

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO

PEDRO AUGUSTO SOUSA GONÇALVES

**VALIDAÇÃO DO OPENCCO: COMPARAÇÃO DE MODELOS
COMPUTACIONAIS DE ÁRVORES ARTERIAIS COM DADOS
CORONARIANOS REAIS**

Ouro Preto, MG
2025

PEDRO AUGUSTO SOUSA GONÇALVES

**VALIDAÇÃO DO OPENCCO: COMPARAÇÃO DE MODELOS COMPUTACIONAIS DE
ÁRVORES ARTERIAIS COM DADOS CORONARIANOS REAIS**

Monografia apresentada ao Curso de Ciência da Computação da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Ciência da Computação.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Alves Bonfim de Queiroz

Ouro Preto, MG
2025



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO



FOLHA DE APROVAÇÃO

Pedro Augusto Sousa Gonçalves

Validação do OpenCCO: Comparação de Modelos Computacionais de Árvores Arteriais com Dados Coronarianos Reais

Monografia apresentada ao Curso de Ciência da Computação da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Ciência da Computação

Aprovada em 26 de Agosto de 2025.

Membros da banca

Rafael Alves Bonfim de Queiroz (Orientador) - Doutor - Universidade Federal de Ouro Preto
Pedro Henrique Lopes Silva (Examinador) - Doutor - Universidade Federal de Ouro Preto
Cristiano Amaro da Matta (Examinador) - Bacharel - Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação - UFOP

Rafael Alves Bonfim de Queiroz, Orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 26/08/2025.



Documento assinado eletronicamente por **Rafael Alves Bonfim de Queiroz, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 28/08/2025, às 21:22, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0965541** e o código CRC **DBD294D7**.

Referência: Caso responda este documento, indicar expressamente o Processo nº 23109.008731/2025-57

SEI nº 0965541

R. Diogo de Vasconcelos, 122, - Bairro Pilar Ouro Preto/MG, CEP 35402-163
Telefone: 3135591692 - www.ufop.br

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, a Deus, por me dar forças, sabedoria e resiliência para chegar até aqui e concluir esta etapa tão importante da minha vida.

Aos meus pais, pelo apoio incondicional, pelo suporte em todas as etapas e por estarem sempre ao meu lado em cada escolha.

Ao meu orientador, Prof. Rafael, pela dedicação, paciência e orientação não apenas na elaboração desta monografia, mas também pelos ensinamentos e conselhos que levarei para toda a minha trajetória acadêmica.

Aos meus amigos, pela amizade sincera, pelo apoio constante e pelas conversas profundas que tornaram esta caminhada mais leve e significativa.

Aos meus professores e orientadores do IFNMG Januária, Prof. Felipe Augusto Mota (E2C), Prof. Petrônio Cândido Silva (CIDIC), Prof. Paulo Vitor Batista (CIDIC) e Profa. Cleiane Oliveira, bem como aos grupos de pesquisa E2C e CIDIC, pela inspiração, incentivo e pelas oportunidades de aprendizado que me motivaram a me aprofundar na área da Computação, fundamentais para que eu pudesse trilhar este caminho e chegar até aqui.

Resumo

A construção de modelos computacionais de árvores arteriais é essencial para representar a circulação periférica, formada por vasos de pequeno calibre, e para a simulação de fenômenos hemodinâmicos. Este trabalho valida a implementação OpenCCO por meio da comparação entre árvores arteriais sintéticas e dados morfométricos de coronárias humanas. Foram gerados modelos variando o expoente de bifurcação do algoritmo e comparadas as distribuições de diâmetro resultantes com os dados reais. A análise morfométrica demonstrou que o OpenCCO reproduz de forma consistente as características esperadas pelo método CCO, tornando-o uma ferramenta adequada para a geração de modelos arteriais sintéticos.

Palavras-chave: Modelagem vascular, Árvores arteriais, OpenCCO, Expoente de bifurcação, Simulação hemodinâmica.

Abstract

Computational models of arterial trees are crucial to accurately represent peripheral circulation, comprised of small-caliber vessels, and to simulate hemodynamic phenomena. This work validates the OpenCCO implementation by comparing synthetic arterial trees with morphometric data from human coronary arteries. Models were generated while varying the bifurcation exponent in the algorithm, and the resulting diameter distributions were compared to empirical data. Morphometric analysis shows that OpenCCO consistently reproduces the characteristics expected from the CCO method, indicating that it is a suitable tool for generating synthetic arterial-tree models.

Keywords: Vascular modeling, Arterial trees, OpenCCO, Bifurcation exponent, Hemodynamic simulation,

Lista de Ilustrações

Figura 2.1 – Exemplo de árvore arterial gerada pelo método CCO com quatro segmentos terminais (i , $itub$, $ives$ e $iter$). A figura ilustra a topologia da árvore, incluindo o segmento raiz, as bifurcações e os segmentos terminais, evidenciando a entrada e distribuição dos fluxos sanguíneos e da pressão ao longo da árvore.	5
Figura 4.1 – Modelos de árvores arteriais gerados pelo OpenCCO para verificação numérica, com segmentos rotulados de acordo com a notação alfabética. Observa-se a distribuição espacial dos segmentos e a diferenciação entre modelos 2D e 3D, com 1, 3 e 5 bifurcações.	15
Figura 4.2 – Exemplos ilustrativos de quatro árvores arteriais (M1, M33, M66 e M100) geradas pelo OpenCCO para diferentes valores de expoente de bifurcação (γ). A figura evidencia a variação na topologia e na geometria das árvores conforme γ , mostrando a influência desse parâmetro sobre a ramificação e distribuição dos segmentos.	20
Figura 4.3 – Distribuição do diâmetro médio dos segmentos por nível de bifurcação para modelos gerados com o valor de $\gamma = 2,10$. Cada ponto representa a média obtida a partir de 100 modelos, com barras indicando o desvio padrão, permitindo avaliar a influência do expoente de bifurcação na homogeneidade e profundidade das árvores arteriais.	21
Figura 4.4 – Distribuição do diâmetro médio dos segmentos por nível de bifurcação para modelos gerados com o valor de $\gamma = 2,55$. Cada ponto representa a média obtida a partir de 100 modelos, com barras indicando o desvio padrão, permitindo avaliar a influência do expoente de bifurcação na homogeneidade e profundidade das árvores arteriais.	21
Figura 4.5 – Distribuição do diâmetro médio dos segmentos por nível de bifurcação para modelos gerados com o valor de $\gamma = 3,00$. Cada ponto representa a média obtida a partir de 100 modelos, com barras indicando o desvio padrão, permitindo avaliar a influência do expoente de bifurcação na homogeneidade e profundidade das árvores arteriais.	22
Figura A.1 – Estágio 1 na construção do modelo arterial: adição do segmento raiz a , conectando a posição proximal x_{prox} à posição distal x_{dist} . Esta figura ilustra a topologia inicial da árvore antes da primeira bifurcação.	30
Figura A.2 – Estágio 2 na construção do modelo arterial: adição do primeiro segmento terminal c_{new} , formando a primeira bifurcação com os segmentos a (pai) e b (filho).	30
Figura A.3 – Estágio 3 na construção do modelo arterial: adição do segmento terminal e_{new} , criando a segunda bifurcação, essa sendo com o segmento c como pai.	32

Figura A.4—Estágio 4 na construção do modelo arterial: adição do segmento terminal g_{new} , formando a terceira bifurcação do modelo, com o segmento c como pai novamente.	34
Figura A.5—Estágio 5 da construção do modelo arterial: inserção do segmento terminal i_{new} , completando a árvore com cinco segmentos terminais e quatro bifurcações, com o segmento b como pai da última bifurcação.	36

Lista de Tabelas

Tabela 4.1 – Valores de fluxo (Q_n), resistência reduzida ($R_{sub,n}^*$) e raio (r_n) para os segmentos das árvores com uma bifurcação geradas pelo OpenCCO em 2D e 3D. Estes dados foram extraídos diretamente dos arquivos XML e refletem as propriedades hidrodinâmicas dos modelos.	14
Tabela 4.2 – Valores de fluxo (Q_n), resistência reduzida ($R_{sub,n}^*$) e raio (r_n) para os segmentos das árvores com três bifurcações geradas pelo OpenCCO em 2D e 3D. Estes dados foram extraídos diretamente dos arquivos XML e refletem as propriedades hidrodinâmicas dos modelos.	15
Tabela 4.3 – Valores de fluxo (Q_n), resistência reduzida ($R_{sub,n}^*$) e raio (r_n) para os segmentos das árvores com cinco bifurcações geradas pelo OpenCCO em 2D e 3D. Estes dados foram extraídos diretamente dos arquivos XML e refletem as propriedades hidrodinâmicas dos modelos.	16
Tabela 4.4 – Cálculo da lei de potência a partir dos raios dos segmentos dos modelos 2D e 3D com uma bifurcação. São apresentados o segmento pai (j) e seus segmentos filhos à esquerda (esq) e à direita (dir), envolvidos na bifurcação.	16
Tabela 4.5 – Cálculo da lei de potência a partir dos raios dos segmentos dos modelos 2D e 3D com uma bifurcação. São apresentados o segmento pai (j) e seus segmentos filhos à esquerda (esq) e à direita (dir), envolvidos nas bifurcações.	17
Tabela 4.6 – Cálculo da lei de potência a partir dos raios dos segmentos dos modelos 2D e 3D com uma bifurcação. São apresentados o segmento pai (j) e seus segmentos filhos à esquerda (esq) e à direita (dir), envolvidos nas bifurcações.	17
Tabela 4.7 – Comparação entre o valor conhecido da resistência total R_t e os valores numéricos obtidos após a construção de modelos com 1, 3 e 5 bifurcações em 2D e 3D. Esses valores numéricos da resistência total são calculados por $\frac{R_{sub,a}^*}{r_a^4}$	18
Tabela 4.8 – Comparação entre a soma dos fluxos terminais dos modelos 2D e 3D com uma bifurcação e o fluxo de entrada Q_{perf} , permitindo verificar a conservação da massa nas árvores geradas pelo OpenCCO.	18
Tabela 4.9 – Comparação entre a soma dos fluxos terminais dos modelos 2D e 3D com três bifurcações e o fluxo de entrada Q_{perf} , permitindo verificar a conservação da massa nas árvores geradas pelo OpenCCO.	19
Tabela 4.10 – Comparação entre a soma dos fluxos terminais dos modelos 2D e 3D com cinco bifurcações e o fluxo de entrada Q_{perf} , permitindo verificar a conservação da massa nas árvores geradas pelo OpenCCO.	19

Tabela 4.11—Resultados das métricas de erro morfométrico ($\mathcal{E}_1$ e $\mathcal{E}_2$) comparando os modelos gerados com dados coronarianos reais. Esses resultados evidenciam a variação do ajuste morfométrico em função do expoente de bifurcação γ , permitindo identificar o valor que proporciona a melhor concordância com as características reais.	22
--	----

Lista de Acrônimos

CCO	<i>Constrained Constructive Optimization</i>
2D	<i>Bidimensional</i>
3D	<i>Tridimensional</i>
XML	<i>eXtensible Markup Language (arquivos estruturados de dados)</i>
VTK	<i>Visualization Toolkit (formato de dados para visualização científica)</i>
TXT	<i>Text file (arquivos de texto simples)</i>
JSON	<i>JavaScript Object Notation (formato de arquivo para dados estruturados)</i>

Lista de Símbolos

R_j	Resistência hidrodinâmica do segmento j
R_j^*	Resistência hidrodinâmica reduzida do segmento j
$R_{sub,j}^*$	Resistência hidrodinâmica do segmento j e suas subárvores
μ	Viscosidade sanguínea
l_j	Comprimento do segmento j
r_j	Raio do segmento j
Δp	Queda de pressão total da árvore
Δp_j	Queda de pressão do segmento j
p_{perf}	Pressão de perfusão
p_{term}	Pressão na posição distal de um segmento terminal
Q_j	Fluxo através do segmento j
Q_{perf}	Fluxo de perfusão
N_{term}	Número de segmentos terminais em estágio final de crescimento
γ	Expoente da lei de bifurcação
β_p^j	Razão de bifurcação segmento j em relação ao segmento pai p
x_{prox}	Ponto proximal do segmento
x_{dist}	Ponto distal do segmento
x_{inew}	Posição distal de um novo segmento terminal
x_{ibif}	Posição de uma nova bifurcação
Ω	Domínio de perfusão
$\mathcal{E}_1$	Erro relativo médio dos diâmetros por nível de bifurcação
$\mathcal{E}_2$	Erro relativo médio em relação ao intervalo de variação dos diâmetros por nível de bifurcação

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Justificativa	2
1.2	Objetivos	2
1.3	Estrutura da Monografia	2
2	Revisão Bibliográfica	4
2.1	Método CCO	4
2.1.1	Hipóteses, Condições de Contorno e Restrição em Bifurcação	4
2.1.2	Crescimento de um Modelo de Árvore Arterial Baseado no CCO	5
2.1.3	Implementação do Algoritmo CCO	7
2.2	Trabalhos Relacionados	8
3	Desenvolvimento	10
3.1	Materiais	10
3.1.1	C++ e Bibliotecas Utilizadas	10
3.1.2	Python e Bibliotecas Utilizadas	10
3.1.3	<i>ParaView</i>	11
3.1.4	<i>Visual Studio Code</i> e Extensões	11
3.1.5	Máquina Utilizada	11
3.2	Métodos	12
3.2.1	Processamento dos Dados e Conversão para VTK e TXT	12
3.2.2	Métricas de Erro Morfométricas	12
4	Resultados	14
4.1	Verificação Numérica	14
4.1.1	Verificação da Lei de Potência	15
4.1.2	Verificação da Resistência Hidrodinâmica Total do Modelo	17
4.1.3	Verificação da Conservação da Massa	17
4.2	Validação Morfométrica	19
4.3	Discussão	22
5	Considerações Finais	24
5.1	Conclusão	24
5.2	Trabalhos Futuros	24
	Referências	26

Apêndices	28
APÊNDICE A Ajustes dos raios durante a construção de um modelo de árvore arterial	29
A.1 Adição do primeiro segmento terminal	29
A.2 Adição do segundo segmento terminal	30
A.3 Adição do terceiro segmento terminal	32
A.4 Adição do quarto segmento terminal	34
A.5 Adição do quinto segmento terminal	36

1 Introdução

O sistema cardiovascular desempenha papel essencial no transporte de nutrientes, gases e hormônios por meio da corrente sanguínea, assegurando a manutenção da homeostase do organismo (GARCIA, 2021). Seu funcionamento adequado é vital para a sobrevivência, o que justifica o interesse científico em compreender não apenas sua estrutura, mas também a dinâmica que o sustenta. Nesse sentido, o estudo do sistema cardiovascular representa um elo importante entre a medicina e a modelagem computacional.

A circulação sanguínea ocorre por uma rede de vasos interconectados, composta por artérias, veias e capilares. As artérias conduzem o sangue do coração para os tecidos, enquanto as veias realizam o trajeto inverso, retornando-o ao coração. Esses vasos formam um sistema contínuo e altamente ramificado. Nas artérias, observa-se uma organização hierárquica em que vasos de grande calibre se dividem sucessivamente em arteríolas e, posteriormente, em capilares, que são os principais responsáveis pelas trocas de nutrientes e oxigênio nos tecidos (SCHREINER; BUXBAUM, 1993).

A modelagem computacional surge como um campo interdisciplinar capaz de traduzir fenômenos complexos em representações matemáticas e computacionais (MOREIRA, 2014). Essa abordagem permite abstrair estruturas biológicas em modelos formais que podem ser simulados, visualizados e analisados de forma controlada. No contexto vascular, a modelagem oferece uma oportunidade valiosa para investigar a morfologia e a dinâmica de árvores arteriais, contribuindo tanto para pesquisas teóricas quanto para aplicações clínicas.

Entre os métodos de maior relevância nesse campo está o método CCO (*Constrained Constructive Optimization*), proposto por Schreiner e Buxbaum (1993) e posteriormente refinado por Karch et al. (1999). O CCO busca construir redes arteriais artificiais seguindo regras inspiradas em princípios fisiológicos, com o objetivo de otimizar uma função custo e reproduzir a organização hierárquica encontrada na natureza. Essa técnica consolidou-se como uma referência em modelagem de sistemas arteriais, oferecendo um equilíbrio entre plausibilidade biológica e viabilidade computacional.

Mais recentemente, Kerautret et al. (2023) desenvolveram o OpenCCO, uma implementação de código aberto do método CCO. O caráter livre desse programa possibilita sua adoção em diferentes áreas de pesquisa e ensino, além de estimular a reprodução e a extensão de estudos prévios. No entanto, para garantir a credibilidade e confiabilidade da ferramenta, torna-se necessária a validação de seus resultados.

1.1 Justificativa

Tendo em vista a relevância da compreensão do sistema circulatório e cardiovascular, conforme apresentado na seção anterior, este trabalho propõe a modelagem computacional como um caminho eficaz para aprofundar o conhecimento acadêmico nessa área. Reconhece-se, nesse contexto, o método CCO ([SCHREINER; BUXBAUM, 1993](#); [KARCH et al., 1999](#)) como o estado da arte em modelagem de redes vasculares com vasos que vão de pequeno calibre até o nível pré-arteriolar, constituindo-se, portanto, em um método importante para o avanço científico no estudo do sistema cardiovascular.

Dessa forma, destaca-se o OpenCCO ([KERAUTRET et al., 2023](#)) como uma alternativa promissora para a aplicação prática do método CCO, especialmente por sua acessibilidade e natureza *open-source*. Para tal aplicação, faz-se necessária a validação dos modelos de árvores arteriais gerados pelo OpenCCO.

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo geral validar o ambiente OpenCCO ([KERAUTRET et al., 2023](#)). Essa validação consiste na comparação de dados morfométricos dos modelos de árvores arteriais gerados pelo OpenCCO com dados reais de árvores coronarianas.

A seguir, apresentam-se os objetivos específicos a serem alcançados:

- Desenvolver um programa em Python para processar os arquivos XML gerados pelo OpenCCO, facilitando a análise dos modelos;
- Converter os modelos gerados pelo OpenCCO para formatos compatíveis com ferramentas de visualização científica, como o *ParaView*;
- Variar os parâmetros do método CCO (tais como o expoente de bifurcação e o número de segmentos terminais), a fim de quantificar o impacto na estrutura e nas propriedades morfométricas das árvores geradas;
- Comparar os valores dos diâmetros médios dos vasos em função do nível de bifurcação com dados reais de árvores coronarianas.

1.3 Estrutura da Monografia

O texto desta monografia está organizado da seguinte forma: após este capítulo introdutório, o Capítulo 2 apresenta uma breve descrição do método CCO e da implementação OpenCCO. No Capítulo 3, são descritos os detalhes computacionais e as métricas de erro utilizadas para a validação dos modelos. O Capítulo 4 apresenta os resultados obtidos neste trabalho. Por fim, o

Capítulo 5 traz as conclusões e as propostas de trabalhos futuros. No Apêndice A, são discutidas questões técnicas relacionadas aos ajustes dos raios durante o crescimento do modelo de árvore arterial.

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Método CCO

O método CCO gera árvores arteriais em domínios bidimensionais (2D) e tridimensionais (3D) (SCHREINER; BUXBAUM, 1993; KARCH et al., 1999). Em linhas gerais, ele se baseia na adição sucessiva de segmentos vasculares dentro de uma região de perfusão. A cada adição, ocorre uma otimização geométrica que ajusta a bifurcação formada pelo novo segmento, buscando minimizar uma função custo. Esse processo iterativo resulta em uma rede que procura reproduzir as propriedades de árvores arteriais reais (QUEIROZ, 2013; GONÇALVES, 2023).

2.1.1 Hipóteses, Condições de Contorno e Restrição em Bifurcação

No modelo CCO, a árvore arterial é representada como uma rede binária de tubos cilíndricos rígidos, denominados segmentos vasculares, ou simplesmente segmentos. Essa rede conduz o sangue a partir de um segmento raiz até um conjunto de segmentos terminais, os quais representam a interface entre a vasculatura macroscópica e a microcirculação (não modelada explicitamente). O modelo é construído em um domínio de perfusão Ω , 2D ou 3D, assumindo escoamento laminar em regime estacionário.

Cada segmento é caracterizado pelo seu comprimento l_j e raio interno r_j , considerando o sangue como um fluido incompressível, newtoniano e de viscosidade constante μ . Nessas condições, a resistência hidrodinâmica R_j é descrita pela lei de Poiseuille (SCHREINER; BUXBAUM, 1993; KARCH et al., 1999):

$$R_j = \frac{8\mu l_j}{\pi r_j^4}, \quad (2.1)$$

e a correspondente queda de pressão ao longo do segmento é dada por:

$$\Delta p_j = R_j Q_j, \quad (2.2)$$

onde Q_j representa o fluxo volumétrico sanguíneo no segmento j .

As condições de contorno envolvem fluxo e pressão. O fluxo total de perfusão Q_{perf} , que entra no segmento raiz, deve ser igual à soma dos fluxos entregues aos N_{term} segmentos terminais. A pressão na extremidade proximal do segmento raiz é denotada por p_{perf} , enquanto todas as extremidades distais dos segmentos terminais assumem uma pressão uniforme p_{term} . Assim, a diferença de pressão global na árvore é:

$$\Delta p = p_{\text{perf}} - p_{\text{term}}. \quad (2.3)$$

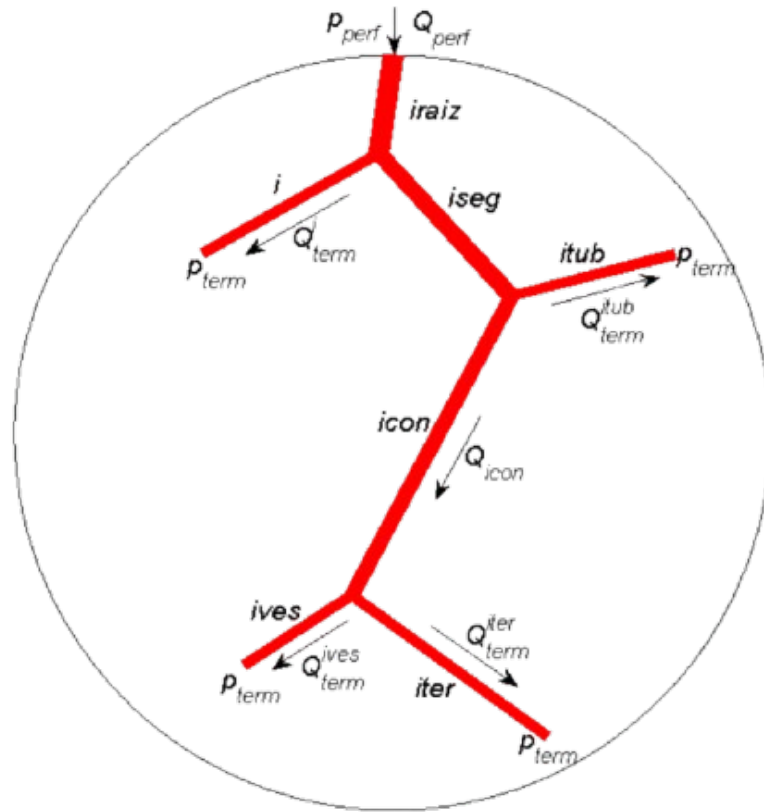
A restrição geométrica nas bifurcações é estabelecida por uma lei de potência (MURRAY, 1926; SHERMAN, 1981), que relaciona os raios dos vasos parentais e filhos:

$$r_j^\gamma = r_{\text{esq}}^\gamma + r_{\text{dir}}^\gamma, \quad (2.4)$$

onde r_j é o raio do segmento pai, r_{esq} e r_{dir} são os raios dos ramos esquerdo e direito, e γ é o expoente de bifurcação, parâmetro fundamental do método.

A Figura 2.1 ilustra um exemplo de árvore arterial gerada pelo CCO com quatro segmentos terminais (i , $itub$, $ives$ e $iter$). Observam-se o fluxo de entrada Q_{perf} , os fluxos terminais Q_{term}^* , bem como a pressão de entrada p_{perf} e a pressão p_{term} na região distal de cada segmento terminal.

Figura 2.1 – Exemplo de árvore arterial gerada pelo método CCO com quatro segmentos terminais (i , $itub$, $ives$ e $iter$). A figura ilustra a topologia da árvore, incluindo o segmento raiz, as bifurcações e os segmentos terminais, evidenciando a entrada e distribuição dos fluxos sanguíneos e da pressão ao longo da árvore.



Fonte: (QUEIROZ, 2013).

2.1.2 Crescimento de um Modelo de Árvore Arterial Baseado no CCO

O processo de crescimento de um modelo de árvore arterial considera como parâmetros de entrada: o domínio de perfusão Ω , o número de segmentos terminais N_{term} , o expoente de

bifurcação γ , a viscosidade μ , as pressões de perfusão (p_{perf}) e terminais (p_{term}), o fluxo total Q_{perf} e a posição proximal do segmento raiz x_{prox} .

O crescimento segue, em termos gerais, as seguintes etapas:

- Na primeira iteração, o modelo começa com a geração do primeiro segmento, que desempenha simultaneamente os papéis de segmento raiz e segmento terminal. Ele conecta a posição x_{prox} a uma posição distal x_{dist} , escolhida aleatoriamente dentro de Ω . O raio inicial é calculado a partir das Equações 2.1, 2.2 e 2.3.
- Na segunda iteração, uma nova posição distal x_{inew} é novamente sorteada em Ω e conectada a algum segmento existente, criando uma nova bifurcação. Essa adição modifica fluxos e resistências na árvore, exigindo o ajuste dos raios de acordo com as condições de contorno e a lei de potência. Para isso, utiliza-se a resistência reduzida $R_{\text{sub},j}^*$, definida recursivamente como:

$$R_{\text{sub},j}^* = R_j^* + \left[\frac{\beta_j^{\text{esq}} 4}{R_{\text{esq},j}^*} + \frac{\beta_j^{\text{dir}} 4}{R_{\text{dir},j}^*} \right]^{-1} \quad (2.5)$$

onde $R_j^* = R_j r_j^4$ é a forma reduzida da resistência do segmento, e β_j^{esq} e β_j^{dir} são as razões de bifurcação:

$$\beta_j^{\text{esq}} = \frac{r_{\text{esq}}}{r_j}, \quad \beta_j^{\text{dir}} = \frac{r_{\text{dir}}}{r_j}. \quad (2.6)$$

Essas razões podem ser reescritas eliminando explicitamente o raio do segmento pai com base na lei de potência (Equação 2.4):

$$\beta_j^{\text{esq}} = \frac{r_{\text{esq}}}{r_j} = \left[1 + \left(\frac{r_{\text{esq}}}{r_{\text{dir}}} \right)^{-\gamma} \right]^{-\frac{1}{\gamma}}, \quad \beta_j^{\text{dir}} = \frac{r_{\text{dir}}}{r_j} = \left[1 + \left(\frac{r_{\text{esq}}}{r_{\text{dir}}} \right)^{\gamma} \right]^{-\frac{1}{\gamma}} \quad (2.7)$$

Além disso, a razão entre os raios dos ramos pode ser determinada em função do fluxo e das resistências reduzidas:

$$\frac{r_{\text{esq}}}{r_{\text{dir}}} = \left(\frac{Q_{\text{esq}} R_{\text{esq},j}^*}{Q_{\text{dir}} R_{\text{dir},j}^*} \right)^{1/4}, \quad (2.8)$$

que é obtida considerando que a queda de pressão (Equação 2.3) nos ramos filhos deve ser igual.

Após calcular a resistência reduzida de toda a árvore $R_{\text{sub},\text{iraiz}}^*$, o raio do segmento raiz pode ser obtido a partir de:

$$r_{\text{iraiz}} = \left(R_{\text{sub},\text{iraiz}}^* \frac{Q_{\text{perf}}}{p_{\text{perf}} - p_{\text{term}}} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (2.9)$$

Os raios de todos os outros segmentos são então determinados recursivamente a partir de r_{iraiz} :

$$r_j = r_{\text{iraiz}} \prod_{k=j}^{\text{iraiz}} \beta_k^*, \quad (2.10)$$

onde β_k^* representa a razão de bifurcação (Equação 2.6) ao longo do caminho entre o segmento j e a raiz.

A posição da bifurcação formada pela adição de um novo segmento é definida pela minimização de uma função custo:

$$T = \sum_{j=1}^{N_{\text{tot}}} l_j^m r_j^l, \quad (2.11)$$

onde l_j e r_j são, respectivamente, comprimento e raio interno do segmento j , e os expoentes m e l são constantes ajustáveis. A escolha mais comum, $m = 1$ e $l = 2$, torna T proporcional ao volume total de sangue contido na árvore.

- Em cada iteração k , uma posição distal x_{inew} é sorteada em Ω e conectada temporariamente a todos os segmentos viáveis, formando bifurcações candidatas. Para cada caso, realiza-se uma *otimização geométrica*, ajustando a bifurcação de modo a satisfazer as condições de contorno e minimizar T . Ao final da iteração, seleciona-se a configuração que apresentou o menor valor global da função custo, etapa conhecida como *otimização estrutural*.
- O processo acima explicado é repetido até que o número de segmentos terminais N_{term} seja atingido. Destacam-se dois aspectos centrais nesse crescimento iterativo: (i) o ajuste dos raios a cada adição de um segmento terminal na árvore e (ii) a otimização da função custo em duas etapas — geométrica (local) e estrutural (global). Além disso, a posição sorteada x_{inew} deve respeitar critérios mínimos de distância em relação aos segmentos existentes, de modo a evitar sobreposições (SCHREINER; BUXBAUM, 1993).

Detalhes adicionais sobre a construção passo a passo de um modelo seguindo o CCO podem ser encontrados no Apêndice A.

2.1.3 Implementação do Algoritmo CCO

Neste trabalho, emprega-se o OpenCCO (KERAUTRET et al., 2023), uma implementação de código aberto do método CCO.

O OpenCCO permite a definição de domínios de perfusão Ω genéricos, oferecendo flexibilidade na especificação das regiões onde a árvore será construída. Esses domínios podem ser descritos por formas analíticas simples, como esferas e elipsoides, ou por máscaras volumétricas

discretas. Essa característica possibilita a realização de simulações em tecidos com geometria realista, como aqueles extraídos de imagens médicas ou modelos digitais específicos.

Quanto ao gerenciamento de dados, o OpenCCO organiza a árvore em listas dinâmicas contendo os segmentos vasculares, bifurcações e segmentos terminais. Cada elemento é indexado, o que facilita sua manipulação durante a expansão da árvore. Para acelerar a busca por vizinhança, especialmente durante a seleção de segmentos viáveis à conexão, é empregada uma estrutura de dados do tipo *k-d tree*, que permite consultas em tempo logarítmico $O(\log N)$. Dessa forma, em vez de varrer toda a árvore para identificar os segmentos mais próximos de uma nova posição terminal x_{new} , apenas os ν_s segmentos mais próximos (segundo a métrica de distância ponto-segmento) são considerados. Isso reduz significativamente o custo computacional, uma vez que ν_s é pequeno em relação ao número total de segmentos.

A otimização geométrica de uma nova bifurcação, criada com a adição de um novo segmento terminal, é realizada por meio do método de Kamiya (KAMIYA, 1972). Esse método resolve numericamente um sistema de equações não lineares de quarto grau, assegurando a conservação do fluxo e a aplicação correta da lei de bifurcação (Equação 2.4) em cada junção. A abordagem proporciona uma convergência robusta e garante que as bifurcações sejam geometricamente posicionadas de forma fisiologicamente plausível.

Para preservar a integridade espacial da árvore, o OpenCCO realiza verificações de não-interseção após cada nova conexão. Utilizam-se volumes de delimitação e testes de colisão entre cilindros para detectar interseções com segmentos já existentes. Esses testes são implementados de forma eficiente, com custo constante $O(1)$ por par de segmentos, o que os torna viáveis mesmo em árvores com milhares de elementos.

Por fim, a arquitetura do OpenCCO é altamente modular e extensível. Cada etapa do processo de crescimento da árvore, desde a geração do novo ponto terminal, passando pela busca de candidatos, otimização da bifurcação, até a validação geométrica, é implementada como módulo separado. Essa estrutura permite que pesquisadores possam facilmente modificar, substituir ou adicionar componentes, tornando o OpenCCO uma ferramenta flexível para desenvolvimento e experimentação em modelagem vascular computacional.

2.2 Trabalhos Relacionados

O método CCO surgiu com o trabalho de Schreiner e Buxbaum (1993). Nessa pesquisa, os autores observaram que ramificações arteriais seguem regras de bifurcação que otimizam o fluxo sanguíneo. O objetivo do trabalho foi construir, em computador, modelos completos de árvores arteriais. O algoritmo apresentado baseava-se na construção de uma árvore vascular por meio da adição sucessiva de segmentos terminais. A cada adição de segmento, a nova bifurcação passava por uma otimização geométrica com o objetivo de minimizar o volume total. Após essa otimização, a árvore é reajustada para atender a condições restritas de pressão e fluxo. Por fim, a

estrutura estava pronta para a adição de um novo segmento. Dessa maneira, a árvore resultante apresentava uma estrutura global otimizada. Para validar o método, os autores compararam os resultados obtidos com árvores coronárias reais, obtendo bons resultados.

Com o objetivo de complementar o método CCO, [Karch et al. \(1999\)](#) propuseram algumas modificações no algoritmo previamente apresentado. A primeira e mais notável foi a generalização do algoritmo para a geração de árvores arteriais 3D. A segunda consistiu na incorporação da variabilidade de fluxo nos vasos terminais, a fim de aproximar ainda mais as árvores geradas pelo CCO das estruturas reais.

Visando ampliar a aplicabilidade do método CCO a processos complexos de vascularização, [Talou et al. \(2021\)](#) sugeriram extensões baseadas na integração de critérios adaptativos de otimização e estratégias de preenchimento espacial em múltiplas etapas. Essas modificações aprimoraram as capacidades de modelagem do CCO, tornando-o mais adequado à geração de arquiteturas vasculares específicas e complexas. Por fim, os autores propuseram um algoritmo adaptativo chamado *aDaptive Constrained Constructive Optimization* para atender às novas demandas e melhorar a anatomia da rede vascular modelada.

Outra melhoria proposta para o método CCO foi a introdução de uma otimização orientada por modelos, sugerida por [Etienne Steinbach Marc C. e Dominik \(2022\)](#). Para isso, os autores reformularam o problema de obtenção da geometria global ótima como um problema de programação não linear, combinando-o ao modelo clássico. A nova formulação matemática permitiu alterações simples nas condições de contorno e nas restrições aplicadas à árvore, viabilizando, inclusive, a criação de trifurcações.

Devido à relevância do método CCO, diversas aplicações foram desenvolvidas. Dentre elas, destaca-se o trabalho de [Hadam et al. \(2022\)](#), cujo objetivo foi analisar as consequências do tratamento de desvio de fluxo para aneurisma cerebral. Para isso, foi modelado o tratamento de um aneurisma na artéria carótida interna, alterando-se a resistência local, a inércia do fluxo e a complacência do vaso aneurismático. Ao analisar os modelos, os autores concluíram que a reversão do fluxo gerada pelo tratamento foi prejudicial aos vasos colaterais.

Outra aplicação relevante do método CCO foi a geração de árvores arteriais hepáticas realistas de alta resolução, conforme apresentado em ([WHITEHEAD et al., 2023](#)). Os autores utilizaram um algoritmo baseado no CCO, restringido pelo sistema de classificação do fígado de Couinaud, garantindo uma artéria principal de alimentação para cada segmento definido por essa classificação. Ao final, concluiu-se que as árvores geradas apresentavam realismo e alta resolução, podendo ser utilizadas no treinamento de algoritmos de *deep learning* e em testes iniciais de novos algoritmos de reconstrução 3D.

3 Desenvolvimento

3.1 Materiais

3.1.1 C++ e Bibliotecas Utilizadas

Para a análise do OpenCCO, foi essencial compreender sua implementação em C++, linguagem que oferece alto desempenho e controle sobre a alocação de memória. Diversas bibliotecas foram empregadas no desenvolvimento dessa implementação, sendo as principais:

- **CMake**: ferramenta de *build* utilizada para configurar e compilar o projeto;
- **DGtal** (*Digital Geometry Tools and Algorithms Library*): biblioteca para manipulação e análise de estruturas geométricas digitais;
- **DGtalTools-contrib**: conjunto de ferramentas adicionais para a biblioteca DGtal;
- **DGtalTools**: utilitários complementares para operações em geometria digital;
- **Ceres Solver**: biblioteca de otimização usada para resolver problemas não lineares na construção das árvores vasculares.

O uso dessas bibliotecas contribuiu para a eficiência da implementação, permitindo a geração de estruturas vasculares no contexto do método CCO.

3.1.2 Python e Bibliotecas Utilizadas

Para complementar a análise e a visualização dos resultados, desenvolveu-se, nesta monografia, um programa em Python para processar os arquivos XML gerados pelo OpenCCO. As principais bibliotecas utilizadas foram:

- **xmldict**: facilita a conversão de arquivos XML em dicionários Python, permitindo a manipulação dos dados gerados;
- **argparse**: utilizada para o gerenciamento de argumentos da linha de comando, tornando o script mais flexível e interativo;
- **pyinstaller**: permite a conversão do script Python em um executável, facilitando sua distribuição e execução sem necessidade de um interpretador Python instalado;
- **numpy**: utilizado para a manipulação eficiente de vetores numéricos e realização de cálculos matemáticos.

Essas bibliotecas foram fundamentais para a conversão dos arquivos XML, para cálculos adicionais e para a exportação dos dados para formatos compatíveis com ferramentas de visualização.

3.1.3 *ParaView*

Para a visualização das árvores vasculares geradas, utilizou-se o *ParaView*, ferramenta de código aberto amplamente empregada para visualização científica e análise de grandes conjuntos de dados. O *ParaView* permite a inspeção detalhada das estruturas vasculares geradas, possibilitando a validação visual dos resultados e a análise topológica das bifurcações e conexões entre os segmentos.

3.1.4 *Visual Studio Code* e Extensões

Para facilitar a análise do código do OpenCCO e o processamento dos arquivos XML, utilizou-se o *Visual Studio Code* (VS Code) como ambiente de desenvolvimento. Algumas extensões foram empregadas para aprimorar a experiência de execução e análise do projeto:

- **C/C++ Extension Pack:** conjunto de ferramentas que inclui *IntelliSense*, depuração e formatação automática para C++;
- **CMake Tools:** facilita a integração com o *CMake*, permitindo configuração e compilação dentro do VS Code;
- **Markdown Preview Enhanced:** utilizada para visualização da documentação em Markdown;
- **Python:** extensão oficial do Python para o VS Code, fornecendo suporte completo para o desenvolvimento, incluindo *IntelliSense*, *linting* e execução de testes;
- **Python Debugger:** extensão dedicada ao processo de depuração de código Python, permitindo a análise detalhada e o controle do fluxo de execução;
- **Python Snippets 3:** conjunto de *snippets* para Python, acelerando o processo de codificação com atalhos e templates prontos para uso.

A escolha desse ambiente proporcionou uma abordagem mais eficiente e organizada na análise do OpenCCO e no desenvolvimento do programa de processamento dos arquivos XML.

3.1.5 Máquina Utilizada

As execuções e análises do OpenCCO foram realizadas em um computador com o sistema operacional Arch Linux, rodando o kernel 6.13.3-arch1-1. A máquina conta com um processador

Intel Core i7-1165G7 de 11ª geração, 16 GiB de memória RAM e uma placa gráfica Intel Iris Xe Graphics. O ambiente foi configurado para garantir desempenho adequado e condições ideais para a instalação e execução do OpenCCO.

3.2 Métodos

3.2.1 Processamento dos Dados e Conversão para VTK e TXT

A cada execução do OpenCCO, um arquivo XML é gerado contendo os dados da árvore vascular. Esse arquivo armazena informações como a pressão de perfusão e terminal em Pascal (Pa), a posição de cada vértice no sistema cartesiano, o raio de cada segmento em milímetros (mm), a resistência em $\text{Pa}\cdot\text{s}/\text{mm}^3$ e o fluxo em ml/min .

Para permitir a visualização científica dos modelos gerados pelo OpenCCO, é fundamental gerar um arquivo no formato VTK, compatível com o ambiente de visualização *ParaView*. Para atender a essa necessidade, foi desenvolvido um programa em Python capaz de converter o arquivo XML em um dicionário de dados estruturados, disponível no repositório:

<https://github.com/pedroasgDEV/opencco-file-converter>.

Após armazenar as informações do XML original, o programa realiza os seguintes cálculos adicionais:

- volume de cada segmento e volume total da árvore;
- nível de bifurcação de cada segmento;
- comprimento de cada segmento;
- diâmetro médio dos segmentos por nível de bifurcação.

Por fim, os dados processados são exportados em três formatos:

1. **VTK (versão 3.0):** contém as coordenadas de cada vértice, a associação entre vértices por segmento, a pressão em cada vértice, além da resistência, volume e fluxo de cada segmento;
2. **TXT:** registra a associação entre vértices por segmento, além do raio e do nível de bifurcação de cada segmento.
3. **JSON:** contém todos os dados extraídos do XML e os dados calculados.

3.2.2 Métricas de Erro Morfométricas

Define-se o *nível de bifurcação* de um segmento como o número de bifurcações proximais entre esse segmento e o segmento raiz, o qual, por convenção, possui nível de bifurcação igual a

zero. Após a geração dos modelos de árvores arteriais pelo OpenCCO, analisa-se a distribuição dos diâmetros dos segmentos em função do nível de bifurcação e compara-se essa distribuição com dados morfométricos reais de árvores coronarianas.

Para quantificar a discrepância entre os modelos sintéticos e os dados reais, empregam-se duas métricas de erro, conforme descrito em (QUEIROZ, 2013):

($\mathcal{E}_1$) *Erro relativo médio dos diâmetros por nível de bifurcação:*

$$\mathcal{E}_1 = \frac{1}{N_{\text{bif}}} \sum_{n=0}^{N_{\text{bif}}} \frac{|d_r(n) - d_m(n)|}{d_r(n)}, \quad (3.1)$$

onde n representa o nível de bifurcação, $d_r(n)$ é o diâmetro médio dos segmentos reais no nível n , e $d_m(n)$ é o diâmetro médio dos segmentos dos modelos no mesmo nível;

($\mathcal{E}_2$) *Erro relativo médio em relação ao intervalo de variação dos diâmetros por nível de bifurcação:*

$$\mathcal{E}_2 = \frac{1}{N_{\text{bif}}} \sum_{n=0}^{N_{\text{bif}}} \frac{\min \{|d_r(n) - d_{\min}(n)|, |d_r(n) - d_{\max}(n)|\}}{d_r(n)}, \quad (3.2)$$

onde $d_{\min}(n)$ e $d_{\max}(n)$ representam, respectivamente, os menores e maiores valores médios de diâmetros por nível n observados nos modelos. O operador $\min$ retorna o menor valor entre os dois termos comparados.

4 Resultados

4.1 Verificação Numérica

Para verificar numericamente a implementação do algoritmo OpenCCO, geraram-se árvores de 1, 3 e 5 bifurcações, em 2D e 3D (ver Figura 4.1). Salienta-se que um modelo com b bifurcações tem $b + 1$ segmentos terminais e um total de $2b + 1$ segmentos.

Além do OpenCCO, utilizou-se um programa desenvolvido neste trabalho para a análise dos dados exportados em arquivos XML, bem como o ambiente *ParaView* para a visualização das árvores geradas.

Devem-se considerar os seguintes parâmetros fisiológicos adotados nas simulações: viscosidade $\mu = 3,6$ cP, expoente de bifurcação $\gamma = 3$, fluxo de perfusão $Q_{\text{perf}} = 500$ ml/min, pressão de perfusão $p_{\text{perf}} = 100$ mmHg e pressão terminal $p_{\text{term}} = 60$ mmHg.

Os arquivos XML gerados pelo OpenCCO apresentaram as unidades de medida de acordo com o Sistema Internacional de Unidades. Para garantir consistência e confiabilidade dos cálculos, as unidades de medida foram mantidas de acordo com esse sistema, pois a conversão para outras unidades poderia acarretar erros de arredondamento e perda de precisão, comprometendo a reprodutibilidade dos resultados. Portanto, ao longo desta seção utilizam-se Pa para pressão, mm^3/s para fluxo e $\text{Pa} \cdot \text{s}/\text{mm}^3$ para resistência hidrodinâmica reduzida.

Os modelos gerados usando o OpenCCO são mostrados na Figura 4.1. Observa-se que os segmentos vasculares são rotulados pelas letras de a até k , conforme a quantidade de segmentos presentes na árvore.

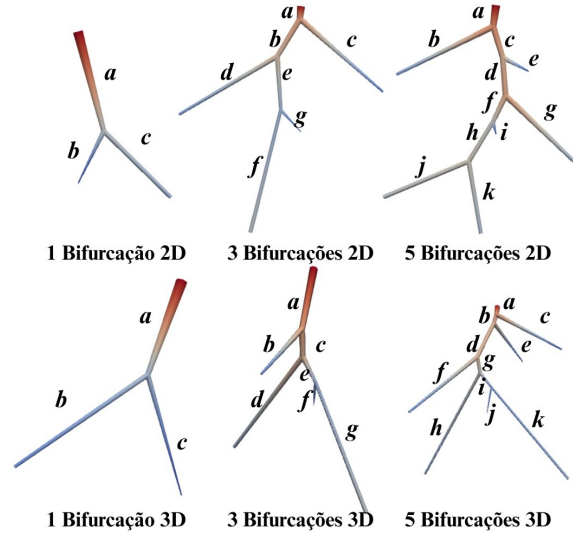
Nas Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3 constam os valores exportados do arquivo XML de cada árvore gerada pelo OpenCCO.

Tabela 4.1 – Valores de fluxo (Q_n), resistência reduzida ($R_{\text{sub},n}^*$) e raio (r_n) para os segmentos das árvores com uma bifurcação geradas pelo OpenCCO em 2D e 3D. Estes dados foram extraídos diretamente dos arquivos XML e refletem as propriedades hidrodinâmicas dos modelos.

Ω	Segmento n	Q_n (mm^3/s)	$R_{\text{sub},n}^*$ ($\text{Pa} \cdot \text{s}/\text{mm}^3$)	r_n (mm)
2D	a (raiz)	8330,0	1,16969	1,18749
	b (terminal)	4165,0	0,345034	0,883131
	c (terminal)	4165,0	0,556481	0,995227
3D	a (raiz)	8330,0	0,277175	0,828515
	b (terminal)	4165,0	0,155050	0,674539
	c (terminal)	4165,0	0,125436	0,639726

Fonte: Próprio autor.

Figura 4.1 – Modelos de árvores arteriais gerados pelo OpenCCO para verificação numérica, com segmentos rotulados de acordo com a notação alfabética. Observa-se a distribuição espacial dos segmentos e a diferenciação entre modelos 2D e 3D, com 1, 3 e 5 bifurcações.



Fonte: Próprio autor.

Tabela 4.2 – Valores de fluxo (Q_n), resistência reduzida ($R_{sub,n}^*$) e raio (r_n) para os segmentos das árvores com três bifurcações geradas pelo OpenCCO em 2D e 3D. Estes dados foram extraídos diretamente dos arquivos XML e refletem as propriedades hidrodinâmicas dos modelos.

Ω	Segmento n	Q_n (mm ³ /s)	$R_{sub,n}^*$ (Pa s mm)	r_n (mm)
2D	a (raiz)	8330,0	1,49819	1,26329
	b	6247,5	1,37095	1,16637
	c (terminal)	2082,5	0,719756	0,754394
	d (terminal)	2082,5	0,744294	0,806128
	e	4165,0	0,955927	1,02054
	f (terminal)	2082,5	0,821513	0,926003
	g (terminal)	2082,5	0,193897	0,645434
3D	a (raiz)	8330,0	0,403574	0,910108
	b (terminal)	2082,5	0,131294	0,523969
	c	6247,5	0,300376	0,848087
	d (terminal)	2082,5	0,221831	0,621339
	e	4165,0	0,197752	0,717978
	f (terminal)	2082,5	0,0441578	0,441754
	g (terminal)	2082,5	0,216364	0,657241

Fonte: Próprio autor.

4.1.1 Verificação da Lei de Potência

As Tabelas 4.4, 4.5 e 4.6 apresentam os resultados associados à aplicação da lei de potência (Equação 2.4) com expoente $\gamma = 3$ em cada bifurcação do modelo gerado pelo OpenCCO. Nestas tabelas, j é o segmento pai e os seus segmentos filhos à esquerda e à direita são esq e dir ,

Tabela 4.3 – Valores de fluxo (Q_n), resistência reduzida ($R_{\text{sub},n}^*$) e raio (r_n) para os segmentos das árvores com cinco bifurcações geradas pelo OpenCCO em 2D e 3D. Estes dados foram extraídos diretamente dos arquivos XML e refletem as propriedades hidrodinâmicas dos modelos.

Ω	Segmento n	Q_n (mm ³ /s)	$R_{\text{sub},n}^*$ (Pa s mm)	r_n (mm)
2D	a (raiz)	8330,0	1,470890	1,257500
	b (terminal)	1388,33	0,661904	0,673650
	c	6941,67	1,286630	1,189440
	d	5553,33	1,221350	1,157650
	e (terminal)	1388,33	0,181641	0,508340
	f	4165,0	0,871915	1,044190
	g (terminal)	1388,33	0,676483	0,744639
	h	2776,67	0,923401	1,013100
	i (terminal)	1388,33	0,079985	0,462166
	j (terminal)	1388,33	0,567458	0,826980
	k (terminal)	1388,33	0,448692	0,779827
3D	a (raiz)	8330,0	0,456896	0,938786
	b	6941,67	0,429318	0,892164
	c (terminal)	1388,33	0,194428	0,489438
	d	5553,33	0,431248	0,854428
	e (terminal)	1388,33	0,123531	0,442001
	f (terminal)	1388,33	0,197969	0,526467
	g	4165,0	0,320910	0,781805
	h (terminal)	1388,33	0,273256	0,585940
	i	2776,67	0,208981	0,651621
	j (terminal)	1388,33	0,052636	0,407486
	k (terminal)	1388,33	0,236830	0,593470

Fonte: Próprio autor.

respectivamente.

Tabela 4.4 – Cálculo da lei de potência a partir dos raios dos segmentos dos modelos 2D e 3D com uma bifurcação. São apresentados o segmento pai (j) e seus segmentos filhos à esquerda (esq) e à direita (dir), envolvidos na bifurcação.

Ω	j	esq	dir	r_j^γ	$r_{esq}^\gamma + r_{dir}^\gamma$	$ r_j^\gamma - (r_{esq}^\gamma + r_{dir}^\gamma) $
2D	a	b	c	1,674518	1,674521	0,000003
3D	a	b	c	0,568723	0,568724	0,000001

Fonte: Próprio autor.

Ao analisar as Tabelas 4.4, 4.5 e 4.6, observa-se que a discrepância associada à lei de potência tende a aumentar levemente com o número de bifurcações. Também se nota que os modelos 2D apresentam, em geral, diferenças maiores que os modelos 3D, independentemente do número de bifurcações. Parte dessas diferenças pode ser atribuída a arredondamentos nos cálculos apresentados; contudo, os valores máximos observados (por exemplo, $2,1 \times 10^{-5}$) são pequenos e considerados aceitáveis para a verificação numérica do método.

Tabela 4.5 – Cálculo da lei de potência a partir dos raios dos segmentos dos modelos 2D e 3D com uma bifurcação. São apresentados o segmento pai (j) e seus segmentos filhos à esquerda (esq) e à direita (dir), envolvidos nas bifurcações.

Ω	j	esq	dir	r_j^γ	$r_{esq}^\gamma + r_{dir}^\gamma$	$ r_j^\gamma - (r_{esq}^\gamma + r_{dir}^\gamma) $
2D	a	b	c	2,016086	2,016085	0,000001
	b	d	e	1,586751	1,586750	0,000001
	e	f	g	1,062894	1,062908	0,000014
3D	a	b	c	0,753839	0,753840	0,000001
	c	d	e	0,609987	0,609987	0,0000002
	e	f	g	0,370112	0,370112	0,0000001

Fonte: Próprio autor.

Tabela 4.6 – Cálculo da lei de potência a partir dos raios dos segmentos dos modelos 2D e 3D com uma bifurcação. São apresentados o segmento pai (j) e seus segmentos filhos à esquerda (esq) e à direita (dir), envolvidos nas bifurcações.

Ω	j	esq	dir	r_j^γ	$r_{esq}^\gamma + r_{dir}^\gamma$	$ r_j^\gamma - (r_{esq}^\gamma + r_{dir}^\gamma) $
2D	a	b	c	1,988492	1,988486	0,000006
	c	d	e	1,682781	1,682788	0,000007
	d	f	g	1,551428	1,551407	0,000021
	f	h	i	1,138514	1,138534	0,000020
	h	j	k	1,039817	1,039804	0,000013
3D	a	b	c	0,827370	0,827368	0,000002
	b	d	e	0,710123	0,710124	0,000001
	d	f	g	0,623772	0,623773	0,000001
	g	h	i	0,477854	0,477852	0,000002
	i	j	k	0,276684	0,276685	0,000001

Fonte: Próprio autor.

4.1.2 Verificação da Resistência Hidrodinâmica Total do Modelo

Como a queda de pressão é $\Delta p = 4900$ Pa (Equação 2.3) e $Q_{\text{perf}} = 8330$ mm³/s, segue pela lei de Poiseuille (Equação 2.2) que o modelo gerado pelo OpenCCO deve ter uma resistência total aproximadamente igual a $R_t = 0,5882352941$ (Pa s/mm³).

A Tabela 4.7 indica que as diferenças observadas em relação à resistência total R_t são ínfimas (máximo da ordem de 10^{-6} a 10^{-5}), confirmando a coerência hidrodinâmica dos modelos gerados pelo OpenCCO.

4.1.3 Verificação da Conservação da Massa

As Tabelas 4.8, 4.9 e 4.10 apresentam os fluxos nos segmentos terminais dos modelos. Neste estudo, o objetivo é verificar se a soma dos fluxos terminais coincide com o fluxo de entrada $Q_{\text{perf}} = 8330$ mm³/s.

Nos modelos com cinco bifurcações (Tabela 4.10), observa-se que, ao exportar os fluxos

Tabela 4.7 – Comparação entre o valor conhecido da resistência total R_t e os valores numéricos obtidos após a construção de modelos com 1, 3 e 5 bifurcações em 2D e 3D. Esses valores numéricos da resistência total são calculados por $\frac{R_{\text{sub}, a}^*}{r_a^4}$.

Modelo	$R_{\text{sub}, a}^*$	r_a	$\frac{R_{\text{sub}, a}^*}{r_a^4}$	$R_t - \frac{R_{\text{sub}, a}^*}{r_a^4}$
1 birf. - 2D	1,16969	1,18749	0,5882350965560442	$1,98 \times 10^{-7}$
1 birf. - 3D	0,277175	0,828515	0,5882372922503886	$2,00 \times 10^{-6}$
3 birf. - 2D	1,49819	1,26329	0,5882401457316132	$4,85 \times 10^{-6}$
3 birf. - 3D	0,403574	0,910108	0,5882357994383937	$5,05 \times 10^{-7}$
5 birf. - 2D	1,47089	1,25750	0,5882314228694949	$3,87 \times 10^{-6}$
5 birf. - 3D	0,456896	0,938786	0,5882351041433789	$1,90 \times 10^{-7}$

Fonte: Próprio autor.

para o XML, cada fluxo terminal é impresso como 1388,33. Entretanto, durante a execução do algoritmo, o fluxo terminal é calculado como

$$Q_{\text{term}} = \frac{Q_{\text{perf}}}{N_{\text{term}}} = \frac{8330}{6} = 1388,3333 \dots$$

e armazenado em uma variável do tipo double. Durante a impressão, apenas duas casas decimais são exibidas. Assim, a conservação da massa é plenamente garantida para todos os modelos, e a aparente discrepância no XML decorre apenas do arredondamento dos valores.

Tabela 4.8 – Comparação entre a soma dos fluxos terminais dos modelos 2D e 3D com uma bifurcação e o fluxo de entrada Q_{perf} , permitindo verificar a conservação da massa nas árvores geradas pelo OpenCCO.

Ω	Segmento n	Q_n (mm ³ /s)	$Q_{\text{perf}} - \sum_j Q_{\text{term},j}$
2D	b (terminal)	4165,0	0
	c (terminal)	4165,0	
3D	b (terminal)	4165,0	0
	c (terminal)	4165,0	

Fonte: Próprio autor.

Tabela 4.9 – Comparação entre a soma dos fluxos terminais dos modelos 2D e 3D com três bifurcações e o fluxo de entrada Q_{perf} , permitindo verificar a conservação da massa nas árvores geradas pelo OpenCCO.

Ω	Segmento n	Q_n (mm ³ /s)	$Q_{perf} - \sum_j Q_{term,j}$
2D	c (terminal)	2082,5	0
	d (terminal)	2082,5	
	f (terminal)	2082,5	
	g (terminal)	2082,5	
3D	b (terminal)	2082,5	0
	d (terminal)	2082,5	
	f (terminal)	2082,5	
	g (terminal)	2082,5	

Fonte: Próprio autor.

Tabela 4.10 – Comparação entre a soma dos fluxos terminais dos modelos 2D e 3D com cinco bifurcações e o fluxo de entrada Q_{perf} , permitindo verificar a conservação da massa nas árvores geradas pelo OpenCCO.

Ω	Segmento n	Q_n (mm ³ /s)	$Q_{perf} - \sum_j Q_{term,j}$
2D	b (terminal)	1388,33	0,02
	e (terminal)	1388,33	
	g (terminal)	1388,33	
	i (terminal)	1388,33	
	j (terminal)	1388,33	
	k (terminal)	1388,33	
3D	c (terminal)	1388,33	0,02
	e (terminal)	1388,33	
	f (terminal)	1388,33	
	h (terminal)	1388,33	
	j (terminal)	1388,33	
	k (terminal)	1388,33	

Fonte: Próprio autor.

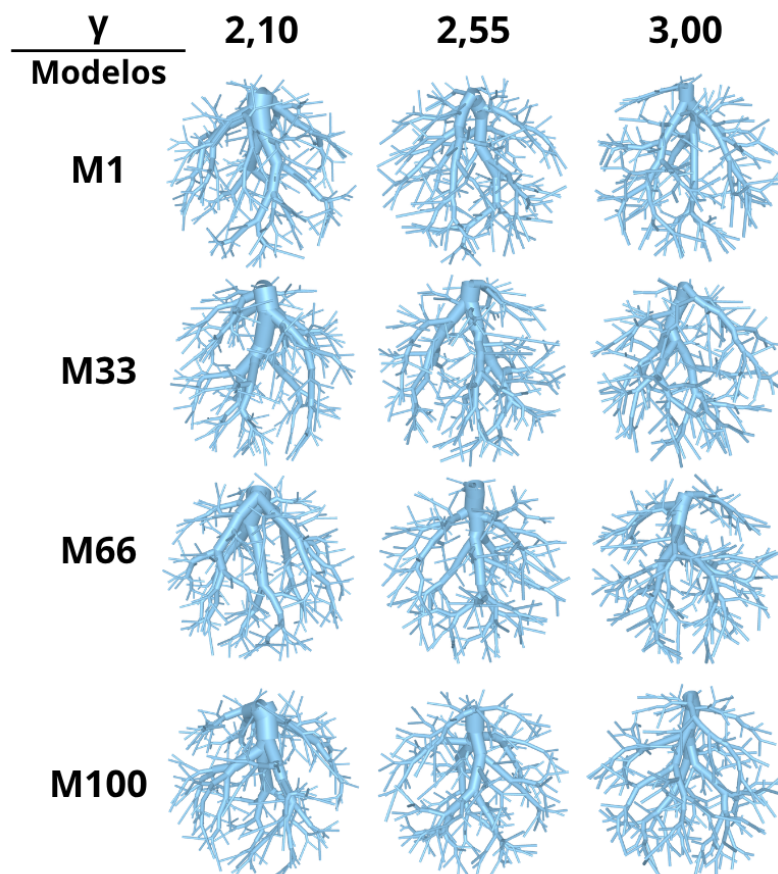
4.2 Validação Morfométrica

Os modelos foram gerados considerando os parâmetros recomendados por (KARCH et al., 1999): 250 segmentos terminais; domínio de perfusão esférico com volume de 100 cm³; pressão de perfusão de 100 mmHg; pressão terminal de 72 mmHg; fluxo de perfusão igual a 500 mL/min; e viscosidade sanguínea de 3,6 cP. Neste trabalho, foram considerados três valores distintos para o expoente de bifurcação γ : 2,10; 2,55; e 3,00, tal como adotados nos experimentos de Kerautret et al. (2023).

Para cada valor do expoente de bifurcação γ , geraram-se 100 modelos de árvores arteriais com diferentes conjuntos de posições terminais sorteadas aleatoriamente no interior do domínio de perfusão.

A Figura 4.2 apresenta quatro exemplos ilustrativos (M1, M33, M66 e M100) de modelos produzidos pelo OpenCCO, evidenciando visualmente a influência de γ sobre a topologia e a geometria das árvores.

Figura 4.2 – Exemplos ilustrativos de quatro árvores arteriais (M1, M33, M66 e M100) geradas pelo OpenCCO para diferentes valores de expoente de bifurcação (γ). A figura evidencia a variação na topologia e na geometria das árvores conforme γ , mostrando a influência desse parâmetro sobre a ramificação e distribuição dos segmentos.



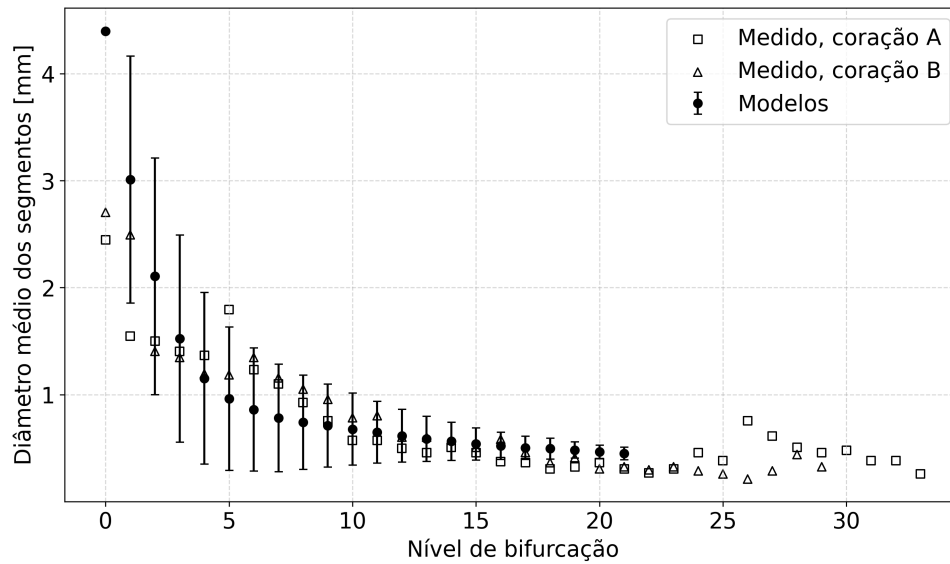
Fonte: Próprio autor.

Para cada modelo, calculou-se o diâmetro médio dos segmentos em cada nível de bifurcação. Em seguida, obtiveram-se a média e o desvio padrão desses diâmetros entre os 100 modelos gerados para cada γ . Os resultados estão representados nas Figuras 4.3, 4.4 e 4.5.

As distribuições mostradas nas figuras apresentam boa concordância com os dados experimentais de Zamir e Chee (1987) e com resultados numéricos reportados por Karch et al. (1999). Observa-se que valores menores de γ tendem a produzir diâmetros médios mais homogêneos (menor desvio padrão), enquanto valores maiores resultam em maior profundidade de ramificação, característica observada nas árvores coronarianas reais.

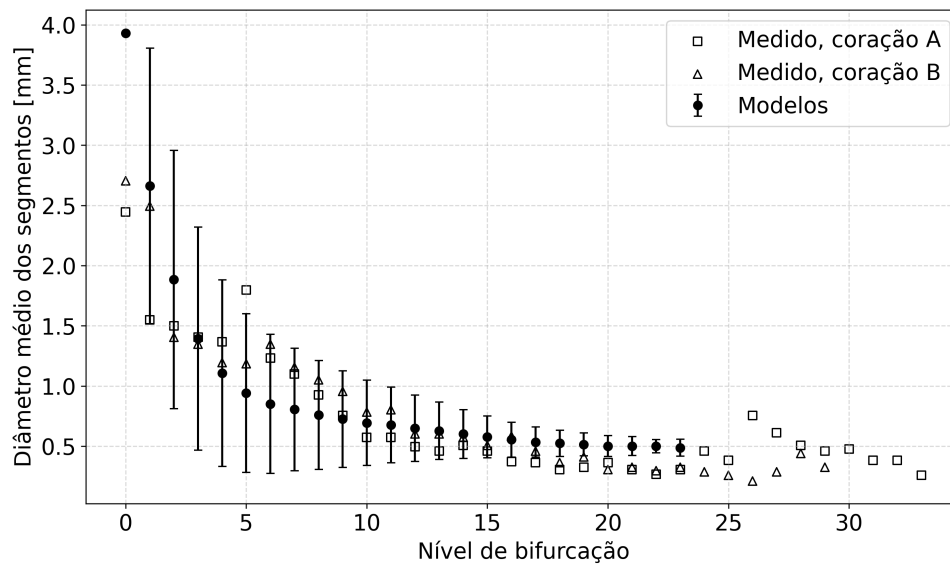
A Tabela 4.11 sumariza as métricas morfométricas $\mathcal{E}_1$ e $\mathcal{E}_2$ (Equações 3.1 e 3.2) para os três valores de γ testados. Os resultados desta tabela indicam que, segundo $\mathcal{E}_1$, $\gamma = 2,10$ proporciona

Figura 4.3 – Distribuição do diâmetro médio dos segmentos por nível de bifurcação para modelos gerados com o valor de $\gamma = 2,10$. Cada ponto representa a média obtida a partir de 100 modelos, com barras indicando o desvio padrão, permitindo avaliar a influência do expoente de bifurcação na homogeneidade e profundidade das árvores arteriais.



Fonte: Próprio autor.

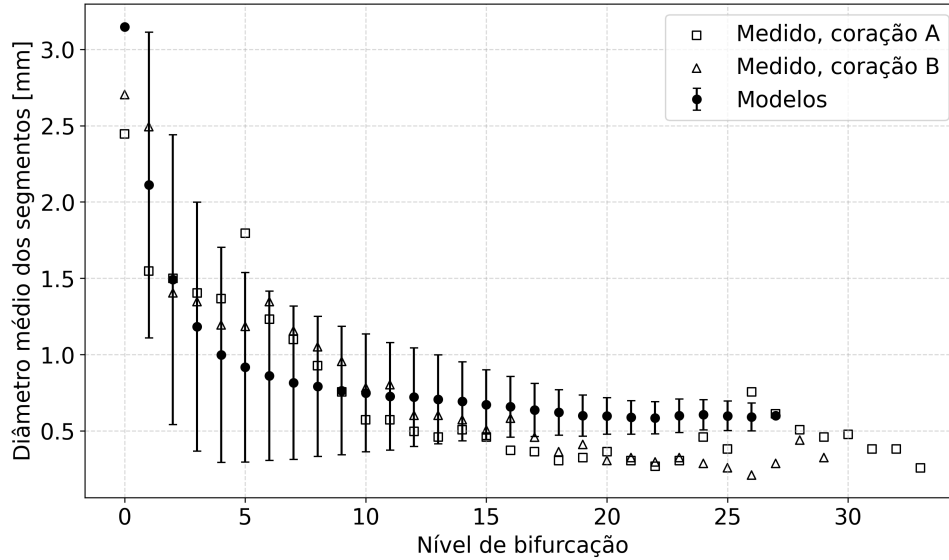
Figura 4.4 – Distribuição do diâmetro médio dos segmentos por nível de bifurcação para modelos gerados com o valor de $\gamma = 2,55$. Cada ponto representa a média obtida a partir de 100 modelos, com barras indicando o desvio padrão, permitindo avaliar a influência do expoente de bifurcação na homogeneidade e profundidade das árvores arteriais.



Fonte: Próprio autor.

maior proximidade com os dados reais, enquanto $\mathcal{E}_2$ favorece $\gamma = 3,00$. Esses achados evidenciam que um valor fixo de γ dificulta a reprodução simultânea de todas as características morfométricas

Figura 4.5 – Distribuição do diâmetro médio dos segmentos por nível de bifurcação para modelos gerados com o valor de $\gamma = 3,00$. Cada ponto representa a média obtida a partir de 100 modelos, com barras indicando o desvio padrão, permitindo avaliar a influência do expoente de bifurcação na homogeneidade e profundidade das árvores arteriais.



Fonte: Próprio autor.

observadas nas coronárias reais.

Tabela 4.11 – Resultados das métricas de erro morfométrico ($\mathcal{E}_1$ e $\mathcal{E}_2$) comparando os modelos gerados com dados coronarianos reais. Esses resultados evidenciam a variação do ajuste morfométrico em função do expoente de bifurcação γ , permitindo identificar o valor que proporciona a melhor concordância com as características reais.

	$\gamma = 2,10$	$\gamma = 2,55$	$\gamma = 3,00$
Coração A ($\mathcal{E}_1$)	0,338	0,387	0,462
Coração A ($\mathcal{E}_2$)	0,522	0,482	0,471
Coração B ($\mathcal{E}_1$)	0,228	0,259	0,488
Coração B ($\mathcal{E}_2$)	0,574	0,525	0,443

Fonte: Próprio autor.

4.3 Discussão

Os resultados obtidos permitem avaliar o comportamento do OpenCCO sob três aspectos centrais: (i) conformidade com relações físicas fundamentais, (ii) consistência hidrodinâmica global e (iii) aderência morfométrica em relação a dados coronarianos reais.

A validação das relações físicas mostra boa aderência à lei de potência em bifurcações: as diferenças entre r_j^γ e $r_{\text{esq}}^\gamma + r_{\text{dir}}^\gamma$ são tipicamente da ordem de 10^{-5} ou menores. Isso confirma

que as rotinas de atualização de raios e de cálculo das razões de bifurcação foram implementadas de forma correta.

Quanto à consistência hidrodinâmica, a comparação entre a resistência total calculada a partir de Δp e Q_{perf} e a expressão obtida via resistência reduzida $R_{\text{sub,iraiz}}^*/r_{\text{iraiz}}^4$ revelou discrepâncias muito pequenas, da ordem de 10^{-6} a 10^{-5} , reafirmando a coerência entre pressão, fluxo e resistência no modelo.

A conservação de massa foi confirmada para todos os modelos: a soma dos fluxos terminais coincide com o fluxo de entrada Q_{perf} , com erro nulo ou desprezível nas instâncias apresentadas.

A análise morfométrica evidencia o impacto da escolha do expoente de bifurcação para geração dos modelos. Valores menores de γ reduzem o erro relativo médio de diâmetros por nível ($\mathcal{E}_1$), enquanto valores maiores ampliam a cobertura do intervalo de variação observada ($\mathcal{E}_2$) e aumentam a profundidade de ramificação. Além disso, modelos 3D tendem a apresentar menor erro em relação às restrições geométricas e hidrodinâmicas do que os modelos 2D, recomendando o uso de simulações tridimensionais quando for requerido alto realismo.

Em síntese, os experimentos demonstram que o OpenCCO implementa corretamente as condições de contorno e restrições do método CCO e produz árvores arteriais sintéticas com padrões morfométricos compatíveis com árvores coronarianas reais, embora melhorias metodológicas possam aumentar ainda mais a fidelidade dos modelos.

5 Considerações Finais

5.1 Conclusão

Este trabalho apresentou a validação do OpenCCO (KERAUTRET et al., 2023) por meio de verificações numéricas e validação morfométrica com dados de árvores coronarianas reais. O objetivo principal, verificar a conformidade da implementação com as hipóteses e restrições do método CCO, foi alcançado.

As verificações numéricas indicam que o OpenCCO preserva relações físicas fundamentais. A lei de potência foi satisfeita com discrepâncias desprezíveis. A resistência total do modelo foi mantida nos modelos gerados. A conservação de massa foi verificada nas instâncias estudadas. Esses achados confirmam a coerência matemática e a correta implementação dos procedimentos de atualização de raios e de balanceamento de fluxo no OpenCCO.

Na validação morfométrica, os experimentos demonstraram que o expoente de bifurcação γ exerce influência determinante sobre a geometria e a topologia das árvores geradas. Os resultados sugerem que a adoção de um único valor fixo de γ limita a capacidade do modelo de reproduzir simultaneamente todas as características morfométricas das coronárias.

As contribuições práticas desta monografia são: (i) a verificação numérica do OpenCCO frente às restrições fundamentais do CCO; (ii) a implementação de ferramentas de processamento e conversão dos arquivos gerados pelo OpenCCO para formatos compatíveis com visualizadores científicos, tais como o *Paraview*; e (iii) a caracterização do efeito do parâmetro γ sobre métricas morfométricas por meio de experimentos estatísticos replicáveis. Esses resultados consolidam o OpenCCO como uma base robusta para estudos posteriores em modelagem vascular.

Em síntese, o trabalho comprova que o OpenCCO implementa corretamente as condições essenciais do método CCO e produz árvores arteriais sintéticas com padrão morfométrico compatível com dados coronarianos reais. As propostas metodológicas apresentadas abrem caminho para melhorar a fidelidade fisiológica dos modelos e ampliar sua aplicabilidade em pesquisas e potenciais aplicações clínicas.

5.2 Trabalhos Futuros

Como perspectiva para trabalhos futuros, sugere-se o desenvolvimento de uma extensão do OpenCCO com expoente de bifurcação variável ao longo da árvore, permitindo maior flexibilidade na geração de estruturas vasculares e possibilitando maior aderência aos dados fisiológicos. Adicionalmente, propõe-se a integração da ferramenta com modelos de dinâmica dos fluidos computacional, a fim de investigar a influência das características morfológicas geradas nas

distribuições de pressão e de velocidade do escoamento sanguíneo.

Referências

ETIENNE STEINBACH MARC C., D. C. J.; DOMINIK, S. Rigorous mathematical optimization of synthetic hepatic vascular trees. *Journal of the Royal Society Interface*, v. 19, p. 20220087, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1098/rsif.2022.0087>>.

GARCIA, E. D. S. d. A. *Ensino de fisiologia do sistema cardiovascular e fisiologia do sistema respiratório*. 1. ed. São Paulo: Contentus, 2021.

GONÇALVES, F. G. *Quantificação da dimensão fractal através de modelos bidimensionais de árvores arteriais*. Trabalho de Conclusão de Curso — Universidade Federal de Ouro Preto, 2023.

HADAD, S.; PRADHAN, A.; KADIRVEL, R.; KALLMES, D.; CEBRAL, J. R.; MUT, F. Flow reversal in distal collaterals as a possible mechanism of delayed intraparenchymal hemorrhage after flow diversion treatment of cerebral aneurysms. *Frontiers in Physiology*, v. 13, 2022. ISSN 1664-042X. Disponível em: <<https://www.frontiersin.org/journals/physiology/articles/10.3389/fphys.2022.881627>>.

KAMIYA, T. T. A. Optimal branching structure of the vascular tree. *The Bulletin of Mathematical Biophysics*, v. 34, n. 4, p. 431–438, 1972. ISSN 1522-9602. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/BF02476705>>.

KARCH, R.; NEUMANN, F.; NEUMANN, M.; SCHREINER, W. A three-dimensional model for arterial tree representation, generated by constrained constructive optimization. *Computers in Biology and Medicine*, v. 29, n. 1, p. 19–38, 1999. ISSN 0010-4825. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0010-4825\(98\)00045-6](https://doi.org/10.1016/S0010-4825(98)00045-6)>.

KERAUTRET, B.; NGO, P.; PASSAT, N.; TALBOT, H.; JAQUET, C. OpenCCO: An implementation of constrained constructive optimization for generating 2D and 3D vascular trees. *Image Processing On Line*, v. 13, p. 258–279, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.5201/ipol.2023.477>>.

MOREIRA, M. A. Modelos científicos, modelos mentais, modelagem computacional e modelagem matemática: aspectos epistemológicos e implicações para o ensino. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, v. 7, n. 2, p. 1–20, 2014. Disponível em: <<https://lume.ufrgs.br/handle/10183/132559>>.

MURRAY, C. D. The physiological principle of minimum work: I. The vascular system and the cost of blood volume. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, v. 12, n. 3, p. 207–214, 1926.

QUEIROZ, R. A. B. *Construção automática de modelos de árvores circulatórias e suas aplicações em hemodinâmica computacional*. Tese (Tese de Doutorado) — Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC), Petrópolis, RJ, Brasil, 2013. Acesso Aberto. Disponível em: <<https://tede.lncc.br/handle/tede/170>>.

SCHREINER, W.; BUXBAUM, P. Computer-optimization of vascular trees. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 40, n. 5, p. 482–491, 1993. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/10.243413>>.

SHERMAN, T. F. On connecting large vessels to small. the meaning of Murray's law. *The Journal of General Physiology*, Rockefeller University Press, v. 78, n. 4, p. 431–453, out. 1981.

TALOU, G.; SAFAEI, S.; HUNTER, P. et al. Adaptive constrained constructive optimisation for complex vascularisation processes. *Scientific Reports*, v. 11, p. 6180, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/s41598-021-85434-9>>.

WHITEHEAD, J. F.; LAESEKE, P. F.; PERIYASAMY, S.; SPEIDEL, M. A.; WAGNER, M. G. In silico simulation of hepatic arteries: An open-source algorithm for efficient synthetic data generation. *Medical Physics*, v. 50, n. 9, p. 5505–5517, 2023. Disponível em: <<https://aapm.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/mp.16379>>.

ZAMIR, M.; CHEE, H. Segment analysis of human coronary arteries. *Blood Vessels*, v. 24, n. 1-2, p. 76–84, 1987. Disponível em: <<https://doi.org/10.1159/000158673>>.

Apêndices

APÊNDICE A – Ajustes dos raios durante a construção de um modelo de árvore arterial

Neste apêndice, apresenta-se o procedimento de ajuste dos raios (Seção 2.1.2) dos segmentos durante a construção de um modelo de árvore arterial. Considera-se que a adição de um novo segmento terminal ocorre em um ponto de bifurcação ótima; por essa razão, não se inclui a otimização da bifurcação no procedimento de ajuste descrito a seguir.

Conhecidos os valores de γ (expoente da lei de bifurcação), Q_{perf} (fluxo de entrada), p_{perf} (pressão de entrada) e p_{term} (pressão de saída), μ (coeficiente de viscosidade) e $\mathbf{x}_{\text{prox}} = (x_{\text{prox}}, y_{\text{prox}})$ (posição proximal do segmento raiz), pretende-se construir um modelo de árvore arterial em domínio 2D com $N_{\text{term}} = 5$ segmentos terminais.

A.1 Adição do primeiro segmento terminal

1. Determina uma posição distal de um segmento terminal $\mathbf{x}_{\text{dist}} = (x_{\text{dist}}, y_{\text{dist}})$, localizado dentro da área de perfusão, define-se um segmento a com a conexão dos pontos $\mathbf{x}_{\text{prox}}$ e $\mathbf{x}_{\text{dist}}$ conforme a Figura A.1. Esse segmento será conhecido como segmento raiz.
2. Calcula-se o comprimento do segmento l_a :

$$l_a = \sqrt{(x_{\text{dist}} - x_{\text{prox}})^2 + (y_{\text{dist}} - y_{\text{prox}})^2}. \quad (\text{A.1})$$

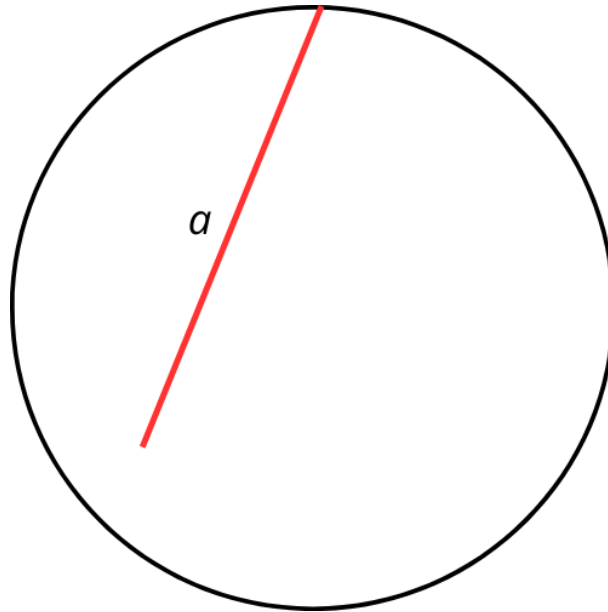
3. Calcula-se a resistência hidrodinâmica reduzida desse segmento $R_{\text{sub},a}^*$:

$$R_{\text{sub},a}^* = R_a^* = \frac{8\mu l_a}{\pi}. \quad (\text{A.2})$$

4. Calcula-se o raio r_a do segmento a :

$$r_a = \left(R_{\text{sub},a}^* \frac{Q_{\text{perf}}}{p_{\text{term}} - p_{\text{perf}}} \right)^{1/4}. \quad (\text{A.3})$$

Figura A.1 – Estágio 1 na construção do modelo arterial: adição do segmento raiz a , conectando a posição proximal x_{prox} à posição distal x_{dist} . Esta figura ilustra a topologia inicial da árvore antes da primeira bifurcação.

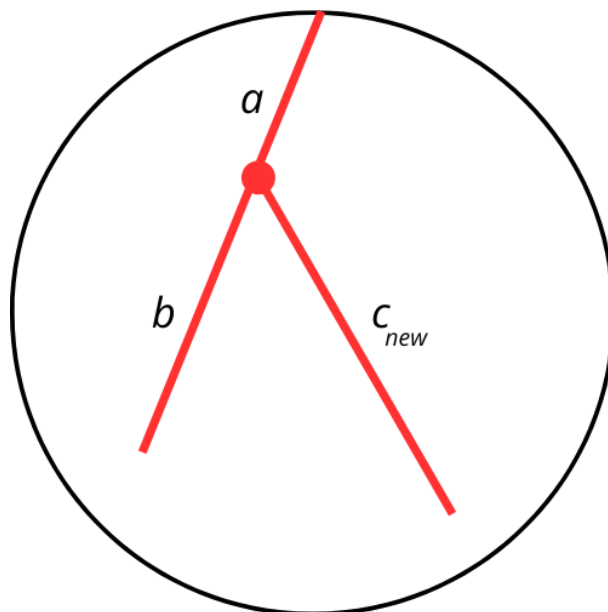


Fonte: Próprio autor.

A.2 Adição do segundo segmento terminal

Com a adição do segmento terminal c_{new} , gerou-se a primeira bifurcação no modelo, conforme mostrado na Figura A.2.

Figura A.2 – Estágio 2 na construção do modelo arterial: adição do primeiro segmento terminal c_{new} , formando a primeira bifurcação com os segmentos a (pai) e b (filho).



Fonte: Próprio autor.

1. Calculam-se os comprimentos dos segmentos l_a , l_b e $l_{c_{\text{new}}}$, conforme distância euclidiana expressa na Equação A.1.
2. Calculam-se as resistências hidrodinâmicas reduzidas ($R_{\text{sub},b}^*$ e $R_{\text{sub},c_{\text{new}}}^*$) dos segmentos terminais b e c_{new} conforme Equação A.2.
3. Calcula-se a relação entre os raios dos segmentos filhos b e c_{new} em uma bifurcação:

$$\frac{r_b}{r_{c_{\text{new}}}} = \left(\frac{Q_b R_{\text{sub},b}^*}{Q_{c_{\text{new}}} R_{\text{sub},c_{\text{new}}}^*} \right)^{1/4}. \quad (\text{A.4})$$

4. Calculam-se os raios relativos (razões de bifurcações) entre os segmentos filhos b e c_{new} e o segmento pai a :

$$\beta_a^{c_{\text{new}}} = \frac{r_{c_{\text{new}}}}{r_a} = \left[1 + \left(\frac{r_b}{r_{c_{\text{new}}}} \right)^\gamma \right]^{-1/\gamma}, \quad \beta_a^b = \frac{r_b}{r_a} = \left[1 + \left(\frac{r_b}{r_{c_{\text{new}}}} \right)^{-\gamma} \right]^{-1/\gamma}. \quad (\text{A.5})$$

5. Calcula-se a resistência hidrodinâmica reduzida do segmento a :

$$R_{\text{sub},a}^* = \frac{8\mu l_a}{\pi} + \left[\frac{(\beta_a^b)^4}{R_{\text{sub},b}^*} + \frac{(\beta_a^{c_{\text{new}}})^4}{R_{\text{sub},c_{\text{new}}}^*} \right]^{-1}. \quad (\text{A.6})$$

6. Calcula-se o raio r_a do segmento a através da Equação A.3.

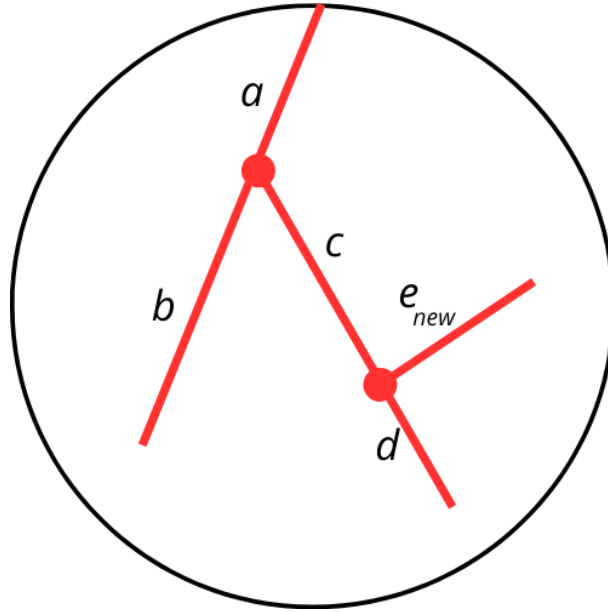
7. Calculam-se os raios r_b e $r_{c_{\text{new}}}$:

$$r_b = \beta_a^b r_a, \quad r_{c_{\text{new}}} = \beta_a^{c_{\text{new}}} r_a. \quad (\text{A.7})$$

A.3 Adição do terceiro segmento terminal

Adiciona-se o novo segmento e_{new} no modelo. A Figura A.3 ilustra a estrutura topológica do atual modelo.

Figura A.3 – Estágio 3 na construção do modelo arterial: adição do segmento terminal e_{new} , criando a segunda bifurcação, essa sendo com o segmento c como pai.



Fonte: Próprio autor.

1. Calculam-se os comprimentos dos segmentos l_c , l_d , $l_{e_{\text{new}}}$, conforme a Equação A.1. Note que os comprimentos dos segmentos a e b não foram alterados.
2. Calculam-se as resistências hidrodinâmicas reduzidas ($R_{\text{sub},d}^*$ e $R_{\text{sub},e_{\text{new}}}^*$) dos segmentos d e e_{new} conforme Equação A.2. Note que a resistência hidrodinâmica reduzida $R_{\text{sub},b}^*$ é mantida constante.
3. Calcula-se a relação $\frac{r_d}{r_{e_{\text{new}}}}$ entre os raios dos segmentos filhos d e e_{new} em uma bifurcação conforme Equação A.4.
4. Calculam-se os raios relativos ($\beta_c^{e_{\text{new}}}$, β_c^d) entre os segmentos filhos d e e_{new} e o segmento pai c conforme Equação A.5.
5. Calcula-se a resistência hidrodinâmica reduzida do segmento c , ($R_{\text{sub},c}^*$), conforme Equação A.6.
6. Calcula-se a relação $\frac{r_c}{r_b}$ entre os raios dos segmentos filhos c e b em uma bifurcação conforme Equação A.4. Note que a resistência hidrodinâmica reduzida do segmento b , ($R_{\text{sub},b}^*$, não foi alterada.

7. Calculam-se os raios relativos (β_a^c, β_a^b) entre os segmentos filhos b e c e o segmento pai a conforme Equação A.5.
8. Calcula-se a resistência hidrodinâmica reduzida do segmento a , $(R_{\text{sub},a}^*)$ conforme Equação A.6.
9. Calcula-se o raio r_a do segmento a através da Equação A.3.
10. Calculam-se os raios r_b, r_c, r_d e $r_{e_{\text{new}}}$ da seguinte forma:

$$r_i = r_a \prod_{k=i}^a \beta_p^k \quad (\text{A.8})$$

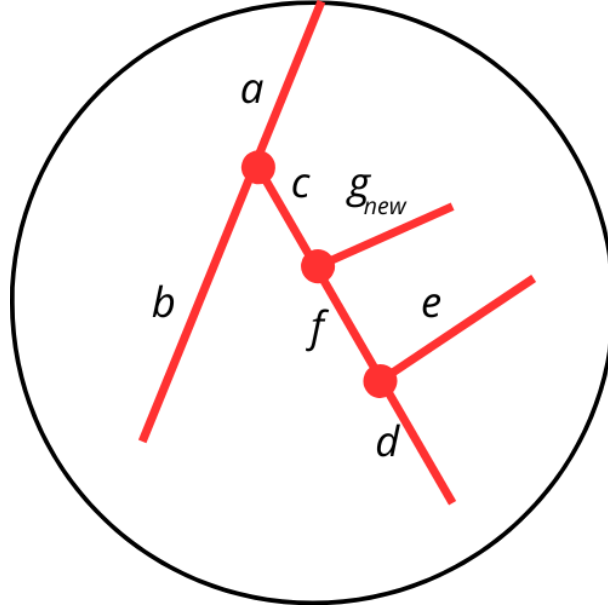
onde o produto é tomado sobre as razões de bifurcação β_p^i ao longo do caminho que liga o segmento i à raiz a e p denota o pai do segmento i . A título de exemplificação, segue aplicação da equação A.8:

$$\begin{aligned} r_b &= \beta_a^b r_a, & r_c &= \beta_a^c r_a, \\ r_d &= \beta_c^d \beta_a^c r_a, & r_{e_{\text{new}}} &= \beta_c^{e_{\text{new}}} \beta_a^c r_a. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

A.4 Adição do quarto segmento terminal

Adiciona-se o novo segmento g_{new} no modelo. A Figura A.4 ilustra a estrutura topológica do atual modelo.

Figura A.4 – Estágio 4 na construção do modelo arterial: adição do segmento terminal g_{new} , formando a terceira bifurcação do modelo, com o segmento c como pai novamente.



Fonte: Próprio autor.

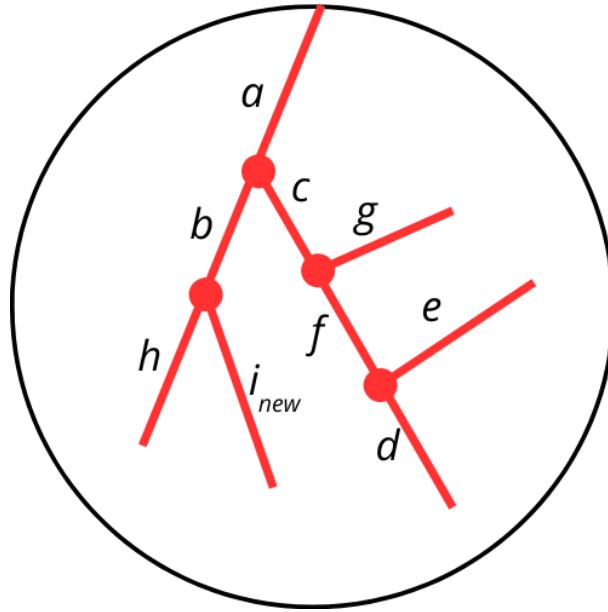
1. Calculam-se os comprimentos dos segmentos l_c , l_f , $l_{g_{new}}$, conforme a Equação A.1. Note que os comprimentos dos segmentos a , b , d e e não foram alterados.
2. Calcula-se a resistência hidrodinâmica reduzida $R_{sub,g_{new}}^*$ do segmento g_{new} conforme Equação A.2. Note que as resistências hidrodinâmicas reduzidas $R_{sub,d}^*$, $R_{sub,e}^*$ e $R_{sub,b}^*$ são mantidas constantes.
3. Calcula-se a resistência hidrodinâmica reduzida $R_{sub,f}^*$ do segmento f conforme Equação A.6. Note que para calcular essa resistência, utilizam-se os valores já conhecidos β_{pai}^d e β_{pai}^e que dependem da relação $\frac{r_d}{r_e}$ calculada anteriormente. Nesse caso, o segmento pai é o segmento f antes era o segmento c . O importante é perceber que as razões de bifurcação dos segmentos d e e em relação ao segmento pai não mudaram.
4. Calcula-se a relação $\frac{r_f}{r_{g_{new}}}$ entre os raios dos segmentos filhos f e g_{new} em uma bifurcação conforme Equação A.4.
5. Calculam-se os raios relativos ($\beta_c^{g_{new}}$, β_c^f) entre os segmentos filhos f e g_{new} e o segmento pai c conforme Equação A.5.
6. Calcula-se a resistência hidrodinâmica reduzida do segmento c , ($R_{sub,c}^*$), conforme Equação A.6.

7. Calcula-se a relação $\frac{r_c}{r_b}$ entre os raios dos segmentos filhos c e b em uma bifurcação conforme Equação A.4. Note que a resistência hidrodinâmica reduzida do segmento b , $(R_{\text{sub},b}^*)$ não foi alterada.
8. Calculam-se os raios relativos (β_a^c, β_a^b) entre os segmentos filhos b e c e o segmento pai a conforme Equação A.5.
9. Calcula-se a resistência hidrodinâmica reduzida do segmento a , $(R_{\text{sub},a}^*)$ conforme Equação A.6.
10. Calcula-se o raio r_a do segmento a através da Equação A.3.
11. Calculam-se os raios r_b, r_c, r_d, r_e, r_f e $r_{g_{\text{new}}}$ empregando a Equação A.8.

A.5 Adição do quinto segmento terminal

Adiciona-se o novo segmento i_{new} no modelo. A Figura A.5 ilustra a estrutura topológica do atual modelo.

Figura A.5 – Estágio 5 da construção do modelo arterial: inserção do segmento terminal i_{new} , completando a árvore com cinco segmentos terminais e quatro bifurcações, com o segmento b como pai da última bifurcação.



Fonte: Próprio autor.

1. Calculam-se os comprimentos dos segmentos l_h , l_b e $(l_{i_{\text{new}}})$, conforme a Equação A.1. Note que os comprimentos dos segmentos a , c , g , f , e e d não foram alterados.
2. Calculam-se as resistências hidrodinâmicas reduzidas ($R_{\text{sub},h}^*$ e $R_{\text{sub},i_{\text{new}}}^*$) dos segmentos h e i_{new} conforme Equação A.2. Note que a resistência hidrodinâmica reduzida $R_{\text{sub},c}^*$ é mantida constante, ou seja, as resistências do segmento c e dos segmentos de sua sub-árvore não se alteram.
3. Calcula-se a relação $\frac{r_h}{r_{i_{\text{new}}}}$ entre os raios dos segmentos filhos h e i_{new} em uma bifurcação conforme Equação A.4.
4. Calculam-se os raios relativos ($\beta_b^{i_{\text{new}}}$, β_b^h) entre os segmentos filhos h e i_{new} e o segmento pai b conforme Equação A.5.
5. Calcula-se a resistência hidrodinâmica reduzida do segmento b , ($R_{\text{sub},b}^*$), conforme Equação A.6.
6. Calcula-se a relação $\frac{r_c}{r_b}$ entre os raios dos segmentos filhos c e b em uma bifurcação conforme Equação A.4. Aqui, utiliza-se a resistência hidrodinâmica reduzida $R_{\text{sub},c}^*$ que não foi alterada.

7. Calculam-se os raios relativos (β_a^c, β_a^b) entre os segmentos filhos b e c e o segmento pai a conforme Equação A.5.
8. Calcula-se a resistência hidrodinâmica reduzida do segmento a , ($R_{\text{sub},a}^*$) conforme Equação A.6.
9. Calcula-se o raio r_a do segmento a através da Equação A.3.
10. Calculam-se os raios $r_b, r_c, r_d, r_e, r_f, r_g, r_h$ e $r_{i_{\text{new}}}$ empregando a Equação A.8.