colapso de colunas granulares secas**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção

Aprovada em 03 de setembro de 2025

#### Membros da banca

Prof. Dr. Giovanni Decot Galgano - Orientador - Universidade Federal de Ouro Preto  
Prof. Dr. Américo Tristão Bernardes - Universidade Federal de Ouro Preto  
Prof. M.e Cristiano Luís Turbino de França - Universidade Federal de Ouro Preto

Giovanni Decot Galgano, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 01/10/2025



Documento assinado eletronicamente por **Giovanni Decot Galgano, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 01/10/2025, às 15:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [http://sei.ufop.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0988176** e o código CRC **D06CAE63**.



família e meus amigos.

Dedico este trabalho aos meus pais, minha



## Agradecimentos

Agradeço aos meus pais por todo apoio incondicional que me deram para chegar até aqui.

Ao meu irmão e minha cunhada por serem meus aliados.

Aos meus quatro avós (*in memoriam*) por terem sido bons exemplos e uma base sólida para nossas famílias.

À minha família por acreditarem e torcerem por mim sempre.

Aos meus amigos por todo o companheirismo e por estarem sempre presentes.

Ao meu orientador Prof. Dr. Giovanni pelos ensinamentos e pela condução nos caminhos da física e ciência.

Aos colegas do Laboratório de Mecânica Granular e do Demin por toda a colaboração no nosso projeto.

Aos meus professores da UFOP pelo ensino de excelência e dedicação ao ensino.



*“Nenhum pessimista jamais descobriu os segredos  
das estrelas, nem velejou a uma terra inexplorada, nem abriu um novo céu para o espírito.”*

(Helen Keller)



## Resumo

Este estudo apresenta a validação experimental de simulações 3D pelo Método dos Elementos Discretos aplicadas ao colapso de colunas granulares secas. Experimentos laboratoriais foram realizados com colunas de esferas de vidro em condições secas, com medições de massa, alturas inicial e final e alcance horizontal. Simulações correspondentes foram executadas na plataforma YADE, replicando o arranjo experimental. Além disso, foi conduzida uma revisão sistemática da literatura, seguindo o protocolo PRISMA, para contextualizar o tema e identificar lacunas de pesquisa. A análise estatística mostrou que o alcance horizontal normalizado  $R^*$  obtido nas simulações e nos experimentos resultou em um valor-p de 0,358 ( $> 0,05$ ), indicando que não há diferenças significativas entre as duas abordagens. Esses resultados demonstram que o modelo do Método dos Elementos Discretos reproduz com precisão o comportamento experimental das colunas granulares secas, confirmando sua confiabilidade para prever o alcance após o colapso. A revisão PRISMA confirmou o Método dos Elementos Discretos como a principal abordagem nos estudos de colapso granular e destacou a relevância da validação experimental, apesar de desafios como alto custo computacional e calibração de parâmetros. No geral, este trabalho contribui com a validação do modelo do Método dos Elementos Discretos 3D, fornece dados experimentais para calibrações futuras e identifica lacunas relevantes na literatura.

**Palavras-chave:** Colapso granular, Método de Elementos Discretos, DEM, Validação experimental, Materiais granulares, Simulação, YADE.



# Abstract

This study presents the experimental validation of 3D simulations using the Discrete Element Method applied to the collapse of dry granular columns. Laboratory experiments were conducted with columns of glass spheres under dry conditions, with measurements of mass, initial and final heights and horizontal runout. Corresponding simulations were performed using the YADE platform, replicating the experimental setup. Additionally, a systematic literature review was conducted following the PRISMA protocol to contextualize the topic and identify research gaps. Statistical analysis showed that the normalized horizontal runout  $R^*$  obtained from both simulations and experiments resulted in a p-value of 0.358 ( $> 0.05$ ), indicating no significant differences between the two approaches. These results demonstrate that the Discrete Element Method accurately reproduces the experimental behavior of dry granular columns, confirming its reliability for predicting runout after collapse. The PRISMA review confirmed the Discrete Element Method as the main approach in granular collapse studies and highlighted the importance of experimental validation, despite challenges such as high computational costs and parameter calibration. Overall, this work contributes to the validation of the 3D Discrete Element Method model, provides experimental data for future calibrations, and identifies relevant gaps in the literature.

**Keywords:** Granular collapse, Discrete Element Method, DEM, Experimental validation, Granular materials, Simulation, YADE.



## Lista de figuras

Figura 1 – Exemplos de materiais granulares: a) grãos de feijão; b) pelotas de minério de ferro; c) pílulas de remédio; d) esferas de vidro; e) carvão ativado granulado; f) areias para construção civil . . . . .	17
Figura 2 – Angulosidade das partículas . . . . .	17
Figura 3 – Classificação de alguns materiais particulados em função do tamanho médio das partículas: colóide (lama), pó (matchá) e um meio granular (uma duna de areia) . . . . .	19
Figura 4 – Deslizamentos de encostas em cidades do Brasil: a) Ouro Preto - 2022; b) Petrópolis - 2022; c) São Paulo - 2022; d) Km 669 da BR-376, que liga Dourados - Mato Grosso do Sul, a Garuva - Santa Catarina - 2022 . . . . .	21
Figura 5 – Aparato experimental típico para experimentos de colapso de coluna granular no plano horizontal . . . . .	23
Figura 6 – <i>Loop</i> de simulação do YADE . . . . .	29
Figura 7 – Aparato experimental do experimento de colapso granular de esferas de vidro secas . . . . .	37
Figura 8 – Diagrama PRISMA . . . . .	39
Figura 9 – Evolução temporal do colapso experimental de esferas de vidro à seco . . . . .	68
Figura 10 – Extratos de resultados obtidos em simulação de colapso granular de esferas de vidro à seco no YADE . . . . .	69
Figura 11 – Curvas de “a” <i>versus</i> alcance normalizado $R^*$ para simulação e experimento seco . . . . .	70
Figura 12 – Resultados da análise de variância ANOVA . . . . .	71
Figura 13 – Teste de comparações múltiplas de <i>Tukey</i> . . . . .	72
Figura 14 – Gráfico de intervalos de $R^*$ <i>versus</i> Tipo com intervalo de confiança de 95% para a média . . . . .	73



## Lista de tabelas

Tabela 1	– Bases de dados, descritores utilizados e número de retornos das buscas	38
Tabela 2	– Resumo dos estudos selecionados na PRISMA. . . . .	40
Tabela 3	– Checklist PRISMA 2020 da revisão sistemática . . . . .	66
Tabela 4	– Parâmetros das esferas de vidro utilizadas nos experimentos de laboratório . . . . .	68
Tabela 5	– Tabulação dos dados de razão de aspecto “a” e alcance normalizado $R^*$ para simulação e experimento seco . . . . .	70



## Lista de abreviaturas e siglas

2D	Bridimensional
3D	Tridimensional
ANOVA	Análise de Variância
DEM	<i>Discret Element Method</i>
FEM	<i>Finite Element Method</i>
GSD	<i>Granulometric Size Distribution</i>
PRISMA	<i>Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses</i>
PROSPERO	<i>International Prospective Register of Systematic Reviews</i>
YADE	<i>Yet Another Dynamic Engine</i>



# Sumário

1	INTRODUÇÃO . . . . .	13
	1.1 Contextualização . . . . .	13
	1.2 Motivação . . . . .	14
	1.3 Objetivo . . . . .	15
2	REFERENCIAL TEÓRICO . . . . .	16
	2.1 Materiais granulares: conceitos e comportamento físico . . . . .	16
	2.2 O fenômeno do colapso granular . . . . .	21
	2.3 Modelagem numérica pelo DEM . . . . .	24
	2.4 Validação experimental de modelos DEM . . . . .	26
	2.5 A plataforma YADE . . . . .	28
	2.6 Metodologia PRISMA para revisões sistemáticas da literatura . . . . .	31
3	METODOLOGIA . . . . .	35
	3.1 Metodologia PRISMA . . . . .	35
	3.2 Experimentos de laboratório . . . . .	36
	3.3 Simulações computacionais usando DEM . . . . .	37
	3.4 Validação experimental . . . . .	37
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO . . . . .	38
	4.1 Resultados obtidos da metodologia PRISMA . . . . .	38
	4.2 Resultados dos experimentos de laboratório, das simulações computacionais via DEM e validação experimental . . . . .	68
5	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS . . . . .	74
	5.1 Contribuições do estudo . . . . .	75
	5.2 Sugestões para trabalhos futuros . . . . .	75
	REFERÊNCIAS . . . . .	76



# 1 Introdução

Este capítulo introduz o estudo que trata da validação experimental de simulações pelo Método de Elementos Discretos (DEM) para o colapso de colunas granulares secas tridimensionais (3D). A investigação é centrada na comparação entre os resultados dos experimentos de laboratório e os resultados de simulações computacionais feitas na plataforma de desenvolvimento YADE. Assim sendo, apresenta-se a contextualização do problema, a motivação, o objetivo geral e os objetivos específicos e finalmente a organização do estudo.

## 1.1 Contextualização

Compreender o comportamento de materiais granulares tem atraído grande interesse de pesquisadores, órgãos públicos e indústrias devido à sua ampla ocorrência na natureza e nas atividades humanas. Materiais granulares, como grãos, areia, solo, pós e minérios estão presentes no dia a dia em diversos contextos, e seu comportamento, especialmente durante escoamento ou colapso, tem implicações significativas na segurança, estabilidade e no desempenho de diversas estruturas.

O fenômeno de colapso de colunas granulares ou movimento repentino de materiais granulares ocorre quando uma pilha de material granular perde sua estrutura estável e se espalha sobre uma superfície, sob ação de forças gravitacionais ou outras forças externas, tais como vibrações ou fluxo de água. As variáveis envolvidas neste fenômeno, como por exemplo a altura inicial da pilha, sua largura inicial e o alcance horizontal do material depositado após o colapso são fundamentais para compreender a dinâmica do mesmo. Por outro lado, sabe-se também que experimentos em laboratório têm contribuído significativamente para a caracterização desse fenômeno, fornecendo dados importantes para a validação de modelos numéricos de colapsos granulares (WANG; TANG; CUI, 2024).

Segundo Cundall e Strack (1979) e Tavares e Carvalho (2014), com o avanço da ciência, da computação e da tecnologia, as simulações numéricas se tornaram uma ferramenta essencial para complementar estudos experimentais. O Método dos Elementos Discretos se destaca quando se trata de modelar o comportamento de materiais granulares em diversas condições, permitindo, por exemplo, representar partículas individualmente considerando suas interações, tais como forças de contato e também forças de atrito. No caso dos colapsos granulares, isso possibilita a análise detalhada do movimento das partículas, oferecendo uma visão aprofundada dos mecanismos presentes e contribui para estimar com alto grau de confiabilidade as variáveis envolvidas.

Nos últimos anos, a quantidade de pesquisas utilizando o DEM para simular colapsos



granulares abordando diferentes geometrias, condições de contorno e propriedades de material têm aumentado consideravelmente, ampliando o entendimento sobre os fatores que influenciam o comportamento desses sistemas. Contudo, apesar desses avanços, a validação experimental de modelos numéricos ainda representa um desafio, especialmente em configurações 3D, onde as complexidades geométricas e dinâmicas são mais significativas.

Além de validar experimentalmente as simulações numéricas, se faz necessária uma boa fundamentação teórica à respeito do que se sabe sobre a modelagem do colapso de materiais granulares utilizando o DEM, sendo a revisão sistemática da literatura uma boa alternativa para contextualizar o estado da arte e identificar lacunas no conhecimento atual. Ainda, de acordo com Galvao e Pansani (2015), nesse contexto, para garantir o rigor e a transparência no processo de seleção de material teórico de apoio, a metodologia PRISMA (*Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses*) surge com o objetivo de identificar, analisar e sintetizar os estudos mais relevantes existentes sobre o colapso de colunas granulares modelado por meio do Método dos Elementos Discretos com validação experimental.

A PRISMA é uma diretriz internacionalmente reconhecida que orienta a condução e o relato de revisões sistemáticas, assegurando que o processo de busca, triagem, seleção e análise dos estudos seja realizado de forma objetiva e reprodutível. Sua aplicação inclui a definição de critérios claros de inclusão e exclusão, a utilização de bases de dados científicas reconhecidas e a elaboração de um fluxograma de seleção de estudos que detalha todas as etapas do processo de filtragem dos materiais identificados. Dessa forma, a abordagem visa oferecer uma fundamentação teórica sólida para o desenvolvimento da pesquisa experimental e das simulações numéricas que compõem a pesquisa (MOHER et al., 2009; PAGE et al., 2021).

## 1.2 Motivação

A escolha do tema está fundamentada na importância crescente de estudos que integrem simulações numéricas e validação experimental na análise de fenômenos envolvendo materiais granulares. Embora o Método dos Elementos Discretos seja uma boa ferramenta para a modelagem de processos envolvendo partículas, a confiabilidade dos resultados depende fortemente de uma calibração adequada e de validações através de experimentos de laboratório.

No contexto do colapso de colunas granulares, diversas lacunas ainda persistem na literatura científica. Muitos estudos existentes concentram-se em configurações bidimensionais (2D) ou em condições simplificadas que não refletem a complexidade de cenários reais. Além disso, poucos trabalhos exploram de forma detalhada a influência da altura inicial e da largura inicial da pilha sobre os parâmetros finais do colapso, como por exemplo o alcance horizontal, especialmente em configurações tridimensionais.



A ausência de dados experimentais específicos para colapsos granulares em 3D dificulta a validação e o ajuste de modelos DEM. Isso limita a capacidade de prever o comportamento de sistemas reais com precisão, o que pode comprometer a segurança de estruturas e operações que envolvem grandes volumes de materiais granulares. Portanto, existe uma demanda por estudos que preencham essa lacuna, fornecendo bases experimentais para a validação de simulações numéricas.

Nesse sentido, espera-se contribuir para a redução dessas incertezas, avaliar a capacidade preditiva do DEM e fornecer subsídios para melhorias nos modelos de simulação.

### 1.3 Objetivo

O objetivo geral deste trabalho é realizar a validação experimental de simulações DEM de colapso de colunas granulares em 3D secas utilizando um modelo computacional para estimar o alcance horizontal normalizado do material depositado em função da razão de aspecto entre a altura e a largura iniciais da coluna.

Como objetivos específicos destacam-se realizar ensaios experimentais e controlados de colapso de colunas granulares secas em 3D; implementar simulações numéricas utilizando o Método dos Elementos Discretos, replicando as condições experimentais no YADE; validar experimentos através da comparação entre os resultados obtidos nos ensaios físicos e nas simulações numéricas, avaliando a precisão do modelo DEM; fornecer, através da simulação computacional, uma estimativa confiável do alcance horizontal após o colapso granular; analisar a influência da razão de aspecto da pilha sobre o alcance após o colapso para o caso de material seco; contribuir para o desenvolvimento de bases experimentais que possam ser utilizadas na calibração de modelos futuros; e executar a revisão sistemática da literatura através da metodologia PRISMA, contextualizando o tema e identificando lacunas no conhecimento atual ao seu respeito.



## 2 Referencial teórico

Neste capítulo são apresentados os temas abordados no estudo. De início, comenta-se sobre o conceito de materiais granulares e seu comportamento físico. Posteriormente, discorre-se à respeito do fenômeno de colapso de colunas granulares, modelagem numérica através do Método dos Elementos Discretos, validação experimental de modelos DEM e revisões sistemáticas da literatura que utilizam a metodologia PRISMA levantando sobre o estado atual de pesquisas em colapso granular com DEM e validações experimentais. Finalmente, é apresentado o YADE, utilizado para as simulações, sendo tratadas as vantagens e desvantagens de se usar simulações computacionais para casos como este.

### 2.1 Materiais granulares: conceitos e comportamento físico

Materiais granulares são sistemas de partículas distintas e discretas - compostos por um conjunto finito de pontos materiais - caracterizados por uma perda de energia sempre que as partículas interagem entre si. Alguns exemplos são areia, solo, pedras, seixos, farinha, milho, grãos de açúcar, café, sal, arroz e pequenas esferas de plástico ou de vidro, sendo onipresentes na natureza e na engenharia (LIANG, 2020; MAN et al., 2023).

Alguns desses materiais fazem parte dos processos ativos que contribuem para a evolução da superfície da Terra e de outros planetas telúricos - também conhecidos como planetas terrestres ou rochosos, são aqueles compostos principalmente por rochas e metais, com superfícies sólidas. No Sistema Solar, os planetas telúricos são Mercúrio, Vênus, Terra e Marte (MANGENEY-CASTELNAU et al., 2005).

De acordo com Wu et al. (2025), na indústria, materiais granulares naturais e artificiais são encontrados na engenharia civil, química, indústria farmacêutica, no processamento e armazenamento de alimentos, no transporte de minerais e cereais, e armazenados em estruturas como silos, tanques e canais, tipicamente apresentando partículas de tamanhos variáveis, os chamados materiais granulares polidispersos.

A Figura 1 mostra alguns tipos de materiais granulares.



Figura 1 – Exemplos de materiais granulares: a) grãos de feijão; b) pelotas de minério de ferro; c) pílulas de remédio; d) esferas de vidro; e) carvão ativado granulado; f) areias para construção civil



Fonte: Compilação do autor (2025)<sup>1</sup>.

De acordo com Liang (2020), em determinadas circunstâncias, dependendo de fatores como a compactação e a quantidade de partículas, um meio granular pode se comportar como um sólido, um líquido ou um gás, com transições que se assemelham a mudanças de fase.

No entanto, conforme indicam Lube et al. (2005), a ausência de equações gerais de governo para descrever o movimento e o comportamento dos meios granulares tem sido um grande obstáculo para a sua compreensão. Um outro fator que exerce importante influência nos fluxos granulares é a forma das partículas. A Figura 2 mostra alguns formatos típicos de partículas granulares, com relação a sua angulosidade.

Figura 2 – Angulosidade das partículas



Fonte: Sowers e Sowers (1980).

Os parâmetros, comportamentos típicos e propriedades observados em materiais granulares incluem o fluxo, que consiste no movimento contínuo de material, que ocorre após

<sup>1</sup> Montagem feita a partir de imagens coletadas dos sites: a)Istock (2007); b)Jacobi (2015); c)Designi (2025); d)Intebra (2025); e)Naturaltec (2025); f)Facil (2024).



a deformação do meio discreto, sendo um fenômeno comum em ambientes naturais e de engenharia, podendo ser causado por gravidade ou outras forças externas (WU et al., 2025); a compactação, que é o processo de adensamento do material por meio da redução dos vazios entre as partículas, o que reduz seu volume, aumentando sua densidade, sendo que os materiais granulares podem formar empacotamentos densos, com alta capacidade de aglomeração (CAMPELLO; CASSARES, 2016); o próprio colapso de estruturas granulares, que se refere à falha de seus componentes em manter a integridade estrutural, sendo de fundamental importância estudá-lo para entender a dinâmica transiente de fluxos granulares (WU et al., 2025).

Outros parâmetros e propriedades incluem o ângulo de repouso, ângulo máximo que uma pilha de material granular pode formar com a horizontal antes que o material comece a se movimentar ou desmoronar, representando a inclinação máxima que o material suporta antes de perder a estabilidade. É também uma propriedade de medida macroscópica do material granular, frequentemente usada para calibrar modelos numéricos (MATOS; VALE; MESQUITA, 2022); a dilatância, que é a propriedade de aumentar de volume sob a aplicação de uma tensão de cisalhamento, ou seja, quando um material dilatante é submetido a uma força que o deforma lateralmente (cisalhamento), ele tende a expandir seu volume, ao invés de apenas se deformar plasticamente ou se romper, sendo um fenômeno comum em materiais granulares como solos e areia. Quando esses materiais estão compactados, suas partículas estão em contato próximo, ocupando um certo volume. No entanto, ao serem submetidas a uma força de cisalhamento, as partículas precisam se reorganizar para acomodar a deformação. Essa reorganização pode levar a um aumento no volume total do material, pois as partículas precisam se afastar umas das outras para permitir o movimento. Esse aumento de volume é a dilatância, um fenômeno que depende do estado de empacotamento e contribui significativamente para a resistência ao cisalhamento do material (NGUYEN; BUI; NGUYEN, 2020); e por fim a liquefação, fenômeno observado em materiais granulares, especialmente sob carregamento cíclico, relativo à mudança na forma como o material se comporta, passando de rígido para fluido, na natureza pode acontecer devido a vibrações fortes, como terremotos ou outras cargas rápidas. No caso dos solos, explica o porquê de solos saturados com água perderem rigidez, passando a se comportar como líquidos (LIANG, 2020).

Conforme dizem Kumar, Delenne e Soga (2017), para compreender o efeito da presença de um fluido como a água no material granular no comportamento do colapso, pode-se compará-lo com os casos de colapsos de materiais secos. No caso do material granular úmido, considera-se tanto a presença de fluido dentro dos poros do corpo granular, quanto fluido livre, fora do corpo granular.

Outra propriedade física importante que influencia diretamente o comportamento dos materiais granulares é a densidade, que se refere à relação entre a massa total do material e o volume que ele ocupa, incluindo os espaços vazios entre as partículas. É importante

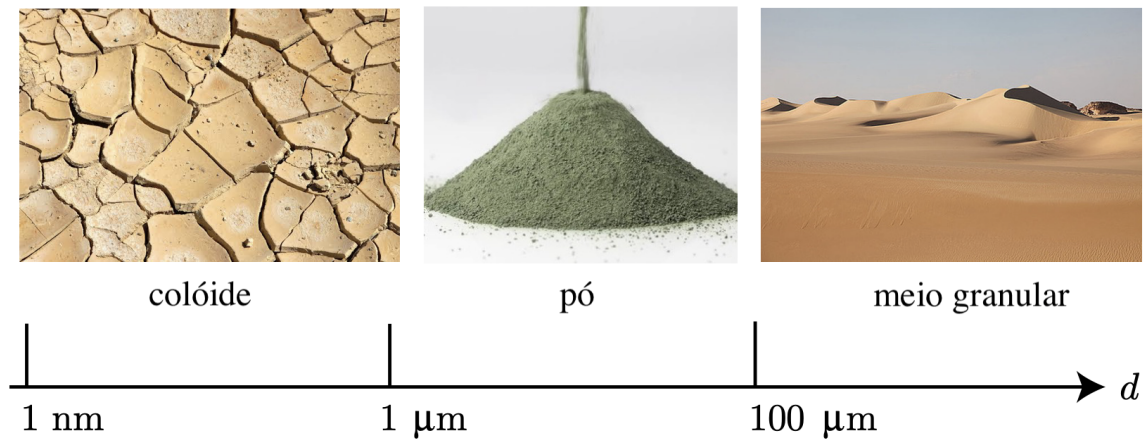


ressaltar que essa densidade pode variar dependendo do grau de compactação do material, resultando em densidades diferentes, como a densidade aparente e a densidade de partículas, sendo que a densidade das partículas, a densidade média ou a densidade de empacotamento podem variar em experimentos e simulações (MAN et al., 2021b; NGUYEN; BUI; NGUYEN, 2020; ROUSSEAU et al., 2022).

A granulometria, por sua vez, é o estudo e medição das dimensões das partículas do material, evidenciando a distribuição de tamanho das partículas que o compõem e também a proporção de partículas de diferentes tamanhos presentes nele. O diâmetro médio dos grãos é um fator muito importante no estudo da física dos materiais granulares, e a distribuição de tamanho das partículas pode ter uma influência significativa na mobilidade do fluxo, especialmente em sistemas polidispersos - aqueles em que as partículas constituintes possuem tamanhos variados, ou seja, não são todas do mesmo tamanho. Materiais granulares típicos apresentam tamanho de partícula maior ou igual a  $1\ \mu\text{m}$ , e para fins de simulação e modelagem numérica, convencionou-se que as partículas são exatamente iguais em formato e em tamanho médio, a fim de simplificação e redução de uso e custo computacional (LAJEUNESSE; MONNIER; HOMSY, 2005; MAN et al., 2021b; WU et al., 2025).

A Figura 3 mostra exemplos de alguns materiais particulados em função do tamanho médio de suas partículas.

Figura 3 – Classificação de alguns materiais particulados em função do tamanho médio das partículas: colóide (lama), pó (matchá) e um meio granular (uma duna de areia)



Fonte: Adaptado de Andreotti, Forterre e Pouliquen (2013).

Segundo Mangeney-Castelnau et al. (2005), as partículas do material granular são grandes o suficiente para que não estejam sujeitas a flutuações de movimento térmico. No limite superior de tamanho, a física dos materiais granulares pode ser aplicada a blocos



de gelo onde os grãos individuais são icebergs e a cinturões de asteroides do Sistema Solar com grãos individuais sendo asteroides.

O coeficiente de atrito descreve a resistência ao escorregamento entre as partículas do material, sendo um valor adimensional que varia dependendo do material e da sua condição (como por exemplo úmido ou seco). Na prática, um coeficiente de atrito alto indica maior resistência ao movimento entre os grãos, enquanto um coeficiente baixo indica menor resistência. Nesse contexto, se incluem o atrito inter-partículas  $\mu_p$ , o atrito partícula-superfície ( $\mu_w$  ou  $\mu_b$ ) e o atrito interno ou basal (CHOU et al., 2012; LAJEUNESSE; MONNIER; HOMSY, 2005; LUBE et al., 2005; MAN et al., 2022; MANGENEY-CASTELNAU et al., 2005; NGUYEN; BUI; NGUYEN, 2020; ROUSSEAU et al., 2022). Ainda, de acordo com Chou et al. (2012), Lube et al. (2005), Mangeney-Castelnau et al. (2005), Nguyen, Bui e Nguyen (2020), em alguns casos, acaba sendo mais apropriado o atrito ser descrito somente pelo ângulo de atrito.

As propriedades mecânicas Módulo de Young e Coeficiente de Poisson descrevem como o material responde a esforços. O Módulo de Young mede a rigidez do material, indicando sua resistência à deformação sob carga uniaxial. Um alto valor de módulo de Young indica um material rígido, que resiste à deformação sob carga, e um baixo valor de módulo de Young indica um material flexível, que se deforma facilmente. Já o Coeficiente de Poisson, descreve a relação entre a deformação lateral e a deformação axial quando o material é submetido a uma carga, indicando o quanto um material se contrai lateralmente quando esticado ou se expande lateralmente quando comprimido. Materiais granulares tendem a ter coeficientes de Poisson positivos, o que significa que eles se contraem lateralmente quando esticados e se expandem lateralmente quando comprimidos. O coeficiente de Poisson é adimensional e varia entre -1 e 0.5, sendo que materiais convencionais geralmente possuem valores entre 0 e 0.5. Ainda, esses parâmetros de rigidez, em alguns estudos, mostraram ter efeitos desprezíveis na morfologia do depósito e na distância de escoamento (CHOU et al., 2012; LIANG, 2020; NGUYEN; BUI; NGUYEN, 2020).

O coeficiente de restituição caracteriza a perda de energia durante as colisões entre partículas ou entre partículas e superfícies (MATOS; VALE; MESQUITA, 2022; WINDOWS-YULE; NEVEU, 2022). Já a coesão é a força de atração entre as partículas individuais, que as mantém juntas. Se deve a diversos fatores, como forças eletrostáticas e pontes de líquido (como a presença água em solos parcialmente saturados). Em termos mais simples, a coesão em materiais granulares é a propriedade que faz com que as partículas se agarrem umas às outras, em vez de se moverem livremente. A coesão contribui para a resistência ao cisalhamento do material, ou seja, sua capacidade de resistir ao escorregamento ou deformação sob carga. A presença de líquidos intersticiais pode afetar significativamente o movimento das partículas, e a variação ou heterogeneidade no tamanho, forma ou composição das partículas desempenha um papel crucial na determinação do nível de coesão do sistema (WU et al., 2025).



## 2.2 O fenômeno do colapso granular

O colapso granular é o espalhamento de uma massa de material granular sob a ação da gravidade. No contexto de uma coluna granular pode ser entendido como a perda repentina de resistência e volume devido à aplicação de carga, força ou umidade excessiva, resultando em um assentamento significativo (CABRERA; ESTRADA, 2019; WU et al., 2025).

A Figura 4 mostra exemplos de colapsos de materiais granulares em regiões do Brasil no ano de 2022 que resultaram em grandes tragédias, com perda de vidas humanas e geração de impactos sociais e ambientais significativos e muitas vezes irreparáveis.

Figura 4 – Deslizamentos de encostas em cidades do Brasil: a) Ouro Preto - 2022; b) Petrópolis - 2022; c) São Paulo - 2022; d) Km 669 da BR-376, que liga Dourados - Mato Grosso do Sul, a Garuva - Santa Catarina - 2022



Fonte: Compilação do autor (2025)<sup>2</sup>.

O colapso experimental de colunas granulares é uma configuração simplificada utilizada para investigar a dinâmica transiente de fluxos granulares, sendo útil para representar desastres geológicos complexos como deslizamentos de terra, fluxos de material, avalanches e

<sup>2</sup> Montagem feita a partir de imagens coletadas dos sites: a)Camilo (2022); b)Voa (2022); c)Argumento (2022); d)Brasil (2022).



nuvens de material particulado, além de ter relevância em configurações industriais, como em silos e tanques (CABRERA; ESTRADA, 2019; MAN et al., 2021a; MAN; HUPPERT; GALINDO-TORRES, 2023).

Tipicamente, o colapso granular é estudado experimentalmente com uma coluna granular cilíndrica ou retangular de altura e raio/largura conhecidos, que é subitamente liberada sobre um plano horizontal ou inclinado através da remoção de um tubo ou porta/parede de contenção. O material se espalha até atingir o repouso e formar um depósito (BALMFORTH; KERSWELL, 2005; LAJEUNESSE; MONNIER; HOMSY, 2005; LUBE et al., 2005; MANGENEY-CASTELNAU et al., 2005).

De acordo com Rousseau et al. (2022) e Wu et al. (2025), este é um fenômeno que geralmente envolve três estágios típicos: o gatilho do colapso, o desenvolvimento do fluxo e a deposição final, sendo que essas dinâmicas se assemelham às observadas em desastres geológicos complexos, como avalanches e deslizamentos de terra.

Os fatores associados ao colapso de materiais granulares são diversos, entretanto um fator determinante é a geometria inicial da coluna, dada pela razão de aspecto

$$a = \frac{H_0}{L_0} \quad (1)$$

onde  $H_0$  é a altura inicial da coluna e  $L_0$  (ou  $R_0$  para uma coluna cilíndrica) é a largura (raio) inicial. O alcance normalizado, definido como

$$R^* = \frac{L - L_0}{L_0} \quad (2)$$

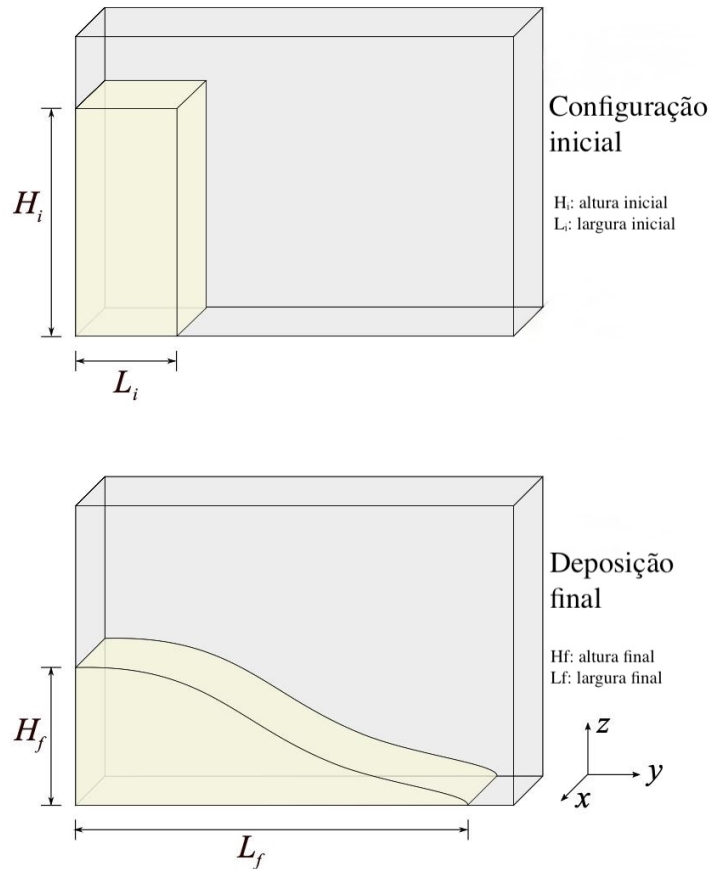
bem como dinâmica do fluxo e a morfologia do depósito final dependem fortemente da razão de aspecto 1 (CABRERA; ESTRADA, 2019; LAJEUNESSE; MONNIER; HOMSY, 2005; LUBE et al., 2005; MANGENEY-CASTELNAU et al., 2005; WU et al., 2025). Propriedades do Material - coeficiente de atrito inter-partículas, densidade e as propriedades de rigidez do material (Módulo de Young e Coeficiente de Poisson) influenciam o comportamento do colapso, além da dilatância e da coesão, especialmente em materiais úmidos e polidispersos (CHOU et al., 2012; NGUYEN; BUI; NGUYEN, 2020; WU et al., 2025). Além disso, segundo Lajeunesse, Monnier e Homsy (2005) e Wu et al. (2025), a distribuição do tamanho das partículas é outro fator que pode afetar a mobilidade do fluxo. Condições de Contorno - a superfície de deposição desempenha um papel, embora estudos sugiram que o atrito basal é mínimo porque uma fina camada de partículas é depositada sobre a qual o fluxo principal se move (LUBE et al., 2005). De acordo com Man, Huppert e Galindo-Torres (2023) e Rousseau et al. (2022), a inclinação do plano também afeta o comportamento do colapso, sendo que colapsos em planos inclinados exibem características mais complexas. Conforme citam Balmforth e Kerswell (2005), Lajeunesse, Monnier e Homsy (2005), Lube et al. (2005) e Rousseau et al. (2022), a largura do canal ou a presença de paredes laterais também podem influenciar o fluxo, especialmente em canais muito estreitos.



Alguns dos parâmetros típicos normalmente medidos em experimentos para descrever a dinâmica do colapso, bem como a morfologia do depósito final são altura final do depósito (CABRERA; ESTRADA, 2019; LAJEUNESSE; MONNIER; HOMSY, 2005; MANGENEY-CASTELNAU et al., 2005; WU et al., 2025), alcance horizontal, distância de escoamento ou distância de espalhamento ( $L_f$ ,  $L_\infty$ ,  $R_f$ ,  $R_\infty$ ,  $d_\infty$ ,  $d_f$ ,  $\Delta L$  ou  $X_L$ ) (BALMFORTH; KERSWELL, 2005; CABRERA; ESTRADA, 2019; LAJEUNESSE; MONNIER; HOMSY, 2005; LUBE et al., 2005; MAN et al., 2021b; MAN et al., 2021a; MAN et al., 2022; MAN et al., 2023; MAN; HUPPERT; GALINDO-TORRES, 2023; MANGENEY-CASTELNAU et al., 2005; WU et al., 2025), duração do colapso  $T_f$  (CABRERA; ESTRADA, 2019), ângulo de repouso do material após o colapso (LUBE et al., 2005; MATOS; VALE; MESQUITA, 2022), altura final normalizada e o alcance horizontal normalizado (CABRERA; ESTRADA, 2019; MAN et al., 2021b; MAN et al., 2022; MAN et al., 2023; MANGENEY-CASTELNAU et al., 2005).

A Figura 5 mostra o aparato experimental típico para experimentos de colapso de coluna granular no plano horizontal, com as principais variáveis analisadas.

Figura 5 – Aparato experimental típico para experimentos de colapso de coluna granular no plano horizontal



Fonte: Adaptado de Liang (2020).

Os principais estudos experimentais clássicos de materiais granulares incluem:



- Os estudos de Lajeunesse, Mangeney-Castelnau e Vilotte (2004), Lajeunesse, Monnier e Homsy (2005), Lube et al. (2004) e Lube et al. (2005), realizaram importantes investigações sobre o colapso de colunas granulares cilíndricas e retangulares em superfícies horizontais. São estudos que concluíram que a razão de aspecto inicial é o principal parâmetro governante, e que o tempo de fluxo, a velocidade de espalhamento, a extensão final do depósito e a fração de energia dissipada podem ser escalonados de forma independente das propriedades do substrato, tamanho do grão, densidade e forma do material granular (CABRERA; ESTRADA, 2019; MAN et al., 2022; MAN; HUPPERT; GALINDO-TORRES, 2023).
- Balmforth e Kerswell (2005) investigaram o colapso de colunas granulares em canais retangulares, observando uma dependência do atrito na forma final do depósito e uma transição gradual de avalanches de fratura lentas para colapsos violentos em cascata. Eles também analisaram a influência das paredes laterais no comportamento do fluxo (CHOU et al., 2012; NGUYEN; BUI; NGUYEN, 2020; ROUSSEAU et al., 2022).
- Mangeney-Castelnau et al. (2005) realizaram simulações numéricas desses experimentos usando um modelo integrado por profundidade baseado na aproximação de onda longa (LWA) e nas equações de Saint Venant, reproduzindo com precisão a saturação da altura final do depósito observada experimentalmente (ROUSSEAU et al., 2022).

### 2.3 Modelagem numérica pelo DEM

De acordo com Guoming et al. (2011), o Método dos Elementos Discretos (DEM) é uma ferramenta computacional bastante robusta que pode ser usada para investigar sistemas granulares e seu comportamento, e, conforme dizem Windows-Yule e Neveu (2022), simular com precisão quantitativa uma diversidade de sistemas particulados com aplicações em múltiplas áreas, estudos científicos, acadêmicos e em setores industriais.

Os fundamentos teóricos do DEM se baseiam na modelagem de um material granular como um conjunto de partículas individuais. O movimento de cada partícula é determinado pela segunda lei de Newton, levando em conta a natureza discreta do meio granular (CHOU et al., 2012; GUOMING et al., 2011; LIANG, 2020; MATOS; VALE; MESQUITA, 2022; ROUSSEAU et al., 2022). O DEM permite, então, uma descrição detalhada da cinemática das partículas devido à ação de várias forças (MATOS; VALE; MESQUITA, 2022). A principal premissa é que, em um pequeno passo de tempo, as perturbações não se propagam de uma partícula para outra, exceto para seus vizinhos imediatos, limitando as ações a partículas próximas (GUOMING et al., 2011).

O histórico do método remonta à sua proposta original por Cundall e Strack em 1971 e 1979, sendo que, inicialmente, o método foi desenvolvido para simular a estabilidade de



taludes rochosos e estruturas de solos. Desde então, o DEM tem sido largamente utilizado por pesquisadores e profissionais de diversas áreas de atuação (CAMPELLO; CASSARES, 2016; BRAVO et al., 2013; WINDOWS-YULE; NEVEU, 2022).

Conforme dizem Matos, Vale e Mesquita (2022), as equações de movimento aplicadas no DEM para uma partícula  $i$  incluem sua translação e rotação, conforme a Segunda Lei de Newton. As forças consideradas no modelo incluem forças de contato: componentes normal e tangencial, calculadas a partir de modelos de contato (CHOU et al., 2012; GUOMING et al., 2011; LIANG, 2020; MATOS; VALE; MESQUITA, 2022) e a força de atrito, regulada pelo critério de falha de Mohr-Coulomb e possui uma direção oposta ao campo de velocidade tangencial média (CHOU et al., 2012; GUOMING et al., 2011; BRAVO et al., 2013).

De acordo com Andreotti, Forterre e Pouliquen (2013), o critério de Mohr-Coulomb para o colapso de granular seco, que se aplica a grandes deformações quando o estado crítico é atingido e a fração de volume não varia, diz que o meio granular colapsa num ponto se existir um plano, caracterizado pelo seu vetor normal unitário  $n$ , no qual as tensões satisfazem a relação

$$|\tau| = \tan(\delta)\sigma \quad (3)$$

onde  $\tau$  representa a tensão tangencial de cisalhamento aplicada ao plano,  $\sigma$  representa a tensão normal aplicada ao plano e  $\tan(\delta)$  é o coeficiente de atrito do material. Em outras palavras, o material cede apenas se a tensão de cisalhamento  $\tau$  atingir um limiar que é proporcional à tensão normal  $\sigma$ . Abaixo desse limiar, o material é rígido; acima, ele se deforma (ANDREOTTI; FORTERRE; POULIQUEN, 2013).

Também são citadas a coesão, especialmente para materiais úmidos e caracterizada por um modelo de ponte líquida, que incorpora forças capilares e viscosas (BRAVO et al., 2013; MATOS; VALE; MESQUITA, 2022; WU et al., 2025). O torque de resistência ao rolamento, usado para modelar o efeito da forma irregular das partículas reais, pois modelar partículas reais com formas complexas é computacionalmente custoso (MATOS; VALE; MESQUITA, 2022), e a gravidade - força vertical atuando nas partículas (LIANG, 2020; MATOS; VALE; MESQUITA, 2022).

Os principais parâmetros de entrada do DEM em relação às propriedades das partículas são a densidade da partícula (LIANG, 2020; LUBE et al., 2005; MAN et al., 2021b; MANGENEY-CASTELNAU et al., 2005; NGUYEN; BUI; NGUYEN, 2020; ROUSSEAU et al., 2022), módulo de Young e coeficiente de Poisson (CHOU et al., 2012; LIANG, 2020; MATOS; VALE; MESQUITA, 2022; NGUYEN; BUI; NGUYEN, 2020), coeficiente de restituição partícula-partícula e partícula-parede (CHOU et al., 2012; LIANG, 2020; MATOS; VALE; MESQUITA, 2022; WINDOWS-YULE; NEVEU, 2022), coeficientes de atrito estático e de rolamento, partícula-partícula e partícula-parede (CHOU et al., 2012; LIANG, 2020; MAN et al., 2021b; MAN et al., 2023; MANGENEY-CASTELNAU et al., 2005; MATOS; VALE; MESQUITA, 2022; NGUYEN; BUI; NGUYEN, 2020), energia



de superfície para os materiais coesivos (MATOS; VALE; MESQUITA, 2022), tamanho e forma das partículas - embora partículas esféricas e de mesmo tamanho sejam comuns por simplificação do modelo, o DEM também permite a simulação de partículas não esféricas, como esferopoliedros baseados em Voronoi, superquadráticas, elipsoides ou aglomerados de esferas (CHOU et al., 2012; LIANG, 2020; MAN et al., 2021b; MAN et al., 2021a; MAN et al., 2023; MATOS; VALE; MESQUITA, 2022) e especialmente em sistemas polidispersos a distribuição do tamanho das partículas, que pode ser descrito por uma função de lei de potência (WU et al., 2025).

Outros parâmetros de simulação incluem passo de tempo, fator crucial para a estabilidade numérica e custo computacional (CHOU et al., 2012; GUOMING et al., 2011; LIANG, 2020; MANGENEY-CASTELNAU et al., 2005; MATOS; VALE; MESQUITA, 2022), número de partículas - aumentar o número de partículas pode levar a altos custos computacionais, especialmente com formas irregulares (CHOU et al., 2012; LIANG, 2020; MATOS; VALE; MESQUITA, 2022), condições de contorno, incluindo condições de contorno periódicas (ROUSSEAU et al., 2022; WU et al., 2025) e fração sólida inicial (Porosidade) ou densidade de empacotamento inicial da coluna (LIANG, 2020; MAN et al., 2021b; MAN et al., 2023).

Alguns dos softwares e plataformas populares utilizados para simulações DEM são o EDEM (MATOS; VALE; MESQUITA, 2022), PFC3D (CHOU et al., 2012), MechSys - uma biblioteca de simulação multifísica de código aberto (MAN et al., 2021a; MAN et al., 2022; MAN et al., 2023), Sand6 - um software para reologia de Drucker-Prager (ROUSSEAU et al., 2022) e o YADE (MORALES et al., 2016).

## 2.4 Validação experimental de modelos DEM

Segundo Windows-Yule e Neveu (2022), a validação e a calibração são itens cruciais para o sucesso da aplicação de simulações pelo Método dos Elementos Discretos. Sem as definições corretas, os resultados das simulações DEM podem ser imprecisos ou até mesmo não representar fielmente a física do fenômeno. Nesse sentido, é importante estabelecer a diferença entre validação e calibração.

- Validação: é a verificação de que os comportamentos do modelo resultante correspondem aos do sistema real ou industrial de interesse (WINDOWS-YULE; NEVEU, 2022).
- Calibração: consiste na escolha cuidadosa dos parâmetros de simulação para que correspondam às propriedades microscópicas das partículas reais que estão sendo simuladas (WINDOWS-YULE; NEVEU, 2022).

Os métodos de validação para simulações de colapsos granulares envolvem a comparação de resultados numéricos com os dados experimentais, podendo incluir comparação



da morfologia do depósito final, como a altura final e o alcance horizontal (CHOU et al., 2012; LAJEUNESSE; MONNIER; HOMSY, 2005; MANGENEY-CASTELNAU et al., 2005; NGUYEN; BUI; NGUYEN, 2020; ROUSSEAU et al., 2022; WU et al., 2025), análise da duração do colapso (CABRERA; ESTRADA, 2019), comparação de perfis de superfície (CHOU et al., 2012), avaliação da dinâmica do fluxo, como a propagação da frente de fluxo, perfis de velocidade e evolução da energia (LIANG, 2020; LUBE et al., 2005; MAN et al., 2023; MANGENEY-CASTELNAU et al., 2005; NGUYEN; BUI; NGUYEN, 2020; ROUSSEAU et al., 2022), observação de transições estático-fluido e padrões de deformação internos (CHOU et al., 2012; LUBE et al., 2005; ROUSSEAU et al., 2022), medição de parâmetros macroscópicos como ângulos de ruptura e de parada, e coeficientes de atrito da parede (ROUSSEAU et al., 2022) e utilização de câmeras de alta velocidade para monitorar a evolução do material granular ao longo do tempo e medir os perfis de velocidade (MANGENEY-CASTELNAU et al., 2005).

Apesar dos avanços em validações experimentais de modelos DEM, existem limitações e desafios enfrentados na comparação entre experimentos físicos e simulações numéricas, eles são o custo computacional Elevado, pois modelar um grande número de partículas pequenas ou irregulares exige alto custo computacional (CHOU et al., 2012; LIANG, 2020; MATOS; VALE; MESQUITA, 2022; WINDOWS-YULE; NEVEU, 2022); dificuldade de mensuração precisa, pois certas propriedades das partículas, como o coeficiente de restituição, são difíceis de medir com precisão em experimentos reais (WINDOWS-YULE; NEVEU, 2022); a inconsistência da calibração direta, que pode não reproduzir com precisão os comportamentos macroscópicos do volume de material devido às simplificações inerentes aos modelos numéricos (WINDOWS-YULE; NEVEU, 2022); as múltiplas soluções na calibração indireta, o que pode resultar em múltiplas combinações de parâmetros microscópicos que produzem o mesmo comportamento macroscópico observado (MATOS; VALE; MESQUITA, 2022); limitações dos dados experimentais, que podem ter resoluções temporais e espaciais limitadas, apresentar artefatos ou subamostragem de gradientes, o que dificulta uma comparação perfeita (WINDOWS-YULE; NEVEU, 2022); a modelagem de deformações não-homogêneas: modelos integrados verticalmente, como a aproximação de onda longa, podem ter dificuldade em descrever modos de deformação não-homogêneos e zonas de cisalhamento (MANGENEY-CASTELNAU et al., 2005); simplificações geométricas, pois assumir somente deformação plana (2D) em algumas simulações pode superestimar a distância de escoamento em comparação com experimentos 3D, devido ao fato de subestimação do atrito inter-partículas fora do plano (LIANG, 2020; NGUYEN; BUI; NGUYEN, 2020); a complexidade reológica, uma vez que modelos contínuos podem não capturar a fenomenologia histerética completa dos fluxos granulares (ROUSSEAU et al., 2022). Além disso, segundo Mangeney-Castelnau et al. (2005), modelos constitutivos mais sofisticados são necessários para capturar comportamentos complexos como a fase de consolidação ou a diminuição da pressão dos poros; e a escala de grão para grandes



escalas, pois aumentar a escala da interação de partículas para ferramentas de previsão em grande escala continua sendo um desafio (MAN et al., 2021b).

Um exemplo de revisão recente na área de simulações granulares é a feita por Windows-Yule e Neveu (2022), que fazem uma visão geral dos métodos contemporâneos de calibração e validação de modelos DEM, discutindo suas forças e fraquezas. As principais lacunas encontradas nos estudos anteriores mostram que ainda há uma falta de equações governantes gerais e uma compreensão insuficiente da física subjacente dos fluxos gravitacionais densos (LUBE et al., 2005; MANGENEY-CASTELNAU et al., 2005), estudos anteriores não consideraram quantitativamente o atrito inter-granular e as condições de contorno na morfologia de deposição (MAN et al., 2021a), existe uma ambiguidade ou contradição na literatura sobre a influência da densidade e das propriedades de rigidez (Módulo de Young e Coeficiente de Poisson) na distância de escoamento e na evolução da energia (NGUYEN; BUI; NGUYEN, 2020), a natureza física da razão de aspecto inicial, além de sua derivação dimensional, que raramente foi explorada (MAN et al., 2021b), ainda persiste o problema de múltiplos conjuntos de parâmetros microscópicos que podem levar ao mesmo comportamento macroscópico (MATOS; VALE; MESQUITA, 2022), é necessária uma análise mais aprofundada de solos e materiais anisotrópicos além das simulações 2D (LIANG, 2020), é difícil obter diretamente informações de contato em sistemas geofísicos reais (MAN et al., 2021b) e há uma necessidade contínua de investigar a ligação entre sistemas granulares idealizados e fluxos geofísicos reais, e de incorporar a reologia granular na análise de colapsos de colunas (MAN et al., 2023).

Ainda no campo da reologia, concentrando-se na influência do atrito interpartículas na reologia de sistemas granulares secos, Man et al. (2021) descobriram que o aumento do atrito interpartículas eleva significativamente o coeficiente de atrito efetivo e a temperatura granular, ao mesmo tempo em que diminui a fração sólida do sistema. Para unificar essas observações, um novo número adimensional,  $M$ , foi proposto, integrando o efeito da inércia com o do atrito, buscando aprofundar a compreensão das leis constitutivas para materiais granulares e expandir a aplicabilidade da reologia  $\mu(I)$  em diversas aplicações naturais e de engenharia. Ainda de acordo com Man et al. (2021), este  $I$  representa o número inercial, e a reologia  $\mu(I)$  estabelece que o coeficiente de atrito efetivo  $\mu_{eff}$  de um sistema granular depende de  $I$ .

Logo, conclui-se que mais testes em diferentes materiais granulares, em diferentes condições e utilizando outras ferramentas computacionais são necessários para a validação experimental de um modelo DEM de colapso granular (MATOS; VALE; MESQUITA, 2022).

## 2.5 A plataforma YADE

Segundo Morales et al. (2016), existem diversos softwares disponíveis para a modelagem de elementos discretos, incluindo opções pagas e gratuitas. Nesse sentido está o



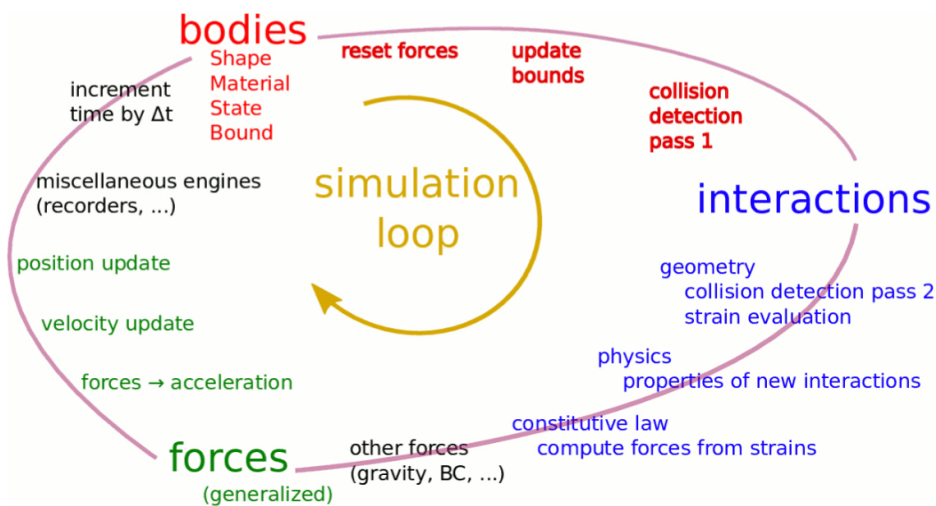
YADE (Yet Another Dynamic Engine), uma plataforma de código aberto e gratuita, desenvolvida especificamente para simulações baseadas no Método de Elementos Discretos.

Conforme diz Šmilauer (2009), o YADE é descrito como uma estrutura extensível e de arquitetura projetada para flexibilidade, desempenho e facilidade de uso, apresentando as características:

- Componentes de computação, onde as partes computacionais são desenvolvidas em *C++*, empregando um modelo de objeto flexível, o que permite a implementação independente de novos algoritmos e interfaces.
- Interface e controle para a construção de cenários de simulação, controle de simulações, pós-processamento e depuração, o *Python* é utilizado, oferecendo uma abordagem rápida e concisa.
- Suporte a cálculos de alta precisão.
- Compatibilidade, oferecendo suporte ao *Python 3*, mantendo a compatibilidade retroativa para o *Python 2*.

A Figura 6 representa o *loop* de simulação usado no YADE.

Figura 6 – *Loop* de simulação do YADE



Fonte: (ŠMILAUER, 2009)

De acordo com Šmilauer (2009), o *loop* de simulação é o coração da simulação — um ciclo que se repete a cada incremento de tempo  $\Delta t$ . Em cada passo, o sistema atualiza as posições, detecta colisões, calcula interações e aplica as leis da física. Os elementos são os corpos (*bodies*) definidos por *shape*, *material*, *state* e *bound*, ou seja, cada corpo tem uma forma (esfera, caixa etc.), propriedades do material (densidade, módulo de elasticidade



etc.), estado atual (posição, velocidade) e limites. As etapas associadas aos corpos são *reset forces* – as forças do passo anterior são zeradas; *update bounds* – atualiza os limites de cada corpo (para otimizar a detecção de colisões); *collision detection pass 1* – primeira verificação de colisão preliminar, geralmente por *bounding boxes*.

As interações, elementos que envolvem *geometry* – avaliação precisa da geometria de contato; *collision detection pass 2* – verificação detalhada de colisão entre formas reais; *strain evaluation* – cálculo da deformação nos pontos de contato; *physics* – aplicação das leis físicas específicas do modelo; *properties of new interactions* – definição das propriedades dos novos contatos detectados. Cálculo de força *constitutive law* – leis constitutivas que definem o comportamento da interação (ex.: lei de *Hertz-Mindlin* para partículas esféricas); *compute forces from strains* – cálculo das forças com base nas deformações (ŠMILAUER, 2009).

O elemento forças (*forces*), que envolve as etapas *generalized forces* – forças provenientes das interações; *other forces* – forças externas como gravidade, condições de contorno (BC = boundary conditions); *forces* → *acceleration* – com base na 2ª Lei de Newton ( $F = ma$ ), calcula-se a aceleração; *velocity update* – atualiza a velocidade; *position update* – atualiza a posição (ŠMILAUER, 2009).

O elemento motores diversos (*miscellaneous engines*), que consistem e motores auxiliares, como gravadores de dados, sensores, controles, etc. E o passo de tempo (*increment time by  $\Delta t$* ), que avança um pequeno  $\Delta t$  e o ciclo recomeça. Assim, o ciclo zera forças e atualiza limites dos corpos, detecta colisões (2 etapas), avalia deformações e calcula interações, calcula forças e aplica leis físicas, atualiza aceleração, velocidade e posição, registra dados e avança o tempo, e por fim repete o ciclo (ŠMILAUER, 2009).

A documentação oficial do YADE é abrangente e oferece guias detalhados sobre diversos aspectos, incluindo tutoriais, manual do usuário, manual do programador para aqueles interessados em entender e modificar a estrutura interna da plataforma, formulação DEM que aborda os princípios teóricos do Método de Elementos Discretos, referência de classes para os blocos de construção da simulação, tanto em *C++* quanto em *Python*, módulos YADE que estendem as capacidades do YADE e o acoplamento paralelo multiescala FEM x DEM, que detalha a integração com o Método de Elementos Finitos (FEM) (ŠMILAUER, 2009).

De acordo com Morales et al. (2016), tais características, somadas à flexibilidade do YADE em termos de implementação de novos algoritmos, implementação de diferentes geometrias e sua capacidade de realizar cálculos de alta precisão são características importantes para o estudo de fenômenos granulares, como o colapso de colunas, que frequentemente envolvem interações dinâmicas.

Dessa forma, o YADE se torna bastante relevante para uso nas simulações e na validação experimental do colapso de colunas granulares deste trabalho.



## 2.6 Metodologia PRISMA para revisões sistemáticas da literatura

Segundo Galvao e Pansani (2015) e Moher et al. (2009), revisões sistemáticas de literatura são importantes ferramentas na medicina no contexto de assistência à saúde, sendo utilizadas por clínicos para se manterem atualizados e frequentemente como ponto de partida para o desenvolvimento de diretrizes de prática clínica. Agências de fomento e periódicos também as solicitam para avaliar a necessidade de pesquisas adicionais, e o valor de uma revisão sistemática, assim como qualquer pesquisa, depende da clareza do que foi feito, do que foi descoberto e da sua forma de apresentação.

Historicamente, a qualidade do relato de revisões sistemáticas têm variado, limitando a capacidade dos leitores de avaliar seus pontos fortes e fracos. Estudos anteriores já demonstravam essa deficiência, por exemplo, Mulrow (1987) analisou 50 artigos de revisão e constatou que nenhum atendia a todos os critérios científicos de qualidade. Da mesma forma, Sacks et al. (1996) observaram que os relatos eram geralmente fracos e com poucas melhorias ao longo do tempo.

### 2.6.1 A evolução para o PRISMA: do QUOROM ao PRISMA 2009

Para resolver o problema dos fracos relatos de meta-análises, um grupo internacional desenvolveu em 1996 a recomendação QUOROM (Quality Of Reporting Of Meta-analyses), que inicialmente focava em meta-análises de ensaios clínicos randomizados. A terminologia para descrever revisões sistemáticas e meta-análises evoluiu, levando à mudança do nome QUOROM para PRISMA (Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses). Essa mudança visava abranger tanto as revisões sistemáticas quanto as meta-análises (GALVAO; PANSANI, 2015; MOHER et al., 2009).

Ainda de acordo com Galvao e Pansani (2015) e Moher et al. (2009), as definições adotadas pela Colaboração Cochrane dizem que uma revisão sistemática é uma revisão de uma pergunta claramente formulada, que emprega métodos sistemáticos e explícitos para identificar, selecionar, avaliar criticamente e analisar dados de pesquisas relevantes. Métodos estatísticos (meta-análise) podem ou não ser utilizados para analisar e resumir os resultados, além do fato que a meta-análise refere-se ao uso de técnicas estatísticas dentro de uma revisão sistemática para integrar os resultados dos estudos incluídos.

O desenvolvimento da recomendação PRISMA versão 2009 incluiu uma reunião de três dias em Ottawa, Canadá, em junho de 2005, com 29 participantes, incluindo autores de revisões, metodologistas, clínicos, editores e um consumidor. Antes do encontro, foi realizada uma revisão sistemática de estudos sobre a qualidade dos relatos de revisões, uma busca extensiva na literatura para artigos metodológicos e um inquérito internacional com autores, consumidores e grupos que utilizam revisões sistemáticas. Somente os itens considerados essenciais foram mantidos ou adicionados à lista de verificação. O rascunho da lista de verificação PRISMA 2009 foi revisado 11 vezes antes da aprovação final pelo



grupo (GALVAO; PANSANI, 2015; MOHER et al., 2009).

De acordo com Galvao e Pansani (2015) e Moher et al. (2009), a recomendação PRISMA 2009 foi atualizada para abordar vários avanços conceituais e práticos na ciência das revisões sistemáticas. Isso incluiu o reconhecimento de que a condução de uma revisão sistemática é um processo iterativo, no qual os revisores podem precisar modificar o protocolo original, e tais mudanças devem ser relatadas e explicadas. Além disso, a distinção entre condução e relato da pesquisa foi abordada, com o reconhecimento de que a falha em relatar a avaliação do risco de viés pode ser vista como uma falha na condução. Foi introduzido o conceito de avaliação do risco de viés no nível dos desfechos, além do nível do estudo, que envolve a avaliação da confiabilidade e validade dos dados para cada resultado importante. A importância de relatar vieses, como o viés de publicação e o viés de relato de desfechos, também foi enfatizada.

A recomendação PRISMA 2009 consiste em uma lista de verificação de 27 itens e um fluxograma de 4 etapas. Seu objetivo é ajudar os autores a melhorar o relato de revisões sistemáticas e meta-análises, com foco inicial em ensaios clínicos randomizados, mas sendo aplicável a outros tipos de pesquisa, especialmente avaliações de intervenções. É importante notar que a lista de verificação PRISMA não é um instrumento de avaliação da qualidade para ponderar a qualidade de uma revisão sistemática. Para complementar, foi produzido um documento de explicação e elaboração que detalha cada item da lista de verificação (GALVAO; PANSANI, 2015; MOHER et al., 2009).

### 2.6.2 O PRISMA 2020

Page et al. (2021), dizem que desde a publicação da declaração PRISMA 2009, houve muitas inovações na condução de revisões sistemáticas, o que exigiu uma atualização da diretriz. Foram obtidos avanços tecnológicos, como o uso de processamento de linguagem natural e aprendizado de máquina para identificar evidências, e novas metodologias para sintetizar achados quando a meta-análise não é viável. A terminologia também evoluiu, com uma mudança da avaliação de qualidade para a avaliação de certeza da evidência.

A PRISMA 2020 substitui a declaração PRISMA 2009 e inclui novas orientações de relato que refletem esses avanços nos métodos de identificação, seleção, avaliação e síntese de estudos. Seu desenvolvimento envolveu a identificação de itens do PRISMA 2009 que eram frequentemente relatados incompletamente, a revisão de 60 documentos de orientação de relato, uma pesquisa com metodologistas e editores de periódicos, e discussões em uma reunião presencial em Edimburgo, Escócia, em 2018, seguida por várias revisões (PAGE et al., 2021).

A declaração PRISMA 2020 foi projetada principalmente para revisões sistemáticas de estudos que avaliam os efeitos de intervenções de saúde, mas seus itens são aplicáveis a revisões com outros objetivos, como é o caso do estudo deste trabalho. É relevante para



revisões que incluem ou não síntese estatística (meta-análise), e também para revisões de métodos mistos, originais, atualizadas ou em atualização contínua (PAGE et al., 2021).

De acordo com Page et al. (2021), o PRISMA 2020 é composto por uma lista de verificação de 27 itens com subitens, uma lista de verificação expandida, uma lista de verificação de resumos (atualização do PRISMA for Abstracts 2013) e fluxogramas revisados para revisões originais e atualizadas. Mudanças notáveis do PRISMA 2009 para o PRISMA 2020 incluem inclusão da lista de verificação de resumos dentro do documento principal, reorganização do item Protocolo e registro, agora na seção Outras informações, e a adição de uma recomendação para descrever e explicar quaisquer alterações às informações fornecidas no registro ou protocolo, modificação do item Busca para recomendar que os autores apresentem estratégias de busca completas para todas as bases de dados, registros e sites pesquisados, não apenas para uma. No item Seleção de estudos, há ênfase no relato de quantos revisores rastrearam cada registro e relatório recuperado, se trabalharam de forma independente e, se aplicável, detalhes de ferramentas de automação utilizadas, adição de subitens detalhados ao item Lista dos dados, recomendando que os autores relatem como os desfechos foram definidos e quais resultados foram buscados, divisão do item Síntese dos resultados em 6 subitens detalhados, abordando os processos para decidir a elegibilidade para cada síntese, métodos de preparação de dados, tabulação/exibição visual, métodos de síntese (incluindo modelo de meta-análise e medidas de heterogeneidade), métodos para explorar causas de heterogeneidade e análises de sensibilidade.

Ainda de acordo com Page et al. (2021), dentro dos resultados, no item Seleção de estudos, há a adição de um subitem para citar estudos que poderiam parecer atender aos critérios de inclusão, mas foram excluídos, explicando as razões, divisão do item Síntese dos resultados em 4 subitens, exigindo um resumo das características e risco de viés dos estudos contribuintes, apresentação dos resultados de todas as sínteses estatísticas, resultados das investigações de heterogeneidade e resultados das análises de sensibilidade. Adição de novos itens para relatar métodos e resultados da avaliação de certeza (ou confiança) no corpo de evidências para um desfecho, adição de um novo item para declarar quaisquer conflitos de interesse dos autores da revisão, adição de um novo item para indicar a disponibilidade pública de dados, código analítico e outros materiais utilizados na revisão, e onde podem ser encontrados.

A utilização do PRISMA 2020 tem ainda o potencial de beneficiar as diversas partes interessadas, sendo que o relato completo permite que os leitores avaliem a adequação dos métodos e, conseqüentemente, a confiabilidade dos achados. Ao descrever a certeza da evidência e as implicações dos achados, o PRISMA 2020 auxilia os tomadores de decisão na formulação de recomendações apropriadas. O relato completo dos itens do PRISMA 2020 também facilita a replicação e a atualização de revisões, bem como sua inclusão em revisões guarda-chuva e diretrizes, contribuindo para a redução do desperdício de pesquisa (PAGE et al., 2021).



Como um documento vivo, o PRISMA continua a ser desenvolvido, e os leitores são incentivados a enviar comentários e evidências para informar futuras revisões. Periódicos e editores são encorajados a promover a conscientização do PRISMA 2020, endossar seu uso e aconselhar editores e revisores a avaliarem as revisões submetidas em relação às suas listas de verificação (PAGE et al., 2021).

Em última análise, no contexto do presente trabalho, a adoção do PRISMA 2020 espera levar a um relato mais transparente, completo e preciso de revisões sistemáticas acerca do tema estudado, facilitando assim a tomada de decisões baseada em evidências.



### 3 Metodologia

A abordagem da pesquisa é quantitativa, porque o trabalho envolve coleta de dados experimentais e numéricos reais, levantamento de propriedades físicas de materiais, simulação computacional, comparação de resultados e extração de métricas como altura inicial da pilha, alcance, entre outros. A natureza é aplicada, pois o objetivo é resolver um problema prático e real que é validar experimentalmente simulações DEM de colapso de colunas granulares secas em 3D em função da relação da equação (1) no alcance horizontal normalizado do material depositado, definido na equação (2). É explicativa, porque busca explicar as relações de causa e efeito entre as variáveis, por exemplo, como a relação  $a$  influencia o alcance final. E também é descritiva, pois o trabalho descreve o comportamento do colapso granular em diferentes condições físicas. Já os procedimentos técnicos utilizados no estudo são pesquisa bibliográfica, por meio da revisão sistemática com o PRISMA; pesquisa experimental, através de ensaios físicos de colapso de coluna granular; e simulação computacional dada pela modelagem com DEM (VENAZI et al., 2016).

#### 3.1 Metodologia PRISMA

A metodologia adotada neste estudo consistiu em uma revisão sistemática de literatura utilizando o protocolo PRISMA, com o objetivo de analisar publicações recentes e relevantes para o tema em estudo, relacionadas à validação experimental de simulações DEM do colapso de colunas granulares em três dimensões. A escolha desse método se justifica por sua abordagem qualitativa na análise das informações.

Para a seleção de trabalhos acerca do tema a ser estudado, foram realizadas pesquisas nas principais bases de dados conhecidas através do uso de descritores e dos operadores lógicos AND e OR, com o intuito de refinar a pesquisa.

Com base nos critérios estabelecidos pelo checklist PRISMA, os trabalhos foram selecionados para a fase de triagem. A etapa de triagem considerou a leitura dos títulos, resumos e palavras-chave dos trabalhos pesquisados. Já na etapa final foi feita a leitura na íntegra dos trabalhos selecionados após a triagem para escolha de quais trabalhos eram pertinentes e estavam dentro do escopo e tema deste trabalho.

##### 3.1.1 Protocolo e registro da revisão

Este estudo seguiu integralmente as recomendações do checklist PRISMA 2020 para revisões sistemáticas. Entretanto, a presente revisão não foi registrada previamente em plataformas específicas, como o *International Prospective Register of Systematic Reviews* (PROSPERO), uma vez que o registro não era requisito obrigatório para os objetivos



deste trabalho. Apesar disso, todas as etapas do processo de busca, seleção, extração de dados e análise foram conduzidas de forma transparente e reproduzível.

### 3.1.2 Análises adicionais

Não foram realizadas análises adicionais, como análise de sensibilidade, análise de subgrupos ou metarregressão, pois não havia número suficiente de estudos primários e dados padronizados para permitir a aplicação dessas técnicas. A síntese dos resultados foi realizada de forma descritiva, seguindo exclusivamente os critérios estabelecidos no protocolo da revisão.

## 3.2 Experimentos de laboratório

Os experimentos de laboratório envolveram realizar o colapso de colunas granulares de esferas de vidro em um aquário de vidro posicionado na horizontal, variando-se a altura inicial da pilha, a partir de 1 cm até 13,9 cm.

O experimento à seco consistiu em 19 medições (*runs*). Na configuração inicial da coluna granular, para cada medição foram registrados massa e altura inicial ( $H_0$ ) da pilha. Já a deposição final, após o colapso, contou com a medição da altura final ( $H_f$ ), alcance experimental do material granular depositado  $R^*$ , tamanho do banco, entre outros. Em todos os experimentos a largura inicial ( $L_0$ ) da coluna granular foi de 10 cm. Esses resultados das medições de laboratório são mostrados na seção Resultados e Discussão.

- Configuração geral dos experimentos: conduzidos em aquário com dimensões 80 cm x 20 cm x 10 cm.
- Material Granular: colunas formadas por esferas de vidro com propriedades e parâmetros conhecidos.

A Figura 7 mostra o aparato experimental montado para realizar o experimento do colapso granular de esferas de vidro à seco.



Figura 7 – Aparato experimental do experimento de colapso granular de esferas de vidro secas



Fonte: Elaborada pelo autor (2025).

### 3.3 Simulações computacionais usando DEM

A simulações foram realizadas através de código elaborado e executado em ambiente *Python 3* com a plataforma YADE, de modo a gerar as mesmas condições do aparato físico montado para os experimentos do laboratório e as mesmas propriedades e parâmetros das esferas de vidro reais utilizadas nos experimentos.

Os resultados de alcance normalizado  $R^*$  foram medidos no software gratuito Paraview, e os valores da razão de aspecto “a” foram calculados através dos dados de altura e largura exibidos no terminal durante a execução das simulações.

### 3.4 Validação experimental

A validação experimental consistiu na análise estatística de variância ANOVA, realizada no software Minitab<sup>3</sup> entre os valores de razão de aspecto “a” e resultados de alcance normalizado  $R^*$  dos experimentos de laboratório das simulações do YADE.

---

<sup>3</sup> Utilizando a licença obtida dentro do período de avaliação gratuita do software.



## 4 Resultados e Discussão

### 4.1 Resultados obtidos da metodologia PRISMA

A Tabela 1 mostra os descritores utilizados nas buscas por estudos científicos nas principais bases de dados disponíveis na internet e o número de estudos retornados em cada pesquisa.

Tabela 1 – Bases de dados, descritores utilizados e número de retornos das buscas

Base de dados	Descritor	Nº de estudos retornados na busca
Portal de Periódicos CAPES	("Discrete Element Method" OR "DEM simulation") AND ("granular collapse" OR "granular column") AND ("3D simulation") AND ("experimental validation") AND ("pile height" OR "run-out distance"). Depois aplicado filtro: engenharias e depois: ciências da exatas e da terra	125
ScienceDirect	"Discrete Element Method" AND "granular column" AND "experimental validation"	13
Springer Nature Link	"Discrete Element Method" AND "granular column" AND "experimental validation"	7
IEEE Xplore	("Document Title" : "Discrete Element Method") OR ("Document Title" : "DEM simulation") AND ("Document Title" : "granular collapse" OR "Document Title" : "granular column") AND ("Document Title" : "3D simulation") AND ("Document Title" : "experimental validation") AND ("Document Title" : "pile height" OR "Document Title" : "run-out distance")	47
arXiv	Discrete Element Method AND granular column	15
ACM Digital Library	[All: dem simulation] AND [All: granular collapse] AND [All: pile height] AND [All: run-out distance] depois aplicado filtro para somente artigos	5
SciELO	("Discrete Element Method" OR "DEM simulation") OR ("granular collapse" OR "granular column") OR ("3D simulation") OR ("experimental validation") OR ("pile height" OR "run-out distance")	178
Continua na próxima página		

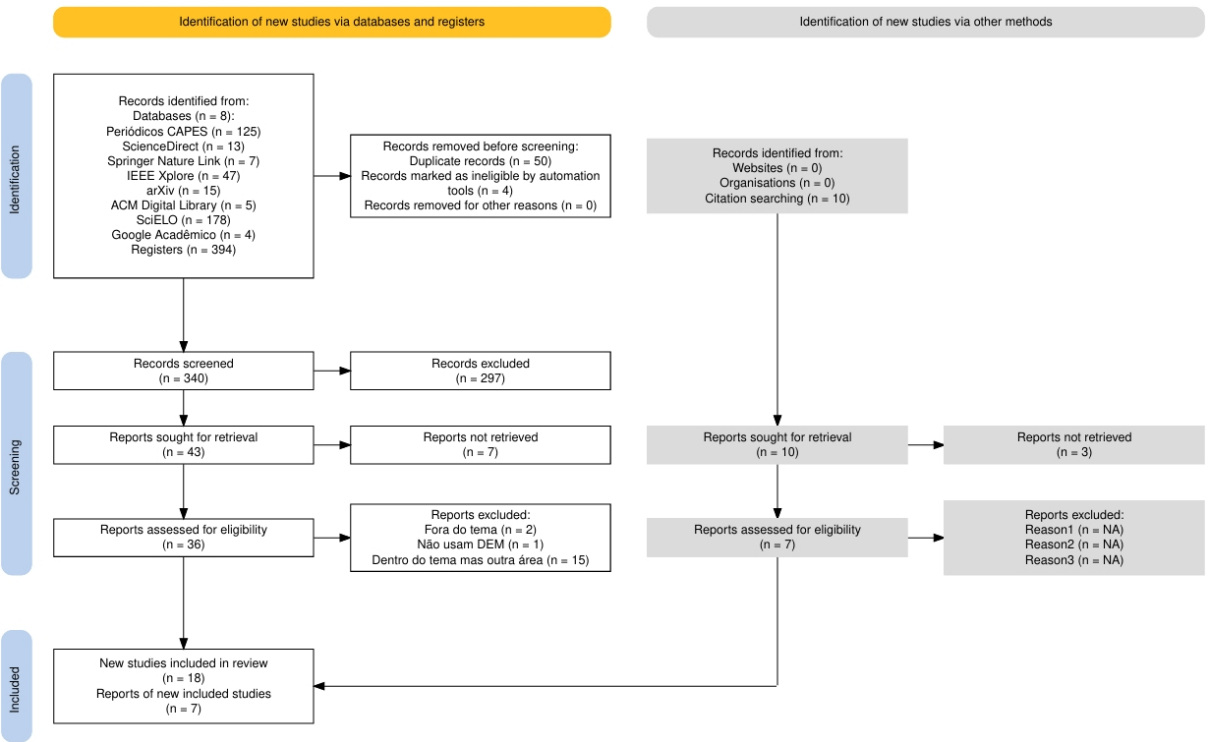


Base de dados	Descritor	Nº de estudos retornados na busca
Google Acadêmico	("Discrete Element Method" OR "DEM simulation") AND ("granular collapse" OR "granular column") AND ("3D simulation") AND ("experimental validation") AND ("pile height" OR "run-out distance")	4

Fonte: Elaborada pelo autor (2025).

A Figura 8 mostra as etapas do processo de seleção dos trabalhos incluídos na PRISMA.

Figura 8 – Diagrama PRISMA



Fonte: Elaborada pelo autor (2025).

Observa-se que a seleção final de trabalhos contou com a escolha de 25 estudos para a revisão sistemática de literatura. Os resultados desta etapa são mostrados na Tabela 2, que apresenta o resumo das informações obtidas através da leitura completa dos estudos que entraram na revisão sistemática por meio da aplicação da metodologia PRISMA.



Tabela 2 – Resumo dos estudos selecionados na PRISMA.

Nº	Autores	Objetivos	Metodologia	Resultados
1	WU, Y. et al. (2025)	Explorar quantitativamente a dinâmica e mobilidade do fluxo de materiais granulares sob diversas condições para descobrir mecanismos de fluxo fundamentais e desenvolver modelos teóricos. O foco é o efeito da distribuição do tamanho das partículas no colapso de materiais granulares polidispersos úmidos.	Utilizou experimentos de laboratório controláveis e simulações numéricas DEM. O colapso de colunas granulares impulsionado pela gravidade serviu como configuração fundamental. Foram selecionados três tamanhos típicos de partículas (0,7mm, 1,5mm e 2,0mm) para misturas polidispersas e uma função de lei de potência para descrever a distribuição do tamanho das partículas. Testes experimentais envolveram sistemas bidispersos e polidispersos com três e quatro tamanhos.	A dinâmica do fluxo e a morfologia do depósito final dependem principalmente da relação de aspecto inicial da coluna. Para valores maiores do parâmetro D da distribuição de tamanho de partícula, o número de partículas pequenas supera o das maiores. A morfologia do depósito apresentou similaridades claras entre os grupos experimentais quando o parâmetro adimensional $\xi_{eff}$ foi consistente. Dados de materiais úmidos puderam ser normalizados e ajustados por resultados secos, alinhando-se bem às curvas principais.
2	MAN, T. et al. (2023)	Explorar o colapso de colunas granulares usando DEM com dois tipos de partículas de diferentes propriedades de atrito, investigando como diferentes proporções de mistura influenciam o comportamento final do depósito e propondo uma nova relação de aspecto inicial efetiva para unificar as descrições de escoamento.	Utilizou DEM esfero-poliédrico. Foram impostas três proporções de mistura diferentes (Grão #1 : Grão #2 de 9:1, 7:3 ou 1:1) e múltiplos coeficientes de atrito de partícula. Grão #1 (vidro irregular) e Grão #2 (areia de rio) foram usados em verificações experimentais, variando a altura inicial para diferentes relações de aspecto.	Diferentes proporções de mistura e coeficientes de atrito resultaram em diferentes distâncias de escoamento e alturas de depósito. Desvios das leis de escala clássicas podem ser devidos a diferenças na fração sólida inicial. A evolução da propagação da frente e da energia cinética média se comportou de forma semelhante a sistemas com um único tipo de partícula. Foi observada uma relação de aspecto efetiva crítica $\alpha_{ce} \approx 3.5$ que divide os colapsos em regimes de funil cônico e cone.
Continua na próxima página				



Nº	Autores	Objetivos	Metodologia	Resultados
3	MAN, T.; HUPPERT, H. E.; GALINDO- TORRES, S. A. (2023)	Investigar a influência da forma da seção transversal no colapso de colunas granulares e associá-la a uma análise de tamanho finito, explorando como seções transversais não circulares afetam as distâncias de escoamento.	Simulações de colunas granulares com seções transversais quadrada, triangular equilátera e retangular usando DEM com partículas esfero-poliédricas baseadas em Voronoi. Medições foram realizadas em direções específicas (aresta, vértice, aresta longa e aresta curta). Foi introduzido um raio de coluna equivalente para normalizar a distância de escoamento. Foi realizada validação experimental com areia.	Para seções transversais quadradas, a distância de escoamento normalizada nas direções de aresta e vértice mostrou comportamento similar, mas as medidas no vértice foram menores. A distância de escoamento normalizada equivalente $\tilde{R}$ e a relação de aspecto efetiva $\alpha_{eff}$ se ajustaram bem para seções quadradas e triangulares, mas falharam para retangulares. Colunas com raios iniciais maiores tiveram distâncias de escoamento maiores. A análise de tamanho finito permaneceu válida para seções não circulares.
4	WINDOWS- YULE, C.; NEVEU, A. (2022)	Fornecer uma visão geral concisa dos métodos contemporâneos usados na calibração e validação de simulações DEM de fluxos de pó, oferecendo ferramentas práticas sobre suas forças e fraquezas, e ideias para seu aprimoramento e adoção mais fácil.	Revisou os métodos de calibração de simulações DEM, dividindo-os em categorias direta (bottom-up) e indireta (top-down). Discutiu as limitações de ambos os métodos. Destacou propriedades macroscópicas comuns usadas na calibração indireta (fluidez, tensão de escoamento e ângulo de atrito interno). Mencionou várias ferramentas de caracterização para pós e partículas.	Métodos de calibração direta podem ser demorados, envolver equipamentos especializados e medições precisas podem ser inviáveis. Técnicas de medição indireta podem produzir múltiplas soluções e se tornar computacionalmente caras ao calibrar vários parâmetros simultaneamente. O tamanho das partículas é frequentemente quantificado com um único valor escalar, omitindo detalhes cruciais para partículas não esféricas.
Continua na próxima página				



Nº	Autores	Objetivos	Metodologia	Resultados
5	MAN, T. et al. (2022)	Investigar a influência da forma da seção transversal no colapso de colunas granulares e associá-la a uma análise de tamanho finito, explorando como seções transversais não circulares afetam as distâncias de escoamento.	Simulações de colunas granulares com seções transversais quadrada, triangular equilátera e retangular usando DEM com partículas esfero-poliédricas baseadas em Voronoi. Medições foram realizadas em direções específicas (aresta, vértice, aresta longa e aresta curta). Foi introduzido um raio de coluna equivalente para normalizar a distância de escoamento. Foi realizada validação experimental com areia.	Para seções transversais quadradas, a distância de escoamento normalizada nas direções de aresta e vértice mostrou comportamento similar, mas as medidas no vértice foram menores. A distância de escoamento normalizada equivalente $\tilde{R}$ e a relação de aspecto efetiva $\alpha_{eff}$ se ajustaram bem para seções quadradas e triangulares, mas falharam para retangulares. Colunas com raios iniciais maiores tiveram distâncias de escoamento maiores. A análise de tamanho finito permaneceu válida para seções não circulares.
6	ROUSSEAU, G. et al. (2022)	Propor uma estratégia de modelagem que combine o Método do Ponto Material (MPM) com um modelo de plasticidade de Drucker-Prager para prever eficientemente o fluxo macroscópico de colapsos granulares reais, e validar o simulador contra experimentos e trabalhos anteriores. Um objetivo chave era determinar o coeficiente de atrito apropriado $\mu$ para a reologia de Drucker-Prager.	Desenvolveu uma estratégia de modelagem que combina MPM e um modelo de plasticidade de Drucker-Prager. Realizou experimentos de colapso de colunas granulares em um canal de 6 cm de largura usando grânulos de vidro de 0,5 mm e grânulos naturais de 2,7 mm. Foram medidos parâmetros macroscópicos, como o coeficiente de atrito de escoamento e o atrito entre o material granular e as paredes laterais. Comparou os resultados da simulação usando a reologia de Drucker-Prager com $\mu = \theta_a$ (ângulo de avalanche) e $\mu = \theta_s$ (ângulo de parada).	O modelo de Drucker-Prager, com o coeficiente de atrito definido como o ângulo de avalanche $\theta_a$ , foi suficiente para prever o fluxo macroscópico do colapso granular real. As reologias $\mu(I)$ e $\mu(s)$ constante falharam em capturar com precisão os resultados experimentais, subestimando sistematicamente o atrito interno. O simulador reproduziu com sucesso os dados experimentais, com boa concordância nas distâncias de escoamento e alturas finais. As paredes laterais influenciam significativamente o comportamento dos fluxos granulares, especialmente em canais mais estreitos.
Continua na próxima página				



Nº	Autores	Objetivos	Metodologia	Resultados
7	MATOS, M. S. V.; VALE, J. C. B.; MESQUITA, A. L. A. (2022)	Propor um método para reduzir o número de simulações DEM necessárias para identificar parâmetros de entrada microscópicos de modelos DEM, especificamente para prever o ângulo de repouso de material granular, combinando Planejamento de Experimentos (DOE) e Redes Neurais Artificiais (RNA).	Aplicou o DOE usando apenas 1/16 de um fatorial completo (16 simulações DEM). Essas simulações iniciais foram usadas para treinar uma RNA do tipo Perceptron Multicamadas Feedforward (MLPNN). A RNA treinada então realizou as simulações restantes do fatorial completo (3.154 testes), reduzindo significativamente o tempo computacional. O método foi aplicado a um estudo de caso de minério de ferro sinter feed, e foi realizada análise de sensibilidade dos parâmetros de entrada.	O número de simulações DEM foi reduzido em 66,7% (16 simulações em vez de 48). A RNA alcançou altos valores de $R^2$ para treinamento (95,37%), validação (100%) e teste (100%), com um $R^2$ total de 97,08%. A análise ANOVA mostrou que o coeficiente de atrito de rolamento partícula-partícula ( $\mu_{r,pp}$ ) foi o mais influente no ângulo de repouso. O modelo gerado com a RNA reproduziu fielmente a curva tensão-deformação experimental, com $R^2$ de 94,64%.
8	MAN, T. et al. (2021)	Explorar a escala da distância de escoamento final de colunas granulares colapsadas e ligar a lei de escala a um número adimensional derivado teoricamente, visando compreender o comportamento macro e as propriedades micro de colunas granulares.	Conduziu estudos computacionais com DEM, usando partículas baseadas em Voronoi, guiado por experimentos. Variou as relações de aspecto iniciais ( $\alpha$ , de 0,4 a 20), os coeficientes de atrito interpartículas ( $\mu_p$ , de 0,1 a 0,8) e os coeficientes de atrito partícula-contorno ( $\mu_w$ , de 0,2 a 0,8). Mediu a distância de escoamento usando o histograma radial de partículas. Introduziu um número adimensional $\alpha_{eff}$ , derivado da análise dimensional.	Tanto o atrito interpartículas quanto o atrito partícula-contorno desempenham papéis importantes no comportamento de escoamento. Para $\alpha$ suficientemente pequeno, R escala proporcionalmente a $\alpha$ ; para $\alpha$ maior, R escala com $\alpha = 0.5$ . Um número adimensional $\alpha_{eff}$ foi encontrado para determinar três regimes de colapso: quase-estático, inercial e líquido-símile, revelando tendências universais de regimes de fluxo e morfologias de depósito. $\alpha_{eff}$ representa a razão entre os efeitos inerciais e de atrito.
Continua na próxima página				



Nº	Autores	Objetivos	Metodologia	Resultados
9	MAN, T. et al. (2021)	Investigar o efeito do tamanho no colapso de colunas granulares, especificamente como a relação raio da coluna/tamanho do grão influencia o comportamento do colapso, e realizar uma análise de tamanho finito para obter uma equação de escala geral para as distâncias de escoamento. Além disso, ligar o efeito do tamanho à rede de forças fortes e à escala de comprimento de correlação.	Utilizou DEM esfero-poliédrico com partículas baseadas em Voronoi. O tamanho médio da partícula era de 0,2 cm. Variou a relação de tamanho relativo da coluna ( $R_i/d$ ) de 2 a 30. Dentro de cada conjunto de simulações, variou a altura inicial ( $H_i$ ) e o coeficiente de atrito interpartículas ( $\mu_p$ ). Realizou experimentos com partículas de areia e colunas de diferentes diâmetros. Analisou a rede de forças fortes no início dos colapsos e calculou as escalas de comprimento de correlação.	Colapsos de colunas granulares mostram um efeito de tamanho significativo em relação às distâncias de escoamento e transições de fase. O ponto de transição ( $\alpha_c$ , $R_c$ ) no espaço $R - \alpha_{eff}$ varia com $R_i/d$ . Tanto $\alpha_c$ quanto $R_c$ diminuem com o aumento de $R_i/d$ , mostrando uma lei de potência de decaimento. O alcance normalizado exibiu uma excelente escala de tamanho. Colunas maiores formam redes de forças fortes mais bem conectadas, levando a um fluxo potencialmente mais longo.
10	MAN, T. et al. (2021)	Compreender a reologia de conjuntos granulares, especificamente a relação entre o atrito interpartículas (atrito microscópico) e o comportamento macroscópico em sistemas granulares secos.	Além de afirmar o objetivo geral de compreender a reologia dependente do atrito, é um trabalho de pesquisa com foco na compreensão teórica, em vez de uma configuração experimental/simulação específica. Menciona trabalhos anteriores que usaram DEM.	Destaca a complexidade de compreender a reologia granular e a necessidade de mais estudos sobre a relação entre o atrito interpartículas e o comportamento macroscópico. Cita outros trabalhos que discutem vários aspectos do fluxo granular, leis constitutivas, bloqueio e relação de aspecto efetiva em colapsos de colunas granulares.
Continua na próxima página				



Nº	Autores	Objetivos	Metodologia	Resultados
11	LIANG, W. (2020)	Apresentar uma estrutura computacional unificada para modelagem multiescala de grandes deformações em geomecânica, com foco em meios granulares, para compreender a física e a mecânica de materiais granulares e analisar problemas críticos de engenharia.	Desenvolveu uma abordagem acoplada do Método do Ponto Material e DEM. Empregou um esquema de acoplamento hierárquico onde o MPM modela o problema de valor de contorno, e o DEM deriva respostas constitutivas de um Elemento de Volume Representativo (RVE) incorporado em cada ponto material do MPM. O método utiliza partículas esfero-poliédricas baseadas em Voronoi para simulações DEM. Aplicou a estrutura a problemas típicos de geomecânica envolvendo grandes deformações: testes de cisalhamento biaxial, sapata rígida, interação solo-tubulação e colapso de coluna de solo.	O método multiescala capturou com sucesso as respostas materiais altamente não lineares, dependentes do estado e da carga, de materiais granulares, evitando suposições constitutivas fenomenológicas. Manteve a capacidade preditiva do MPM para problemas de grande deformação e permitiu a ligação direta de observações macro com origens microestruturais. Para o colapso da coluna, foram obtidas alturas de depósito finais e distâncias de escoamento. A evolução da energia durante o colapso da coluna mostrou fases distintas para energia potencial, cinética e dissipada.
Continua na próxima página				



Nº	Autores	Objetivos	Metodologia	Resultados
12	NGUYEN, N. H. T.; BUI, H. H.; NGUYEN, G. D. (2020)	Investigar a influência das propriedades do material (atrito, dilatação, densidade, módulo de Young e coeficiente de Poisson) na mobilidade do fluxo granular por meio de experimentos de colapso de colunas granulares, usando o método de Hidrodinâmica de Partículas Suavizadas (SPH) e um modelo constitutivo contínuo.	Utilizou o método SPH e um modelo constitutivo elastoplástico com critério de escoamento de Drucker-Prager. A estrutura SPH foi validada comparando colapso progressivo e morfologias de depósito 2D com experimentos de barras de alumínio e leis de escala com dados da literatura. Variou sistematicamente cinco propriedades do material: ângulo de atrito, ângulo de dilatação, módulo de Young, coeficiente de Poisson e densidade. Analisou a evolução da energia (potencial, cinética e dissipada) durante o colapso.	À medida que o ângulo de atrito aumenta, o material se mobiliza menos, resultando em distâncias de escoamento mais curtas. Um estado mais denso (maior dilatação) facilita a mobilização e maior expansão de volume. As propriedades de densidade e rigidez (Módulo de Young e Coeficiente de Poisson) têm efeitos desprezíveis na morfologia do depósito e distância de escoamento. A lei de escala de escoamento é significativamente influenciada pelo atrito e dilatação dos materiais.
13	CABRERA, M.; ESTRADA, N. (2019)	Verificar se resultados anteriores sobre o colapso de colunas granulares são afetados por efeitos do tamanho do grão em relação ao tamanho do sistema, e determinar as condições para evitá-los.	Realizaram simulações bidimensionais usando o Método de Dinâmica de Contato. Variaram a razão de aspecto da coluna e a razão de tamanho do sistema para tamanho do grão $R_0/d$ , de 10 a 200. Analisaram a mobilidade da coluna ( $R^*$ ), a altura final $H_f$ e a duração do colapso $T_f$ .	A mobilidade da coluna e a duração do colapso $T_f$ são altamente afetadas pelos efeitos do tamanho do grão. Usar um número insuficiente de grãos diminui a mobilidade e aumenta a duração. Para evitar efeitos significativos do tamanho do grão, $R_0/d$ deve ser maior que 75 para colunas pequenas e maior que 50 para colunas grandes. A altura final do depósito $H_f$ , no entanto, não foi afetada pelos efeitos do tamanho do grão. A mobilidade $R^*$ e a duração $T_f/T_0$ seguem leis de potência com “a”, e seus coeficientes são sensíveis a $R_0/d$ para razões pequenas.
Continua na próxima página				



Nº	Autores	Objetivos	Metodologia	Resultados
14	KUMAR, K.; DELENNE, J.-Y.; SOGA, K. (2017)	Compreender o comportamento dos fluxos granulares em planos inclinados em fluido.	Utilizou um sistema polidisperso 2D ( $d_{max}/d_{min} = 1,8$ ) de discos circulares em fluido. A coluna de solo foi modelada usando 1000 discos com densidade de $2650 \text{ kgm}^{-3}$ e um ângulo de atrito de contato de $26^\circ$ . A direção da gravidade inclinada foi variada para examinar o efeito do ângulo da inclinação. A relação de aspecto “a” foi definida como a razão entre a altura inicial $H_i$ e a largura $L_i$ da coluna.	Foi observado um comportamento oposto em casos de colunas granulares densas em comparação com o colapso de colunas granulares secas, destacando a importância da densidade de empacotamento inicial nos mecanismos de escoamento. Em ambos os casos de colunas granulares densas e soltas, a densidade de empacotamento final foi a mesma, indicando um comportamento semelhante a um estado crítico, onde a memória de empacotamento inicial é perdida após grande cisalhamento.
15	MORALES, I. P. et al. (2016)	Propor novos métodos para resolver o problema da partícula em contato, que envolve colocar uma partícula móvel em contato com outras partículas fixas sem sobreposição, particularmente para formas não esféricas, a fim de facilitar algoritmos de empacotamento denso para simulações DEM.	Definiu formalmente o problema da partícula em contato. Aplicou um método de solução wrappers a formas geométricas onde não havia sido aplicado antes. Desenvolveu um método de minimização original como uma alternativa promissora, especialmente para esferocilindros. Fórmulas explícitas para a função de gap foram fornecidas para discos, esferas e esferocilindros. Comparou os métodos wrappers e minimização em termos de fração de volume e velocidade de geração.	O problema da partícula em contato geralmente tem no máximo duas soluções para partículas convexas que estão suficientemente próximas. O método de minimização para esferocilindros resultou em maiores frações de volume (ex.: 36,68% para esferocilindros em um cubo de 40 unidades, gerado a 172,30 partículas/segundo) em comparação com o método wrappers.
Continua na próxima página				



Nº	Autores	Objetivos	Metodologia	Resultados
16	CAMPELLO, E. M. B.; CASSARES, K. R. (2016)	Apresentar uma técnica para a geração rápida de empacotamentos de partículas em altas taxas de empacotamento para simulações DEM de compactos granulares, essencial para o estudo de diversos sistemas e processos industriais.	Seguiu uma abordagem camada por camada para gerar múltiplas camadas travadas umas sobre as outras, alcançando empacotamentos muito densos com formas e tamanhos de volume predefinidos. Utilizou um modelo DEM para simular a dinâmica das partículas durante as etapas de compactação. Construiu vários conjuntos de empacotamentos com um dado tamanho ou distribuição de tamanho de partícula (partículas congruentes, partículas heterogêneas com distribuição gaussiana de tamanho). Avaliou estatisticamente as densidades alcançadas calculando o valor médio e o desvio padrão. Explorou empacotamentos com e sem movimento rotacional.	A técnica alcançou empacotamentos muito densos. Empacotamentos com movimento rotacional geralmente apresentaram densidades de empacotamento médias ligeiramente maiores em comparação com aqueles com rotações inibidas. O método forneceu um bom algoritmo para empacotamento aleatório de partículas, reduzindo consideravelmente o custo de criação de compactos granulares.
Continua na próxima página				



Nº	Autores	Objetivos	Metodologia	Resultados
17	BRAVO, E. L. et al. (2013)	Propor um modelo DEM que incluísse o efeito do atrito e da coesão nas tensões que ocorrem durante a deformação do solo, e calibrar o modelo estabelecendo a relação entre os parâmetros microscópicos e macroscópicos.	Considerou as interações entre as forças normal, tangencial, coesiva e de atrito nos cálculos. A força máxima de cisalhamento foi regulada pelo critério de ruptura de Mohr-Coulomb. O atrito foi calibrado simulando um ensaio de cisalhamento direto de uma amostra de solo em diferentes valores de micro-atrito. A coesão foi calibrada utilizando diferentes valores de micro-coesão e observando a relação ao modificar os valores de micro-atrito por meio de simulações de ensaios de compressão biaxial.	O atrito mostrou uma relação linear em relação à variação de seu micro-valor. A coesão foi afetada linearmente pela variação na micro-coesão e quadraticamente em relação ao micro-atrito.
Continua na próxima página				



Nº	Autores	Objetivos	Metodologia	Resultados
18	CHOU, H. et al. (2012)	Apresentou uma validação experimental de simulações DEM para o processo de colapso granular seco, e, em seguida, usou as simulações DEM validadas para explorar os padrões de fluxo internos.	Realizou experimentos físicos de um estudo anterior, considerando três inclinações de calha. Utilizou uma simulação DEM 3D com abordagem de contato suave. Aspectos importantes da modelagem, como o modelo de força de contato (modelo simplificado de Hertz-Mindlin), passo de tempo crítico, geração de partículas e parâmetros de entrada, foram cuidadosamente definidos. Os principais parâmetros do modelo DEM foram obtidos por testes de laboratório. Foram analisadas as características do fluxo externo (regimes de fluxo, perfis de superfície, ângulos de depósito finais, perfis de velocidade na parede lateral, superfícies granulares superiores em recuo e taxas de fluxo).	As simulações DEM corresponderam bem aos resultados experimentais para as características do fluxo externo. Um perfil de velocidade misto (parte superior convexa e inferior côncava) apareceu na parte central da calha, enquanto uma reologia de pilha estabilizada por parede lateral (SSH) (perfil côncavo) foi observada perto da parede lateral. A inclinação da calha facilitou a transformação da reologia SSH para o perfil de velocidade misto em um canal estreito. A evolução da velocidade angular mostrou uma tendência semelhante à da taxa de fluxo, mas com um atraso de tempo.
Continua na próxima página				



Nº	Autores	Objetivos	Metodologia	Resultados
19	GUOMING, H. et al. (2011)	Propor um amortecimento geral por meio da análise dimensional para constituir um novo modelo de contato DEM viscoelástico, visando evitar comportamentos irrealistas como forças de atração inesperadas no final da colisão, e derivar uma expressão geral para a constante de amortecimento e o coeficiente de restituição.	Utilizou DEM como uma abordagem confiável para investigar sistemas granulares. Baseou-se na suposição fundamental do DEM de que as perturbações são limitadas aos vizinhos imediatos durante pequenos passos de tempo. Usou um modelo de contato para calcular as forças de contato e a segunda lei do movimento de Newton para o comportamento das partículas. Propôs um modelo de amortecimento geral usando análise dimensional para criar um modelo de contato DEM viscoelástico. Derivou uma expressão geral para a constante de amortecimento $\alpha_2$ e o coeficiente de restituição $e_n$ .	O novo modelo viscoelástico produz resultados mais razoáveis em comparação com os modelos lineares e não lineares de Tsuji, evitando forças de atração irrealistas durante a colisão.
20	MANGENEY-CASTELNAU, A. et al. (2005)	Investigar numericamente o colapso de colunas granulares usando um modelo minimalista baseado nas equações de Saint Venant e aproximação de onda longa para verificar se ele pode reproduzir leis de escala experimentais e entender o papel da razão de aspecto e fricção.	Realizaram simulações numéricas bidimensionais de colapso de colunas cilíndricas granulares sobre uma superfície horizontal usando um modelo de integração de profundidade com fricção do tipo Coulomb. O ângulo de fricção efetivo foi calibrado em 32°.	O modelo reproduz bem o espalhamento e a morfologia do depósito para baixas razões de aspecto ( $a < 1$ ). A saturação da altura final normalizada ( $H_f/R_i \approx 0.7$ ), observada experimentalmente, foi reproduzida com precisão. A fricção efetiva ( $H_i/R_f$ ) demonstrou depender da razão de aspecto e foi menor que o coeficiente de fricção do modelo para $a < 1$ . Para altas razões de aspecto ( $a > 1$ ), o modelo superestimou a velocidade de espalhamento, mas ainda representou o depósito final razoavelmente. Os resultados numéricos em termos de área de depósito e energia potencial inicial alinham-se com dados de eventos geológicos terrestres e extraterrestres.
Continua na próxima página				



Nº	Autores	Objetivos	Metodologia	Resultados
21	LAJEUNESSE, E.; MONNIER, J. B.; HOMSY, G. M. (2005)	Conduzir uma investigação experimental detalhada do colapso de colunas granulares em superfícies horizontais, comparando geometrias 2D e axis-simétricas, e focando na estrutura interna do fluxo e na origem física das leis de escala observadas.	Realizaram experimentos de laboratório utilizando esferas de vidro em canais retangulares e configurações semi-axis-simétricas. A dinâmica do fluxo foi filmada com câmeras de alta velocidade, e a estrutura interna foi investigada com medições de PIV e análise de diferença de imagens.	A razão de aspecto inicial “a” é o principal fator que controla a dinâmica do fluxo e a morfologia do depósito, independentemente do volume da massa. Identificaram-se dois regimes: avalanches para baixo “a” (depósitos truncados/cônicos) e colapso vertical para alto “a” (depósitos cônicos com ponto de inflexão). O tempo característico é a queda livre $\tau_c = \sqrt{(H_i/g)}$ , com a duração total do fluxo sendo cerca de $3\tau_c$ . O fluxo permanece localizado em uma camada superficial, com perfis de velocidade lineares e taxa de cisalhamento constante $\dot{\gamma} = 0.3\sqrt{(g/d)}$ .
22	LUBE, G. et al. (2005)	Apresentar observações quantitativas detalhadas do colapso bidimensional de colunas granulares, focar nos dois regimes de fluxo, e determinar a independência ou dependência de parâmetros de fricção.	Realizaram experimentos laboratoriais em canal bidimensional com espalhamento simétrico e unidirecional, utilizando diversos materiais granulares (areia, açúcar e arroz). A dinâmica foi registrada por vídeo de alta velocidade e perfis de velocidade obtidos por PIV.	A razão de aspecto inicial “a” é o principal fator que controla o fluxo, com uma transição em $a \approx 1.8$ que divide em dois regimes, e a observação de uma cunha interna estática de $61^\circ$ em relação à horizontal. O colapso consiste em duas fases: espalhamento inicial e avalanche final. O tempo de colapso $t_\infty$ escala com $\sqrt{(h_i/g)}$ e é independente da largura e do tipo de grão. As características do depósito (alcance horizontal ou runout e altura máxima) são independentes da fricção: o runout é linear para “a” baixo e $a^{2/3}$ para “a” alto, e a altura máxima é linear para $a < 1.15$ e $a^{2/5}$ para $a > 1.15$ .
Continua na próxima página				



Nº	Autores	Objetivos	Metodologia	Resultados
23	BALMFORTH, N. J.; KERSWELL, R. R. (2005)	Investigar experimentalmente o colapso de colunas granulares em canais retangulares (2D), documentar a forma final em canais largos e estreitos, e comparar os achados com um modelo teórico de fluxo granular raso.	Realizaram experimentos de dam-break em canais de Perspex com diferentes larguras (canais largos e estreitos) usando quatro materiais granulares com propriedades de fricção variadas. Mediram a altura final $h_\infty$ e o alcance $L_\infty$ dos depósitos. Os resultados foram comparados com um modelo teórico de camada rasa que considera a fricção basal e interna.	A fenomenologia do colapso depende fortemente da razão de aspecto inicial “a”. A fricção (ângulos basal e interno) desempenha um papel fundamental na determinação da forma final do depósito, ao contrário de algumas afirmações anteriores. Leis de escala de potência para a altura final $H/h_\infty$ e alcance $((L_\infty - L)/L$ ou $L_\infty/L$ ) foram encontradas, com expoentes que variam com a largura do canal e coeficientes numéricos que dependem do material. Canal Largo: $H/h_\infty \approx a^{0.6}$ ; $(L_\infty - L)/L \approx a^{0.9 \pm 0.1}$ . Canal Estreito: $H/h_\infty \approx a^{0.5}$ ; $(L_\infty - L)/L \approx a^{0.65 \pm 0.05}$ ou $L_\infty/L \approx a^{0.55 \pm 0.05}$ . No canal estreito, o perfil final do depósito parece ter uma forma universal quando escalado pela altura máxima final, e a inclinação da superfície final corresponde ao ângulo de fricção interno. O modelo teórico de camada rasa captura o comportamento qualitativo no canal largo, mas discorda qualitativamente no canal estreito devido à ocorrência de avalanches superficiais secundárias não representadas.
Continua na próxima página				



Nº	Autores	Objetivos	Metodologia	Resultados
24	LAJEUNESSE, E.; MANGENEY-CASTELNAU, A.; VILOTTE, J. P. (2004)	Investigar experimentalmente o fluxo superficial transitório de material granular seco liberado em um plano horizontal. Identificar os parâmetros que controlam a dinâmica do fluxo e a forma do depósito resultante. Responder questões como: qual fração da massa é mobilizada, o que controla a dinâmica e qual a forma final do depósito.	Estudo experimental de colunas cilíndricas de esferas de vidro (350-650 µm ou 1150-150 µm) liberadas rapidamente pela remoção de um tubo. Variáveis investigadas: massa liberada (M), razão de aspecto inicial, propriedades do substrato (liso/rugoso, rígido/erodível) e tamanho das esferas. Medições da evolução temporal da massa e perfis obtidas por câmara digital de alta velocidade (500 imagens/s). Substratos: lixa (rugosa), leito erodível (mesmo material granular), madeira lisa. Análise da estrutura interna do depósito com camadas coloridas para verificar regiões estáticas.	A investigação do espalhamento de massas granulares revelou dois regimes de fluxo distintos e três morfologias de depósito, predominantemente controlados pela razão de aspecto inicial “a” do cilindro. Para $a < 3$ , o espalhamento ocorre por avalanches nos flancos, resultando em depósitos cônicos ou de cone truncado. Para $a > 3$ , a parte superior da coluna desce mantendo sua forma enquanto a base se expande radialmente, formando um depósito tipo chapéu mexicano. A dinâmica do fluxo e a morfologia do depósito são independentes da massa liberada, das propriedades do substrato e do tamanho das esferas, dependendo apenas de “a”, sugerindo que as interações grão a grão controlam essencialmente o fluxo próximo à superfície livre.
Continua na próxima página				



Nº	Autores	Objetivos	Metodologia	Resultados
25	LUBE, G. et al. (2004)	Apresentar observações experimentais do colapso de colunas verticais de pequenos grãos. Compreender a mecânica do fluxo granular em ambientes naturais (e.g., fluxos piroclásticos, avalanches) e industriais. Determinar o comportamento de escala para o movimento do fluxo e a geometria do depósito em função dos parâmetros iniciais. Investigar deformação e sedimentação para entender características de depósitos.	Experimentos de liberação rápida de materiais granulares (sal, areia, cuscuz, açúcar e arroz) de cilindros sobre uma superfície plana. Variável principal: razão de aspecto inicial. Superfícies: madeira lisa, Perspex liso, lixa rugosa. Análise dinâmica do fluxo via câmara de vídeo de alta velocidade (500 quadros/s). Visualização da deformação interna com zonas concêntricas e camadas horizontais de partículas coloridas. Medições do depósito final (raio de escoamento $r_\infty$ , altura final $h_\infty$ , inclinação $\alpha$ ) usando técnica de laser pontual ou penetrômetro. Experimentos de queda, com o material levantado a uma altura $H$ antes de cair, para maiores razões de aspecto efetivas.	As observações experimentais do colapso de colunas granulares identificaram três regimes de fluxo distintos, dependentes da razão de aspecto inicial “a”. Uma região central cônica, com ângulo de aproximadamente $59^\circ$ , permanece intacta durante todo o movimento. Leis de escala para o raio final de espalhamento $r_\infty$ e o tempo de assentamento $t_\infty$ foram estabelecidas e são independentes dos coeficientes de atrito. O $r_\infty$ segue $r_\infty = r_i(1 + 1.24a)$ para $a < 1.7$ e $r_\infty = r_i(1 + 1.6a^{1/2})$ para $a > 1.7$ . O tempo de assentamento $t_\infty$ é aproximadamente $3(h_i/g)^{1/2}$ . Os dados cinemáticos indicaram que os efeitos de atrito intergranular são desprezíveis durante a fase de espalhamento, atuando apenas no momento final do fluxo, quando ele para abruptamente, assemelhando-se a correntes de gravidade inerciais sem atrito interno.

Fonte: Elaborada pelo autor (2025).

O estudo de Wu et al. (2025) destacou que líquidos intersticiais e a distribuição aleatória do tamanho das partículas afetam significativamente o movimento das partículas e a coesão do sistema. Uma das principais descobertas foi que, para materiais granulares úmidos, o aumento do parâmetro de distribuição de tamanho de partícula – que indica uma maior proporção de partículas menores – leva à diminuição da duração do fluxo e da distância de espalhamento, e ao aumento do ângulo de depósito, evidenciando o aumento da coesão. Isso ocorre porque o aumento de  $D$ , de forma análoga à diminuição do tamanho da partícula em sistemas monodispersos, intensifica a coesão. Além disso, foi definida uma coesão macroscópica  $\xi_{eff}$  que integra os efeitos da polidispersidade de tamanho, da coesão induzida pelo líquido e do efeito de tamanho do sistema, descrevendo com sucesso a morfologia do depósito e permitindo a extensão dessa abordagem para caracterizar fluxos granulares úmidos mais complexos. A estabilidade e morfologia do depósito



de colunas granulares polidispersas úmidas podem ser descritas uniformemente por leis de escala usando o parâmetro de coesão efetiva proposto,  $\xi_{eff}$ . Este parâmetro incorpora a altura da coluna e a coesão em escala de grãos, e a polidispersidade do tamanho das partículas afeta seu valor.

Man et al. (2023), descobriram que a presença de partículas mais ásperas no sistema diminui o tempo de parada do fluxo, sugerindo que a mistura de materiais com diferentes atritos tem um impacto notável na dinâmica do colapso. Além disso, as simulações mostraram que o sistema permanece bem misturado, sem segregação óbvia de partículas durante o colapso, o que é crucial para a aplicação da teoria de mistura. Os resultados também indicaram que o comportamento do colapso e a morfologia final do depósito são fortemente influenciados pela fração sólida inicial e pela estrutura interna do material. A proporção da mistura e a probabilidade de ocorrência de contato são importantes na determinação da distância de escoamento. A relação de aspecto efetiva  $\alpha_{eff}$  pode unificar a descrição das distâncias de escoamento relativas, e o ponto de transição nessa relação reflete a superfície que divide as regiões estáticas e fluidas.

A pesquisa de Man, Huppert e Galindo-Torres (2023) destaca que aumento do ângulo de inclinação resultou em um aumento significativo na distância de escoamento. A duração adimensional do colapso foi fortemente correlacionada com  $\tilde{\alpha}_{eff}$ , seguindo relações de lei de potência. Um achado importante é que, para avalanches granulares naturais em encostas, pode ser mais crucial considerar a duração do fluxo e o aumento da área inundada do que apenas a velocidade máxima da frente de fluxo. O estudo também estabeleceu ligações entre colapsos de colunas granulares e avalanches granulares e fluxos piroclásticos reais, demonstrando similaridades na mobilidade. A forma da seção transversal influencia significativamente o colapso das colunas granulares, afetando o raio inicial em diferentes direções e, conseqüentemente, a distância de escoamento. O raio de coluna equivalente proposto  $R_{equiv}$  e a análise de tamanho finito ajudam a unificar a descrição das distâncias de escoamento, embora permaneçam algumas discrepâncias para formas altamente anisotrópicas. As partículas tendem a fluir em certas direções, e o efeito do tamanho deve ser considerado mesmo dentro de uma única coluna granular.

Já Windows-Yule e Neveu (2022), enfatizam a importância crítica de uma calibração e validação rigorosas para o sucesso das simulações DEM, que frequentemente são negligenciadas. O estudo diferencia entre calibração direta, baseada em medições microscópicas e indireta, baseada em correspondência de comportamento macroscópico. A calibração direta é conceitualmente simples, mas pode ser impraticável devido à necessidade de equipamentos especializados e tempo. A calibração indireta, embora superando algumas dessas limitações, é computacionalmente cara, pois o número de simulações cresce exponencialmente com o número de parâmetros e pode gerar múltiplas soluções válidas. A principal conclusão é que a abordagem ideal é uma combinação de calibração direta e indireta, utilizando métodos de Planejamento de Experimentos e otimização, e incorporando



avanços em aprendizado de máquina e inteligência artificial para maior eficiência. Calibração e validação rigorosas são cruciais para simulações DEM precisas, mas os métodos atuais diretos e indiretos enfrentam limitações significativas como alto custo computacional, impraticabilidade em medições do mundo real e potencial para soluções ambíguas. O uso de modelos físicos hiper-realistas, como a Simulação Numérica Direta (DNS), é uma fonte potencialmente valiosa de dados de verdade para esforços de calibração e validação.

Em seu estudo *Influence of Cross-section Shape on Granular Column Collapses*, Man et al. (2022) mostraram que seções transversais não circulares levam a diferentes distâncias de escoamento em diferentes direções, com a direção da aresta apresentando maior escoamento do que a direção do vértice, especialmente para colapsos em regime de líquido. Um achado intrigante é que, para colunas altas, a morfologia final do depósito tende a se tornar aproximadamente circular, esquecendo a forma inicial da seção transversal devido à alta inércia gerada. O estudo introduziu o conceito de raio de coluna equivalente ( $R_{equiv}$ ) para normalizar a distância de escoamento, permitindo comparações mais universais. A análise de tamanho finito confirmou que o efeito de tamanho é relevante mesmo dentro de uma única coluna granular, dada a variação do raio inicial em diferentes direções, o que deve ser considerado para uma descrição precisa do colapso. A forma da seção transversal influencia significativamente o colapso das colunas granulares, afetando o raio inicial em diferentes direções e, conseqüentemente, a distância de escoamento. O raio de coluna equivalente proposto  $R_{equiv}$  e a análise de tamanho finito ajudam a unificar a descrição das distâncias de escoamento, embora permaneçam algumas discrepâncias para formas altamente anisotrópicas. As partículas tendem a fluir em certas direções, e o efeito do tamanho deve ser considerado mesmo dentro de uma única coluna granular.

A principal conclusão dos estudos de Rousseau et al. (2022) é que o ângulo de avalanche ( $\phi_a$ ) é o parâmetro mais adequado para definir o coeficiente de atrito na reologia de Drucker-Prager, em contraste com o ângulo de parada, para prever o comportamento macroscópico do colapso granular. As simulações demonstraram a capacidade do modelo em reproduzir fielmente colapsos granulares e prever depósitos finais em uma ampla gama de condições, incluindo diferentes inclinações, larguras de canal e proporções de aspecto. A pesquisa também destacou que a profundidade de penetração é uma métrica mais confiável do que a aceleração de pico para avaliar o comportamento de colisão em materiais de grãos grosseiros, o que tem implicações importantes para o estudo de interações em missões espaciais. Para fluxos granulares transientes, como colapsos de colunas, o coeficiente de atrito de escoamento no modelo de Drucker-Prager deve ser definido como o ângulo de avalanche ( $\theta_a$ ), e não como o ângulo de parada ( $\theta_s$ ) ou a reologia  $\mu(I)$ , pois fornece uma previsão mais precisa do comportamento do fluxo macroscópico. A influência das paredes laterais nos fluxos granulares é significativa e precisa ser considerada.

Matos, Vale e Mesquita (2022) conseguiram uma redução de 66,7% nas simulações DEM (de 48 para 16) para treinar a RNA, que então realizou 3154 testes, com excelentes



resultados na previsão do ângulo de repouso de um minério de ferro coesivo, com  $R^2 = 94,64\%$ . Os resultados indicaram que o coeficiente de atrito de rolamento partícula-partícula ( $\mu_{r,pp}$ ) é o fator mais influente no ângulo de repouso. A metodologia oferece uma maneira eficiente e precisa de calibrar modelos DEM, superando o desafio de múltiplos conjuntos de parâmetros microscópicos que podem produzir o mesmo resultado macroscópico. A combinação de DOE e RNA reduz significativamente o número de simulações DEM para identificação de parâmetros, mantendo alta precisão na previsão do comportamento macroscópico do material (ex.: ângulo de repouso). Este método oferece uma maneira econômica de identificar parâmetros microscópicos chave e sua influência nas respostas macroscópicas.

No trabalho intitulado *Deposition Morphology of Granular Column Collapses*, Man et al. (2021a) identificaram um número adimensional,  $\alpha_{eff}$  (proporção de aspecto efetiva), que combina propriedades de partículas e do volume, sendo crucial para determinar três regimes de colapso: quase-estático, inercial e tipo-líquido. Este parâmetro  $\alpha_{eff}$  foi crucial para revelar tendências universais de regimes de fluxo e morfologias de depósito sob diferentes condições, representando a competição entre efeitos inerciais e friccionais. Os autores ressaltaram que o atrito interpartícula e o atrito partícula-limite são fatores significativos no comportamento de escoamento. O estudo também sugeriu que a inclusão da fração sólida inicial em  $\alpha_{eff}$  poderia aprimorar a compreensão da dinâmica de colapso em diversos ambientes. O número adimensional  $\alpha_{eff}$ , que incorpora coeficientes de atrito (interpartículas e partícula/contorno), descreve com sucesso o comportamento de escoamento e a morfologia de depósito de colapsos de colunas granulares, revelando tendências universais em diferentes regimes de fluxo e representando a competição entre efeitos inerciais e de atrito.

Já no seu trabalho intitulado *Finite-Size Analysis of the Collapse of Dry Granular* Man et al. (2021b) se concentraram no efeito de tamanho em colapsos de colunas granulares secas, revelando uma forte influência da razão entre o raio da coluna e o diâmetro do grão  $R_i/d$  no comportamento do colapso. A análise de tamanho finito mostrou que o ponto de transição ( $\alpha_c, R_c$ ) na relação de distância de escoamento e proporção de aspecto efetiva ( $\alpha_{eff}$ ) varia significativamente com  $R_i/d$ , diminuindo à medida que  $R_i/d$  aumenta e resultando em distâncias de escoamento maiores para colunas maiores. A pesquisa vinculou o efeito de tamanho a redes de força fortes e escalas de comprimento características de estágio inicial, onde colunas maiores formam redes de força mais conectadas horizontalmente. Curiosamente, os parâmetros de escala para a distância de escoamento apresentaram similaridades com problemas de percolação em redes aleatórias, sugerindo uma forte correlação com a conectividade das redes de contato de grãos. O efeito do tamanho influencia significativamente o colapso de colunas granulares, com tamanhos de coluna relativos maiores levando a distâncias de escoamento mais longas e uma mudança no ponto de transição entre os regimes de fluxo. A distância de escoamento normalizada



segue uma forte escala de tamanho finito, e esse efeito de tamanho está ligado à formação de redes de forças fortes e escalas de comprimento de correlação dentro da coluna granular.

No estudo *Friction-dependent rheology of dry granular systems* Man et al. (2021) demonstraram que o coeficiente de atrito macroscópico efetivo ( $\mu_s$ ) aumenta significativamente com o coeficiente de atrito interpartícula ( $\mu_p$ ) quando  $\mu_p$  é maior que  $10^{-3}$ . Os autores propuseram um coeficiente de atrito interpartícula generalizado ( $\mu_g$ ) como uma combinação linear de  $\mu_p$  e o coeficiente de atrito efetivo para  $\mu_p = 0$ , consistente com trabalhos anteriores sobre proporção de aspecto efetiva em colapsos de colunas granulares. O estudo reconhece que o uso de partículas esféricas com distribuição de tamanho estreita pode limitar a observação de estruturas topológicas microscópicas, sugerindo investigações futuras com formas e distribuições de tamanho mais complexas para aprofundar a compreensão da reologia granular. O principal achado é que a compreensão da reologia dependente do atrito de sistemas granulares secos é crucial para sistemas naturais e de engenharia, e que a relação entre o atrito microscópico interpartículas e o comportamento macroscópico é complexa e requer investigação adicional.

Em sua tese, Liang (2020) propôs uma abordagem de modelagem multi-escala hierárquica que acopla o Método do Ponto Material para a macroescala e o Método dos Elementos Discretos para a microescala (Elementos de Volume Representativos - RVEs). O objetivo foi simular grandes deformações em meios granulares de forma eficiente e precisa, superando desafios como a mudança contínua de topologia e a dependência da história de carregamento. A estrutura de passagem de informação bidirecional entre MPM e DEM permitiu a captura rigorosa de respostas materiais não lineares, dependentes do estado e da carga, retendo a memória da história de carregamento. Isso eliminou a necessidade de modelos constitutivos fenomenológicos, permitindo uma ligação direta entre observações macroscópicas e mecanismos microestruturais subjacentes. A estrutura é paralelizável, o que a torna eficiente para problemas 3D em larga escala e capaz de modelar problemas hidromecânicos acoplados, incluindo o efeito da pressão negativa dos poros na velocidade de colapso. A estrutura multiescala acoplada MPM/DEM proposta fornece uma ferramenta precisa para simular grandes deformações em meios granulares, permitindo uma compreensão detalhada da ligação entre mecanismos microestruturais e comportamento macroscópico. O método demonstra eficiência na abordagem de problemas complexos de geomecânica, como colapso de colunas e arrancamento de âncoras, sem depender de modelos constitutivos simplificados.

Nguyen, Bui e Nguyen (2020) concluíram que o ângulo de atrito e o ângulo de dilatação têm um impacto significativo na morfologia do depósito, na dissipação de energia e na distância de escoamento do fluxo granular. Especificamente, à medida que o ângulo de atrito aumenta, o material se mobiliza menos, resultando em distâncias de escoamento mais curtas e depósitos mais altos. Por outro lado, um estado mais denso, de maior dilatação, facilita a mobilização do material com maior expansão de volume. Em con-



traste, as propriedades de densidade e rigidez (módulo de Young e coeficiente de Poisson) mostraram ter efeitos negligenciáveis na morfologia do depósito e na distância de escoamento, desafiando algumas noções anteriores e esclarecendo inconsistências na literatura. O ângulo de atrito e o ângulo de dilatação influenciam significativamente a morfologia do depósito, a dissipação de energia e a distância de escoamento de fluxos granulares. Por outro lado, as propriedades de densidade e rigidez têm efeitos negligenciáveis na distância de escoamento e na morfologia do depósito.

Já Cabrera e Estrada (2019) concluíram que estudos anteriores podem ter sido afetados pelos efeitos do tamanho do grão, e que, para evitá-los, a relação entre o tamanho do sistema e o tamanho do grão  $R_0/d$  deve ser maior que 75 para colunas pequenas e maior que 50 para colunas altas. As quantidades mais afetadas pelos efeitos do tamanho do grão são a mobilidade da coluna  $R^*$  e a duração do colapso  $T_f$ ; um número insuficiente de grãos pode diminuir a mobilidade e aumentar a duração do colapso. Em contraste, a altura final da coluna ( $H_f$ ) não é afetada por esses efeitos. O estudo reconfirma a existência de dois regimes para a mobilidade da coluna (curta e alta), com coeficientes de ajuste sensíveis à razão  $R_0/d$  que se estabilizam em valores maiores. O estudo demonstra que muitos resultados previamente publicados podem ter sido influenciados por efeitos do tamanho do grão devido a uma razão  $R_0/d$  insuficiente. Fornece diretrizes críticas para o projeto de experimentos e simulações de colapso de colunas granulares, enfatizando a importância do número de partículas para obter resultados confiáveis.

A principal descoberta de Kumar, Delenne e Soga (2017) foi a importância da densidade de empacotamento inicial na determinação dos mecanismos de escoamento, observando-se comportamentos opostos entre os casos de colunas granulares densas e soltas. Independentemente da densidade inicial, a pesquisa revelou que a densidade de empacotamento final foi a mesma para ambos os casos, sugerindo um comportamento de estado crítico onde a memória do empacotamento inicial é perdida após grande cisalhamento do material granular. Isso indica que, após uma deformação substancial, o material granular atinge um estado final característico, independente de suas condições iniciais de compactação. A densidade de empacotamento inicial influencia significativamente os mecanismos de escoamento em colapsos de colunas granulares em fluido. Após grande cisalhamento, o material granular atinge um estado crítico onde a memória do empacotamento inicial é perdida, resultando na mesma densidade de empacotamento final para estados iniciais densos e soltos.

Morales et al. (2016) propuseram novos métodos para resolver o problema de colocar uma partícula em contato com outras, incluindo uma abordagem de interseção de envoltórias e um método de minimização original. O método de minimização se mostrou promissor para esferocilindros e produziu frações de volume (empacotamentos mais densos) mais altas em comparação com o método de envoltórias. A pesquisa destaca a complexidade das expressões analíticas para formas não esféricas e a necessidade de metodologias



alternativas, confirmando a viabilidade de gerar geometrias de partículas complexas para simulações mais realistas. Novos métodos, incluindo um método de solução wrappers e um método de minimização original, foram propostos para resolver eficientemente o problema da partícula em contato para partículas de formas gerais. O método de minimização provou ser uma alternativa promissora e mais eficiente para gerar empacotamentos densos de partículas não esféricas como esferocilindros, alcançando maiores frações de volume e demonstrando eficiência computacional.

Uma descoberta notável de Campello e Cassares (2016) foi que a presença de movimento rotacional das partículas aumenta a densidade de empacotamento do material, o que é crucial para simulações realistas de compactos granulares. A técnica demonstrou boa repetibilidade e é considerada uma ferramenta essencial para a simulação DEM de compactos granulares, oferecendo uma maneira eficiente de preparar amostras de material com características de empacotamento controladas para análises computacionais. Técnicas simples para a geração rápida de empacotamentos de partículas em altas taxas de empacotamento são ferramentas essenciais para a simulação DEM de compactos granulares. A técnica camada por camada proposta, que incorpora DEM para compactação, gera com sucesso empacotamentos densos, e o movimento rotacional geralmente contribui para densidades de empacotamento ligeiramente maiores.

Em sua pesquisa, Bravo et al. (2013) demonstraram que o critério de falha de Mohr-Coulomb pode ser usado para regular a força de cisalhamento máxima no modelo. Através de testes de cisalhamento direto e compressão biaxial, os autores estabeleceram que a fricção macroscópica se relaciona linearmente com a variação da micro-fricção. De forma mais complexa, a coesão foi afetada linearmente pela micro-coesão e quadraticamente pela micro-fricção, fornecendo uma compreensão quantitativa de como as propriedades em escala de partícula influenciam o comportamento do solo em escala maior. O modelo permite uma descrição realista do comportamento mecânico do solo ao considerar interações de força normal, tangencial, coesiva e friccional. O modelo DEM proposto incorpora com sucesso os efeitos de atrito e coesão em simulações de deformação do solo. Uma relação linear foi encontrada entre os valores de micro e macro-atrito, enquanto micro-coesão e micro-atrito tiveram uma influência linear e quadrática, respectivamente, na coesão macroscópica.

Chou et al. (2012) realizaram simulações DEM 3D para o processo de queda de degraus granulares secos, com validação rigorosa por meio de experimentos físicos. As simulações DEM corresponderam muito bem aos resultados experimentais em relação às características de fluxo externas, como regimes de fluxo, perfis de superfície e ângulos de depósito finais, com diferenças inferiores a 3%. A pesquisa foi além, utilizando o DEM para explorar as características de fluxo internas, como perfis de velocidade translacional e angular. Foi observado que um perfil de velocidade misto (convexo superior, côncavo inferior) surge na parte central da calha, enquanto próximo à parede lateral, a velocidade segue uma reo-



logia de pilha estabilizada pela parede (SSH). A inclinação da calha demonstrou facilitar a transformação da reologia SSH para o perfil de velocidade misto, além de induzir um fluxo mais espesso e rápido. As simulações DEM podem validar quantitativamente observações experimentais de colapso de degraus granulares secos, especialmente para características de fluxo externo. Além disso, as simulações DEM revelam padrões de fluxo internos, mostrando um perfil de velocidade misto na calha central e reologia SSH perto das paredes laterais, com a inclinação da calha influenciando essa transformação.

Já Guoming et al. (2011), abordaram a crucial questão da determinação do coeficiente de amortecimento para sistemas não lineares mola-amortecedor, usados para modelar o contato de Hertz em simulações DEM. A pesquisa enfatizou que a razoabilidade e a precisão dos modelos de contato são fundamentais para a exatidão dos resultados computados em simulações de elementos discretos. Os autores propuseram um novo modelo de contato viscoelástico DEM que, através de um amortecimento geral baseado em análise dimensional, consegue evitar o comportamento irrealista de forças atrativas inesperadas no final de uma colisão. A derivação de uma expressão geral para a constante de amortecimento e o coeficiente de restituição contribuiu para tornar os resultados do novo modelo viscoelástico mais consistentes e realistas. Um novo modelo de contato DEM viscoelástico, incorporando um amortecimento geral derivado da análise dimensional, resolve com sucesso a questão das forças de atração irrealistas durante as simulações de colisão granular, fornecendo uma representação mais razoável das forças de impacto e melhorando a precisão dos resultados computados no DEM.

Em seu trabalho *On the use of Saint Venant equations to simulate the spreading of a granular mass*, Mangeney-Castelnau et al. (2005) descobriram que o modelo reproduz com precisão as leis de escala observadas experimentalmente, indicando que as soluções genéricas são independentes da gravidade e dependem apenas da razão de aspecto inicial ( $a = H_i/R_i$ ) e de um ângulo de atrito efetivo. As simulações numéricas mostraram-se consistentes com os experimentos para razões de aspecto  $a \leq 1$ , especialmente no que diz respeito à dinâmica do fluxo e à saturação da altura final do depósito, um fenômeno observado experimentalmente. O estudo revelou que o atrito efetivo, um parâmetro crucial para descrever a mobilidade de fluxos gravitacionais, depende da razão de aspecto inicial “a”, o que deve ser considerado ao interpretar a alta mobilidade de eventos de grande volume. Embora o modelo reproduza bem a fase de propagação, a fase de repouso ou consolidação não é totalmente capturada, sugerindo a necessidade de modelos reológicos mais sofisticados ou que considerem os efeitos da pressão dos poros. No entanto, os resultados numéricos para a área de deposição e a energia potencial inicial alinham-se consistentemente com os dados geológicos de eventos terrestres e extraterrestres, apesar da simplicidade do modelo. A razão de aspecto inicial é o parâmetro chave controlando a dinâmica do fluxo e a morfologia do depósito. O modelo de aproximação de onda longa é válido para baixas razões de aspecto, mas não captura as acelerações verticais e



a complexa fase de parada em colapsos de alta razão de aspecto, sugerindo a necessidade de modelos mais sofisticados.

A pesquisa *Granular slumping on a horizontal surface* de Lajeunesse, Monnier e Homsy (2005) confirmou que a dinâmica do fluxo e a morfologia do depósito dependem principalmente da razão de aspecto inicial, sendo independentes do volume total do material granular liberado. Foram identificados dois regimes distintos: um para “a” pequeno ( $< 3$ ), onde o espalhamento ocorre por avalanches laterais e o fluxo é dominado por forças de atrito, e outro para “a” grande ( $> 3$ ), onde há uma queda livre da coluna e o fluxo é dominado por forças de pressão. A escala de tempo característica do fluxo é determinada pelo tempo de queda livre da coluna ( $\tau_c = \sqrt{(H_i/g)}$ ), com uma duração total do fluxo de aproximadamente  $3\tau_c$ . O fluxo demonstrou ser localizado numa camada superficial, nunca envolvendo toda a massa granular, com perfis de velocidade que são lineares em profundidade na camada fluindo e exponenciais na camada estática. Uma descoberta notável foi que a taxa de cisalhamento ( $\dot{\gamma} = 0.3\sqrt{(g/d)}$ ) é constante e independente da razão de aspecto, geometria do fluxo, posição ou tempo. As leis de escala de potência do alcance podem ser explicadas por um balanço dinâmico entre aceleração, gradiente de pressão e forças de fricção: fricção domina para “a” pequeno, e gradientes de pressão para “a” grande. A complexidade do fluxo real e a conversão de momento vertical para horizontal são desafios para modelos de águas rasas.

Lube et al. (2005), identificaram dois regimes de fluxo principais, divididos em  $a \approx 1.8$ : uma fase de espalhamento principal seguida por uma fase final de avalanches. Para “a” baixo ( $a < 1.8$ ), apenas as bordas da coluna se movem, deixando um corpo estático interno em forma de cunha, e o alcance do fluxo escala linearmente com “a”. Para “a” alto ( $a > 1.8$ ), toda a superfície livre flui desde o início, e o colapso é predominantemente controlado pelo comportamento de queda livre inicial da coluna, com o alcance seguindo uma lei de potência de  $a^{2/3}$  e a altura máxima escalando com  $a^{2/5}$ . Uma conclusão fundamental foi que o alcance final e o tempo de repouso são independentes dos parâmetros de atrito basal e interno; o atrito só se torna significativo no momento de parada abrupta do fluxo. O tempo total de colapso ( $t_\infty$ ) foi estimado em aproximadamente duas vezes o tempo de queda livre da coluna, variando com a raiz quadrada da altura inicial. A razão de aspecto é o parâmetro dominante, e o colapso granular é em grande parte independente de parâmetros de fricção basal e interna até o final do processo. Isso se deve ao domínio de forças inerciais na maior parte do fluxo e à formação de uma fina camada de partículas depositadas sobre a qual o fluxo principal se move. O trabalho contraria a aplicabilidade geral de modelos que dependem fortemente de coeficientes de fricção.

Balmforth e Kerswell (2005) documentaram que a altura final e o alcance do depósito dependem da forma de lei de potência da razão de aspecto inicial, com expoentes que variam entre canais largos e estreitos. As constantes numéricas de proporcionalidade dessas leis de escala demonstraram dependência clara do material granular (propriedades de atrito),



enquanto os expoentes da altura final permaneceram independentes do material. A largura do canal ( $b = W/L$ ) também influencia os expoentes de escala. O modelo teórico de fluxo raso conseguiu reproduzir qualitativamente alguns aspectos do comportamento em canais largos, mas falhou em capturar a fase inicial de colapso e apresentou desacordo qualitativo em canais estreitos devido à ocorrência de avalanches superficiais secundárias. As leis de escala de potência são confirmadas para o colapso 2D, mas são influenciadas pela largura do canal e dependem das propriedades de fricção do material. O estudo destaca as limitações dos modelos de camada rasa para altas razões de aspecto e para descrever fenômenos de avalanches superficiais, que são cruciais em canais estreitos.

Em seu trabalho *Spreading of a granular mass on a horizontal plane*, Lajeunesse, Mangeney-Castelnau e Vilotte (2004) fizeram um estudo experimental fundamental sobre o espalhamento de uma massa granular cilíndrica em uma superfície horizontal. Ele identificou dois regimes de fluxo distintos resultando em três morfologias de depósito que dependem exclusivamente da razão de aspecto inicial “ $a$ ”, independentemente da massa liberada ( $M$ ), das propriedades do substrato ou do tamanho do grão. O primeiro regime ( $a < 3$ ) envolve avalanches nas laterais da coluna, gerando depósitos em forma de cone truncado ou cônico. O segundo regime ( $a > 3$ ) é caracterizado pela descida da parte superior da coluna, mantendo sua forma e levando a depósitos em forma de chapéu mexicano, onde quase toda a energia potencial inicial é dissipada. Uma descoberta surpreendente foi que o raio do depósito reescalado  $R_f/R_i$ , a velocidade de espalhamento reescalada  $\sqrt{gR_i}$  e a fração de energia dissipada são independentes de  $M$ , das propriedades do substrato ou do tamanho do grão, variando apenas com “ $a$ ”, o que sugere que a dinâmica é essencialmente controlada pelas interações grão a grão. A análise da estrutura interna do depósito revelou que o fluxo é principalmente superficial, com uma região estática de massa dentro de um cone de falha com um ângulo de aproximadamente  $36.5^\circ$ . Dois regimes de fluxo e três morfologias de depósito são ditados principalmente por “ $a$ ”. Independência notável de certas características do fluxo (velocidade, runout e energia dissipada) em relação à massa, substrato e tamanho das esferas, sugerindo domínio das interações grão-a-grão. A influência do substrato e tamanho das esferas torna-se mais significativa para altas razões de aspecto. A dinâmica inicial pode ser modelada como um escoamento de Coulomb ativo.

Por fim, Lube et al. (2004) realizaram um estudo que forneceu observações detalhadas sobre o colapso axisimétrico de colunas granulares, utilizando diferentes materiais. Foram identificados três regimes de fluxo distintos com base na razão de aspecto  $a = h_i/r_i$ . Uma região central cônica com um ângulo de aproximadamente  $59^\circ$  permanece inalterada durante o movimento, interpretada como um ângulo de atrito interno. Uma das principais conclusões é que o alcance final do depósito  $r_\infty$  e o tempo de repouso  $t_\infty$  são quantitativamente independentes de quaisquer coeficientes de atrito ou do tipo de grão, sugerindo que os efeitos de atrito só se tornam cruciais no momento de uma parada abrupta do



fluxo. Leis de escala específicas foram derivadas para o alcance  $r_\infty$  e o tempo de repouso  $t_\infty$ , que é aproximadamente o dobro do tempo de queda livre. O estudo também observou que permitir que o material granular caia de uma certa altura antes de atingir a base não introduz novos fenômenos, além da aceleração inicial para baixo, consolidando a importância da razão de aspecto efetiva. Três regimes de fluxo distintos são ditados pela razão de aspecto inicial, com um cone central estático de  $59^\circ$  persistindo. As leis de escala quantitativas para o runout e tempo de assentamento são independentes do tipo de grão e da superfície. O atrito intergranular é desprezível durante a maior parte do fluxo, tornando-se dominante apenas no momento da paragem abrupta. A paragem abrupta dos fluxos granulares densos, congelamento em massa, contrasta com fluidos newtonianos, e é crucial para entender o assentamento de fluxos geofísicos como os piroclásticos.

Dos 25 estudos analisados, todos eles investigam o colapso de colunas granulares, fenômeno de fundamental importância para a compreensão do comportamento de materiais granulares em diversos contextos.

Em relação às metodologias empregadas, observa-se uma forte dependência de simulações numéricas, muitas vezes combinadas com validações experimentais, sendo possível afirmar que praticamente todos os estudos utilizaram simulações numéricas. Além disso, o Método de Elementos Discretos é a abordagem predominante, presente em 18 artigos, o que representa 72% do total. Modelos de Contínuo, incluindo modelos integrados por profundidade, de águas rasas e viscoelásticos foram empregados em 10 artigos (40%), o Método do Ponto Material foi utilizado em 5 artigos (20%), o Método de Hidrodinâmica de Partículas Suavizadas (SPH) foi aplicado em 3 artigos (12%) e abordagens Híbridas/Multiescala como o acoplamento MPM-DEM são um foco em 3 artigos (12%). Para a identificação de parâmetros, 2 estudos (8%) exploram o uso de Redes Neurais Artificiais e Planejamento de Experimentos, e por fim a importância dos estudos experimentais, com 15 artigos (60%) reportando ou referenciando experimentos para validar seus modelos numéricos.

Os estudos também se aprofundam em diversos fatores que influenciam o comportamento do colapso granular, por exemplo: a influência das propriedades de atrito interpartícula, basal e efetivo, que é um tema recorrente, abordado em 13 artigos (52%); os efeitos do tamanho de partícula e do sistema são investigados em 7 artigos (28%); o desenvolvimento e validação de leis constitutivas reológicas são explorados em 9 artigos (36%); a coesão e materiais granulares úmidos são o foco de 3 artigos (12%).

A relevância prática desses estudos é evidenciada pela sua aplicação na compreensão de fenômenos geofísicos e desastres naturais, como deslizamentos de terra, avalanches, fluxos piroclásticos e fluxos de detritos, citados em 13 artigos (52%) como motivação ou aplicação direta de suas pesquisas.

As pesquisas também apontam para desafios e limitações comuns na área, a citar o alto custo computacional, que é uma preocupação em 5 artigos (20%), especialmente para



simulações de grande escala ou com partículas complexas; a dificuldade na calibração e validação de parâmetros, que é abordada em 3 artigos (12%), indicando a complexidade de obter parâmetros microscópicos precisos para os modelos; limitações dos modelos atuais em capturar fenômenos específicos, como a fase de parada ou flutuações verticais, que são mencionadas em 4 artigos (16%) e os efeitos do tamanho do grão/sistema como uma limitação nos resultados, que são destacados em 7 artigos (28%).

Finalmente, a literatura analisada demonstra um esforço contínuo e multifacetado para aprofundar a compreensão do colapso de colunas granulares. A preponderância de simulações DEM, combinada com validações experimentais, sublinha a importância da modelagem de partículas para desvendar as complexidades dos fluxos granulares. Contudo, desafios persistentes, como o custo computacional e a sensibilidade a parâmetros e escalas, impulsionam a busca por metodologias mais eficientes e modelos mais robustos, inclusive através da aplicação de técnicas de inteligência artificial, simulações em clusters de computadores e abordagens multiescala, para melhorar a previsibilidade de fenômenos tanto em ambientes controlados quanto em desastres naturais e acidentes de grande escala.

A Tabela 3 mostra o checklist PRISMA 2020 para a revisão sistemática deste estudo.

Tabela 3 – Checklist PRISMA 2020 da revisão sistemática

Item	Seção	Descrição	Página(s)	Status
1	Título	Identifique o artigo como uma revisão sistemática, meta-análise ou ambos.	–	Não aplicável
2	Resumo	Apresente um resumo estruturado com objetivos, métodos, resultados e conclusões.	6–7	Presente
3	Introdução	Descreva a justificativa da revisão no contexto do que já é conhecido.	13–14	Presente
4	Introdução	Apresente uma afirmação explícita sobre as questões abordadas com referência ao PICOS.	14	Presente
5	Métodos	Indique se existe um protocolo/registro e onde pode ser acessado. Se não houver, declare explicitamente.	32–33	Presente
6	Métodos	Especifique critérios de elegibilidade (PICOS, extensão de seguimento, anos, idiomas, etc.).	33–35	Presente
7	Métodos	Descreva todas as fontes de informação utilizadas na busca.	33–35	Presente
8	Métodos	Apresente a estratégia de busca completa para pelo menos uma base de dados.	33–35	Presente
9	Métodos	Apresente o processo de seleção dos estudos (rastreamento, elegibilidade, inclusão).	33–35	Presente
10	Métodos	Descreva o processo de coleta dos dados.	33–35	Presente
11	Métodos	Liste e defina todas as variáveis coletadas e suposições realizadas.	33–35	Presente
12	Métodos	Descreva os métodos usados para avaliar o risco de viés em cada estudo.	33–35	Presente
Continua na próxima página				



Item	Seção	Descrição	Página(s)	Status
13	Métodos	Defina as principais medidas de sumarização dos resultados.	33–35	Presente
14	Métodos	Descreva os métodos para análise e síntese dos resultados.	33–35	Presente
15	Métodos	Especifique a avaliação do risco de viés entre estudos.	33–35	Presente
16	Métodos	Descreva métodos de análises adicionais ou declare que não foram realizadas.	33–35	Presente
17	Resultados	Apresente os números dos estudos rastreados, avaliados e incluídos na revisão.	37–54	Presente
18	Resultados	Apresente características dos estudos incluídos (ex.: PICOS, tamanho, período, citações).	37–54	Presente
19	Resultados	Apresente dados sobre o risco de viés em cada estudo.	37–54	Presente
20	Resultados	Para cada desfecho, apresente os resultados individuais dos estudos.	37–54	Presente
21	Resultados	Apresente resultados de meta-análises, se realizadas.	–	Não aplicável
22	Resultados	Apresente a avaliação do risco de viés entre estudos.	37–54	Presente
23	Resultados	Apresente resultados de análises adicionais, ou declare que não foram realizadas.	37–54	Presente
24	Discussão	Sumarize os resultados principais e sua relevância para o tema.	54–66	Presente
25	Discussão	Discuta limitações nos estudos, desfechos e na revisão.	54–66	Presente
26	Discussão	Apresente a interpretação geral dos resultados no contexto de outras evidências.	54–66	Presente
27	Financiamento	Descreva fontes de financiamento e suporte para a revisão. Caso não haja, declarar ausência.	–	Não aplicável

Fonte: Elaborada pelo autor (2025).

Da análise da Tabela 3 nota-se que estão presentes neste trabalho 24 itens completos de 27 do checklist PRISMA 2020, 1 item marcado como “não aplicável” (item 1) pois não está identificado no título do trabalho que é uma revisão sistemática e sim na Seção Metodologia, e 2 itens ausentes (itens 21 e 27), marcados como “não aplicável”, pois não foi feita meta-análise (item 21) e não houve financiamento (item 27).

#### 4.1.1 Resultados de análises adicionais

Não foram identificadas análises adicionais relevantes, uma vez que o foco da revisão sistemática concentrou-se na seleção, extração e síntese dos dados dos estudos incluídos. Portanto, os resultados apresentados referem-se exclusivamente à análise descritiva dos estudos selecionados.



4.2 Resultados dos experimentos de laboratório, das simulações computacionais via DEM e validação experimental

A Tabela 4 ilustra os parâmetros das esferas de vidro usadas nos experimentos de laboratório.

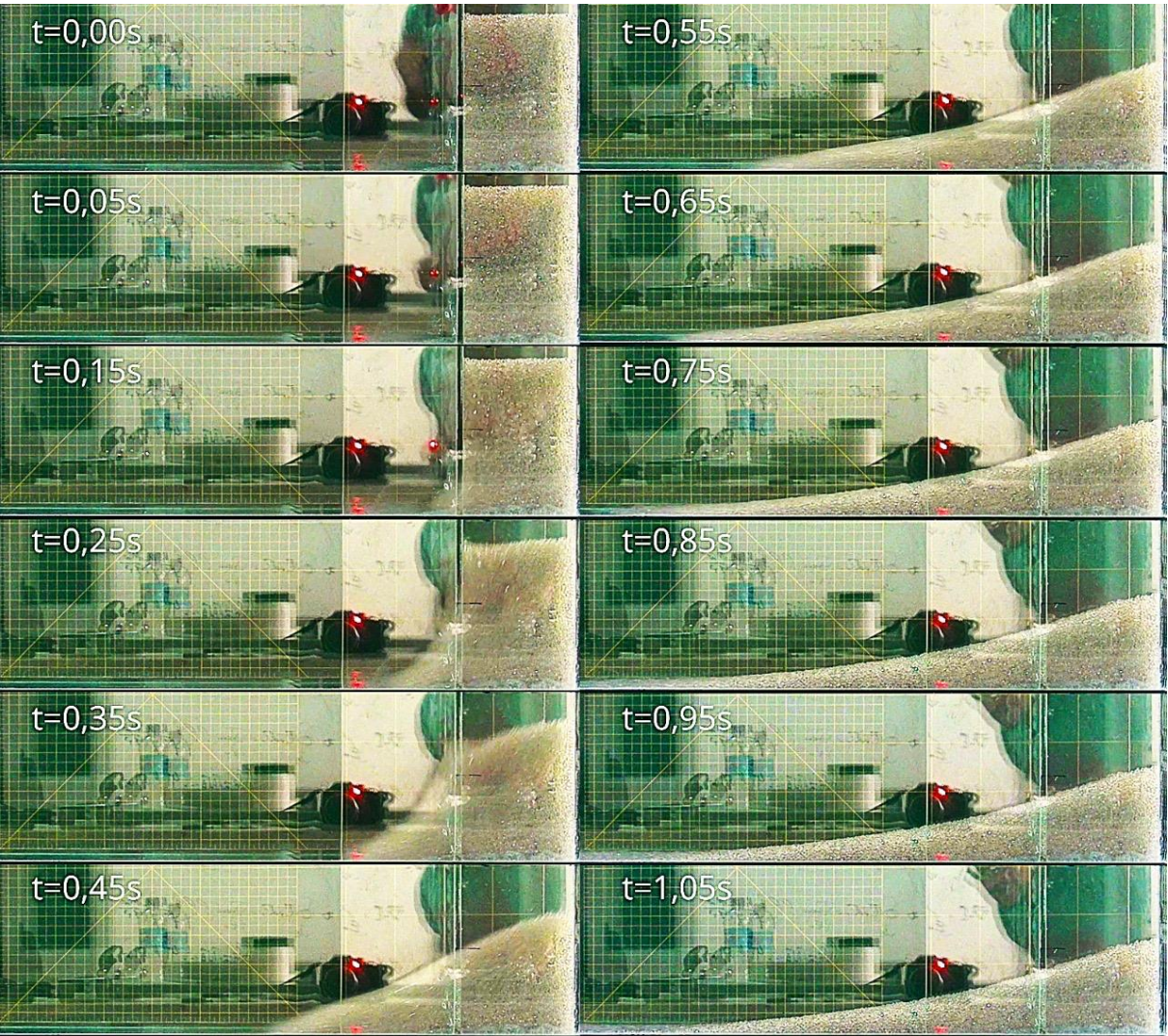
Tabela 4 – Parâmetros das esferas de vidro utilizadas nos experimentos de laboratório

Raio	Módulo de Young	Coefficiente de Poisson	Densidade
1,37 mm	46,2 MPa	0,245	2500 kg/m <sup>3</sup>

Fonte: Elaborada pelo autor (2025).

A Figura 9 mostra a evolução do colapso ao decorrer do tempo, observada no experimento laboratorial de colapso granular de esferas de vidro à seco.

Figura 9 – Evolução temporal do colapso experimental de esferas de vidro à seco



Fonte: Elaborada pelo autor (2025).



A Figura 10 mostra alguns extratos de resultados obtidos em uma das simulações computacionais de colapso granular de esferas de vidro à seco no YADE.

Figura 10 – Extratos de resultados obtidos em simulação de colapso granular de esferas de vidro à seco no YADE



Fonte: Elaborada pelo autor (2025).

Pela análise da Figura 10, observa-se que entre os instantes inicial e intermediários ocorre uma diminuição da altura da pilha, uma situação que ocorreu em todas as simulações e que não foi possível reparar via código. Essa diminuição da altura da pilha contribuiu para o valor das razões de aspecto “a” da simulação não ser exatamente igual às do experimento do laboratório.

Dos 19 resultados obtidos no experimento laboratorial de colapso granular de esferas de vidro à seco foram utilizados para a análise de variância apenas os dados de razão de aspecto “a” e o alcance experimental normalizado  $R^*$  que correspondem aos valores mais próximos aos obtidos nas simulações do YADE, o que resultou em 5 medidas experimentais. A Tabela 5 mostra a tabulação das 5 medidas de razão de aspecto “a” e alcance normalizado  $R^*$  para simulação e experimento seco.



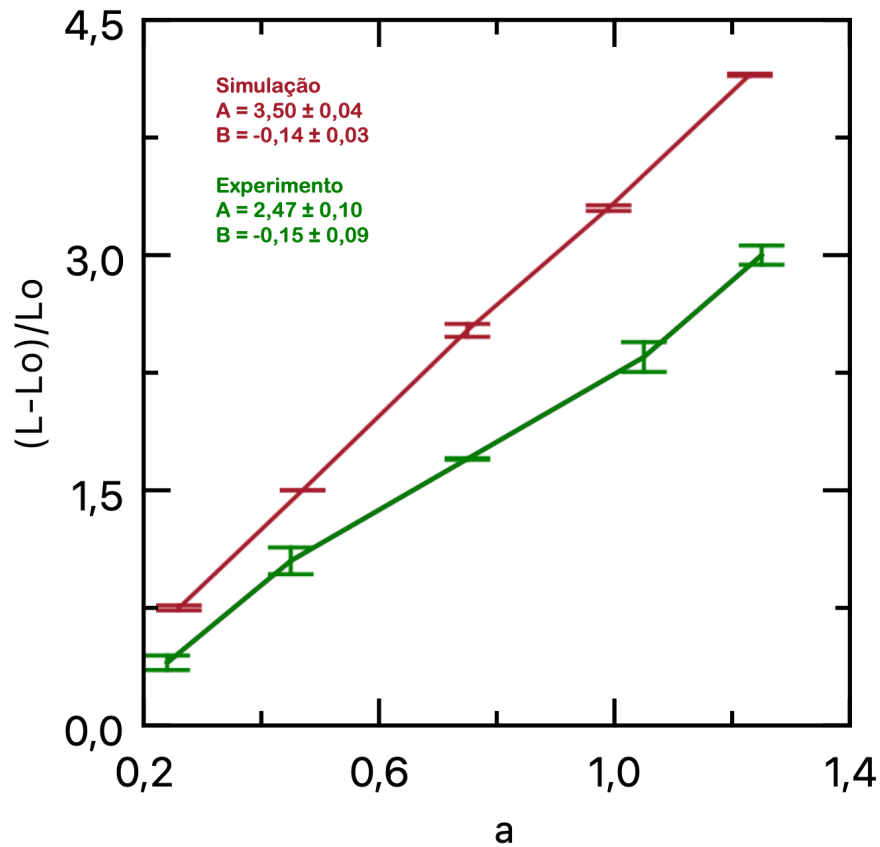
Tabela 5 – Tabulação dos dados de razão de aspecto “a” e alcance normalizado  $R^*$  para simulação e experimento seco

a	$R^*$	Tipo
0,26	0,75	Simulação
0,47	1,5	Simulação
0,75	2,52	Simulação
0,99	3,3	Simulação
1,23	4,15	Simulação
0,24	0,4	Experimento
0,45	1,05	Experimento
0,75	1,7	Experimento
1,05	2,35	Experimento
1,25	3	Experimento

Fonte: Elaborada pelo autor (2025).

A Figura 11 mostra as curvas de “a” *versus* alcance normalizado  $R^*$  obtidas plotando-se os valores da Tabela 5, para simulação e experimento seco.

Figura 11 – Curvas de “a” *versus* alcance normalizado  $R^*$  para simulação e experimento seco



Fonte: Elaborada pelo autor (2025).



Analisando-se a Figura 11, percebe-se valores maiores de alcance normalizado  $R^*$  para a simulação, se comparada com o experimental.

A análise de variância ANOVA foi aplicada com o objetivo de verificar a equivalência estatística entre os resultados da variável de resposta  $R^*$  da simulação numérica e do experimento seco. Para a ANOVA foi considerado o fator Tipo (Simulação ou Experimento) e a variável de resposta  $R^*$  para dados obtidos no experimento seco. Os resultados da ANOVA obtidos com base nos dados da Tabela 5 são mostrados na Figura 12.

Figura 12 – Resultados da análise de variância ANOVA

**ANOVA com um fator: (L-L0)/L0 versus Tipo**

**Método**

Hipótese nula	Todas as médias são iguais
Hipótese alternativa	Nem todas as médias são iguais
Nível de significância	$\alpha = 0,05$

*Assumiu-se igualdade de variâncias para a análise*

**Informações dos Fatores**

Fator	Níveis	Valores
Tipo	2	Experimento; Simulação

**Análise de Variância**

Fonte	GL	SQ (Aj.)	QM (Aj.)	Valor F	Valor-P
Tipo	1	1,384	1,384	0,95	0,358
Erro	8	11,635	1,454		
Total	9	13,019			

**Sumário do Modelo**

S	R2	R2(aj)	R2(pred)
1,20596	10,63%	0,00%	0,00%

**Médias**

Tipo	N	Média	DesvPad	IC de 95%
Experimento	5	1,700	1,028	(0,456; 2,944)
Simulação	5	2,444	1,361	(1,200; 3,688)

*DesvPad Combinado = 1,20596*

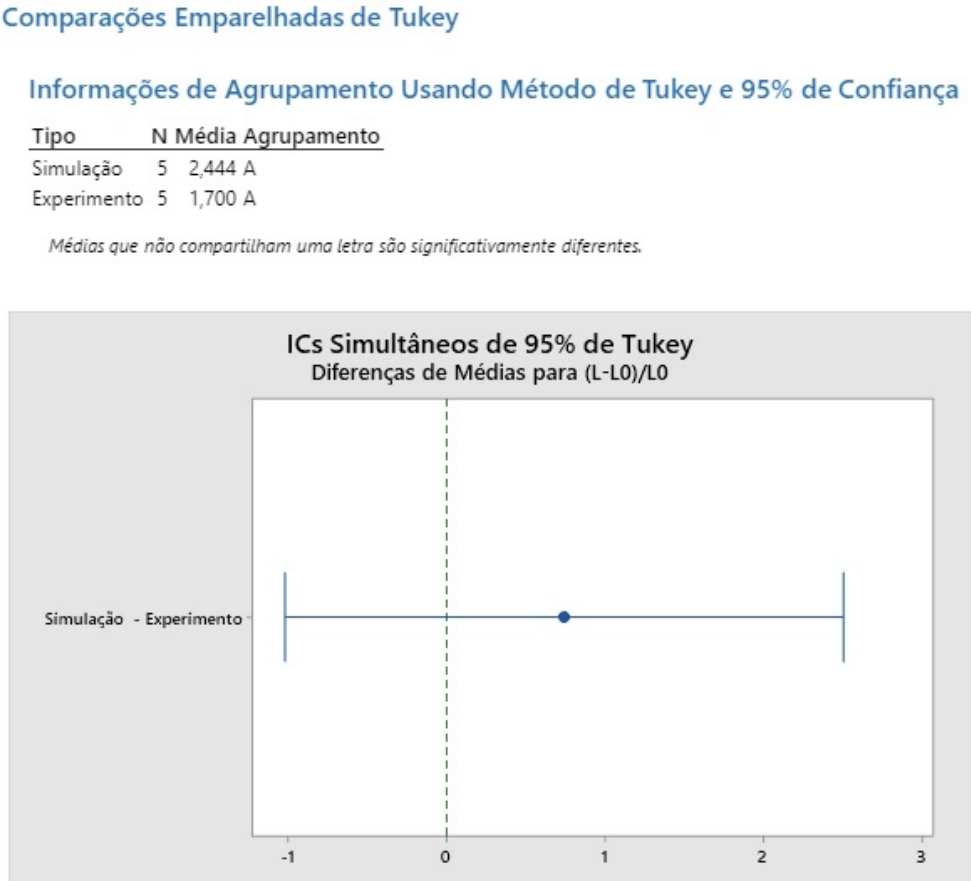
Fonte: Elaborada pelo autor (2025).

Pela análise dos dados da Figura 12, observa-se que  $p = 0,358 > 0,05$ , então aceita-se a hipótese nula: todas as médias são iguais, ou seja, o fator Tipo (Simulação ou Experimento) não apresentou significância estatística, indicando que, em termos médios, não há diferença relevante entre os valores observados nas duas abordagens (Simulação e Experimento).



A Figura 13 mostra o teste de comparações múltiplas de *Tukey* obtidos na análise de variância ANOVA.

Figura 13 – Teste de comparações múltiplas de *Tukey*



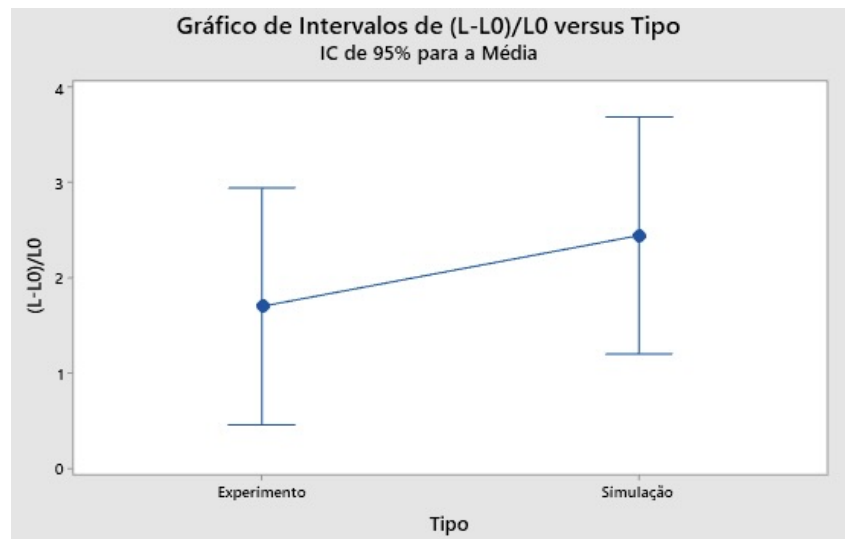
Fonte: Elaborada pelo autor (2025).

O teste de comparações múltiplas de *Tukey* reforçou a interpretação de aceitação da hipótese nula, uma vez que ambos os grupos (Simulação e Experimento) foram classificados no mesmo agrupamento (letra A), com intervalos de confiança que se sobrepõem substancialmente. Além disso, sabe-se que graficamente se um intervalo não contiver o número zero as médias correspondentes serão significativamente diferentes.

A Figura 14 mostra o gráfico de intervalos de  $R^*$  versus Tipo obtidos na análise de variância ANOVA usando o desvio padrão combinado para calcular os intervalos, com intervalo de confiança de 95% para a média.



Figura 14 – Gráfico de intervalos de  $R^*$  versus Tipo com intervalo de confiança de 95% para a média



Fonte: Elaborada pelo autor (2025).

Esses resultados sugerem que os dados da simulação e do experimento podem ser considerados estatisticamente equivalentes, ou seja, a simulação reproduz de forma equivalente os dados experimentais do seco, sugerindo que o modelo numérico pode ser utilizado para representar adequadamente o comportamento observado em laboratório, sendo necessário somente fazer calibrações no código da simulação para que as curvas da Figura 11 fiquem mais próximas uma da outra de forma que a curva da simulação (curva vermelha) preveja cada vez mais os valores da variável de resposta  $R^*$  do experimento seco.



## 5 Conclusões e considerações finais

O objetivo geral do estudo foi realizar a validação experimental de simulações DEM de colapso de colunas granulares secas em 3D utilizando um modelo computacional com foco na comparação entre os resultados dos experimentos de laboratório e das simulações computacionais no YADE, considerando a razão de aspecto “a” para estimar o alcance horizontal normalizado  $R^*$  do material depositado. Este objetivo geral foi alcançado através da metodologia proposta e dos resultados apresentados.

Também foi possível alcançar os objetivos específicos pré-estabelecidos com o uso do modelo de simulação desenvolvido, sendo possível realizar ensaios experimentais e controlados de colapso de colunas granulares secas em 3D e implementar simulações numéricas utilizando o Método dos Elementos Discretos replicando as condições experimentais no YADE.

Os experimentos foram validados através da comparação entre os resultados obtidos nos ensaios físicos e nas simulações numéricas, avaliando a precisão do modelo DEM, possibilitando fornecer através da simulação computacional uma estimativa confiável do alcance horizontal e da altura da pilha após o colapso granular.

O estudo alcançou sua proposta de analisar a influência da razão de aspecto ‘a’ sobre o alcance normalizado após o colapso, para o caso de material seco, contribuindo para o desenvolvimento de uma base experimental que pode ser utilizada na calibração de modelos futuros.

Os resultados obtidos foram validados por meio da análise de variância, que comparou os resultados da variável de resposta  $R^*$  da simulação numérica e do experimento seco. Com um valor- $p = 0,358 > 0,05$ , aceitou-se a hipótese nula de que não há diferença estatisticamente relevante entre os valores observados nas duas abordagens (Simulação e Experimento). O teste de comparações múltiplas de *Tukey* reforçou essa interpretação, classificando ambos os grupos no mesmo agrupamento.

Esses resultados sugerem que os dados da simulação e do experimento podem ser considerados estatisticamente equivalentes, o que implica que a simulação reproduz de forma equivalente os dados experimentais do material seco. Deste modo, o modelo numérico pode ser utilizado como base para estimar, com boa confiabilidade, o alcance horizontal da pilha granular após o colapso.

Também, foi realizada a revisão sistemática da literatura através da metodologia PRISMA, o que permitiu contextualizar o tema estudado e identificar lacunas no conhecimento atual.



## 5.1 Contribuições do estudo

A validação experimental das simulações DEM em 3D para o colapso de colunas granulares secas contribuiu para reduzir incertezas e avaliar a capacidade preditiva do DEM, fornecendo subsídios para melhorias nos modelos de simulação. O estudo também estabelece bases experimentais sólidas a serem usadas para a calibração de modelos futuros.

A aplicação da metodologia PRISMA para a revisão sistemática da literatura contextualiza o estado da arte e identifica lacunas no conhecimento atual, contribuindo para um entendimento mais profundo do tema.

Os resultados obtidos fornecem uma estimativa confiável do alcance horizontal da pilha após o colapso granular através de simulações computacionais DEM.

## 5.2 Sugestões para trabalhos futuros

Apesar da equivalência estatística, são necessárias calibrações adicionais no código da simulação para que as curvas dos resultados da simulação e do experimento fiquem mais próximas, de modo que a simulação dê valores da variável de resposta mais próximos aos do experimento. Adicionalmente, são necessários mais testes em diferentes materiais granulares, em diversas condições além do material granular seco e utilizando outras ferramentas computacionais para a validação experimental de modelos DEM de colapso granular.

Explorar o uso de modelos físicos hiper-realistas se faz pertinente, como por exemplo a Simulação Numérica Direta, como uma boa fonte de dados para futuros esforços de calibração e validação. Também seria interessante para o estudo investigar o comportamento de sistemas granulares com formas e distribuições de tamanho de partículas mais complexas, não limitando-se a partículas esféricas com distribuição de tamanho estreita, para aprofundar a compreensão da reologia granular.

Também é possível desenvolver modelos reológicos mais sofisticados que capturem a fase de repouso ou consolidação do fluxo e considerem os efeitos da pressão dos poros, já que os modelos atuais podem ter dificuldades nessas fases, e buscar por metodologias mais eficientes e modelos mais robustos, incluindo a aplicação de técnicas de inteligência artificial, simulações em clusters de computadores e abordagens multiescala para aprimorar a previsibilidade de fenômenos tanto em ambientes controlados quanto em desastres naturais e acidentes de grande escala.



## Referências

- ANDREOTTI, B.; FORTERRE, Y.; POULIQUEN, O. *Granular Media - Between Fluid and Solid*. 1. ed. New York: Cambridge University Press, 2013.
- ARGUMENTO, J. *Tragédias*: Pelo menos 19 pessoas morreram em deslizamento de terra em são paulo. 2022. Disponível em: <<https://jornalargumento.com.br/tragedias/6100/>>. Acesso em: 3 jun. 2025.
- BALMFORTH, N. J.; KERSWELL, R. R. Granular collapse in two dimensions. *Journal of Fluid Mechanics*, Departments of Mathematics and Earth and Ocean Science, UBC, Vancouver, v. 538, n. 1, p. 399–428, 2005.
- BRASIL, A. *Geral*: Deslizamento de terra na br-376 mata duas pessoas no paraná. 2022. Disponível em: <<https://agenciabrasil.ebc.com.br/geral/noticia/2022-11/deslizamento-de-terra-na-br-376-causa-morte-de-duas-pessoas-no-parana>>. Acesso em: 3 jun. 2025.
- BRAVO, E. L. et al. Formulation of a frictional-cohesive soil model by the discrete element method. *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, Universidad Central de Las Villas. Departamento Ing. Agrícola, Villa Clara, Cuba, v. 22, n. 3, p. 224–238, 2013.
- CABRERA, M.; ESTRADA, N. Granular column collapse: Analysis of grain-size effects. *Physical Review*, Department of Civil and Environmental Engineering, Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia, v. 99, n. 012905, p. 1–7, 2019.
- CAMILO, J. V. *Morro da Força*: Terceiro imóvel atingido por deslizamento em ouro preto desaba durante obras. 2022. Disponível em: <<https://www.otempo.com.br/cidades/terceiro-imovel-atingido-por-deslizamento-em-ouro-preto-desaba-durante-obras-1.2630159>>. Acesso em: 3 jun. 2025.
- CAMPELLO, E. M. B.; CASSARES, K. R. Rapid generation of particle packs at high packing ratios for dem simulations of granular compacts. *Latin American Journal of Solids and Structures*, Dept. Structural and Geotechnical Engineering, University of São Paulo P.O. Box 61548, 05424-970, São Paulo, SP, Brazil, v. 1, n. 1, p. 23–50, 2016.
- CHOU, H. et al. Discrete element modelling and experimental validation for the falling process of dry granular steps. *Powder Technology*, Department of Civil Engineering, National Central University, Jhongli 32001, Taiwan ROC, v. 231, n. 1, p. 122–134, 2012.
- CUNDALL, P. A.; STRACK, O. D. L. *A discrete numerical model for granular assemblies*. 1. ed. London: Géotechnique, 1979.
- DESIGNI. *Quadro completo de pílulas coloridas de comprimidos e Cápsulas*: Design pode transformar o mundo. 2025. Disponível em: <<https://www.designi.com.br/000aeaf9470f96eb>>. Acesso em: 3 jun. 2025.
- FACIL. *Tipos de Areia para Construção: Qual Escolher para Cada Projeto?*: Conheça as diferenças: Tipos de areia para cada projeto. 2024. Disponível em: <<https://facilmateriaisdeconstrucao.com.br/tipos-de-areia-para-construcao-qual-escolher-para-cada-projeto/>>. Acesso em: 3 jun. 2025.



GALVAO, T.; PANSANI, T. Principais itens para relatar revisões sistemáticas e meta-análises: a recomendação prisma. *Epidemiologia e Serviços de Saúde*, Brasília, v. 24, n. 2, p. 335–342, 2015.

GUOMING, H. et al. On the determination of the damping coefficient of non-linear spring-dashpot system to model hertz contact for simulation by discrete element method. *Journal of Computers*, Wuhan University/Department of Mechanical Engineering, Wuhan, China, v. 6, n. 5, p. 984–988, 2011.

INTEBRA. *Esferas de vidro: delicadeza e alta resistência*: Esferas de vidro intebra. 2025. Disponível em: <<https://intebra.com.br/esferas-de-vidro-delicadeza-e-alta-resistencia/>>. Acesso em: 3 jun. 2025.

ISTOCK. *Feijão diagonais*: Imagem em alta resolução. 2007. Disponível em: <<https://www.istockphoto.com/br/foto/feijão-diagonais-gm157280488-4295306>>. Acesso em: 3 jun. 2025.

JACOBI, P. *O Portal do Geólogo: Como será o mercado mundial de pellets sem a produção da samarco?* 2015. Disponível em: <<https://www.geologo.com.br/MAINLINK.ASP?VAIPARA=o%20mercado%20mundial%20de%20pellets%20sem%20a%20Samarco>>. Acesso em: 3 jun. 2025.

KUMAR, K.; DELENNE, J.-Y.; SOGA, K. Mechanics of granular column collapse in fluid at varying slope angles. *None*, Computational Geomechanics Research Group, Department of Engineering University of Cambridge, UK, v. 1, n. 1, p. 1–31, 2017.

LAJEUNESSE, E.; MANGENEY-CASTELNAU, A.; VILOTTE, J. P. Spreading of a granular mass on a horizontal plane. *Physics of Fluids*, Laboratoire de Dynamique des Systèmes Géologiques, Groupe de Recherche sur l'Erosion et les Eaux Continentales, Institut de Physique du Globe de Paris, 4 place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France, v. 16, n. 7, p. 2371–2381, 2004.

LAJEUNESSE, E.; MONNIER, J. B.; HOMSY, G. M. Granular slumping on a horizontal surface. *Physics of Fluids*, Laboratoire de Dynamique des Systèmes Géologiques, Groupe de Recherche sur l'Erosion et les Eaux Continentales, Institut de Physique du Globe de Paris, 4 place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France, v. 17, n. 103302, p. 2–16, 2005.

LIANG, W. *Multiscale Modeling Large Deformation in Granular Media*. Tese (Doutorado) — The Hong Kong University of Science and Technology - Department of Civil and Environmental Engineering, 2020.

LUBE, G. et al. Axisymmetric collapses of granular columns. *Journal of Fluid Mechanics*, Centre of Environmental and Geophysical Flows, Department of Earth Sciences, Bristol University, Bristol BS8 1RJ, UK, v. 508, n. 1, p. 175–199, 2004.

LUBE, G. et al. Collapses of two-dimensional granular columns. *Physical Review E*, Research Division “Dynamics of the Ocean Floor,” IFM-GEOMAR, Leibniz Institute for Marine Sciences, Wischhofstrasse 1-3, D-24148 Kiel, Germany, v. 72, n. 041301, p. 2–11, 2005.

MAN, T.; HUPPERT, H. E.; GALINDO-TORRES, S. A. Scaling of granular column collapses on inclined planes. *Journal of Fluid Mechanics*, Key Laboratory of Coastal Environment and Resources of Zhejiang Province (KLaCER), School of Engineering, Westlake University, 600 Dunyu Rd, Hangzhou, Zhejiang 310024, China, v. 1, n. 1, p. 1–27, 2023.



MAN, T. et al. Deposition morphology of granular column collapses. *Granular Matter manuscript*, Institute of Advanced Technology, Westlake Institute for Advanced Study, 18 Shilongshan St., Hangzhou, China School of Engineering, Westlake University, 18 Shilongshan St., Hangzhou, China, v. 1, n. 1, p. 1–12, 2021.

MAN, T. et al. Finite-size analysis of the collapse of dry granular columns. *Geophysical Research Letters*, Key Laboratory of Coastal Environment and Resources of Zhejiang Province (KLaCER), School of Engineering, Westlake University, 18 Shilongshan Street, Hangzhou, Zhejiang 310024, China, v. 1, n. 1, p. 1–13, 2021.

MAN, T. et al. Influence of cross-section shape on granular column collapses. *Powder Technology*, Key Laboratory of Coastal Environment and Resources of Zhejiang Province (KLaCER), School of Engineering, Westlake University, 18 Shilongshan St., Hangzhou, 310024, Zhejiang, China, v. 1, n. 1, p. 1–38, 2022.

MAN, T. et al. Friction-dependent rheology of dry granular systems. *Acta Mechanica Sinica, The Chinese Society of Theoretical and Applied Mechanics (CSTAM)*, Key Laboratory of Coastal Environment and Resources of Zhejiang Province (KLaCER), School of Engineering, Westlake University, 18 Shilongshan St., Hangzhou, Zhejiang 310024, China, v. 1, n. 1007, p. 1–11, 2021.

MAN, T. et al. Axisymmetric column collapses of bi-frictional granular mixtures. *Journal of Fluid Mechanics*, School of Engineering, Westlake University, China, v. 1, n. 1, p. 1–22, 2023.

MANGENEY-CASTELNAU, A. et al. On the use of saint venant equations to simulate the spreading of a granular mass. *Journal of Geophysical Research*, Département de Sismologie, Institut de Physique du Globe de Paris, Paris, France, v. 110, n. B09103, p. 1–22, 2005.

MATOS, M. S. V.; VALE, J. C. B.; MESQUITA, A. L. A. Redução do número de simulações para identificação de parâmetros de modelos dem usando redes neurais e planejamento de experimentos. *Revista Matéria*, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Pará, Rua Augusto Corrêa 01, CEP: 66075-110, Belém, PA, Brasil, v. 27, n. 01, p. 1–12, 2022.

MOHER, D. et al. Preferred reporting items for systematic reviews and meta-analyses: the prisma statement. *PLoS Med.*, University of Ottawa, Ottawa, Canada, v. 6, n. 7, p. 1–6, 2009.

MORALES, I. P. et al. Dense packing of general-shaped particles using analytical and minimization techniques. *Revista Cubana de Ciencias Informáticas*, Centro de Investigación de Métodos Computacionales y Numéricos en la Ingeniería (CIMCNI), Aula UCLV-CIMNE. Universidad Central Marta Abreu de Las Villas (UCLV). Carretera a Camajuaní Km 5 1/2, C.P. 54830 Santa Clara, Villa Clara, Cuba, v. 10, n. Especial UCIENCIA, p. 224–238, 2016.

MULROW, C. D. The medical review article: state of the science. *Annals of Internal Medicine*, Division of General Internal Medicine, Department of Medicine, University of Texas Health Science Center at San Antonio; San Antonio, Texas, v. 106, n. 3, p. 485–488, 1987.



NATURALTEC. *Propriedades e Especificações do Carvão Ativado em sua Ficha Técnica*: Carvão ativado ficha técnica. 2025. Disponível em: <<https://naturaltec.com.br/carvao-ativado-ficha-tecnica/>>. Acesso em: 3 jun. 2025.

NGUYEN, N. H. T.; BUI, H. H.; NGUYEN, G. D. Effects of material properties on the mobility of granular flow. *Granular Matter*, Department of Civil Engineering, Monash University, Melbourne, Australia, v. 1, n. 1, p. 1–18, 2020.

PAGE, M. et al. The prisma 2020 statement: An updated guideline for reporting systematic reviews. *Journal of Clinical Epidemiology*, School of Public Health and Preventive Medicine, Monash University, Melbourne, Australia, v. 10, n. 89, p. 3–10, 2021.

ROUSSEAU, G. et al. Nonsmooth simulations of 3d drucker-prager granular flows and validation against experimental column collapses. *Journal of Fluid Mechanics*, Univ. Grenoble Alpes, Inria, CNRS, Grenoble INP, LJK, 38000 Grenoble, France, v. 1, n. 1, p. 1–37, 2022.

SACKS, H. S. et al. Meta-analysis: an update. *The Mount Sinai journal of medicine*, Thomas C. Chalmers Clinical Trials Unit, Mount Sinai School of Medicine of CUNY, New York, USA, v. 216, n. 24, p. 3–4, 1996.

SOWERS, G. B.; SOWERS, G. F. *Introducción A La Mecánica de Suelos y Cimentaciones*. 3. ed. México: Limusa-Wiley, 1980.

TAVARES, L. M.; CARVALHO, R. M. *Modelagem do comportamento de partículas por meio do método dos elementos discretos: princípios básicos*. 67. ed. Ouro Preto: Rem: Revista Escola de Minas, 2014.

VENAZI, D. et al. *Introdução à engenharia de produção: conceitos e casos práticos*. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

VOA, P. *Voa Português*: Números de mortos devido a tragédia no rio de janeiro ascende a 136. 2022. Disponível em: <<https://www.voaportugues.com/a/n-meros-de-mortos-devido-a-tragdia-no-rio-de-janeiro-ascende-a-136/6450295.html>>. Acesso em: 3 jun. 2025.

WANG, Y.; TANG, J.; CUI, P. Dynamic mechanisms of the collapse of wet granular columns: Insights from experiments and dem simulations. *Computers and Geotechnics*, Brasília, v. 176, n. 1, p. 2–3, 2024.

WINDOWS-YULE, C.; NEVEU, A. Calibration of dem simulations for dynamic particulate systems. *Papers in Physics*, School of Chemical Engineering, the University of Birmingham, Edgbaston, Birmingham, B15 2TT, UK, v. 14, n. 140010, p. 1–13, 2022.

WU, Y. et al. The effect of particle size distribution on the collapse of wet polydisperse granular materials. *Computers and Geotechnics*, School of Civil Engineering and Mechanics, and Key Laboratory of Mechanics on Disaster and Environment in Western China, Ministry of Education of China, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China, v. 177, n. 1, p. 1–14, 2025.

ŠMILAUER, V. *Yade's documentation*: Open source discrete element method. 2009. Disponível em: <<https://yade-dem.org/doc/index-toctree.html>>. Acesso em: 13 jul. 2025.