

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E APLICADAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**MODELO MATEMÁTICO: PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE TURMAS  
EM UMA INSTITUIÇÃO DE ENSINO SUPERIOR**

**BRUNA DE SOUZA DIAS**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

**JOÃO MONLEVADE**

Janeiro, 2018

Bruna de Souza Dias

**MODELO MATEMÁTICO: PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE TURMAS  
EM UMA INSTITUIÇÃO DE ENSINO SUPERIOR**

Monografia apresentada ao Curso de  
Engenharia de Produção do Instituto de  
Ciências Exatas e Aplicadas da Universidade  
Federal de Ouro Preto.

Orientadora: Monica do Amaral

João Monlevade

2018



### ATA DE DEFESA

Aos 25 dias do mês de janeiro de 2018, às 18 horas minutos, na sala D304 deste instituto, foi realizada a defesa do Trabalho de Conclusão de Curso pela aluna **Bruna de Souza Dias**, sendo a comissão examinadora constituída pelos professores **Carla Danielle Araújo Costa**, **Izabel Cristina da Silva** e **Mônica do Amaral**. A aluna apresentou o trabalho intitulado "Modelo matemático: problema de alocação de turmas em uma instituição de ensino superior". A comissão examinadora deliberou pela

( ) Aprovação

(x) Aprovação com Ressalva - Prazo concedido para as correções: 30 dias

( ) Reprovação com Ressalva - Prazo para marcação da nova banca: \_\_\_\_\_

( ) Reprovação da aluna,

com **nota 9,0 (nove vírgula zero)**.

Na forma regulamentar e seguindo as determinações da resolução COEP12/2015 foi lavrada a presente ata que é assinada pelos membros da comissão examinadora e pela aluna.

João Monlevade, 25 de janeiro de 2018.

\_\_\_\_\_  
*Mônica do Amaral*

Mônica do Amaral - Professora Orientadora

\_\_\_\_\_  
*Carla Danielle Araújo Costa*

Carla Danielle Araújo Costa - Convidada

\_\_\_\_\_  
*Izabel Cristina da Silva*

Izabel Cristina da Silva - Convidada

\_\_\_\_\_  
*Bruna de Souza Dias*

Bruna de Souza Dias - Candidata



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP  
Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas  
Colegiado do Curso de Engenharia de Produção



## ANEXO IX - TERMO DE RESPONSABILIDADE

O texto do trabalho de conclusão de curso intitulado "MODELO MATEMÁTICO: PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE TURMAS EM UMA INSTITUIÇÃO DE ENSINO SUPERIOR" é de minha inteira responsabilidade. Declaro que não há utilização indevida de texto, material fotográfico ou qualquer outro material pertencente a terceiros sem o devido referenciamento ou consentimento dos referidos autores.

João Monlevade, 08 de fevereiro de 2018.

Bruna de Souza Dias  
Bruna de Souza Dias

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à Universidade Federal de Ouro Preto por todo aprendizado durante os anos de graduação e aos funcionários do Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas pelos dados cedidos, possibilitando a elaboração deste trabalho.

À minha orientadora Mônica, por ter confiado a mim este estudo.

Aos meus pais, Luis Antônio e Viviane, que não mediram esforços para me dar a melhor educação e por terem acreditado em mim.

Aos meus irmãos, Luis Henrique e Felipe, por sempre estarem ao meu lado e por todo apoio durante toda a vida.

À República Xiliki, por ter me presenteado com irmãs, por toda a parceria, incentivo e afeto eterno.

À minha turma de graduação, 12.1, por toda ajuda, aprendizado, grupos de estudo e amizade que contribuíram para chegar ao final desse ciclo.

Por fim, agradeço a todos que participaram de alguma forma desse ciclo da minha vida e por toda a Fé, que sempre me deu forças suficiente para chegar até aqui.

## RESUMO

A cada início de período letivo, as instituições de ensino se deparam com o problema de alocação de salas (PAS), em que todas as turmas devem ser designadas às salas de aulas, atendendo a determinados requisitos. Muitas universidades realizam esse trabalho manualmente, o que pode ser demorado e causar insatisfação aos usuários pela falta de atendimento de diversas características desejáveis. Pela utilização de técnicas de Pesquisa Operacional, este trabalho propõe a elaboração de um modelo matemático que gere uma solução, que atenda às necessidades do Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas (ICEA) da UFOP, além de propor uma distribuição mais equilibrada entre as salas, em relação ao número de alunos das turmas. O presente trabalho explorou duas abordagens para o problema, a primeiro momento foi baseada no problema quadrático de alocação, de grande complexidade, por ser NP-difícil. No segundo momento, o modelo utilizado se baseou no problema de designação, que também atendeu às necessidades do estudo. De uma maneira geral, pode-se obter uma solução viável em relação ao modelo matemático.

**Palavras-chave:** alocação de salas de aula; problema quadrático de alocação; problema da designação.

## ABSTRACT

At each beginning of the school year, educational institutions are faced with the problem of room allocation, in which all classes should be assigned to classrooms, meeting certain requirements. Many universities carry out this work manually, which can be time consuming and generate users dissatisfaction due to the lack of service of several desirable characteristics. By using Operational Research techniques, this work proposes the elaboration of a mathematical model that generates a solution, that meets the needs of the Institute of Exact and Applied Sciences of UFOP, besides proposing a more balanced distribution among the rooms, in relation to the number of students in the classes. The present work explored two approaches to the problem, at first it was based on the quadratic problem of allocation, of great complexity, being NP-difficult. In the second moment, the model used was based on the designation problem, which also met the needs of the study. In general, a viable solution can be obtained in relation to the mathematical model.

**Keywords:** classroom allocation; quadratic allocation problem; designation problem.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1– Turmas turno 1.....	23
Figura 2 – Turmas turno 2.....	23
Figura 3 – Arquivo de dados turno 1: Conjunto de turmas e salas.....	34
Figura 4 – Arquivo de dados turno 2: Conjunto de turmas e salas.....	34
Figura 5 – Arquivo de dados turno 1: Matriz de custo.....	35
Figura 6 – Arquivo de dados turno 2: Matriz de custo.....	35
Figura 7 – Arquivo de dados turno 1: Matriz de fluxo trocado.....	36
Figura 8 – Arquivo de dados turno 2: Matriz de fluxo trocado.....	37
Figura 9 – Arquivo de dados: Número de alunos estimados para as turmas.....	38
Figura 10 – Arquivo de dados: Capacidade das salas de aula k.....	39
Figura 11 – PROMPET de comando: Execução teste 1.....	40
Figura 12 – Mapas de salas: Teste 1.....	42
Figura 13 – PROMPET de comando: Execução teste 2.....	43
Figura 14 – PROMPET de comando: Execução turno 1.....	44
Figura 15 – PROMPET de comando: Execução turno 2.....	44
Figura 16 – Arquivo de saída turno 1: Obediência a restrição 1.....	45
Figura 17 – Arquivo de saída turno 1: Obediência a restrição 2.....	46
Figura 18 – Arquivo de saída turno 1: Obediência a restrição 3.....	47
Figura 19 – Arquivo de saída turno 1: Determinação da alocação das turmas i a sala k.....	48
Figura 20 – Mapa de salas 2017.1 Turno 1.....	51
Figura 21 – Mapa de salas 2017.1 Turno 1 Proposta.....	52
Figura 22 – Mapa de salas 2017.1 Turno 2.....	55
Figura 23 – Mapa de salas 2017.1 Turno 2 Proposta.....	56

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Capacidade das salas de aula.....	24
Tabela 2 – Máximo de alunos matriculados por turma.....	25
Tabela 3 – Salas de aula por turma.....	26
Tabela 4 – Matriz de distâncias.....	27
Tabela 5 – Resultados Computacionais - Teste 1.....	41
Tabela 6 – Alocação de turmas - Teste 1.....	41
Tabela 7 – Resultados computacionais dos turnos 1 e 2.....	45
Tabela 8 – Comparativo Alocação 2017.1 x Proposto - Turno 1.....	49
Tabela 9 – Comparativo Alocação 2017.1 x Proposto - Turno 2.....	53
Tabela 10 – Solução proposta 2017.2.....	57

## **LISTA DE QUADROS**

Quadro 1 – Atendimento as restrições do problema.....	33
---	----

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PAS – Problema de Alocação de Salas

EP – Engenharia de Produção

EC – Engenharia da Computação

EE – Engenharia Elétrica

SI – Sistemas de Informação

PQA – Problema Quadrático de Alocação

ICEA – Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas

UFOP – Universidade Federal de Ouro Preto

AMPL - *An Mathematical Programming Language*

GLPK - *GNU Linear Programming Kit*

PO – Pesquisa Operacional

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	12
<b>1.1 Objetivos</b> .....	13
1.1.1 <i>Objetivo Geral</i> .....	13
1.1.2 <i>Objetivos Específicos</i> .....	13
<b>1.2 Justificativa</b> .....	13
<b>1.3 Estrutura do Trabalho</b> .....	14
<b>2. REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	15
<b>2.1 Problema de Alocação de Salas (PAS)</b> .....	15
<b>2.2 Problema Quadrático de Alocação</b> .....	16
<b>2.3 Problema de Designação</b> .....	17
<b>2.4 Trabalhos na área</b> .....	19
<b>3. METODOLOGIA</b> .....	19
<b>3.1 Caracterização da Pesquisa</b> .....	19
3.1.1 <i>Definição do problema</i> .....	20
3.1.2 <i>Formulação e construção do modelo</i> .....	20
3.1.3 <i>Solução do modelo</i> .....	21
3.1.4 <i>Validação do modelo</i> .....	21
3.1.5 <i>Implementação da solução</i> .....	21
<b>3.2 Coleta de Dados</b> .....	22
<b>4. MODELO MATEMÁTICO</b> .....	28
<b>4.1 Contexto do Modelo</b> .....	28
<b>4.2 Construção do Modelo Matemático: Problema Quadrático de Alocação Linearizado</b> .....	29
<b>4.3 Construção do Modelo Matemático: Problema de Designação</b> .....	31
<b>4.4 Atendimento aos Requisitos do Problema</b> .....	32
<b>5. IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO</b> .....	33
<b>5.1 Construção do Modelo</b> .....	34
<b>5.2 Trajetória do Modelo</b> .....	39
<b>5.3 Problema Quadrático de Alocação</b> .....	40
<b>5.4 Problema de Designação</b> .....	43
<b>5.5 Solução Proposta</b> .....	49
<b>6. CONCLUSÃO</b> .....	59
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	60

## 1. INTRODUÇÃO

Todo início de semestre as instituições de ensino precisam fazer a alocação de salas de aula por turma, de disciplina ou de curso, obedecendo a algumas restrições, como, por exemplo, a distância entre os prédios e departamentos, capacidade das salas e que um mesmo curso tenha todas as aulas em um mesmo bloco.

Em muitas instituições, esse trabalho é feito manualmente, processo que devido à sua dificuldade pode se tornar demorado e muito complexo. Também existe a possibilidade de não se conseguir chegar a uma alocação que atenda a todos os requisitos desejáveis, o que além de gerar dúvidas e dificuldade de entendimento por parte dos usuários, também pode levar à insatisfação dos alunos e professores que irão utilizar as salas de aulas naquele período letivo.

Este problema é conhecido na literatura como problema de alocação de salas (PAS) que, de acordo com Schaerf (1999), é caracterizado como a alocação de aulas e horários já estabelecidos às salas de aula, restringindo-se a várias particularidades relativas a infraestrutura, espaço físico e recursos fundamentais. Estes recursos podem ser entendidos como, por exemplo, os tecnológicos, tipo de case e materiais necessários para lecionar determinada disciplina.

Silva & Silva (2010) discutem que o PAS visa estabelecer uma distribuição das turmas de forma a priorizar algumas restrições em detrimento de outras. Aquelas restrições que não devem ser violadas em hipótese alguma são conhecidas como requisitos essenciais, enquanto outras características desejáveis são chamadas de requisitos não essenciais e devem ser atendidas, quando possível, no processo de alocação das salas de aula. Uma solução viável para o problema é aquela que atende aos requisitos essenciais e é mais desejável à medida que respeita mais requisitos essenciais.

O PAS é um problema clássico de otimização combinatória pertencente à classe NP-difícil (CARTER; TOVEY, 1992). Segundo Silva & Silva (2010), isso significa que o uso de técnicas clássicas de resolução para problemas de programação inteira apresenta dificuldades de utilização na prática, visto que requerem tempos computacionais elevados para a obtenção de soluções ótimas para problemas com porte elevado, como ocorre na realidade para a grande maioria das instituições de ensino. Uma alternativa interessante pode ser a utilização de heurísticas e metaheurísticas para a obtenção de boas soluções viáveis, que podem ser melhores que aquelas obtidas manualmente e com muito menos esforço humano.

Sendo assim, este estudo visa à elaboração de um modelo matemático, com o intuito de melhorar a distribuição das turmas do *campus* ICEA – Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas da Universidade Federal de Ouro Preto.

## **1.1 Objetivos**

### *1.1.1 Objetivo Geral*

- ✓ Este estudo tem por objetivo a elaboração de um modelo matemático para gerar uma alocação das turmas dos cursos de graduação ofertadas pelo Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas (ICEA) da Universidade Federal de Ouro Preto às salas de aulas disponíveis.

### *1.1.2 Objetivos Específicos*

- ✓ Levantamento e análise dos dados necessários para o entendimento e a análise do problema real;
- ✓ Elaboração de um modelo matemático para a representação do problema específico do ICEA;
- ✓ Implementação do modelo em linguagem de modelagem;
- ✓ Realização de testes computacionais, análises e identificação, à partir dos resultados obtidos, de melhorias na distribuição das turmas do ICEA nas salas de aula disponíveis.

## **1.2 Justificativa**

O problema de alocação de salas (PAS), feito semestralmente, é elaborado manualmente por muitas instituições de ensino o que, além de ser demorado, gera insatisfação dos usuários

devido ao não atendimento de restrições do problema. Uma distribuição não eficiente de recurso e espaço pode, além da insatisfação, influenciar em custos e transtornos operacionais e logísticos (MARCONDES, 2008).

A distribuição para esse tipo de problema não se dá somente pela determinação de uma mera sala para que as aulas ocorram. Para Sales (2015, p. 14), o PAS “envolve também a utilização dos espaços eficientemente para as restrições de uso das salas (tamanho, número de carteiras) e dos requisitos (materiais, aparelhos eletrônicos, tipo de mobiliários) que cada disciplina solicita/necessita.”

Sales (2014) afirma também que as técnicas utilizadas para o desenvolvimento desse tipo de problema computacionalmente antecipa a distribuição de salas com maior exatidão, além de calcular novas configurações, podendo trazer algumas vantagens como ganho de tempo, eficiência e conservação ao conhecimento.

Com isso, espera-se com esse trabalho que a formulação do PAS demonstre resultados melhores que a distribuição feita manualmente, para assim propor uma nova configuração de alocação às turmas do ICEA.

### **1.3 Estrutura do Trabalho**

Para elaboração desta pesquisa, o trabalho foi dividido em 6 capítulos. Primeiramente, apresenta-se a introdução do trabalho, contendo a forma escolhida para abordagem do tema, os objetivos e a justificativa do estudo. No segundo capítulo, tem-se o referencial teórico, em que o conceito de *timetabling* é relacionado ao seu uso na educação, sendo o PAS pertencente a essa classe de problemas. Além disso, discutem-se duas vertentes teóricas de modelagem do PAS, que são o problema quadrático de alocação e o problema de designação, além de alguns trabalhos encontrados na área. O terceiro capítulo apresenta a metodologia adotada e os dados coletados. No quarto capítulo é apresentada a contextualização e elaboração dos modelos formulados para o caso do ICEA. No quinto capítulo, encontram-se os resultados dos testes computacionais, que vão desde os testes iniciais até as soluções propostas para o problema real. Por fim, no sexto e último capítulo, o trabalho é concluído e são apresentadas sugestões para estudos futuros.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

Todo período as instituições de ensino se deparam com a alocação de seus recursos e turmas. Esse processo é conhecido como *timetabling*, definido por Schaerf (1999) como a combinação de um segmento de aulas entre alunos e professores em um determinado período de tempo, normalmente a semana, de modo que satisfaça a diversas restrições. Bucco & Bandeira (2014) apontam que existem diversos problemas de *timetabling* na literatura, tais como: *bus scheduling*, *railway timetabling*, *university timetabling*, *school timetabling*, *sports timetabling*, entre outros.

O problema de programação de horários é classificado por Schaerf (1999) em três principais classes: *school timetabling*, *course timetabling* e *examination timetabling*. Para o desenvolvimento deste trabalho ressaltaremos o *university course timetabling*. O *university course timetabling*, de acordo com Souza (2000), pode ser caracterizado como a alocação das aulas dos cursos aos horários estabelecidos, de modo que as capacidades e disponibilidades das salas sejam respeitadas e nenhum aluno tenha duas ou mais disciplinas ocorrendo simultaneamente.

Devido as diferenças entre cada instituição de ensino, é possível encontrar na literatura uma diversidade de trabalhos referente a *timetabling*. Esse fato se dá devido as restrições e limitações de cada universidade, além da escolha dos requisitos a serem adotadas para distribuição das turmas.

### 2.1. Problema de Alocação de Salas (PAS)

O PAS é considerado como um problema de otimização combinatória que, segundo Bardadyn (1996), é proveniente do problema de programação de cursos universitário (*course timetabling*).

Esse tipo de problema é caracterizado como a alocação de aulas e horários já estabelecidos, restringindo-se a várias particularidades relativas a infraestrutura, espaço físico e recursos fundamentais (SCHAERF, 1999).

Conforme mencionado anteriormente, o PAS é um problema de otimização combinatória que pertence à classe NP-difícil. Para Colin (2017), em problemas dessa classe

nem sempre é possível encontrar uma solução ótima em tempo hábil. Devido a isso, diversas técnicas têm sido utilizadas para se obter uma solução de qualidade em tempo computacional considerado aceitável para o porte do problema prático.

## 2.2. Problema Quadrático de Alocação

O problema quadrático de alocação (PQA) foi proposto primeiramente por Koopmans e Beckmann (1957) como uma formulação matemática relacionada a atividades econômicas e, a partir daí, muitos estudos foram desenvolvidos para resolução de problemas de otimização de arranjo físico.

Oliveira, Attux e Boccato (2015) afirmam que o PQA consiste em alocar cada instalação em um determinado local, de forma que minimize o custo formado entre os fluxos e as distâncias, considerando  $n$  instalações,  $n$  locais e as distâncias entre os locais e os fluxos (pessoal, materiais, etc).

Segundo Rangel *et al.* (1999), o PQA é um dos problemas mais difíceis de se resolver, dentro da otimização combinatória, em relação à sua complexidade computacional. Pertencente à classe NP-difícil e, assim como o problema do caixeiro viajante, é um problema combinatório que assume porte elevado em aplicações práticas.

Para Loiola *et al.* (2007) em problemas quadráticos de alocação não é possível atestar a otimalidade das soluções para alguns instâncias somente com trinta instalações a serem posicionadas. Sendo assim, encontram-se diversos estudos na literatura, onde adotam-se métodos heurísticos para sua resolução.

Existes diversas formulações para este tipo de problema, sendo a mais clássica elaborada por Koopmans e Bachmann (1957), baseado em programação linear inteira. Considerando  $f_{ij}$  o fluxo entre as instalações  $i$  e  $j$ , e  $d_{kp}$  a distancia entre os locais  $k$  e  $p$ , tem-se:

Minimizar

$$z = \sum_{i,j=1}^n \sum_{k,p=1}^n f_{ij} d_{kp} x_{ik} x_{jp} \quad (01)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j, \dots, n \quad (02)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i, \dots, n \quad (03)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j = 1 \dots n \quad (04)$$

Em que:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se a instalação } i \text{ é alocado ao local } j; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (05)$$

A função objetivo visa a minimização dos custos de alocação dos departamentos aos locais ou salas disponíveis, sendo consideradas medidas de fluxo e distância para a definição dos custos de alocação e interação entre as salas disponíveis e as suas funcionalidades. As restrições do problema garantem, essencialmente, que todos os departamentos sejam alocados a uma sala, enquanto cada sala pode receber apenas um departamento. As variáveis do problema são binárias.

### 2.3. Problema de Designação

O problema de designação é um problema clássico e com diversos estudos dentro da otimização combinatória. Segundo Moreira (2007), este tipo de problema envolve a designação de recursos, como tarefas às máquinas, pessoas a lugares, períodos a tarefas, entre outros, além de que cada atribuição possui uma variável de decisão associada a ela.

Hillier & Lieberman (2013) apresentam como exemplo deste tipo de problema a alocação de  $m$  tarefas a  $n$  máquinas, onde cada tarefa  $i$  é alocada a uma máquina  $j$  à um custo  $C_{ij}$ . O objetivo é minimizar o custo total de modo que todas as designações sejam determinadas. Assim, o modelo pode ser representado da seguinte forma:

Minimizar

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij} \quad (06)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j, \dots, m \quad (07)$$

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1 \quad \forall i, \dots, n \quad (08)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j = 1 \dots n \quad (09)$$

Onde:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se a tarefa } i \text{ é designada a máquina } j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (10)$$

A formulação desse problema, apesar de muito semelhante à do PQA, apresenta sutis diferenças que fazem com que o mesmo seja de muito mais simples resolução que o PQA. Primeiramente, os custos de alocação das tarefas às máquinas não inclui medidas de interação com as demais máquinas ou tarefas disponíveis, sendo analisado apenas par a par.

Além disso, a questão mais importante, que torna o problema da designação pertencente à classe P, de problemas para os quais existem algoritmos que garantem a obtenção da solução ótima em tempo polinomial, é a definição das variáveis  $x_{ij}$  como não negativas, apesar do seu significado ser binário.

Moreira (2007) afirma que em problemas de designação os recursos e objetos que serão designados devem ser proporcionais. Assim, caso haja mais recursos que objetos a serem designados não há alteração na formulação do problema, porém o excesso não será designado. Caso ocorra o contrário a solução é adicionar mais recursos fictícios.

O problema de designação se aplica ao PAS, pois o objetivo é designar as turmas da instituição de ensino as salas de aula.

## **2.4. Trabalhos na área**

Dentro da literatura é possível encontrar diversas aplicações para a resolução do problema de alocação de salas. Kripka e Kripka (2010) utilizaram como técnica a metaheurística *simulated annealing* para a solução do problema, que teve como função objetivo a diminuição da distância percorrida pelos alunos. Os resultados do estudo se mostraram satisfatórios após a aplicação.

Outro estudo da literatura que visa a minimização do deslocamento dos alunos foi feito por Morais & Silva (2011), porém utilizando a técnica de Programação Inteira Mista, sendo uma modelagem mais simples que a anterior. Os autores também revelaram resultados satisfatório com a pesquisa para aplicações práticas.

Marcondes (2008) apresenta em seu trabalho três algoritmos aplicando diferentes técnicas para a resolução do problema, sendo elas: resolução sucessiva de problemas de designação, resolução sucessiva de problemas de designação com gargalo e meta-heurística Busca em Vizinhança Variável. Os três algoritmos apresentaram resultados melhores do que a distribuição feita manualmente, porém, comparados entre si, o primeiro apresentou resultados mais eficientes.

Pode-se observar que em estudos relacionados ao PAS existem diversos métodos para sua solução, onde envolvem diferentes técnicas com diferentes critérios a serem obedecidos, de acordo com a realidade da pesquisa a ser trabalhada.

## **3. METODOLOGIA**

Para o desenvolvimento do estudo, utiliza-se de métodos em Pesquisa Operacional (PO).

### **3.1. Caracterização da Pesquisa**

A pesquisa operacional é uma técnica que auxilia na tomada de decisões através da modelagem matemática. De acordo com Miguel (2012), a aplicação de modelos auxilia na

compreensão do ambiente estudado, identificação de problemas e criação de estratégias que apoiam o processo da tomada de decisão.

O presente estudo trata-se de uma pesquisa empírica quantitativa normativa, utilizando métodos aplicados à PO. De acordo com Arenales et al. (2007), essa abordagem é feita a partir de cinco etapas:

1. Definição do problema;
2. Formulação e construção do Modelo;
3. Solução do modelo;
4. Validação do modelo;
5. Implementação da solução.

A partir dos passos definidos anteriormente, segue o levantamento feito dentro de cada etapa:

### *3.1.1. Definição do problema*

Este estudo teve como objetivo propor um modelo matemático que gere como solução uma nova configuração da alocação da turma  $i$  a sala  $k$  do ICEA, de modo que a nova distribuição feita seja melhor que a elaborada manualmente.

### *3.1.2. Formulação e Construção do modelo*

Na segunda etapa, inicialmente formulou-se o modelo matemático utilizando a abordagem de alocação quadrática. Devido aos resultados computacionais obtidos através do *software* de otimização utilizado, foi proposto outro modelo com o intuito de gerar uma resposta ao objetivo da pesquisa. Ambas as formulações têm como função objetivo a minimização do custo da alocação de todas as turmas às salas de aula, obedecendo as seguintes restrições essenciais: todas as turmas devem ser alocadas; as salas de aulas podem receber uma única turma; as turmas devem obedecer ao turno em que pertencem e a capacidade das salas devem ser respeitadas.

### 3.1.3. Solução do modelo

Para a resolução do modelo matemático foi implementado na linguagem AMPL utilizando o *software* livre GLPK Integer Optimizer versão 4.8, ao qual foram gerados 3 arquivos no bloco e notas: 1 arquivo .mod contendo o modelo matemático e suas restrições e outros .dat contendo os dados, sendo um com as informações do turno 1 e o outro com as do turno 2. A execução foi feita em um computador portátil equipado com um processador Intel(R) Core(TM) i5-5200U CPU @ 2.20GHz, 4,00 GB de memória RAM e sistema operacional de 64 bits. Para execução do modelo foi feito um executor em que invoca o *solver*, o arquivo do modelo e o de dados e gera uma saída com a solução .sol.

### 3.1.4. Validação do modelo

Depois de feita a análise do número de alunos máximo matriculados em cada turma ao longo dos períodos 2017.1, 2016.2 e 2016.1 do ICEA, foi definido um número de estudantes por turma. A partir dessa informação, comparou-se o resultado obtido com a distribuição feita no *campus* no semestre 2017.1. Com o intuito de validar os resultados, fez-se um levantamento do número máximo de alunos matriculados em cada turma do período letivo 2017.2 e executou o modelo matemático, avaliando se seria viável ou não a outros semestres.

### 3.1.5. Implementação da solução

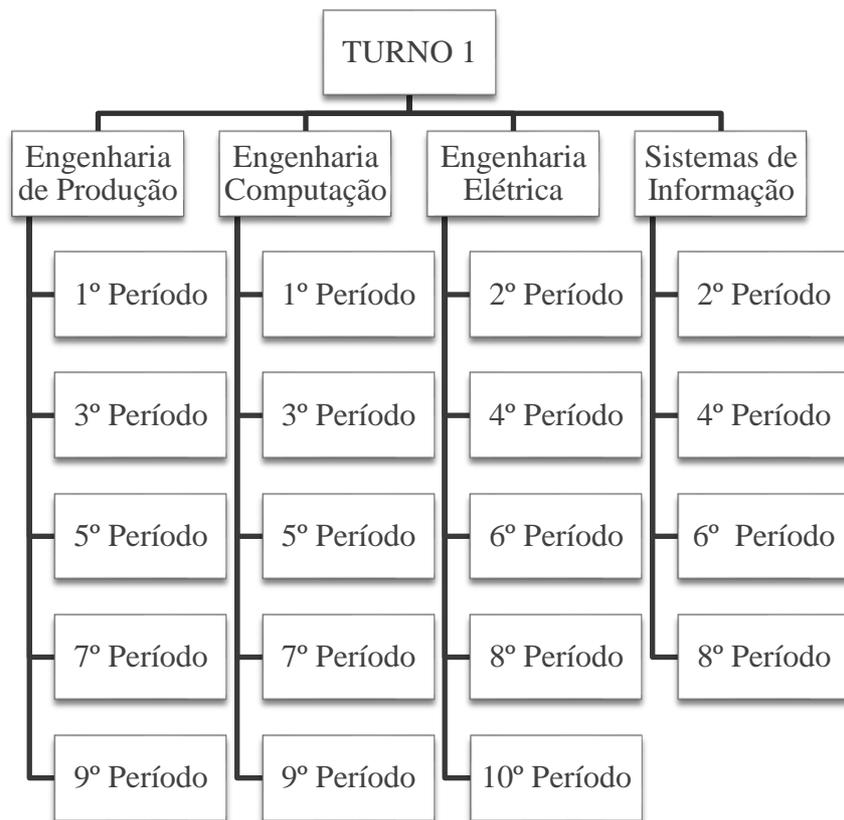
Depois dos resultados apresentados nas etapas anteriores foi proposto um modelo matemático para a alocação das turmas, em cada turno, para o *campus* baseado no número de matrículas das turmas a cada início de período do ICEA.

### **3.2.Coleta de Dados**

Atualmente no ICEA existem quatro cursos: Engenharia de Produção (EP), Sistemas de Informação (SI), Engenharia de Computação (EC) e Engenharia Elétrica (EE), sendo que as engenharias possuem 10 períodos letivos cada e o curso de SI 8 períodos.

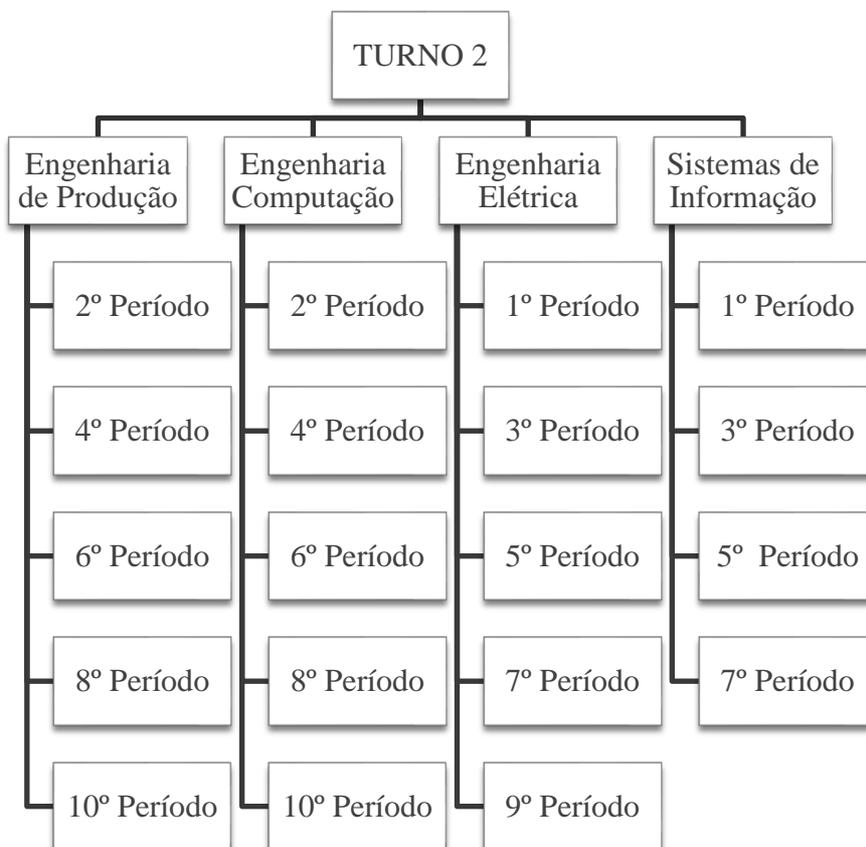
As aulas no *campus* ocorrem nos turnos da tarde e da noite. Os cursos possuem uma distribuição na qual os períodos ímpares de EP e EC e pares de EE e SI possuem aulas em um turno e as demais turmas em outro. Logo, as aulas são lecionadas em dois turnos distintos, conforme mostrado pelas Figuras 1 e 2:

**FIGURA 1 – TURMAS TURNO 01**



Fonte: Elaborado pela autora

**FIGURA 2 – TURMAS TURNO 02**



Fonte: Elaborado pela autora

Dentro do instituto existem 7 blocos: A, B, C, D, E, G e H. O bloco G é o administrativo, ou seja, onde encontram-se os gabinetes dos professores, biblioteca, secretarias, diretorias e sala de reunião; e o bloco H é destinado aos laboratórios, principalmente dedicados a grupos de pesquisa. Os laboratórios de uso geral e ensino se concentram nos blocos C e H, tendo sua utilização definida por um sistema específico de reservas, de acesso exclusivo dos professores e para marcação com antecedência máxima de uma semana. Logo, para a construção do modelo, não é relevante considerá-los.

Dentre os outros 5 blocos existem 22 salas disponíveis para as aulas, conforme mostrado na Tabela 1:

**TABELA 1 - CAPACIDA DAS SALAS DE AULA**

<b>SALA</b>	<b>REFERENCIA</b>	<b>CAPACIDADE CONSIDERADA</b>	<b>CAPACIDADE <i>campus oficial de acordo com a administração do campus)</i></b>
<b>A101</b>	A	36	40
<b>A301</b>	B	18	18
<b>A302</b>	C	42	48
<b>A303</b>	D	42	48
<b>A304</b>	E	40	54
<b>B102</b>	F	30	Eletivas
<b>C102</b>	G	54	54
<b>C103</b>	H	60	60
<b>C202</b>	I	54	54
<b>C302</b>	J	54	54
<b>C303</b>	K	54	54
<b>D202</b>	L	48	54
<b>D203</b>	M	60	54
<b>D204</b>	N	60	60
<b>D303</b>	O	48	54
<b>D304</b>	P	60	66
<b>E202</b>	Q	54	Eletivas
<b>E203</b>	R	54	54
<b>E204</b>	S	60	60

<b>E303</b>	T	54	54
<b>E304</b>	U	54	54
<b>E305</b>	V	60	60

Fonte: Elaborado pela autora

Na primeira coluna da Tabela 1 consta a denominação das salas no instituto, onde a letra faz referência ao bloco e a numeração ao andar e a sala, por exemplo: a terceira sala do bloco D do segundo piso é a D203. A segunda coluna contém a capacidade das salas consideradas nos dados do modelo e a terceira consta a capacidade considerada pelo *campus*.

Devido a algumas reclamações de alunos e professores, como por exemplo a superlotação de estudantes e número de cadeiras inferior ao de matriculados, as carteiras disponíveis em cada sala foram contadas, considerando o número da capacidade de maneira que o espaço físico fosse melhor respeitado, deixando as aulas mais confortáveis.

Nota-se uma divergência muito grande de capacidade no bloco A, em que a considerada pela universidade é muito superior. Além disso a sala E202 é tratada como um espaço para disciplinas eletivas, onde não foi informado sua capacidade pela universidade, sendo que poderia ser melhor aproveitada para turmas com maiores demandas.

Com o intuito de obter um resultado em que uma sala sempre atenda a demanda de uma determinada turma, foi levantado o número de matriculados em todas as disciplinas nos períodos 2017/1, 2016/2 e 2016/1, essa informação foi cedida pelo Seção de Ensino da universidade. A partir disso, separou-se as disciplinas por cursos e turmas, onde as matérias do mesmo curso e período foram agrupadas. Depois de analisado os números, foi considerado como demanda da turma a quantidade de alunos da disciplina, dentro daquelas ofertada por período, que possui maior número de matriculados entre os semestres estudados. Com isso, obteve-se o número de alunos estimados para cada turma, mostrado abaixo:

**TABELA 2 – MÁXIMO DE ALUNOS MATRICULADOS POR TURMA**

<b>PERIODO</b>	<b>Nº TURMA</b>	<b>MAX. EP</b>	<b>Nº TURMA</b>	<b>MAX. EC</b>	<b>Nº TURMA</b>	<b>MAX. EE</b>	<b>Nº TURMA</b>	<b>MAX. SI</b>
<b>1</b>	1	59	11	56	21	58	31	55
<b>2</b>	2	52	12	57	22	58	32	50
<b>3</b>	3	51	13	53	23	54	33	39

<b>4</b>	4	47	14	47	24	55	34	38
<b>5</b>	5	45	15	52	25	50	35	34
<b>6</b>	6	49	16	48	26	42	36	34
<b>7</b>	7	43	17	29	27	44	37	24
<b>8</b>	8	45	18	33	28	52	38	16
<b>9</b>	9	35	19	14	29	32		
<b>10</b>	10	36	20	44	30	40		

Fonte: Elaborado pela autora

Ao total existem 38 turmas na instituição, sendo 19 no turno 1 e 19 no turno 2. Conforme enumerada na Tabela 3, as turmas de cada turno são divididas da seguinte forma:

**TABELA 3 – SALAS DE AULAS POR TURNO**

EP [1 a 10] - EC [11 a 20] - EE [21 a 30] - SI [31 a 38]																			
<b>Turno 1</b>	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	22	24	26	28	30	32	34	36	38
<b>Turno 2</b>	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	21	23	25	27	29	31	33	35	37

Fonte: Elaborado pela autora

Devido ao ICEA não ser um *campus* grande, a distância entre as salas de aula não é considerada como um requisito essencial para o problema e sim de qualidade. Para determinação das distâncias utilizou-se dos seguintes parâmetros:

- Bloco (mesmo bloco/ bloco diferente);
- Piso (a sala se encontra no mesmo piso/ encontra-se em piso diferente, considerando os lances de escadas);
- Proximidade (o quão próxima ou distante a sala se encontra).

A partir desses critérios, foram estabelecidos pesos e construído a matriz de distâncias entre as salas de aula, mostrado abaixo:

**TABELA 4 – MATRIZ DE DISTÂNCIAS**

$d_{kl}$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
<b>A</b>	0	6	7	8	9	14	20	21	22	25	26	22	23	24	27	28	25	26	27	28	29	30
<b>B</b>	6	0	1	2	3	20	26	27	28	31	32	28	29	30	33	34	31	32	33	34	35	36
<b>C</b>	7	1	0	1	2	21	27	28	29	32	33	29	30	31	34	35	32	33	34	35	36	37
<b>D</b>	8	2	1	9	1	22	28	29	30	33	34	30	31	32	35	36	33	34	35	36	37	38
<b>E</b>	9	3	2	1	0	23	29	30	31	34	35	31	32	33	36	37	34	35	36	37	38	39
<b>F</b>	14	20	21	22	23	0	7	8	9	12	13	16	17	18	20	21	21	22	23	24	25	26
<b>G</b>	20	26	27	28	29	7	0	1	7	9	10	17	18	19	21	22	22	23	24	25	26	27
<b>H</b>	21	27	28	29	30	8	1	0	8	10	11	18	19	20	22	23	23	24	25	26	27	28
<b>I</b>	22	28	29	30	31	9	7	8	0	6	7	19	20	21	23	24	24	25	26	27	28	29
<b>J</b>	25	31	32	33	34	12	9	10	6	0	1	22	23	24	26	27	27	28	29	30	31	32
<b>K</b>	26	32	33	34	35	13	10	11	7	1	0	23	24	25	27	28	28	29	30	31	32	33
<b>L</b>	22	28	29	30	31	16	17	18	19	22	23	0	1	2	7	8	12	13	14	15	16	17
<b>M</b>	23	29	30	31	32	17	18	19	20	23	24	1	0	1	8	9	13	14	15	16	17	18
<b>N</b>	24	30	31	32	33	18	19	20	21	24	25	2	1	0	9	10	14	15	16	17	18	19
<b>O</b>	27	33	34	35	36	20	21	22	23	26	27	7	8	9	0	1	16	17	18	19	20	21
<b>P</b>	28	34	35	36	37	21	22	23	24	27	28	8	9	10	1	0	17	18	19	20	21	22
<b>Q</b>	25	31	32	33	34	21	22	23	24	27	28	12	13	14	16	17	0	1	2	4	5	6
<b>R</b>	26	32	33	34	35	22	23	24	25	28	29	13	14	15	17	18	1	0	1	5	6	7
<b>S</b>	27	33	34	35	36	23	24	25	26	29	30	14	15	16	18	19	2	1	0	6	7	8
<b>T</b>	28	34	35	36	37	24	25	26	27	30	31	15	16	17	19	20	4	5	6	0	1	2
<b>U</b>	29	35	36	37	38	25	26	27	28	31	32	16	17	18	20	21	5	6	7	1	0	1
<b>V</b>	30	36	37	38	39	26	27	28	29	32	33	17	18	19	21	22	6	7	8	2	1	0

Fonte: Elaborado pela autora

Os blocos do instituto, considerados nos arquivos de dados, possuem três andares, porém nem todas as salas são disponíveis para ministrar aulas. O bloco B, por exemplo, possui disponibilidade apenas no primeiro andar na sala B102, os restantes são utilizados para projetos e salas de estudo. Já os blocos D e E possuem aulas apenas no segundo e terceiro piso, pois no térreo encontra-se a Cantina e o Restaurante Universitário.

Depois de coletados e analisados os dados, foi possível a elaboração dos modelos matemáticos propostos, demonstrado no Capítulo 4.

## **4. MODELO MATEMÁTICO**

Nesta seção é apresentado a contextualização dos dois modelos implementados, bem como a sua construção.

### **4.1.Contexto do Modelo**

O objetivo do estudo é propor um modelo matemático onde se tem um conjunto de turmas, com seu turno (tarde/noite) pré-determinado, ao qual devem ser alocadas a um conjunto de salas disponíveis obedecendo a determinados critérios.

Conforme discutido por Sales (2014), os problemas de alocação de salas geralmente possuem função objetivo de minimização com o intuito de diminuir um certo custo. Além disso, são divididos em restrições essenciais, ao qual seu atendimento é fundamental, e restrições não-essenciais, que são aquelas de qualidade, ou seja, atende a melhorias.

Foram listados os requisitos essenciais e de qualidades referente a elaboração do modelo, nota-se que não foram citadas nada referente a acessibilidade devido a esses casos raros dentro da instituição.

✓ Requisitos essenciais:

- a) Em uma mesma sala não pode haver mais de uma turma alocada;
- b) Todas as turmas devem ser alocadas;
- c) As salas de aula não devem receber quantidades de alunos superiores à sua capacidade;
- d) As turmas devem ser alocadas de acordo com seu turno que ocupa.

✓ Requisitos não-essenciais:

- e) Salas do bloco A e B devem ser evitadas, quando possível;

f) Turmas do mesmo curso devem ficar mais próximas, se possível.

Basicamente, os requisitos essenciais visam alocar todas as turmas, sendo que as salas não podem receber mais de uma classe no turno que ocupa. Além disso, as salas não podem receber mais alunos que sua capacidade. Já os requisitos não-essenciais visam preferir a alocação das turmas no bloco C, D e E, pois, os blocos A e B são vistos como salas de qualidade inferior as demais dentro do *campus*. Em relação a proximidade das turmas do mesmo curso, esse requisito não é tratado como essencial devido ao ICEA ser um instituto pequeno, não tratando a distância entre as turmas como um problema sério.

#### 4.2. Construção do Modelo Matemático: Problema Quadrático de Alocação Linearizado

Inicialmente foi elaborado um modelo matemático quadrático de alocação linearizado, considerando um conjunto de turmas  $i$  que devem ser alocados as salas  $k$ , obedecendo ao período ao qual pertencem. Os conjuntos e parâmetros do modelo são definidos como:

<p><math>i</math> – Representa a quantidade de turmas a serem alocadas. <math>k</math> – Representa a quantidade de salas de aulas disponíveis. <math>I</math> – Representa o conjunto de turmas formadas pelos cursos do ICEA. <math>K</math> – Representa o conjunto de salas de aulas disponíveis para aulas.</p> <p><math>d_{kl}</math> – Representa a distância entre as salas de aula <math>k</math> e <math>l</math>.</p> <p><math>f_{ij}</math> – Representa o fluxo trocado entre as turmas <math>i</math> e <math>j</math>.</p> <p><math>z_i</math> – Representa o número de alunos estimados para a turma <math>i</math>.</p> <p><math>w_k</math> – Representa a capacidade da sala de aula <math>k</math>.</p> <p><math>c_{ik}</math> – Representa o custo de alocar a turma <math>i</math> a sala <math>k</math>.</p> <p><math>D_{ij}</math> – Representa a variável de distância relativa entre as turmas <math>i</math> e <math>j</math>.</p> <p><math>x_{ik}</math> – Representa a variável binária de decisão do problema.</p>
---

Assim, o modelo matemático foi formulado conforme mostrado nas equações 11 a 16:

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} (z_i/w_k) * x_{ik} * c_{ik} + \sum_{i \in I} \sum_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} f_{ij} * D_{ij} \quad (11)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1} x_{ik} = 1 \quad \forall 1, \dots, j \quad (12)$$

$$\sum_{k=1} x_{ik} \leq 1 \quad \forall 1, \dots, k \quad (13)$$

$$\sum_{\substack{i,j \in I \\ i \neq j}} \sum_{\substack{k,l \in K \\ k \neq l}} D_{ij} \geq d_{kl} * (x_{ik} + x_{jk} - 1) \quad (14)$$

$$z_i * x_{ik} \leq w_k \quad \forall i = 1, \dots, j, \forall k = 1, \dots, l \quad (15)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i = 1, \dots, k, \forall k = 1, \dots, l \quad (16)$$

A equação (11) representa a função objetivo do problema, que visa minimizar o custo de alocação de todas as turmas às salas de aula e a distância relativa entre todas as turmas, buscando melhorar a taxa de ocupação das salas, representado pela razão entre o número de alunos estimados e a capacidade da sala de aula.

A equação (12) indica que todas as turmas devem ser alocadas. A restrição representada pela equação (13) diz que as salas de aula podem ser alocadas com até uma turma. A equação (14) representa a restrição linearizada para determinação das distâncias relativas entre as turmas. A equação (15) diz respeito às capacidades das salas de aula, em que uma turma não pode ser alocada em uma sala que excede sua capacidade. Por fim, a equação (16) define o domínio das variáveis de decisão.

### 4.3. Construção do Modelo Matemático: Problema de Designação

Conforme mencionado no Capítulo 3, foram elaborados dois modelos durante a pesquisa. Em um primeiro momento utilizou-se do problema de alocação quadrática linearizado, já nesse segundo, fez-se uso do problema de designação. Assim como no primeiro caso, também foi feito um modelo matemático considerando um conjunto de turmas  $i$  que devem ser alocados as salas  $k$ , obedecendo ao período ao qual pertencem. Os conjuntos e parâmetros dos modelos são praticamente os mesmos, com exceção da variável  $D_{ij}$ , conforme mostrado abaixo:

$i$  – Representa a quantidade de turmas a serem alocadas.  
 $k$  – Representa a quantidade de salas de aulas disponíveis.  
 $I$  – Representa o conjunto de turmas formadas pelos cursos do ICEA.  
 $K$  – Representa o conjunto de salas de aulas disponíveis para aulas.

$d_{kl}$  – Representa a distância entre as salas de aula  $k$  e  $l$ .

$f_{ij}$  – Representa o fluxo trocado entre as turmas  $i$  e  $j$ .

$z_i$  – Representa o número de alunos estimados para a turma  $i$ .

$w_k$  – Representa a capacidade da sala de aula  $k$ .

$c_{ik}$  – Representa o custo de alocar a turma  $i$  a sala  $k$ .

$x_{ik}$  – Representa a variável binária de decisão do problema.

Dessa forma, o modelo matemático foi formulado conforme mostrado:

$$\min \sum_{i,j \in I} \sum_{k,l \in K} (z_i/w_k) * c_{ik} * f_{ij} * d_{kl} * x_{ik} \quad (17)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1} x_{ik} = 1 \quad \forall 1, \dots, j \quad (18)$$

$$\sum_{k=1} x_{ik} \leq 1 \quad \forall 1, \dots, l \quad (19)$$

$$z_i * x_{ik} \leq w_k \quad \forall i = 1, \dots, j, \forall k = 1, \dots, l \quad (20)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i = 1, \dots, j, \forall k = 1, \dots, l \quad (21)$$

A equação (17) representa a função objetivo do problema, que visa minimizar o custo de alocação de todas as turmas às salas de aula e a distância relativa entre todas as turmas, buscando a taxa de ocupação das salas, representado pela razão entre o número de alunos estimados e a capacidade da sala de aula.

A equação (18) indica que todas as turmas devem ser alocadas. A equação (19) diz que as salas de aula podem ser alocadas com até uma turma. A equação (20) diz respeito às capacidades das salas de aula, em que uma turma não pode ser alocada em uma sala que excede sua capacidade. Por fim, a equação (21) defini o domínio das variáveis de decisão.

Nota-se uma grande semelhança entre as duas abordagens utilizadas, diferindo basicamente na técnica de resolução utilizada, onde no primeiro utilizou-se do problema quadrático de alocação linearizado e no segundo o problema de designação.

#### **4.4. Atendimento aos Requisitos do Problema**

Conforme discutido no tópico 4.1, para a elaboração do modelo matemático foram listados requisitos essenciais e de qualidade, que devem ser atendidas para solução do problema.

Com o intuito de ilustrar como os requisitos foram atendidos foi elaborado um quadro, mostrado no Quadro 1:

**QUADRO 1 - ATENDIMENTO AS RESTRIÇÕES DO PROBLEMA**

<b>REQUISITO</b>	<b>Modelo 01- Problema Quadrático Alocação</b>	<b>Modelo 02 – Problema de designação</b>
Essencial a)	Implementado a equação (03)	Implementado a equação (17)
Essencial b)	Implementado a equação (02)	Implementado a equação (18)
Essencial c)	Implementado a equação (05)	Implementado a equação (20)
Essencial d)	Foram feitos dois arquivos de dados .dat, onde um contém os dados das turmas do Turno 1 e o outro do Turno 2, executados separadamente.	Foram feitos dois arquivos de dados .dat, onde um contém os dados das turmas do Turno 1 e o outro do Turno 2, executados separadamente.
Qualidade e)	O parâmetro $c_{ik}$ foi definido com o intuito de estabelecer um custo de alocação maior para as salas $k$ pertencentes aos blocos A e B.	O parâmetro $c_{ik}$ foi definido com o intuito de estabelecer um custo de alocação maior para as salas $k$ pertencentes aos blocos A e B.
Qualidade f)	O parâmetro $f_{ij}$ foi definido de maneira em que o peso do custo do fluxo entre as turmas $i$ e $j$ do mesmo curso é inferior ao fluxo entre cursos diferentes.	O parâmetro $f_{ij}$ foi definido de maneira em que o peso do custo do fluxo entre as turmas $i$ e $j$ do mesmo curso é inferior ao fluxo entre cursos diferentes.

Fonte: Elaborado pela autora

Com isso, conclui-se que as restrições essenciais e de qualidades foram consideradas na construção de ambos os modelos matemáticos.

## **5. IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO**

Nesta seção é apresentado como foi feito a construção do arquivo de dados, bem como a trajetória de implementação dos dois modelos propostos e a solução para o problema apresentado.

## 5.1. Construção dos dados

Com o intuito de atender a um dos requisitos do problema e em virtude da sua complexidade computacional, para execução dos modelos propostos foram gerados dois arquivos .dat, onde um apresenta informações referente ao turno 1 e o outro ao turno 2.

Inicialmente declarou-se os conjuntos I, referente as turmas, e K, referente as salas de aula, conforme mostrado nas Figuras 3 e 4:

**FIGURA 3 – ARQUIVO DE DADOS TURNO 1: CONJUNTO DE TURMAS E SALAS**  
`set I := 1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 22 24 26 28 30 32 34 36 38;`  
`set K := A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V;`

Fonte: Arquivo de dados turno 1.dat

**FIGURA 4 – ARQUIVO DE DADOS TURNO 2: CONJUNTO DE TURMAS E SALAS**  
`set I := 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 21 23 25 27 29 31 33 35 37;`  
`set K := A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V;`

Fonte: Arquivo de dados turno 2.dat

Para determinar o custo de alocação da turma  $i$  a sala  $k$ , foi elaborado uma matriz onde as salas pertencentes aos blocos A e B (salas A, B, C, D, E e F) possuem peso maior que as demais, mostrado nas Figuras 5 e 6.

**FIGURA 5 – ARQUIVO DE DADOS TURNO 1: MATRIZ DE CUSTO**

param c:	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	:=
1	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
9	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
11	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
13	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
15	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
17	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
19	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
22	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
24	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
26	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
32	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
34	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
36	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
38	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1;

Fonte: Arquivo de dados turno 1.dat

**FIGURA 6 – ARQUIVO DE DADOS TURNO 2: MATRIZ DE CUSTO**

param c:	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	:=
2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
8	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
12	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
14	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
16	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
18	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
20	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
21	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
23	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
25	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
27	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
31	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
33	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
35	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
37	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1;

Fonte: Arquivo de dados turno 2.dat

Para construção da matriz de distâncias foram determinados parâmetros, mencionados no Capítulo 3, considerando lances de escada, proximidade entre salas e blocos. Vale ressaltar

que a distância não é um requisito essencial para o problema devido ao tamanho do *campus* estudado. Os valores estabelecidos entre as salas *i* e *j* foram mostrados no tópico 3.2 do trabalho.

Em relação ao parâmetro  $f_{ij}$  também foi feita uma matriz de valores estabelecendo pesos, considerando: turmas do mesmo curso/turmas de cursos diferentes. O fluxo entre turmas *i* e *j* do mesmo curso possui um peso inferior em relação ao fluxo trocado entre as turmas de cursos diferentes.

**FIGURA 7 – ARQUIVO DE DADOS TURNO 1: MATRIZ DE FLUXO TROCADO ENTRE AS TURMAS**

```

param f:
    1   3   5   7   9  11  13  15  17  19  22  24  26  28  30  32  34  36  38 :=
    1   1   1   1   1  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10
    3   1   1   1   1  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10
    5   1   1   1   1  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10
    7   1   1   1   1  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10
    9   1   1   1   1  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10
    11  10  10  10  10  10  1  1  1  1  1  10  10  10  10  10  10  10  10
    13  10  10  10  10  10  1  1  1  1  1  10  10  10  10  10  10  10  10
    15  10  10  10  10  10  1  1  1  1  1  10  10  10  10  10  10  10  10
    17  10  10  10  10  10  1  1  1  1  1  10  10  10  10  10  10  10  10
    19  10  10  10  10  10  1  1  1  1  1  10  10  10  10  10  10  10  10
    22  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  1  1  1  1  1  10  10  10  10
    24  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  1  1  1  1  1  10  10  10  10
    26  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  1  1  1  1  1  10  10  10  10
    28  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  1  1  1  1  1  10  10  10  10
    30  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  1  1  1  1  1  10  10  10  10
    32  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  1  1  1  1
    34  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  1  1  1  1
    36  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  1  1  1  1
    38  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  1  1  1  1;

```

Fonte: Arquivo de dados turno 1.dat

**FIGURA 8 – ARQUIVO DE DADOS TURNO 2: MATRIZ DE FLUXO TROCADO ENTRE AS TURMAS**

```

param f:  2  4  6  8  10 12 14 16 18 20 21 23 25 27 29 31 33 35 37 :=
  2  1  1  1  1  1 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
  4  1  1  1  1  1 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
  6  1  1  1  1  1 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
  8  1  1  1  1  1 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
 10  1  1  1  1  1 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
 12 10 10 10 10 10 1  1  1  1  1 10 10 10 10 10 10 10 10
 14 10 10 10 10 10 1  1  1  1  1 10 10 10 10 10 10 10 10
 16 10 10 10 10 10 1  1  1  1  1 10 10 10 10 10 10 10 10
 18 10 10 10 10 10 1  1  1  1  1 10 10 10 10 10 10 10 10
 20 10 10 10 10 10 1  1  1  1  1 10 10 10 10 10 10 10 10
 21 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10  1  1  1  1  1 10 10 10 10
 23 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10  1  1  1  1  1 10 10 10 10
 25 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10  1  1  1  1  1 10 10 10 10
 27 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10  1  1  1  1  1 10 10 10 10
 29 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10  1  1  1  1  1 10 10 10 10
 31 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10  1  1  1  1
 33 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10  1  1  1  1
 35 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10  1  1  1  1
 37 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10  1  1  1  1;

```

Fonte: Arquivo de dados turno 2.dat

Ainda nos arquivos de dados, foi declarado o número de alunos  $i$  estimados para cada turma, baseado no histórico de matriculados dos últimos períodos do *campus*, mostrado na Figura 9. Os dados da esquerda representam o turno 1 e o da direita o turno 2.

**FIGURA 9 – ARQUIVO DE DADOS: NÚMERO DE ALUNOS ESTIMADOS PARA AS TURMAS**

param z:= 1	59	param z:= 2	52
3	51	4	47
5	45	6	49
7	43	8	45
9	35	10	36
11	56	12	57
13	53	14	47
15	52	16	48
17	29	18	33
19	14	20	44
22	58	21	58
24	55	23	54
26	42	25	50
28	52	27	44
30	40	29	32
32	50	31	55
34	38	33	39
36	34	35	34
38	16;	37	24;

Fonte: Arquivos de dados.dat

Por fim, declarou-se os valores da capacidade das salas  $w_k$ , a partir da contagem de carteiras de cada sala:

**FIGURA 10 - ARQUIVO DE DADOS: CAPACIDADE DAS SALAS DE AULA K**

```
param w := A 36  
          B 18  
          C 42  
          D 42  
          E 40  
          F 30  
          G 54  
          H 60  
          I 54  
          J 54  
          K 54  
          L 54  
          M 48  
          N 60  
          O 48  
          P 60  
          Q 54  
          R 54  
          S 60  
          T 54  
          U 54  
          V 60;
```

Fonte: Arquivos de dados.dat

Depois de elaborado os dois arquivos de dados .dat, foi feito a execução do modelo .mod para gerar a solução final.

## 5.2. Trajetória dos Modelos

Inicialmente tinha-se como objetivo propor uma nova configuração de alocação das turmas  $i$  as salas  $k$  do ICEA, utilizando-se da abordagem do Problema Quadrático de Alocação linearizado. Porém, nos testes iniciais, os resultados se mostraram com tempo computacional inviável para a resolução do problema, em virtude de sua complexidade, NP-hard, e do próprio tamanho.

Com o intuito de alcançar o objetivo do estudo em questão, foi proposto um novo modelo matemático, utilizando-se da abordagem do problema de designação. Depois de alterado o modelo, fez-se testes com os arquivos do turno 1 e 2, que apresentou respostas em tempo hábil e solução viável.

Nos tópicos posteriores são apresentados a implementação de ambos os modelos, desde os testes iniciais até a solução proposta.

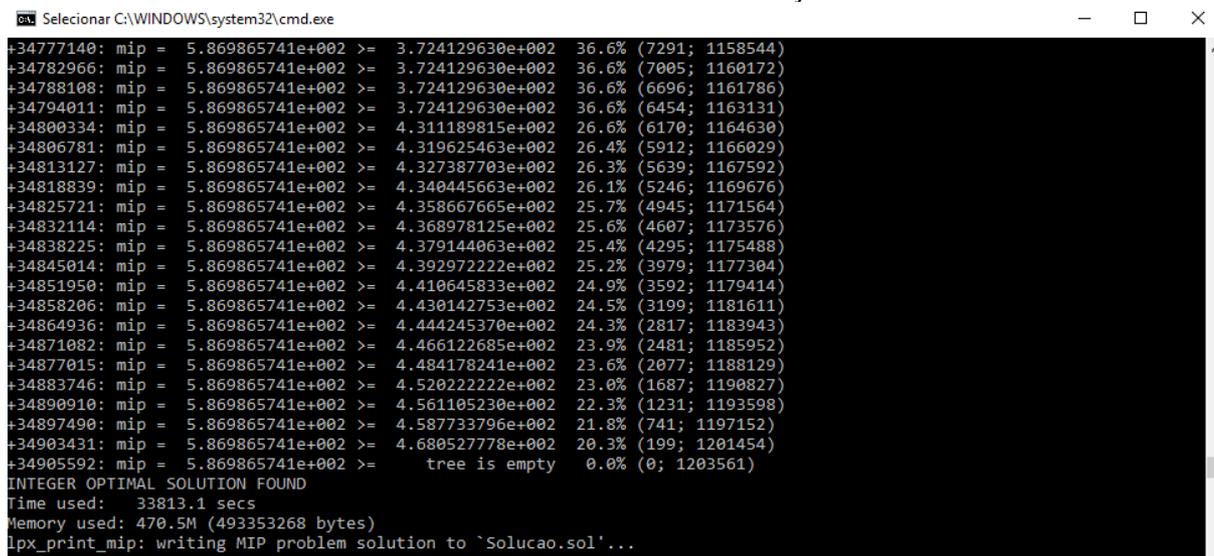
### 5.3. Problema Quadrático de Alocação

Com o objetivo de verificar a viabilidade do modelo, foi feito um teste de modo a alocar 10 turmas de um mesmo turno em 10 salas de 2 blocos diferentes. Considerou-se nos dados de entrada os cursos de Engenharia de Produção e Computação (turmas 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19) e as salas dos blocos D (salas M, N, O e P) e E (salas Q, R, S, T, U e V).

Para execução foi utilizado o solver GLPK *Integer Optimizer* versão 4.8 em um computador portátil equipado com um processador Intel (R) Core (TM) i5-5200U CPU @ 2.20GHz, 4,00 GB de memória RAM e sistema operacional de 64 bits.

Depois de finalizado a execução do modelo e gerado o arquivo de saída da solução, obteve-se os seguintes resultados:

FIGURA 11 - PROMPET DE COMANDO – EXECUÇÃO TESTE 1



```
Selecionar C:\WINDOWS\system32\cmd.exe
+34777140: mip = 5.869865741e+002 >= 3.724129630e+002 36.6% (7291; 1158544)
+34782966: mip = 5.869865741e+002 >= 3.724129630e+002 36.6% (7005; 1160172)
+34788108: mip = 5.869865741e+002 >= 3.724129630e+002 36.6% (6696; 1161786)
+34794011: mip = 5.869865741e+002 >= 3.724129630e+002 36.6% (6454; 1163131)
+34800334: mip = 5.869865741e+002 >= 4.311189815e+002 26.6% (6170; 1164630)
+34806781: mip = 5.869865741e+002 >= 4.319625463e+002 26.4% (5912; 1166029)
+34813127: mip = 5.869865741e+002 >= 4.327387703e+002 26.3% (5639; 1167592)
+34818839: mip = 5.869865741e+002 >= 4.340445663e+002 26.1% (5246; 1169676)
+34825721: mip = 5.869865741e+002 >= 4.358667665e+002 25.7% (4945; 1171564)
+34832114: mip = 5.869865741e+002 >= 4.368978125e+002 25.6% (4607; 1173576)
+34838225: mip = 5.869865741e+002 >= 4.379144063e+002 25.4% (4295; 1175488)
+34845014: mip = 5.869865741e+002 >= 4.392972222e+002 25.2% (3979; 1177304)
+34851950: mip = 5.869865741e+002 >= 4.410645833e+002 24.9% (3592; 1179414)
+34858206: mip = 5.869865741e+002 >= 4.430142753e+002 24.5% (3199; 1181611)
+34864936: mip = 5.869865741e+002 >= 4.444245370e+002 24.3% (2817; 1183943)
+34871082: mip = 5.869865741e+002 >= 4.466122685e+002 23.9% (2481; 1185952)
+34877015: mip = 5.869865741e+002 >= 4.484178241e+002 23.6% (2077; 1188129)
+34883746: mip = 5.869865741e+002 >= 4.520222222e+002 23.0% (1687; 1190827)
+34890910: mip = 5.869865741e+002 >= 4.561105230e+002 22.3% (1231; 1193598)
+34897490: mip = 5.869865741e+002 >= 4.587733796e+002 21.8% (741; 1197152)
+34903431: mip = 5.869865741e+002 >= 4.680527778e+002 20.3% (199; 1201454)
+34905592: mip = 5.869865741e+002 >= tree is empty 0.0% (0; 1203561)
INTEGER OPTIMAL SOLUTION FOUND
Time used: 33813.1 secs
Memory used: 470.5M (493353268 bytes)
lpx_print_mip: writing MIP problem solution to `Solucao.sol'...
```

Fonte: Execução do modelo

Analisando a Figura 11, observa-se que foi possível encontrar uma solução ótima inteira para a função objetivo, não sendo necessariamente uma solução ótima para o problema. Os resultados computacionais obtidos são mostrados na Tabela 5:

**TABELA 5 - RESULTADOS COMPUTACIONAIS – TESTE 1**

	<b>Função Objetivo</b>	<b>Tempo de solução</b>	<b>Iterações</b>	<b>Memória utilizada</b>
<b>Teste 2</b>	586.987	33813.1 secs	34.905.592	3470.5MB

Fonte: Dados dos arquivos .sol do teste 1

Nota-se que para solucionar o problema o *software* demorou cerca de 9 horas e fez uso de 3.570,5 MB de memória.

O resultado da alocação de 10 turmas em 10 salas de um mesmo turno é mostrado na Tabela 6.

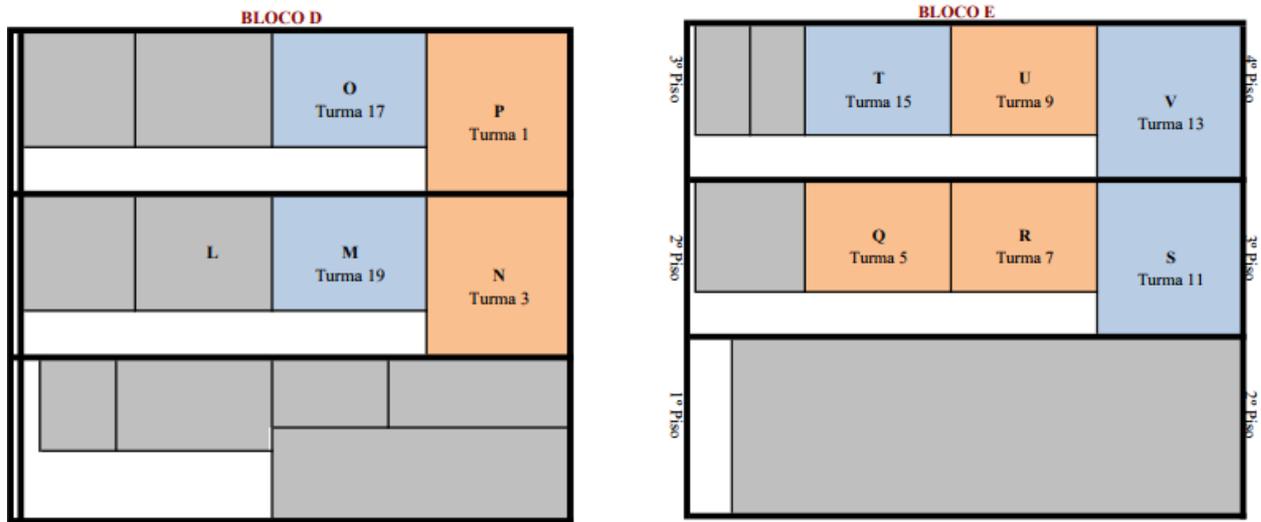
**TABELA 6 – ALOCAÇÃO TURMAS TESTE 1**

<b>SALA</b>	<b>TURMA</b>	<b>TAXA DE OCUPAÇÃO</b>
M	19	29%
N	3	85%
O	17	60%
P	1	98%
Q	5	83%
R	7	80%
S	11	93%
T	15	96%
U	9	65%
V	13	88%

Fonte: Elaborado pela autora

Observa-se pelos dados acima que todas as turmas foram alocadas, em no máximo uma sala de aula, respeitando sua capacidade, conforme requisitos do modelo. Em relação a distribuição, os dois cursos foram alocados nos dois blocos considerados no modelo, mostrado no mapa de sala pela Figura 12.

FIGURA 12 – MAPA DE SALAS: TESTE 1.



LEGENDA:  
■ Engenharia de Produção  
■ Engenharia de Computação

Fonte: ICEA (Adaptado).

Posteriormente foi feito um novo teste com 14 turmas de um mesmo turno e 14 salas de 3 blocos diferentes. Considerou-se nos dados de entrada as turmas do turno 1 dos cursos de Engenharia de Produção, Engenharia da Computação e Sistemas de Informação (1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 32, 34, 36 e 38) e as salas do bloco C (salas I, J e K), bloco D (salas L, M, N, O e P) e bloco E (salas Q, R, S, T, U e V). Devido ao tempo de execução do problema para gerar a solução do primeiro teste, foi estabelecido um GAP de 1 dia para execução do modelo.

Depois de aproximadamente 24 horas de espera, não houve solução para o problema.

FIGURA 13 - PROMPET DE COMANDO – EXECUÇÃO TESTE 2

```
C:\WINDOWS\system32\cmd.exe
+7031675: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (109810; 18124)
+7032516: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (109831; 18125)
+7033378: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (109847; 18126)
+7034318: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (109870; 18127)
+7034781: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (109878; 18128)
+7035157: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (109886; 18128)
+7035666: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (109900; 18128)
+7036119: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (109905; 18130)
+7036378: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (109914; 18130)
+7036895: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (109919; 18132)
+7037281: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (109927; 18132)
+7037599: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (109935; 18132)
+7038039: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (109941; 18133)
+7038204: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (109950; 18133)
+7038535: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (109959; 18133)
+7038816: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (109966; 18134)
+7039315: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (109972; 18135)
+7039924: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (109981; 18137)
+7040436: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (109993; 18138)
+7040888: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (110005; 18138)
+7041538: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (110017; 18139)
+7042172: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (110022; 18141)
+7042720: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (110034; 18141)
+7043404: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (110040; 18144)
+7044026: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (110048; 18146)
+7044623: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (110058; 18146)
+7045284: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (110064; 18148)
+7045592: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (110071; 18148)
+7046036: mip = 5.157986111e+002 >= 1.031018519e+001 98.0% (110076; 18149)
```

Fonte: Execução do modelo

Através da Figura 13 nota-se uma ineficácia em tempo computacional útil. O número de subproblemas se expande e a percentagem de solução fica estagnada, sendo inviável para suporte a tomada de decisão. Dentro do GAP estabelecido, o modelo para em 98.0% para gerar a solução da alocação de 14 turmas em 14 salas de aula.

A partir disso, conclui-se que o modelo quadrático de alocação linearizado apresentado é viável, dentro do GAP estabelecido, apenas para alocação de 2 cursos, não atendendo ao objetivo da pesquisa. Isso se dá pela complexidade do problema, ao qual pertence à classe NP-hard.

Com o intuito de atender ao objetivo do estudo e propor uma nova distribuição de turmas dentro do *campus* foi formulado um outro modelo matemático, apresentado a seguir.

## 5.4. Problema de Designação

Como apontado no tópico 5.1, o modelo foi executado em arquivos diferentes, gerando duas saídas de solução. A execução do segundo modelo foi feita utilizando o mesmo *software* e computador do anterior.

Depois de executado os dois arquivos referente ao turno 1 e 2, obteve-se os seguintes resultados:

**FIGURA 14 – PROMPET DE COMANDO: EXECUÇÃO TURNO 1**

```
C:\Users\Bruna\Desktop\NUVEM\OneDrive\TCC\MODELOS PARTE ESCRITA\GLPK\NORMAL\NORMAL TURNOS\TURNO 1>glpsol -m ModeloDesignacao.mod -d Turno01.dat -o SolucaoZero.sol
Reading model section from ModeloDesignacao.mod...
52 lines were read
Reading data section from Turno01.dat...
120 lines were read
Generating fo...
Generating R1...
Generating R2...
Generating R3...
Model has been successfully generated
lp simplex: original LP has 460 rows, 418 columns, 1672 non-zeros
lp simplex: presolved LP has 41 rows, 418 columns, 836 non-zeros
lp adv basis: size of triangular part = 41
* 61: objval = 1.333344009e+006 infeas = 0.00000000e+000 (0)
* 61: objval = 1.333344009e+006 infeas = 0.00000000e+000 (0)
* 154: objval = 1.085040232e+006 infeas = 0.00000000e+000 (0)
OPTIMAL SOLUTION FOUND
Integer optimization begins...
+ 154: mip = not found yet >= -inf (1; 0)
+ 182: mip = 1.085589649e+006 >= 1.085040232e+006 < 0.1% (14; 0)
+ 182: mip = 1.085589649e+006 >= tree is empty 0.0% (0; 27)
INTEGER OPTIMAL SOLUTION FOUND
Time used: 0.1 secs
Memory used: 3.5M (3671209 bytes)
lp_print_mip: writing MIP problem solution to `SolucaoZero.sol'...
```

Fonte: Resultado da execução do modelo

**FIGURA 15 – PROMPET DE COMANDO: EXECUÇÃO TURNO 2**

```
C:\Users\Bruna\Desktop\NUVEM\OneDrive\TCC\MODELOS PARTE ESCRITA\GLPK\NORMAL\NORMAL TURNOS\TURNO 2>glpsol -m ModeloDesignacao.mod -d Turno02.dat -o SolucaoZero.sol
Reading model section from ModeloDesignacao.mod...
48 lines were read
Reading data section from Turno02.dat...
121 lines were read
Generating fo...
Generating R1...
Generating R2...
Generating R3...
Model has been successfully generated
lp simplex: original LP has 460 rows, 418 columns, 1672 non-zeros
lp simplex: presolved LP has 41 rows, 418 columns, 836 non-zeros
lp adv basis: size of triangular part = 41
* 61: objval = 1.371630364e+006 infeas = 0.00000000e+000 (0)
* 61: objval = 1.371630364e+006 infeas = 0.00000000e+000 (0)
* 157: objval = 1.195693577e+006 infeas = 0.00000000e+000 (0)
OPTIMAL SOLUTION FOUND
Integer optimization begins...
+ 157: mip = not found yet >= -inf (1; 0)
+ 166: mip = 1.196506785e+006 >= 1.195693577e+006 < 0.1% (6; 0)
+ 166: mip = 1.196506785e+006 >= tree is empty 0.0% (0; 11)
INTEGER OPTIMAL SOLUTION FOUND
Time used: 0.0 secs
Memory used: 3.5M (3671049 bytes)
lp_print_mip: writing MIP problem solution to `SolucaoZero.sol'...
```

Fonte: Resultado da execução do modelo

Ao analisar as Figuras 14 e 15 do resultado da execução, observamos que todas as linhas do modelo foram percorridas, executando todas as equações. Assim, pode-se encontrar uma

solução ótima inteira, o que não significa necessariamente que é a solução ótima, para a função objetivo. Depois de analisado os dados, pode-se obter os resultados computacionais:

**TABELA 7 - RESULTADOS COMPUTACIONAIS DOS TURNOS 1 E 2.**

	<b>Função Objetivo</b>	<b>Tempo de solução</b>	<b>Iterações</b>	<b>Memória utilizada</b>
<b>Turno 1</b>	1.08559e+006	0.1 secs	182	3.5M (3671049 bytes)
<b>Turno 2</b>	1.19651e+006	0.0 secs	166	3.5M (3671049 bytes)

Fonte: Dados dos arquivos .sol dos Turnos 1 e 2

Observa-se pela Tabela 7 que o tempo de processamento das instâncias não ultrapassou 1 décimo de segundo para finalizar a execução. Nota-se também que em ambos os casos se utilizou em torno de 3,5MB de memória com uma média de 175 iterações.

Dentro dos arquivos de solução gerados pelo modelo constam 3 colunas, ao qual as colunas *Lower Bound* e *Upper Bound* representam os limites inferior e superior, respectivamente, que a coluna *Activity* pode assumir. A partir dos ficheiros de saída, Anexo 1 e 2, conclui-se que todas as restrições foram atendidas, conforme explicado abaixo.

**FIGURA 16 – ARQUIVO DE SAÍDA TURNO 1: OBEDIÊNCIA A RESTRIÇÃO 1**

No.	Row name	Activity	Lower bound	Upper bound
1	fo	1.08559e+006		
2	R1[1]	1	1	=
3	R1[3]	1	1	=
4	R1[5]	1	1	=
5	R1[7]	1	1	=
6	R1[9]	1	1	=
7	R1[11]	1	1	=
8	R1[13]	1	1	=
9	R1[15]	1	1	=
10	R1[17]	1	1	=
11	R1[19]	1	1	=
12	R1[22]	1	1	=
13	R1[24]	1	1	=
14	R1[26]	1	1	=
15	R1[28]	1	1	=
16	R1[30]	1	1	=
17	R1[32]	1	1	=
18	R1[34]	1	1	=
19	R1[36]	1	1	=
20	R1[38]	1	1	=

Fonte: Arquivo de solução referente ao turno 1

Analisando a Figura 16 podemos concluir que a restrição 1 foi obedecida, ou seja, todas as turmas foram alocadas. A numeração representada entre os colchetes, nas linhas 1 a 20, faz indicação a turma  $i$ .

Na Figura 17 nota-se atendimento a restrição 2, em que as salas recebem valor igual ou inferior a 1, podendo alocar no máximo uma turma. As letras entre os colchetes, nas linhas 21 a 42, fazem referência as salas de aula  $k$ .

**FIGURA 17 – ARQUIVO DE SAÍDA TURNO 1: OBEDIÊNCIA A RESTRIÇÃO 2**

No.	Row name	Activity	Lower bound	Upper bound
21	R2[A]	1		1
22	R2[B]	0		1
23	R2[C]	1		1
24	R2[D]	0		1
25	R2[E]	0		1
26	R2[F]	1		1
27	R2[G]	1		1
28	R2[H]	1		1
29	R2[I]	1		1
30	R2[J]	1		1
31	R2[K]	1		1
32	R2[L]	1		1
33	R2[M]	1		1
34	R2[N]	1		1
35	R2[O]	1		1
36	R2[P]	1		1
37	R2[Q]	1		1
38	R2[R]	1		1
39	R2[S]	1		1
40	R2[T]	1		1
41	R2[U]	1		1
42	R2[V]	1		1

Fonte: Arquivo de solução referente ao turno 1

Na Figura 17 observa-se o atendimento à restrição 3, ao qual a capacidade da sala deve ser respeitada. Conforme explicado anteriormente, a coluna *Upper Bound* representa o limite superior que a linha pode assumir na coluna *Activity*. No exemplo abaixo nota-se que a alocação da turma 1 a sala N foi respeita, pois seu limite superior é equivalente a 60 e a capacidade utilizada foi de 59.

**FIGURE 18 – ARQUIVO DE SAÍDA TURNO 1: OBEDIÊNCIA A RESTRIÇÃO 3**

No.	Row name	Activity	Lower bound	Upper bound
43	R3[1,A]	0		36
44	R3[1,B]	0		18
45	R3[1,C]	0		42
46	R3[1,D]	0		42
47	R3[1,E]	0		40
48	R3[1,F]	0		30
49	R3[1,G]	0		54
50	R3[1,H]	0		60
51	R3[1,I]	0		54
52	R3[1,J]	0		54
53	R3[1,K]	0		54
54	R3[1,L]	0		54
55	R3[1,M]	0		48
56	R3[1,N]	59		60
57	R3[1,O]	0		48
58	R3[1,P]	0		60
59	R3[1,Q]	0		54
60	R3[1,R]	0		54
61	R3[1,S]	0		60
62	R3[1,T]	0		54
63	R3[1,U]	0		54
64	R3[1,V]	0		60

Fonte: Arquivo de solução referente ao turno 1

A Figura 19 mostra parte do relatório de solução do turno 1, que representa a alocação das turmas do ICEA, indicado pela variável binária  $x_{ik}$ , onde assume valor 1 quando a turma  $i$  é alocada a sala  $k$  e 0, caso contrário. Por exemplo, na linha 1 encontra-se  $x[1,A]$ , ou seja, alocação da turma 1 a sala A. Como o relatório gerou o valor 0, a alocação não procedeu. Observa-se que a solução ótima para a turma 1 foi encontrada na linha 14, sendo alocada a ala N.

**FIGURE 19– ARQUIVO DE SAÍDA TURNO 1: DETERMINAÇÃO DA ALOCAÇÃO DAS TURMAS I A SALA K**

No.	Column name	Activity	Lower bound	Upper bound
1	x[1,A]	*	0	1
2	x[1,B]	*	0	1
3	x[1,C]	*	0	1
4	x[1,D]	*	0	1
5	x[1,E]	*	0	1
6	x[1,F]	*	0	1
7	x[1,G]	*	0	1
8	x[1,H]	*	0	1
9	x[1,I]	*	0	1
10	x[1,J]	*	0	1
11	x[1,K]	*	0	1
12	x[1,L]	*	0	1
13	x[1,M]	*	0	1
14	x[1,N]	*	1	1
15	x[1,O]	*	0	1
16	x[1,P]	*	0	1
17	x[1,Q]	*	0	1
18	x[1,R]	*	0	1
19	x[1,S]	*	0	1
20	x[1,T]	*	0	1
21	x[1,U]	*	0	1
22	x[1,V]	*	0	1
23	x[3,A]	*	0	1
24	x[3,B]	*	0	1
25	x[3,C]	*	0	1
26	x[3,D]	*	0	1
27	x[3,E]	*	0	1
28	x[3,F]	*	0	1
29	x[3,G]	*	0	1
30	x[3,H]	*	0	1
31	x[3,I]	*	0	1
32	x[3,J]	*	0	1
33	x[3,K]	*	0	1
34	x[3,L]	*	0	1
35	x[3,M]	*	0	1
36	x[3,N]	*	0	1
37	x[3,O]	*	0	1
38	x[3,P]	*	0	1
39	x[3,Q]	*	0	1
40	x[3,R]	*	0	1
41	x[3,S]	*	0	1
42	x[3,T]	*	0	1
43	x[3,U]	*	0	1
44	x[3,V]	*	1	1

Fonte: Arquivo de solução referente ao turno 1

As interpretações apresentadas nas Figuras 16, 17, 18 e 19 são feitas da mesma forma para a solução gerada pelas instâncias do turno 2. A partir da análise dos resultados foi feita uma comparação entre configuração para a distribuição de turmas do *campus* atual e a proposta, mostrada no tópico seguinte.

## 5.5. Solução Proposta

A seguir é apresentado a nova configuração proposta para a alocação de salas do ICEA, dos turnos 1 e 2 separadamente, bem como a comparação dos resultados obtidos com a alocação feita no período 2017.1. Com o intuito de validar a alocação proposta, o modelo foi executado a partir do número de matriculados nas turmas do atual período, 2017/2, posteriormente.

Na Tabela 8 é apresentado a configuração proposta, comparando os resultados com a alocação feita no período 2017.1, referente ao turno 1.

**TABELA 8 - COMPARATIVO ALOCAÇÃO 2017.1 X PROPOSTA – TURNO 1**

	Alocação 2017.1		Alocação Proposta 2017.1	
	Turma	Taxa de Ocupação	Turma	Taxa de Ocupação
<b>A</b>	19	39%	17	81%
<b>B</b>	-	-	-	-
<b>C</b>	7	102%	19	33%
<b>D</b>	17	69%	-	-
<b>E</b>	30	100%	-	-
<b>F</b>	-	-	38	53%
<b>G</b>	24	102%	28	96%
<b>H</b>	1	98%	22	97%
<b>I</b>	26	78%	26	78%
<b>J</b>	28	96%	30	74%
<b>K</b>	15	96%	9	65%
<b>L</b>	9	65%	32	93%
<b>M</b>	5	94%	5	94%
<b>N</b>	3	85%	1	98%
<b>O</b>	13	110%	36	71%
<b>P</b>	22	97%	24	92%
<b>Q</b>	-	-	13	98%
<b>R</b>	38	30%	15	96%
<b>S</b>	11	93%	11	8%
<b>T</b>	36	63%	7	80%

<b>U</b>	34	70%	34	70%
<b>V</b>	32	83%	3	85%

Fonte: Elaborado pela Autora

Pode-se verificar que as salas C, G e O recebem turmas desrespeitando sua capacidade. No caso das salas C e O, isso se deu pela capacidade estabelecida para realizar o estudo ser superior a proposta pelo *campus*, explicada no tópico 3.2. Porém se tratando da sala G, através dos dados levantados, observou-se que no período de 2016.2 houve uma demanda de 55 alunos para a turma 24, extrapolando seu limite superior. Neste caso, pode-se concluir que a configuração da alocação das turmas feita para o período 2017.1 exigiria mudanças, se usada em outros períodos. Outra consideração a ser feita é em relação a ocupação das salas dos blocos A e B, em que foram priorizadas alocar as turmas em salas de outros blocos, atendendo a um dos requisitos de qualidade do problema. Além disso, pode-se observar uma taxa de ocupação mais uniforme entre as salas na alocação proposta, em comparação com a atual, em que a média da taxa de ocupação da distribuição feita manualmente é 82,7% e da proposta é 76,9%.

Nas Figuras 20 e 21 são apresentados os mapas de salas com a configuração manual e a proposta, para as turmas do turno 1.

FIGURA 20 – MAPA DE SALAS 2017.1 – TURNO 1



Fonte: ICEA (Adaptado).

FIGURA 21 – MAPA DE SALAS 2017.1 PROPOSTA – TURNO 1



Fonte: ICEA (Adaptado)

Em ambas as configurações é possível notar que as turmas de um mesmo curso são alocadas em diferentes blocos. Referente a alocação manual, observa-se que a melhor distribuição foi para o curso de Sistemas de Informação, em que todas as turmas se encontram no Bloco E. Já na alocação proposta, tem-se uma melhor alocação para as turmas de Engenharia Elétrica, onde a maioria das turmas estão alocadas no Bloco C, porém os restantes dos cursos, em ambas as imagens, possuem turmas alocadas em 2 blocos ou mais. A partir das imagens pode-se concluir que, assim como no modelo proposto, a distância entre as turmas também não é um requisito essencial.

Analisando o arquivo de saída de solução obtido referente as turmas do turno 2, tem-se os seguintes resultados:

**TABELA 9 - COMPARATIVO ALOCAÇÃO 2017.1 X PROPOSTA – TURNO 2.**

SALA	Alocação 2017.1		Alocação Proposta 2017.1	
	Turma	Taxa de Ocupação	Turma	Taxa de Ocupação
A	20	122%	18	92%
B	-	-	-	-
C	10	86%	29	76%
D	8	107%	-	-
E	18	83%	-	-
F	-	-	37	80%
G	23	100%	6	91%
H	21	98%	21	98%
I	25	93%	20	81%
J	27	81%	33	72%
K	29	59%	10	67%
L	16	89%	23	100%
M	6	102%	14	98%
N	12	95%	31	92%
O	4	98%	35	71%
P	2	78%	16	80%

Q	-	-	2	96%
R	37	44%	25	93%
S	14	78%	12	95%
T	35	63%	8	83%
U	33	72%	27	81%
V	31	92%	4	78%

Fonte: Elaborado pela autora

Assim como nos resultados da alocação das turmas do turno 1, é possível notar, a partir da Tabela 9, que as capacidades das salas também não foram respeitadas para o turno 2, onde as salas A, D e E tiveram uma taxa de ocupação superior a 100%. As salas D e E não atenderam a demanda de matriculados devido a capacidade considerada para realizar o trabalho, em que é inferior a considerada pelo *campus*. Em relação a sala A, a universidade considera sua capacidade de 40 alunos, porém sua demanda no período 2016.2 foi de 44 alunos. Com isso, pode-se concluir que a configuração manual feita para o período 2017.1 do turno 2 também não atenderia a outros. A média da taxa de ocupação da alocação 2017.1 é de 86,4% e a proposta de 85,4%, não sendo uma diferença considerável entre os números. Porém, quando faz a análise de cada taxa, nota-se uma distribuição mais equilibrada na solução gerada pelo modelo matemático.

Nas Figuras 22 e 23 são apresentados os mapas de salas com as configurações atual e a proposta, para as turmas do turno 2.

FIGURA 22 – MAPA DE SALAS 2017.1 – TURNO 2



Fonte: ICEA (Adaptado)

**FIGURA 23: MAPA DE SALAS PROPOSTA – TURNO 2**



Fonte: ICEA (Adaptado)

Através das Figuras 22 e 23 é possível notar que a alocação manual apresentou um resultado melhor que a proposta, em termos de distância. Na distribuição proposta, os cursos possuem suas turmas alocadas em pelo o menos dois blocos, já na do período 2017.1 o curso de Sistemas de Informação se manteve somente no bloco E e Engenharia Elétrica no bloco C. Porém, como mencionado anteriormente, as distâncias entre as turmas não é uma restrição essencial e sim de qualidade.

Pelos resultados obtidos, conclui-se que os requisitos essenciais foram atendidos pelo modelo proposto, além disso, foi possível notar um melhor equilíbrio em relação a ocupação das salas de aula do instituto. Em relação aos requisitos de qualidade, pode-se observar que foi priorizado a alocação das turmas nos blocos C, D, E e F, atendendo a uma melhoria. No que diz respeito a distância entre as turmas, os resultados não se mostraram mais satisfatórios do que a configuração feita manualmente, porém como não se trata de uma restrição essencial, o modelo priorizou outras exigências.

Pode-se observar também que uma configuração para um longo período de tempo não seria ideal, isso porque o número de matriculados período a período varia intensamente, onde continuaria sendo necessário fazer alterações manuais ao longo do semestre. Acredita-se que essas variações se dão por diversas razões como, por exemplo, mudanças de grade e número de reprovados em uma disciplina.

Com o intuito de validar o modelo matemático proposto, gerou-se uma resposta de solução ao período 2017.2, de acordo com o número de alunos máximos matriculados em cada turma. Utilizando-se do solver para execução dos dados e modelos, em ambos os turnos a solução foi gerada em menos de 0,1 segundos e utilizou-se de 3,5 MB de memória.

Conforme mostrado na Tabela 10, o modelo gerou uma resposta viável, atendendo aos requisitos essenciais do problema. Em relação a proximidade entre turmas do mesmo curso, é possível observar que não existe uma única turma em um mesmo bloco e foi evitado, quando possível, alocar as turmas em salas dos blocos A e B.

**TABELA 10 – SOLUÇÃO PROPOSTA 2017.2**

	<b>TURNO 1</b>		<b>TURNO 2</b>	
<b>SALA</b>	<b>TURMA ALOCADA</b>	<b>TAXA DE OCUPAÇÃO</b>	<b>TURMA ALOCADA</b>	<b>TAXA DE OCUPAÇÃO</b>
<b>A</b>	36	58%	20	78%

<b>B</b>				
<b>C</b>	19	33%	18	33%
<b>D</b>				
<b>E</b>				
<b>F</b>	38	50%	35	87%
<b>G</b>	3	80%	16	89%
<b>H</b>	11	93%	21	97%
<b>I</b>	24	72%	33	72%
<b>J</b>	30	54%	27	72%
<b>K</b>	9	54%	29	59%
<b>L</b>	13	98%	25	94%
<b>M</b>	15	85%	14	98%
<b>N</b>	32	95%	31	92%
<b>O</b>	17	60%	10	73%
<b>P</b>	28	72%	37	75%
<b>Q</b>	5	83%	6	91%
<b>R</b>	7	80%	23	91%
<b>S</b>	1	98%	12	95%
<b>T</b>	34	70%	8	80%
<b>U</b>	26	57%	4	74%
<b>V</b>	22	68%	2	77%

Fonte: Elaborado pela autora

Hillier & Lieberman (2013) destacam que heurísticas não prometem uma solução ótima ao problema em que estão sendo empregadas, porém são capazes de gerar uma solução viável. Com isso, pode-se concluir a partir dos resultados obtidos que o modelo matemático gerou uma resposta viável ao problema.

Devido a praticidade de manipulação dos dados, rápidos resultados computacionais e a utilização de um software livre para execução do modelo, acredita-se na viabilidade da utilização do modelo matemático proposto para distribuição das turmas a cada início de período. Dessa forma, torna o trabalho dentro da universidade mais rápido, além de evitar alterações de salas no decorrer do semestre.

## 6. CONCLUSÃO

Ao longo do estudo, observou-se que o mesmo pôde ser explorado por dois caminhos diferentes. O primeiro modelo proposto, baseado no problema de alocação quadrática não foi capaz de gerar uma solução viável em um tempo de processamento aceitável, devido à sua complexidade computacional. No entanto, o segundo modelo proposto, baseado no problema da designação, foi capaz de gerar uma solução ótima que atende aos objetivos do problema prático que norteou a presente pesquisa.

Para validação do modelo, utilizou-se do número de alunos matriculados por turma no período 2017.2, onde todas as restrições essenciais foram atendidas, além de apresentar uma solução com uma alocação mais uniforme, em termos de ocupação, deixando os usuários mais satisfeitos. Através dos resultados obtidos, pode-se concluir que elaborar uma alocação para um longo período de tempo não é a proposta ideal, pois existe uma variação no número de alunos por turno devido a fatores externos, como alteração na grade dos cursos e índice de reprovação nas disciplinas.

Pela facilidade de manipulação dos dados de entrada, sendo necessário alterar apenas o número máximo de alunos matriculados por turma, e a utilização de um *software* livre para gerar uma solução, acredita-se que o ideal para o cenário do ICEA é que o mesmo seja executado a cada início de período letivo. Dessa forma, a alocação das turmas a sala poderia ser feita de maneira mais rápida e fácil, atendendo aos requisitos essenciais.

Em relação aos requisitos de qualidade, o modelo não gerou uma resposta onde turmas de um mesmo curso fiquem em um mesmo bloco, porém como a distância não é um fator determinante devido ao tamanho do *campus*, não foi considerado como uma objeção. Um ponto interessante a se ressaltar é que o modelo possibilitou uma distribuição mais equilibrada, em termos de ocupação, das turmas, ocasionando em aulas mais confortáveis e sem superlotação.

Sugere-se para trabalhos futuros a elaboração de um modelo matemático que considere todas as disciplinas fornecidas pela instituição, não apenas as turmas de uma maneira geral, além de um estudo entre o fluxo trocado pelos alunos entre uma matéria e outra. Dessa forma, não só os requisitos essenciais, mais também os de qualidade poderiam ser atendidos, gerando uma configuração mais satisfatória.

## REFERÊNCIAS

ARENALES, M. et al. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

ANDRADE, Eduardo Leopoldino. **Introdução à pesquisa operacional: métodos e modelos para a análise de decisão**. 3 Ed. Rio De Janeiro: Ltc, 2004.

BARDADYN, V.A. **Computer-aided school and university timetabling: the new wave**. Lecture notes in Computer Science, V. 1153, Pp. 22-45, 1996.

BUCCO, G.B. & BANDEIRA, D.L. **Construção de um modelo de programação linear para o university timetabling problem**. 2014. 156 F.. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2015.

CARTER, M.W. & TOVEY, C.A. **When is the classroom assignment problem hard?** Operations Research. Vol. 40, Supplement 1, P. 28-39, 1992.

COLIN, E. C. **PESQUISA OPERACIONAL: 170 Aplicações Em Estratégia, Finanças, Logística, Produção, Marketing E Vendas**. 1 Ed. Rio De Janeiro. Ltc – Livros Técnicos E Científicos Editora Ltda., 2007.

DENN, N.M. **Process Modeling**, Longman Inc., New York, 1986.

GOLDBARG, M. C. & LUNA, H. P., **Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos**, 3ª Edição. Rio De Janeiro: Editora Campus, (2000).

HILLIER, F.S., & LIEBERMAN, G.J. **Introdução à pesquisa operacional**, 9ª Edição. Porto Alegre: AMGH, 2013.

KRIPKA, R. M. L.; KRIPKA, M. **Simulated annealing aplicado na otimização da alocação de salas em instituição de ensino superior.** Mecânica Computacional Vol XXIX, pp. 9317-9325. Asociación Argentina de Mecánica Computacional. Buenos Aires. 2010.

KOOPMANS, T.; BECKMANN, M. J. **Assignment Problems and the Location of Economic Activities.** Cowles Foundation for Research in Economics, Yale University, 1955.

LOIOLA, E.M., ABREU, N.M.M., BOAVENTURA-NETTO, P.O., QUERIDO, T.M. e HAHN, P. **A survey for the quadratic assignment problem,** European Journal of Operational Research, 2007.

MARCONDES F., W. **Desenvolvimento e aplicação de algoritmos heurísticos ao problema de alocação de espaço físico.** 2008. 65f.. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2008.

MIGUEL, P. **Metodologia de Pesquisa em Engenharia de Produção e Gestão de Operações.** 2 ED. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

MORAIS, R. R., SILVA, D. A. **Modelagem para alocação de salas de aula em uma instituição de ensino superior.** Convibra, 2011.

MOREIRA, D.A. **Pesquisa Operacional:** curso introdutório. São Paulo: Thomson Learning, 2007.

OLIVEIRA, L. G.; ATTUX, R.R.F.; BOCCATO, L.; **O Problema Quadrático de Alocação,** VIII Oitavo Encontro dos Alunos e Docentes do Departamento de Engenharia de Computação e Automação Industrial, Campinas, SP, Brasil, 2015.

RANGEL, M. C.; ABREU, N. M. M.; BOAVENTURA-NETTO, P. O.; BOERES, M. C. S. **Algoritmo guloso adaptativo e aleatório para o problema quadrático de alocação**. Vol.9, n.2, pp.37-48, 1999

SALES, E. S. **Problema de alocação de salas e a otimização dos espaços no centro de tecnologia da UFMS**. 2015. 120f.. Dissertação (Mestrado em Administração) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

SCHAERF, A. **A Survey of automated timetabling**. Lecture notes in Computer Science, V. 13, P. 87.127, 1999

SILVA, DJ DA & SILVA, G.C. Da. **Heurística no Algoritmo de coloração de grafos para o problema de alocação de salas em uma instituição de ensino superior**. Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Bento Gonçalves, Rio Grande Do Sul, Brasil, 42.

SOUZA, M. J.F. **Programação de horários em escolas: Uma aproximação por metaheurísticas**. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Sistemas e Computação, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2000.

## APENDICE A – Apresentação do arquivo .mod utilizado para resolução do problema quadrático de alocação linearizado

```
# Versão linearizada do QAP

# Conjuntos

set I; # Turmas - formadas por um período de curso do ICEA

set K; # Salas de aulas

# Parâmetros

param d{k in K, l in K}; # Distância entre as salas de aula k e l

param f{i in I, j in I}; # Fluxos trocados entre as turmas i e j

param z{i in I}; # O número máximo de alunos estimado para a turma i

param w{k in K}; # Capacidade da sala k

param c{i in I, k in K}; # Custo de alocar a turma i a sala K

# Variáveis

var x{i in I, k in K} >= 0, binary; # 1, se a turma i é alocada à sala k; 0, caso contrário

var D{i in I, j in I} >= 0; # Distância relativa entre as turmas i e j

# Função Objetivo

# Minimizar o custo de alocação de todas as turmas às salas de aula e a distância relativas entre todas as turmas

minimize fo: sum{i in I, k in K} (z[i]/w[k])*x[i,k]*c[i,k] + sum{i in I, j in I: j != i} f[i,j]*D[i,j];

# Restrições

# Todas as turmas devem ser alocadas

s.t. R1{i in I}: sum{k in K} x[i,k] = 1;

# Todas as salas devem ser alocadas com até uma turma

s.t. R2{k in K}: sum{i in I} x[i,k] <= 1;

# Restrição linearizada para determinação das distâncias relativas entre turmas

s.t. R3{i in I, j in I, k in K, l in K: i != j && k != l}: D[i,j] >= d[k,l]*(x[i,k] + x[j,l] - 1)/10;
```

```

# Respeito às capacidades das salas de aula
s.t. R4{i in I, k in K}: z[i]*x[i,k] <= w[k];
end;

```

## **APENDICE B – Apresentação do arquivo .mod utilizado para resolução do problema de designação**

```

# Problema de designacao

# Conjuntos
set I; # Turmas - formadas por um período de curso do ICEA
set K; # Salas de aulas

# Parâmetros
param d{k in K, l in K}; # Distância entre as salas de aula k e l
param f{i in I, j in I}; # Fluxos trocados entre as turmas i e j
param z{i in I}; # O número máximo de alunos estimado para a turma i
param w{k in K}; # Capacidade da sala k
param c{i in I, k in K}; # Custo de alocar a turma i a sala K

# Variáveis
var x{i in I, k in K} >= 0, binary; # 1, se a turma i é alocada à sala k; 0, caso contrário

# Função Objetivo
# Minimizar o custo de alocação de todas as turmas às salas de aula e a distância relativas entre todas as turmas
minimize fo: sum{i in I, j in I, k in K, l in K} (z[i]/w[k])*x[i,k]*c[i,k]*d[k,l]*f[i,j];

# Restrições
# Todas as turmas devem ser alocadas

```

s.t. R1 {i in I}:  $\sum\{k \text{ in } K\} x[i,k] = 1;$

# Todas as salas devem ser alocadas com até uma turma

s.t. R2 {k in K}:  $\sum\{i \text{ in } I\} x[i,k] \leq 1;$

# Respeito às capacidades das salas de aula

s.t. R3 {i in I, k in K}:  $z[i]*x[i,k] \leq w[k];$

end;