



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO – UFOP

ESCOLA DE MINAS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO



MATHEUS TAVARES DA FONSECA

**DIMENSIONAMENTO DE LOTES EM UMA FÁBRICA DE
REFRIGERANTES**

OURO PRETO – MG 2025

MATHEUS TAVARES DA FONSECA

DIMENSIONAMENTO DE LOTES EM UMA FÁBRICA DE REFRIGERANTES

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito para a obtenção do título de Engenheiro de Produção.

Professor orientador: Aloísio de Castro Gomes Júnior

OURO PRETO – MG

2025



FOLHA DE APROVAÇÃO

Matheus Tavares da Fonseca

Dimensionamento de Lotes em uma fábrica de refrigerantes

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção.

Aprovada em 22 de maio de 2025

Membros da banca

Dr. Aloísio de Castro Gomes Júnior - Orientador - Universidade Federal de Ouro Preto
Dr. Helton Cristiano Gomes - Universidade Federal de Ouro Preto
Dra. Irce Fernandes Gomes Guimarães - Universidade Federal de Ouro Preto

Dr. Aloísio de Castro Gomes Júnior, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 26/05/2025.



Documento assinado eletronicamente por **Aloísio de Castro Gomes Junior, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 26/05/2025, às 15:36, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0917138** e o código CRC **A5C74104**.

AGRADECIMENTO

Agradeço, primeiramente, a Deus, pela força e saúde para enfrentar os desafios dessa jornada.

Agradeço aos meus pais, João Batista da Fonseca e Maria Aparecida Tavares da Fonseca, pelo apoio incondicional, carinho e incentivo nos momentos mais difíceis; à minha irmã, Joice Tavares da Fonseca, sou grato por todo o incentivo, pelos conselhos e por sempre estar ao meu lado.

Agradeço ao meu orientador Aloísio de Castro Gomes Júnior, do Departamento de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto pelo auxílio para a realização deste trabalho, por suas orientações e conhecimentos.

Aos professores do curso de Engenharia de Produção, que ao longo desses anos compartilharam conhecimento e experiências que foram fundamentais para minha formação pessoal e profissional.

Aos colegas do curso de Engenharia de Produção, que colaboraram direta ou indiretamente para a construção do conhecimento ao longo desta trajetória.

Agradeço à República Província, local que se tornou meu lar, e aos moradores e ex-moradores pela amizade e companheirismo.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo desenvolver e aplicar um modelo matemático de dimensionamento de lotes voltado para uma indústria de refrigerantes. A empresa estudada opera com o modelo de máquina única e enfrenta múltiplas restrições operacionais, como capacidade produtiva diária, tempos de preparação das máquinas (*setup*), limite de estocagem e exigência de lote mínimo de produção. Por meio da linguagem MathProg, do solver GLPK e do ambiente computacional GUSEK, formulou-se um modelo de programação para representar o processo produtivo. A solução encontrada permitiu uma redução de 16% nos custos totais em relação à operação atual da empresa, mantendo o atendimento à demanda e o controle de estoque. Os resultados demonstram a viabilidade do modelo na prática e sua aplicabilidade em ambientes industriais similares.

Palavras-chave: Dimensionamento de Lotes, Modelagem Matemática, Otimização da Produção, Indústria de Refrigerantes.

ABSTRACT

This work aims to develop and apply a mathematical lot-sizing model tailored for a soft drink manufacturing company. The studied company operates under a single-machine production model and faces multiple operational constraints, such as daily production capacity, setup times, storage limits, and minimum production lot requirements. Using the MathProg language, the GLPK solver, and the GUSEK computational environment, a programming model was formulated to represent the production process. The solution achieved resulted in a 16% reduction in total costs compared to the company's current operations, while maintaining demand fulfillment and inventory control. The results demonstrate the model's practical viability and its applicability to similar industrial environments.

Keywords: Lot Sizing, Mathematical Modeling, Production Optimization, Soft Drink Industry.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Comparação entre os dados do dia 1	27
Figura 2 - Comparação entre os dados do dia 2	28
Figura 3 - Comparação entre os dados do dia 3	29
Figura 4 - Comparação entre os dados do dia 4	29
Figura 5 - Comparação entre os dados do dia 5	30

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Estoque inicial da operação (em pacotes)	17
Tabela 2 - Produção no período estudado (em pacotes)	17
Tabela 3 - Estoque no período estudado (em pacotes)	18
Tabela 4 - Vendas no período estudado (em pacotes)	18
Tabela 5 - Dados $nt+1$ (em pacotes)	24
Tabela 6 – Produção planejada (em pacotes)	25
Tabela 7 - Estoque do período planejado (em pacotes)	26
Tabela 8 - Número de trocas de produtos	27

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	7
1.1. OBJETIVOS	8
1.1.1. Objetivo geral	8
1.1.2. Objetivos específicos	8
2. REFERENCIAL TEÓRICO	9
2.1. Ferramentas computacionais.....	12
2.2. Aplicações em diversos setores industriais.....	12
3. METODOLOGIA	14
3.1. Descrição do cenário estudado.....	14
3.2. Coleta de dados	16
3.2.1. Dados da produção	16
3.2.2. Demanda de vendas	18
3.2.3. Custo operacional	19
3.2.4. Estocagem.....	19
3.3. Modelo de dimensionamento de lotes.....	19
4. RESULTADOS	25
5. CONCLUSÃO	32
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	34

1. INTRODUÇÃO

O planejamento da produção é uma atividade essencial nas organizações industriais, pois permite alinhar os recursos produtivos à demanda de mercado, otimizando o uso da capacidade instalada e minimizando os custos operacionais. Dentre as diversas atividades associadas ao planejamento e controle da produção (PCP), destaca-se o problema de dimensionamento de lotes, que consiste em definir as quantidades ideais a serem produzidas de cada item ao longo de um horizonte de planejamento, considerando restrições de capacidade, demanda, custo de produção, tempo de preparação das máquinas e espaço de armazenagem.

A importância desse problema é particularmente evidente em ambientes produtivos com recursos limitados e múltiplos itens, como é o caso da indústria de bebidas. Neste setor, os produtos compartilham uma mesma linha de envase, demandam *setups* frequentes e estão sujeitos a variabilidade de demanda, sazonalidade e restrições logísticas. A gestão ineficiente desses aspectos pode resultar em perdas financeiras, excesso de estoque, ruptura de demanda e baixa utilização da capacidade produtiva.

Nesse contexto, a modelagem matemática se apresenta como uma ferramenta eficaz para auxiliar na tomada de decisão, permitindo representar formalmente o problema e buscar soluções otimizadas por meio de técnicas como a programação inteira mista. O uso de *softwares* específicos, como o GLPK, viabiliza a implementação computacional dos modelos, oferecendo suporte à análise de diferentes cenários e alternativas de planejamento.

Este trabalho tem como objetivo desenvolver e aplicar um modelo matemático de dimensionamento de lotes para uma fábrica de refrigerantes, considerando uma configuração de máquina única com múltiplas restrições operacionais, incluindo capacidade produtiva diária, tempo de *setup*, espaço de estocagem e tamanho mínimo de lote. A proposta é avaliar a viabilidade e a eficácia da abordagem na prática, por meio da comparação entre os resultados do modelo e os dados operacionais reais da empresa.

A relevância deste estudo reside na possibilidade de oferecer uma solução estruturada para um problema recorrente na indústria, contribuindo para o aprimoramento do planejamento da produção e para a redução de custos. O modelo proposto busca aliar simplicidade computacional com aderência à realidade, apresentando-se como uma

alternativa viável para empresas de pequeno e médio porte que enfrentam limitações operacionais similares às da empresa analisada.

1.1. OBJETIVOS

1.1.1. Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver e aplicar um modelo de dimensionamento de lotes de produção, utilizando o *software* GLPK, com o intuito de reduzir os custos de estocagem e otimizar a produção, de forma a apoiar decisões de planejamento da produção em diversas empresas.

1.1.2. Objetivos específicos

Os objetivos específicos do estudo são:

- Realizar um estudo bibliográfico sobre o dimensionamento de lotes;
- Elaborar e aplicar um modelo de dimensionamento de lotes que busque otimizar os custos de produção levando em conta a demanda da empresa estudada;
- Comparar os resultados obtidos pela simulação com os dados obtidos pela empresa.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

O problema de dimensionamento de lotes, conhecido na literatura como *Capacitated Lot Sizing Problem* (CLSP), é central no planejamento da produção e possui ampla aplicação em ambientes industriais com múltiplos produtos e restrições operacionais. Segundo Arenales et al. (2007), empresas de manufatura, em geral, fabricam diversos tipos de produtos para diferentes clientes, frequentemente em grandes quantidades e com datas de entrega previamente definidas. Diante da limitação dos recursos produtivos, como máquinas e mão de obra, é necessário decidir, para cada período, quais itens produzir e em que quantidade. Ainda conforme os autores, antecipar a fabricação de produtos pode gerar custos de estocagem e desafios operacionais. O objetivo do problema de dimensionamento de lotes é, portanto, determinar os tamanhos ótimos dos lotes de forma a atender à demanda nos prazos estabelecidos, minimizando os custos totais de produção e estocagem.

A escolha da abordagem matemática mais adequada depende de diversos fatores, como a natureza do processo produtivo, a variabilidade da demanda, os custos associados e a estrutura de dados disponíveis. Em indústrias com grande número de SKUs (*Stock Keeping Units*, são códigos únicos que identificam de forma individual cada item de um produto no estoque de uma empresa. Cada combinação de produto, variação, embalagem, sabor, tamanho e cor recebe um SKU diferente), como a indústria de bebidas, o problema se torna ainda mais relevante, pois os *setups* frequentes entre sabores e embalagens diferentes aumentam os custos operacionais, tornando o planejamento eficiente essencial para a competitividade da empresa.

O estudo de dimensionamento de lotes, portanto, envolve o entendimento das inter-relações entre a demanda, os custos, os tempos de operação e a capacidade instalada. Assim, além da técnica, requer sensibilidade analítica para captar os elementos críticos do sistema produtivo e traduzi-los em variáveis modeláveis. Essa prática tem se consolidado como ferramenta indispensável no portfólio de gestão da produção, sendo objeto de estudo contínuo e aplicação em diversos setores industriais.

A seguir, serão apresentados e discutidos os principais trabalhos relacionados à modelagem matemática de problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes. Estes estudos fornecem a base teórica e metodológica para o desenvolvimento do modelo

proposto neste trabalho, evidenciando as contribuições de diferentes autores em contextos industriais diversos, bem como as abordagens adotadas para lidar com a complexidade inerente a esses problemas. A revisão contempla desde formulações clássicas até aplicações específicas em ambientes produtivos reais, com destaque para estratégias de otimização baseadas em programação inteira mista e heurísticas aplicadas.

Araújo e Arenales (2000) abordam o dimensionamento de lotes monoestágio com restrição de capacidade sob a perspectiva da programação inteira mista, considerando os custos de produção, preparação e armazenagem, além da capacidade produtiva por período. O modelo proposto introduz variáveis binárias e contínuas, refletindo de forma robusta os aspectos práticos do problema, o que o torna aplicável em contextos industriais reais.

Avançando para contextos industriais mais complexos, Araújo, Arenales e Clark (2007) estendem os modelos para ambientes com restrições de capacidade e *setups* dependentes da sequência, situação comum em processos industriais como fundições e linhas de envase. A presença de *setups* sequenciais torna o problema combinatoriamente mais complexo, exigindo abordagens matemáticas sofisticadas e estratégias heurísticas baseadas em *rolling-horizon*, que consiste na divisão de um problema de otimização de longo prazo em vários subproblemas de menor tamanho, resolvendo-os sequencialmente.

Ferreira (2006) propõe diferentes formulações baseadas em programação inteira mista, considerando ambientes com múltiplos produtos e períodos, com capacidade limitada e tempos de *setup* dependentes da sequência. A tese destaca que a sincronização entre o planejamento da produção e o sequenciamento dos itens é essencial para a eficiência de fábricas de bebidas, onde os produtos compartilham os mesmos recursos de envase e armazenagem.

A literatura internacional também apresenta discussões relevantes. Karimi, Fatemi Ghomi e Wilson (2003) fornecem uma revisão abrangente das variantes do CLSP, categorizando os modelos conforme a presença de múltiplos itens, *setups*, *backlogs* (referem-se à possibilidade de postergar a entrega da demanda de um período para um período futuro, ou seja, atrasar o atendimento da demanda e ainda assim considerá-la válida, com ou sem penalidades) e capacidades restritas. Eles apontam que a complexidade do problema

crece exponencialmente à medida que se adicionam variáveis binárias e múltiplas restrições de capacidade e inventário, especialmente em ambientes com muitos produtos.

Nesse contexto, a abordagem de *batching* (decisão estratégica de agrupar a produção de itens em lotes) ganha importância. Kuik, Salomon e Wassenhove (1994) discutem a estrutura de decisões de agrupamento de produção, propondo modelos de decisão sobre quantos e quais produtos devem ser produzidos juntos, respeitando tempos de *setup* e restrições de capacidade. Essa linha de pesquisa se mostra alinhada ao cenário industrial da produção de bebidas, no qual a troca entre sabores e embalagens impacta diretamente no tempo de preparação da linha.

Gutiérrez e Pizzolato (2004) destacam que, para problemas com custos de *setup* dependentes da sequência, como o encontrado em linhas de envase, abordagens heurísticas se mostram mais viáveis que métodos exatos. Eles propõem um modelo heurístico para o problema clássico do lote econômico de produção com *setups* dependentes da sequência, o qual reduz significativamente o tempo computacional sem perdas substanciais de qualidade nas soluções obtidas.

A pesquisa nacional também avançou no estudo do problema integrado de dimensionamento de lotes e programação da produção em indústrias de bebidas. Toledo *et al.* (2007) desenvolveram um modelo de otimização baseado em programação inteira mista para uma fábrica de refrigerantes, incorporando não apenas as decisões de quanto e quando produzir, mas também a ordem em que os produtos são fabricados. O modelo apresenta resultados promissores quanto à minimização dos *setups* e melhor aproveitamento da capacidade produtiva, validando a importância da modelagem integrada em contextos industriais reais.

Por fim, Pagliarussi, Morabito e Santos (2017) reforçam a importância da modelagem mista para a programação da produção de bebidas. Em estudo aplicado a uma fábrica de sucos, os autores propõem e testam diferentes estratégias para minimizar o custo total da operação, confirmando que a adoção de modelos matemáticos proporciona ganhos significativos em eficiência produtiva e redução de perdas por trocas frequentes.

Assim, a literatura aponta que o problema de dimensionamento de lotes, especialmente em ambientes com máquina única e múltiplas restrições, exige uma abordagem integrada, considerando não apenas as quantidades a serem produzidas, mas também a ordem e o

momento de produção. A aplicação de modelos matemáticos bem estruturados se mostra uma ferramenta estratégica para a otimização de processos produtivos, em especial no setor de bebidas, caracterizado por ampla variedade de produtos, *setups* frequentes e elevada pressão por eficiência.

2.1. Ferramentas computacionais

A modelagem matemática de problemas de produção exige o uso de *softwares* especializados capazes de lidar com a complexidade das equações e restrições envolvidas. Neste trabalho, adotou-se o GUSEK (*GLPK Under Scite Extended Kit*), uma interface gráfica baseada no GLPK (*GNU Linear Programming Kit*). O GUSEK utiliza a linguagem MathProg, derivada da linguagem AMPL, com sintaxe estruturada e amigável, o que facilita a definição de variáveis, parâmetros, funções objetivo e restrições.

Por ser uma ferramenta de código aberto e leve, o GUSEK tem ampla aceitação no meio acadêmico. Ele permite a prototipagem rápida de modelos e a análise de resultados em tempo real, mesmo com recursos computacionais modestos. Contudo, limita-se a solvers compatíveis com o GLPK, o que pode ser um entrave em problemas de grande escala.

Uma alternativa robusta é o AMPLIDE, contudo a sua versão gratuita é limitada. Essa ferramenta oferece suporte a diversos solvers comerciais de alta performance, como CPLEX e Gurobi, além de uma interface intuitiva, ideal para o desenvolvimento, depuração e teste de modelos mais complexos. A linguagem AMPL é amplamente adotada tanto em universidades quanto na indústria, destacando-se por sua capacidade de integrar modelagem matemática com bancos de dados e sistemas de decisão em tempo real.

A escolha do GUSEK para este estudo se justifica pela sua acessibilidade e compatibilidade com os objetivos acadêmicos do trabalho.

2.2. Aplicações em diversos setores industriais

O dimensionamento de lotes não é restrito a um único setor, sendo aplicado em diversos contextos industriais com excelentes resultados.

Na indústria de alimentos, por exemplo, diversos autores abordaram o problema de dimensionamento de lotes considerando a perecibilidade dos produtos e os custos elevados de *setup*.

Na indústria de fundição, Araújo, Arenales e Clark (2004) estudaram o problema do dimensionamento de lotes e a programação de forno, modelando as particularidades desse setor, como a interdependência entre etapas de produção e os altos custos de *setup*. A aplicação de modelos de programação inteira mista demonstrou ser eficaz para lidar com a limitação de recursos e a variabilidade da demanda, otimizando o uso do forno e reduzindo perdas operacionais.

No setor de bebidas, Toledo *et al.* (2007) desenvolveram um modelo integrado para fábricas de refrigerantes que, além do dimensionamento, inclui o sequenciamento da produção. Considerando linhas de envase compartilhadas e *setups* dependentes da sequência, o modelo possibilitou melhor planejamento da produção e redução significativa nos custos de preparação. Ferreira (2006) também destaca que, nesse setor, a coordenação entre as decisões de quantidade e ordem de produção é fundamental para evitar gargalos operacionais, desperdício de insumos e desbalanceamento de estoques.

A indústria de papel e celulose, por sua vez, lida com problemas de capacidade em processos contínuos, onde a ociosidade ou excesso de produção geram perdas significativas. Estudos como o de Furlan (2015) evidenciam o uso de modelos de dimensionamento de lotes para alinhar os níveis de estoque com a produção, levando em conta a sazonalidade da demanda e os tempos de troca entre produtos com gramaturas diferentes.

Por fim, mesmo em empresas com produção empurrada, como a indústria de bebidas abordada neste trabalho, a modelagem matemática do problema de dimensionamento de lotes se mostra altamente eficaz. Considerando a variabilidade da demanda, a necessidade de *setups* entre sabores e embalagens, e a limitação de espaço físico para estocagem, o uso de um modelo com múltiplas restrições permite maior controle sobre o planejamento da produção e evita o excesso ou a falta de estoque.

3. METODOLOGIA

Para a construção de um modelo matemático de dimensionamento de lotes, é necessário a obtenção de diversos dados sobre o processo produtivo e o produto em questão.

3.1. Descrição do cenário estudado

O cenário estudado no desenvolvimento desta monografia é uma empresa de bebidas localizada em Minas Gerais.

Atualmente, na empresa, as ordens de produção são realizadas mediante a contagem de estoque e são feitas pelo setor de planejamento e controle da produção (PCP). O planejamento é feito priorizando os itens que estão em menor estoque, contudo, tendo em vista que o guaraná 2 litros é o produto mais vendido da empresa, ele possui um maior estoque e é priorizado em relação aos outros.

A produção acontece de forma empurrada (a produção consiste em fabricar e estocar com base em previsões de venda) e não há custos vinculados ao atraso dos pedidos.

A empresa possui três linhas de produção distintas, tendo produtos diferentes:

- Garrafas de 2 litros;
- Garrafas de 200 ml;
- Garrafas de vidro.

A seguir se encontram as áreas e processos pelos quais o refrigerante de 2 litros passa para ser produzido:

- **Xaroparia 01:** seção destinada às operações de preparo do xarope simples (composto por água, açúcar e ácido cítrico), sendo a base para a preparação de todos os refrigerantes fabricados pela empresa.
- **Xaroparia 02:** área voltada às operações de preparo do xarope composto (incorporação de sucos, extratos e aditivos ao xarope simples). Apresenta diversos tambores de mistura, os quais são preparados com alguma antecedência para que o processo de envase ocorra sem interrupções. O xarope composto produzido nessa área pode ser distribuído a todas as linhas de produção. Os trabalhadores dessa área devem, em intervalos definidos, retirar amostras do setor de envase

para fazer testes de pressão e quantidade de açúcar presentes na garrafa, com o objetivo de manter a qualidade do produto e ficar dentro dos parâmetros estabelecidos pela legislação brasileira.

- **Área de sopro de garrafas:** seção destinada às operações de sopro das pré-formas (tubos de plástico). O processo consiste em aquecer a pré-forma para amolecer o material, colocá-la dentro de um molde e, em seguida, soprar uma rajada de ar em seu interior, transformando-a em uma garrafa PET.
- **Área de envase:** o envase consiste no preenchimento das garrafas (com a mistura preparada na xaroparia 02 e gás carbônico) e no fechamento das garrafas com tampinhas.
- **Área de condicionamento:** destinada à finalização do processo produtivo, com rotulagem, codificação, empacotamento e encaixotamento.
- **Área do produto acabado:** local destinado ao acondicionamento dos produtos finalizados.

O processo de produção da linha de 200 ml é similar ao de 2 litros, contudo não passa pelo processo de sopro de garrafas, isso decorre do fato de as garrafas já chegarem prontas na fábrica, sendo somente necessário o posicionamento das garrafas vazias por uma máquina, com destino à área de envase.

Já a linha de produção de garrafas de vidro começa na área de lavagem de garrafas retornáveis (setor onde são realizadas as etapas de recebimento e assepsia de garrafas retornáveis), seguindo pelo processo de envase, condicionamento e estocagem.

O único refrigerante produzido na linha de vidro é guaraná e existem 7 sabores distintos produzidos nas linhas de produção de 200 ml e 2 litros, sendo eles:

- Guaraná;
- Guaraná zero;
- Refrigerante de abacaxi;
- Refrigerante de laranja;
- Refrigerante de limão;
- Refrigerante de uva;
- *Black Cola*.

Contudo, devido à falta de dados referentes aos produtos das linhas de 200 ml e vidro, esse trabalho terá como foco a linha de produção de bebidas de 2 litros.

3.2. Coleta de dados

A obtenção dos dados necessários para o desenvolvimento deste estudo foi realizada por meio do controle de estoque da empresa, referente ao mês de outubro de 2024, bem como por entrevistas com profissionais que atuam diretamente na fábrica. O levantamento das informações foi organizado em quatro categorias principais: dados de produção, demanda de vendas, custos operacionais e logística.

3.2.1. Dados da produção

Os dados relacionados à capacidade produtiva da fábrica, tempos de *setup* e troca de produtos, bem como a política de lote mínimo adotada atualmente, foram coletados para fornecer uma base sólida à modelagem do dimensionamento de lotes. Os dados obtidos são relacionados à produção de pacotes, não de garrafas unitárias. A quantidade de garrafas por pacote dos itens estudados é de 6. A seguir, apresentam-se as informações coletadas:

- **Tempo de produção (por pacote):** o tempo médio de produção por pacote é de **4 segundos (0,00111 horas)**.
- **Tempo de máquina:** embora a empresa opere **24 horas** por dia, há a necessidade de um tempo de preparação (*setup*) ao início de cada ciclo produtivo diário (**1 hora**), devido a procedimentos operacionais padrão como limpeza, inspeções e calibração de equipamentos. Por esse motivo o tempo de máquina diário é de **23 hora**.
- **Tempo médio de troca de produtos:** quando ocorre a troca de produtos na linha de produção, estima-se que o tempo necessário para realizar esse procedimento seja, em média, **25 minutos (0,41666 horas)**.
- **Política de lote mínimo de produção:** a política atual da fábrica estabelece um lote mínimo de **650 pacotes** por produção. Contudo, observam-se inconsistências na prática, com alguns dias registrando volumes inferiores a esse limite.

A Tabela 1 apresenta a quantidade de estoque inicial da operação (número de pacotes).

Tabela 1 - Estoque inicial da operação (em pacotes)

Cód.	Produto	Estoque inicial
1	GUARANÁ PET	5800
2	LARANJA PET	1348
3	ABACAXI PET	495
4	UVA PET	289
5	LIMÃO PET	876
6	GUARANÁ ZERO	1321
7	REFR. BLACK COLA PET	192

Fonte: Dados da empresa (outubro de 2024).

A Tabela 2 mostra os dados da produção da empresa nos cinco dias analisados, apresentando um custo total (produção mais estocagem) de **R\$125.966,20**.

Tabela 2 - Produção no período estudado (em pacotes)

Cód.	Produto	Dia 1	Dia 2	Dia 3	Dia 4	Dia 5
1	GUARANÁ PET	4167	10520	5010	8194	6779
2	LARANJA PET			2127		
3	ABACAXI PET	1212		645		
4	UVA PET	1646				
5	LIMÃO PET			642		
6	GUARANÁ ZERO					
7	REFR. BLACK COLA PET	1643		586	1047	

Fonte: Dados da empresa (outubro de 2024).

A Tabela 3 apresenta o estoque da empresa com base no controle de estoque realizado. Os dados refletem os saldos finais diários por produto, já considerando entradas e saídas, incluindo as devoluções contabilizadas no sistema.

Tabela 3 - Estoque no período estudado (em pacotes)

Cód.	Produto	Dia 1	Dia 2	Dia 3	Dia 4	Dia 5
1	GUARANÁ PET	1013	2263	177	3599	10070
2	LARANJA PET	754	0	1284	973	894
3	ABACAXI PET	1128	305	594	341	215
4	UVA PET	1485	861	547	344	300
5	LIMÃO PET	578	197	653	559	547
6	GUARANÁ ZERO	1057	811	597	504	493
7	REFR. BLACK COLA PET	1320	396	677	1529	1488

Fonte: Dados da empresa (outubro de 2024).

3.2.2. Demanda de vendas

A análise da demanda de vendas foi realizada com base no histórico de comercialização dos produtos no período estudado. O levantamento dos dados permitiu identificar os volumes comercializados de cada produto ao longo do tempo, possibilitando a formulação de estratégias mais eficazes para o dimensionamento de lotes. A Tabela 4 apresenta o histórico de vendas dos principais produtos da empresa (número de pacotes) no período analisado.

Tabela 4 - Vendas no período estudado (em pacotes)

Cód.	Produto	Dia 1	Dia 2	Dia 3	Dia 4	Dia 5
1	GUARANÁ PET	9077	9328	7231	4906	320
2	LARANJA PET	598	755	860	317	82
3	ABACAXI PET	581	827	382	262	137
4	UVA PET	454	629	328	211	46
5	LIMÃO PET	301	382	200	100	12
6	GUARANÁ ZERO	275	247	225	95	13
7	REFR. BLACK COLA	25	927	326	197	40

Fonte: Dados da empresa (outubro de 2024)

3.2.3. Custo operacional

A estrutura de custos da empresa foi analisada a partir de entrevistas com os profissionais responsáveis pelo setor produtivo. Os principais custos operacionais identificados foram:

- **Custo de produção:** de acordo com as informações fornecidas pelos profissionais da fábrica, o custo médio de fabricação por pacote é de **R\$ 2,50**.
- **Custo de estocagem:** o custo de armazenamento dos produtos foi estimado em **R\$ 0,40** por pacote por dia.

3.2.4. Estocagem

A capacidade de armazenamento da fábrica é um fator essencial a ser considerado no dimensionamento de lotes. O armazém da empresa possui uma capacidade máxima de **20.000 pacotes**, o que impõe restrições ao volume de produtos que podem ser armazenados a cada período.

3.3. Modelo de dimensionamento de lotes

O modelo matemático desenvolvido neste trabalho foi inspirado nas formulações apresentadas por Ferreira (2006), que propôs abordagens para o problema integrado de dimensionamento e sequenciamento de lotes voltadas à produção de bebidas. A autora desenvolve modelos de programação inteira mista que consideram ambientes com múltiplos produtos e períodos. A escolha desse referencial como base teórica se justifica por sua aderência parcial ao contexto da empresa estudada, que possui uma linha de envase centralizada e enfrenta desafios comuns aos apresentados na tese, como restrição de capacidade, necessidade de trocas frequentes entre produtos e limitação do espaço de estocagem.

A função objetivo do modelo proposto neste trabalho e a do modelo apresentado por Ferreira (2006) têm como finalidade a minimização dos custos operacionais. Ambos consideram os custos de produção e estocagem, contudo, o modelo de Ferreira incorpora adicionalmente os custos de setup.

No que se refere ao balanceamento de estoque, os dois modelos utilizam a mesma estrutura de equação, assegurando que o estoque final de cada período resulte da soma do estoque anterior com a produção do período e a subtração da demanda.

Já a restrição de capacidade de máquina apresenta distinções relevantes. Embora ambos limitem o tempo total de produção por período, o modelo deste trabalho adota tempos fixos de trocas de produtos, enquanto o modelo de Ferreira (2006) considera setups dependentes da sequência de produção.

Seja P o conjunto de produtos indexados por i , e T o conjunto de períodos de planejamento indexados por t . As variáveis e parâmetros abaixo são definidos para todos os elementos desses conjuntos.

Parâmetros

nt = número de períodos;

n = número de produtos distintos;

h_i = custo de estocagem unitário do item i ;

$d_{i,t}$ = demanda do item i no período t ;

p_{medio} = tempo médio de produção dos produtos (comum a todos os produtos);

C_t = capacidade da máquina em horas no período t ;

c_i = custo de produção do item i ;

$I0_i$ = estoque inicial do item i ;

$lote_min_i$ = lote mínimo de produção do item i ;

S_max = capacidade total do estoque;

$troca_time$ = tempo de troca entre os produtos.

Variáveis de Decisão

$x_{i,t}$ = quantidade do item i a ser produzida no período t ;

$I_{i,t}$ = estoque do item i no final do período t ;

num_trocas_t = número de trocas de produtos no período t ;

$$y_{i,t} = \begin{cases} 1, & \text{se o item } i \text{ é produzido no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$z_t = \begin{cases} 1, & \text{se há produção no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Função Objetivo

$$\text{Min} \sum_{i,t} (h_i * I_{i,t} + c_i * x_{i,t}) \quad \forall i \in P, \forall t \in T \quad (1)$$

Essa equação busca minimizar os custos totais de estocagem e produção ao longo do horizonte de planejamento.

Restrições:

A) Estoque inicial

$$I_{i,0} = IO_i \quad \forall i \in P \quad (2)$$

Esta restrição estabelece que, para cada item $i \in P$, o nível de estoque ao início do horizonte de planejamento (ou seja, no período $t = 0$) deve ser igual ao estoque inicial informado para o produto i , representado por IO_i .

B) Restrição de balanceamento de estoque

$$I_{i,t} = I_{i,t-1} + x_{i,t} - d_{i,t} \quad \forall i \in P, \forall t \in T \quad (3)$$

Assegura que o estoque de um item no período t é igual ao estoque do período anterior $t-1$, somado à quantidade produzida $x_{i,t}$ e subtraída a demanda $d_{i,t}$.

C) Restrição de capacidade de máquina

$$\sum_{i \in P} (p_{\text{medio}} * x_{i,t}) + \text{troca_time} * \text{num_trocas}_t \leq C_t \quad \forall i \in P, \forall t \in T \quad (4)$$

A restrição de capacidade de máquina assegura que o tempo total utilizado na produção de um período não ultrapasse a capacidade total da máquina C_t . Considera o tempo necessário para produzir cada item e o tempo gasto em trocas de produtos.

D) Definição de número de trocas

$$num_trocas_t \geq \sum_{i \in P} y_{i,t} - 1 \quad \forall t \in T \quad (5)$$

Define o número de trocas de produtos no período t , com base na quantidade de itens diferentes produzidos. A variável $y_{i,t}$, indica se o item i é produzido no período. Sempre que mais de um item for produzido, ao menos uma troca será necessária.

E) Restrição da capacidade máxima de estoque

$$\sum_{i \in P} I_{i,t} \leq S_{max} \quad \forall t \in T \quad (6)$$

Essa restrição impede que o estoque total ultrapasse a capacidade máxima permitida de 20.000 pacotes.

F) Ativação do *setup*

$$z_t = \frac{1}{n} \sum_{i \in P} y_{i,t} \quad \forall t \in T \quad (7)$$

Garante que o tempo de *setup* ($z_t = 1$) seja considerado sempre que qualquer item for produzido no período t . Essa formulação aproxima a ativação binária de forma proporcional ao número de itens ativos.

G) Produção condicionada à ativação da variável binária

$$x_{i,t} \leq S_{max} * y_{i,t} \quad \forall i \in P, \forall t \in T \quad (8)$$

Assegura que só haja produção de um item i no período t se a variável $y_{i,t}$ estiver ativada (igual a 1). Caso contrário, $x_{i,t}$ será forçada a zero. Essa restrição é fundamental para

garantir a consistência lógica do modelo, pois impede que o modelo produza unidades de um item sem que esse item esteja explicitamente marcado como “ativo” na produção do período.

H) Lote mínimo de produção

$$x_{i,t} \geq \text{lote_min}_i * y_{i,t} \quad \forall i \in P, \forall t \in T \quad (9)$$

Impõe que, se um item for produzido, o lote mínimo deve atender os valores do parâmetro lote_min_i . Essa regra reflete práticas industriais reais, evitando produções pequenas que gerariam ineficiência.

I) Impedimento de produção

$$x_{i,t+1} = 0 \quad \forall i \in P, \forall t \in T \quad (10)$$

Essa restrição zera a produção de todos os itens no dia $t+1$, um dia adicional inserido apenas para facilitar a modelagem, forçando a produção a parar após o dia 5. Sem ela, ocorreria a produção no sexto dia, contudo esse dia está presente somente para que o estoque supra a demanda de mais um dia.

3.4. Observação

Para que houvesse estoque disponível no final do dia 5 de forma a suprir a demanda do próximo dia, foram utilizados os dados de venda mais um dia ($nt + 1$), esses dados estão presentes na Tabela 5.

Tabela 5 - Dados nt+1 (em pacotes)

Cód.	Produto	<i>nt + 1</i>
1	GUARANÁ PET	6381
2	LARANJA PET	441
3	ABACAXI PET	204
4	UVA PET	320
5	LIMÃO PET	147
6	GUARANÁ ZERO	166
7	REFR. BLACK COLA PET	375

Fonte: Dados da empresa (outubro de 2024).

4. RESULTADOS

A execução foi realizada em um computador com as seguintes especificações técnicas: processador Intel(R) Core(TM) i7-7500U CPU @ 2.70 GHz 2.90 GHz e memória RAM instalada de 8 GB. O tempo computacional total para resolução do modelo foi de 106,8 segundos, com um uso máximo de 36,6 megabytes de memória.

A execução do modelo de dimensionamento de lotes no ambiente estudado resultou em uma solução ótima com custo total mínimo de **R\$105.810,50**. Esse valor representa a soma dos custos de produção e estocagem ao longo de cinco períodos (levando em conta a necessidade de estocagem que atenda à demanda de um dia a mais), respeitando todas as restrições operacionais impostas: capacidade de máquina, limites de estoque, tempos de *setup* e trocas, além do lote mínimo de produção. A seguir estão as tabelas que apresentam os resultados obtidos do modelo apresentado anteriormente; a Tabela 6 apresenta a produção planejada dos 7 itens descritos nos dias estudados.

Tabela 6 – Produção planejada (em pacotes)

Cód.	Produto	Dia 1	Dia 2	Dia 3	Dia 4	Dia 5
1	GUARANÁ PET	3277	9328	7231	4906	6701
2	LARANJA PET	0	865	0	840	0
3	ABACAXI PET	650	650	0	650	0
4	UVA PET	794	0	905	0	0
5	LIMÃO PET	0	0	650	0	0
6	GUARANÁ ZERO	0	0	0	0	0
7	REFR. BLACK COLA PET	0	760	938	0	0

Fonte: autoria própria

- O **item 1** concentrou a maior parte da produção, como foi dito, este item é o principal produto da empresa.
- Itens como o **item 6** não foram produzidos em nenhum período, indicando que o estoque inicial disponível foi suficiente para cobrir toda a demanda do horizonte de planejamento.

- Em contrapartida, um produto com menor giro, como **item 5**, foi produzido em apenas um dia (dia 3), utilizando a estratégia de antecipação da demanda e redução de *setups*.

A Tabela 7 mostra o estoque final de cada dia (o estoque do dia 5 leva em consideração o próximo dia, não deixando o estoque chegar a zero, dando maior flexibilidade em caso de algum acidente na linha de produção), respeitando o limite máximo do estoque (20.000 pacotes). Esses dados evidenciam uma considerável redução no estoque diário em comparação ao modelo de operação vigente na empresa, resultando em uma redução considerável nos custos de estocagem.

Tabela 7 - Estoque do período planejado (em pacotes)

Cód.	Produto	Dia 1	Dia 2	Dia 3	Dia 4	Dia 5
1	GUARANÁ PET	0	0	0	0	6381
2	LARANJA PET	750	860	0	523	441
3	ABACAXI PET	564	387	5	393	256
4	UVA PET	629	0	577	366	320
5	LIMÃO PET	575	193	643	543	531
6	GUARANÁ ZERO	1046	799	574	479	466
7	REFR. BLACK COLA PET	167	0	612	415	375

Fonte: autoria própria

A Tabela 8 contém a quantidade de trocas de produtos em cada dia, sendo o terceiro dia o que mais apresenta a troca de produtos e o quinto dia apresenta a menor quantidade.

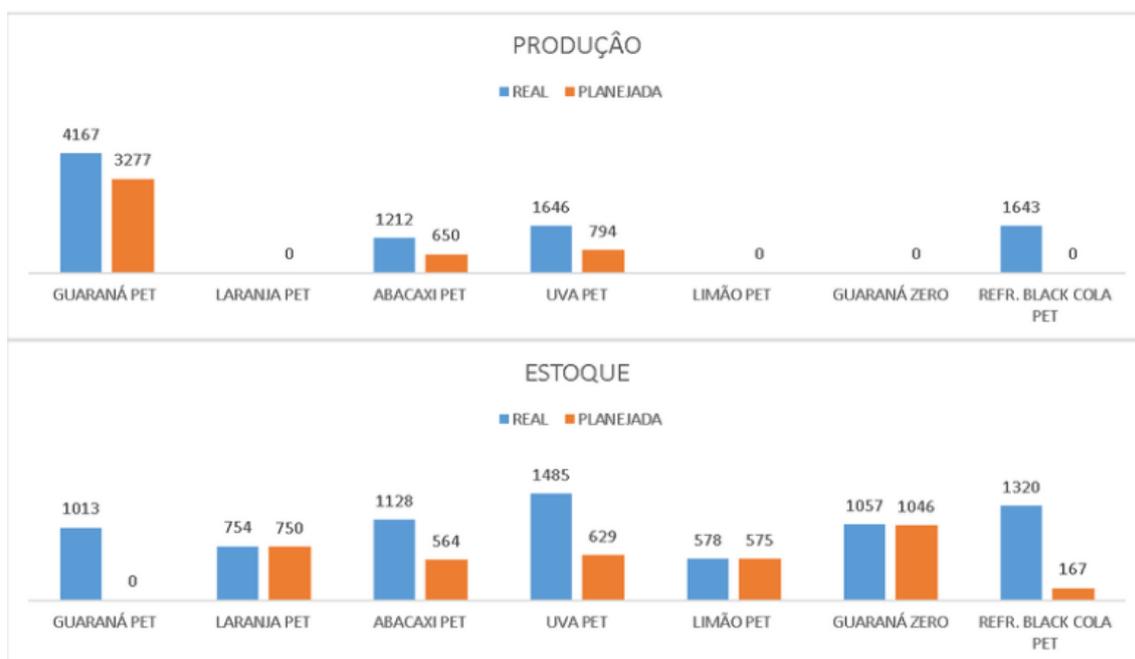
Tabela 8 - Número de trocas de produtos

Dia	Número de trocas
1	2
2	3
3	3
4	2
5	0

Fonte: autoria própria

A seguir, estão presentes nas figuras de 1 a 5, que representam respectivamente a comparação entre os dados ótimos obtidos pelo modelo matemático e os dados da empresa dos 5 dias estudados.

Figura 1 - Comparação entre os dados do dia 1

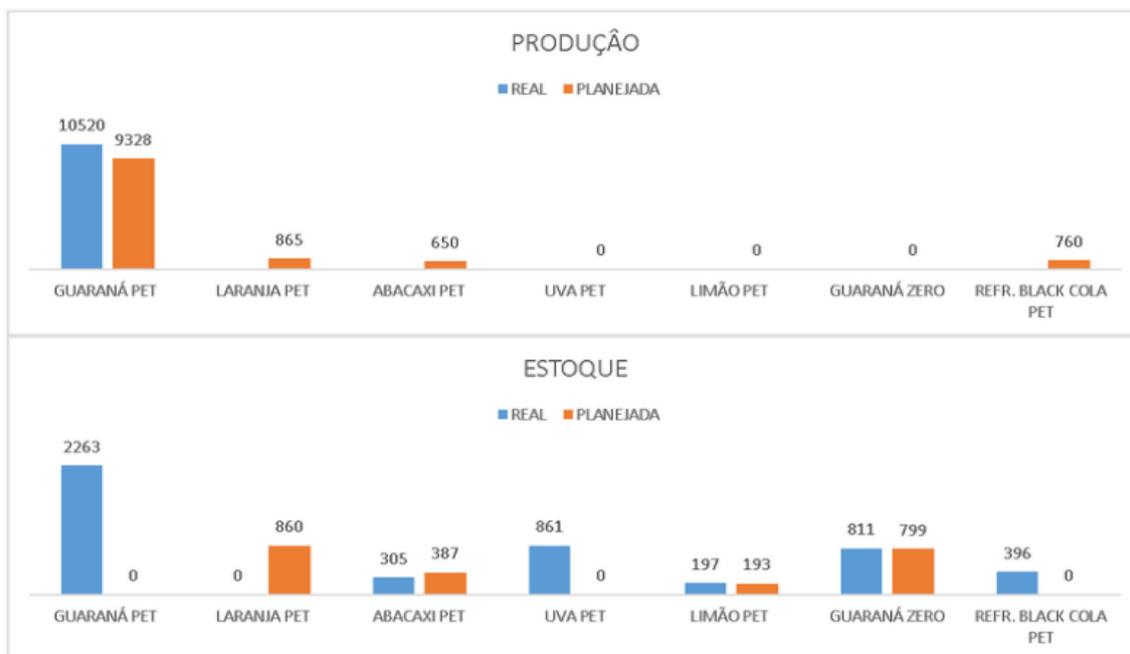


Fonte: autoria própria

No primeiro dia analisado, a empresa realizou a produção de quatro produtos distintos, enquanto o modelo sugeriu a produção de apenas três itens, priorizando a alocação de recursos conforme a otimização proposta. Na análise comparativa dos estoques,

observou-se alta similaridade nos níveis finais de três produtos específicos: refrigerante de laranja, limão e guaraná zero

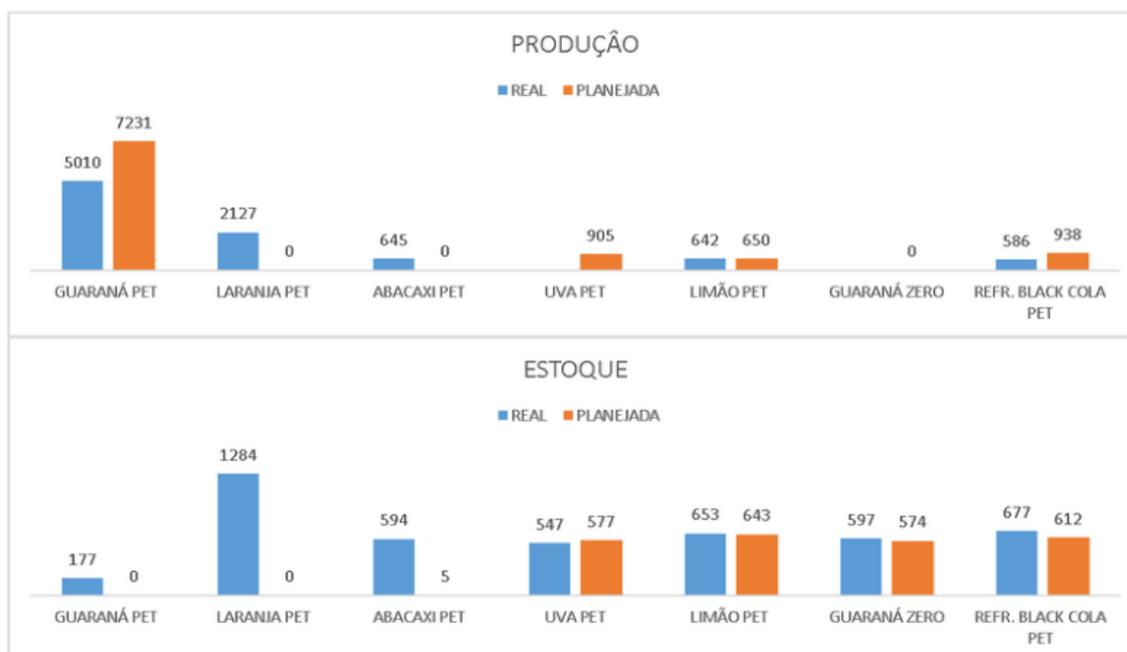
Figura 2 - Comparação entre os dados do dia 2



Fonte: autoria própria

No segundo dia, a empresa optou por produzir apenas um item, enquanto o modelo identificou a possibilidade de produção de quatro produtos distintos. Em relação ao estoque final, três produtos apresentaram níveis semelhantes entre o modelo e os dados reais (refrigerante de abacaxi, limão e guaraná zero).

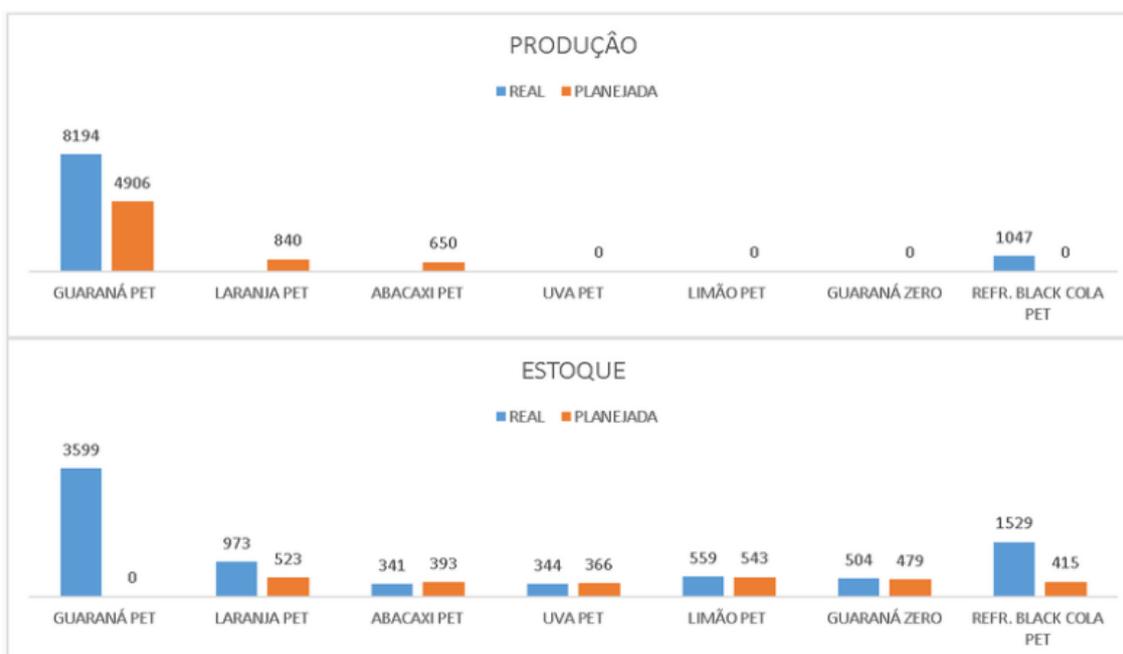
Figura 3 - Comparação entre os dados do dia 3



Fonte: autoria própria

No terceiro dia, a empresa realizou a produção de cinco produtos, enquanto o modelo propôs a fabricação de quatro. Houve forte alinhamento no comportamento do estoque entre quatro produtos (refrigerante de uva, limão, guaraná zero e *black cola*), apresentando níveis finais muito próximos entre modelo e operação prática.

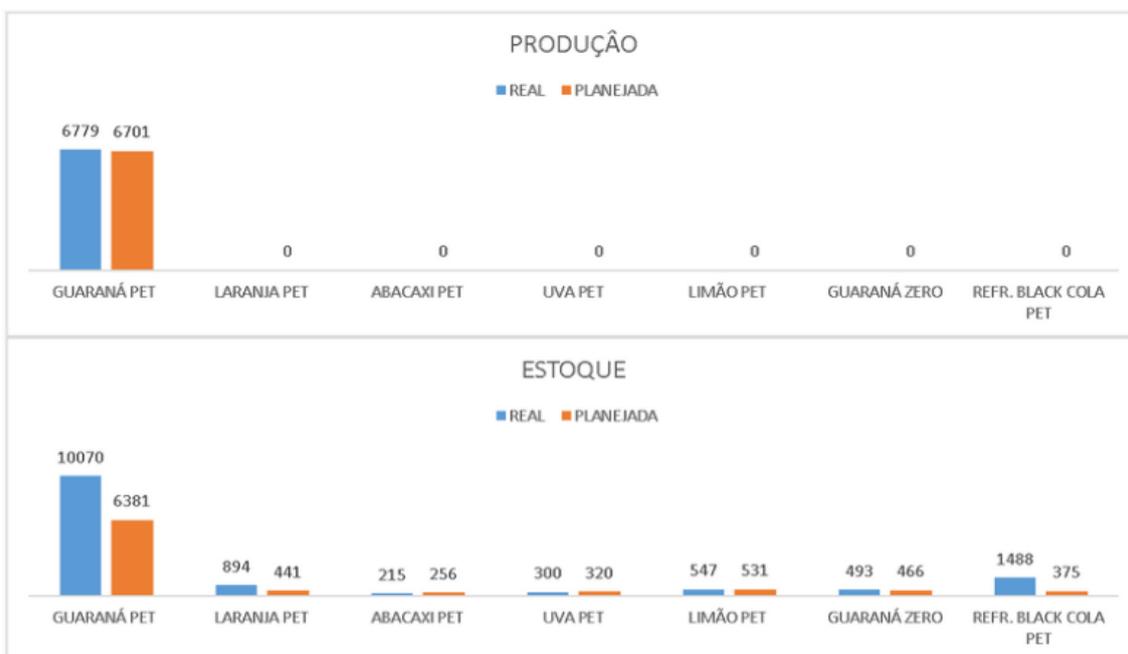
Figura 4 - Comparação entre os dados do dia 4



Fonte: autoria própria

No quarto dia, a empresa produziu dois produtos, ao passo que o modelo sugeriu a produção de três itens, buscando melhor distribuição da carga produtiva. A comparação dos estoques revela grande similaridade em quatro produtos (refrigerante de abacaxi, uva limão e guaraná zero).

Figura 5 - Comparação entre os dados do dia 5



Fonte: autoria própria

No último dia do horizonte de planejamento, tanto a empresa quanto o modelo realizaram a produção de apenas um item, com concordância na priorização produtiva. Quatro produtos apresentaram estoques finais semelhantes (refrigerante de abacaxi, uva limão e guaraná zero).

Com o objetivo de avaliar a efetividade do modelo proposto, realizou-se uma comparação entre os custos e a estrutura de produção obtidos via modelagem matemática e aqueles adotados pela empresa em sua rotina operacional. A produção realizada pela empresa no período analisado resultou em um custo total de **R\$125.966,20**, resultado da soma dos custos de fabricação (**R\$ 110.545,00**) e estocagem (**R\$ 15.421,20**). Enquanto o modelo reduziu o custo total para **R\$105.810,50**, com valores de **R\$ 97.862,50** para o custo de

produção e **R\$ 7.948,00** para o custo de estocagem. A utilização do modelo proposto representa uma redução de custo total em 16%, do custo de produção em 11,47% e do custo de estocagem em 48,46%, enquanto ainda garante um estoque que supra o próximo dia.

5. CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo principal o desenvolvimento e a aplicação de um modelo matemático de dimensionamento de lotes, voltado a uma indústria de refrigerantes que opera com máquina única e enfrenta múltiplas restrições operacionais. A modelagem foi realizada por meio da linguagem MathProg, no solver GLPK, utilizando o ambiente computacional GUSEK, com base em um modelo de programação inteira mista capaz de representar com fidelidade os elementos críticos do processo produtivo da empresa, como limitações de capacidade horária, tempo de *setup* inicial, trocas de produtos, capacidade de estocagem e a exigência de produção em lotes mínimos.

Ao longo do estudo, foram incorporadas diferentes variáveis e restrições que refletem as decisões operacionais enfrentadas pela organização, sobretudo aquelas relacionadas ao uso eficiente dos recursos produtivos, ao atendimento à demanda e à minimização dos custos totais. O modelo foi concebido para ser aderente à realidade prática da indústria analisada, considerando os dados reais de produção, estoque e vendas ao longo de cinco períodos consecutivos.

A implementação do modelo no GUSEK permitiu a obtenção de soluções otimizadas com viabilidade computacional, utilizando um conjunto de dados representativo do funcionamento da fábrica. A análise dos resultados evidenciou que o modelo proposto é capaz de gerar planos de produção mais econômicos e equilibrados do que a prática atualmente adotada pela empresa. Ao comparar os custos totais obtidos pela modelagem com aqueles praticados na operação padrão da empresa, observou-se uma redução de 16% no custo total de produção e estocagem, ao mesmo tempo em que foi mantido um nível de estoque suficiente para suprir o primeiro dia subsequente ao horizonte de planejamento. Este resultado demonstra a eficácia do modelo tanto do ponto de vista econômico quanto logístico.

A flexibilidade da modelagem, que permite ajustes nos parâmetros de entrada e adaptação a diferentes contextos operacionais, também constitui um ponto positivo, ampliando suas possibilidades de aplicação em outros ambientes produtivos semelhantes. Essa adaptabilidade torna o modelo uma ferramenta valiosa para a tomada de decisão, possibilitando simulações e comparações entre diferentes cenários, com vistas à escolha da melhor estratégia de produção.

Por fim, conclui-se que o modelo proposto atende satisfatoriamente ao objetivo de fornecer uma ferramenta quantitativa e estruturada para o planejamento da produção em uma indústria de bebidas, sendo capaz de gerar resultados economicamente vantajosos e operacionalmente viáveis. Sua adoção, ainda que em caráter experimental, pode contribuir para a melhoria do desempenho produtivo e para o aumento da competitividade empresarial em um setor marcado por elevada variabilidade de demanda e forte concorrência.

Como proposta para trabalhos futuros, destaca-se a possibilidade de adaptar o modelo para considerar variações sazonais na demanda, incorporando oscilações previsíveis ao longo do ano, como aumento de consumo em períodos festivos ou quedas em épocas de menor procura. Essa ampliação permitiria uma geração de planos de produção mais aderentes à realidade do mercado, com maior precisão no controle de estoques e na alocação dos recursos produtivos. Além disso, sugere-se a análise do impacto de diferentes políticas de lote mínimo, avaliando cenários em que a rigidez dessa restrição possa ser flexibilizada em função da demanda ou da capacidade disponível, o que pode resultar em maior eficiência operacional e menor custo de estocagem.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, S. A.; ARENALES, M. N. **Problema de dimensionamento de lotes monoestágio com restrição de capacidade: modelagem, método de resolução e resultados computacionais.** Pesquisa Operacional, v. 20, n. 2, p. 287–306, 2000.

ARAÚJO, S. A.; ARENALES, M. N.; CLARK, A. R. **Dimensionamento de lotes e programação do forno numa fundição de pequeno porte.** Gestão & Produção, v. 11, n. 2, p. 165-176, 2004.

ARAÚJO, S. A.; ARENALES, M. N.; CLARK, A. R. **Joint Rolling-Horizon Scheduling of Materials Processing and Lot-Sizing with Sequence-Dependent Setups.** Journal of Heuristics, v. 13, n. 4, p. 337–358, 2007.

ARENALES, M.; AMENTANO, V. A.; MORABITO, R.; YANASSE, H. H. **Pesquisa operacional.** 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

FERREIRA, Deisemara. **Abordagens para o problema integrado de dimensionamento e sequenciamento de lotes da produção de bebidas.** Tese (Doutorado) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2006.

FURLAN, Marcos Mansano. **Abordagens para o problema de dimensionamento e sequenciamento da produção em indústrias integradas de papel e celulose.** Tese (Doutorado) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

GUTIÉRREZ, J. C.; PIZZOLATO, N. D. **Desenvolvimento e aplicação de um modelo heurístico para a programação de lotes econômicos de produção (ELSP) com tempos e custos de setup dependentes da sequência.** In: Anais do XXXVI SBPO, São João Del Rei, MG, 2004.

KARIMI, B.; FATEMI GHOMI, S. M. T.; WILSON, J. T. **The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms.** OMEGA - The International Journal of Management Science, v. 31, p. 365-378, 2003.

KUIK, R.; SALOMON, M.; WASSENHOVE, L. B. **Batching Decisions: Structure and Models.** European Journal of Operational Research, v. 75, p. 234-263, 1994.

PAGLIARUSSI, Marina Sanches; MORABITO, Reinaldo; SANTOS, Maristela Oliveira. **Otimização da programação da produção de bebidas à base de frutas por meio de modelos de programação inteira mista.** *Gestão & Produção*, São Carlos, v. 24, n. 1, p. 64–77, 2017

TOLEDO, Claudio F. M.; FRANÇA, Paulo M.; MORABITO, Reinaldo; KIMMS, Alf. **Um modelo de otimização para o problema integrado de dimensionamento de lotes e programação da produção em fábricas de refrigerantes.** *Pesquisa Operacional*, v. 27, n. 1, p. 155–186, 2007.

TOSCANO, Alyne; FERREIRA, Deisemara; MORABITO, Reinaldo; TRASSI, Murilo. **A heuristic approach to optimize the production scheduling of fruit-based beverages.** *Gestão & Produção*, São Carlos, v. 27, n. 4, e4869, 2020.