



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal de Ouro Preto
Escola de Minas – Departamento de Engenharia Civil
Curso de Graduação em Engenharia Civil



MATHEUS LOPES LIRA

DIMENSIONAMENTO DE PILARES RETANGULARES DE CONCRETO ARMADO
UTILIZANDO PLANILHA ELETRÔNICA

OURO PRETO

2025

MATHEUS LOPES LIRA
matheuslopeslira10@gmail.com

**DIMENSIONAMENTO DE PILARES RETANGULARES DE CONCRETO ARMADO
UTILIZANDO PLANILHA ELETRÔNICA**

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Engenharia Civil.

Área de concentração: Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Donizetti de Paula.

Coorientador: Prof. Dr. Paulo Anderson Santana Rocha.

OURO PRETO

2025

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

L768d Lira, Matheus Lopes.

Dimensionamento de pilares retangulares de concreto armado utilizando planilha eletrônica. [manuscrito] / Matheus Lopes Lira. - 2025. 94 f.: il.: color., tab..

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Donizetti de Paula.

Coorientador: Prof. Dr. Paulo Anderson Santana Rocha.

Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Graduação em Engenharia Civil .

1. Colunas. 2. Planilhas eletrônicas. 3. Concreto armado. 4. Análise dimensional. I. Paula, Geraldo Donizetti de. II. Rocha, Paulo Anderson Santana. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 624

Bibliotecário(a) Responsável: Maristela Sanches Lima Mesquita - CRB-1716



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
ESCOLA DE MINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL



FOLHA DE APROVAÇÃO

Matheus Lopes Lima

Dimensionamento de pilares retangulares de concreto armado utilizando planilha eletrônica

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Civil

Aprovada em 10 de abril de 2025

Membros da banca

DSc. Geraldo Donizetti de Paula - Orientador - Universidade Federal de Ouro Preto
DSc. Paulo Anderson Rocha - Co-orientador - Universidade Federal de Ouro Preto
DSc. Rovadavia Aline de Jesus Ribas - Universidade Federal de Ouro Preto

Geraldo Donizetti de Paula, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 06/05/2025



Documento assinado eletronicamente por **Geraldo Donizetti de Paula, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 06/05/2025, às 22:16, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0905433** e o código CRC **F7771821**.

Referência: Caso responda este documento, indicar expressamente o Processo nº 23109.005697/2025-69

SEI nº 0905433

R. Diogo de Vasconcelos, 122, - Bairro Pilar Ouro Preto/MG, CEP 35402-163
Telefone: 3135591546 - www.ufop.br

Dedico este trabalho aos meus pais, Luiz Carlos Lira e Rosangela Lopes Lira, meus exemplos de vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, sua imensurável graça me impulsionou e sua inesgotável misericórdia me acolheu em minhas limitações.

Aos meus pais, Luiz Carlos Lira e Rosangela Lopes Lira, e aos meus irmãos, Esdras Lopes Lira e Luiz Diego de Freitas Lira, pelo apoio fundamental, pela educação e me inspirarem a perseguir meus sonhos. O apoio de vocês foi essencial.

Ao Prof. Dr. Geraldo Donizetti de Paula, pela oportunidade e apoio na elaboração deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Paulo Anderson Santana Rocha pela sua disposição em me auxiliar, pelas discussões enriquecedoras e pelas valiosas críticas construtivas que contribuíram significativamente para o aprimoramento deste trabalho.

Aos meus amigos, Bernardo Rodrigues Abelo, Davi Pancieri, Estevão Reis, Highor Dutra, Hugo Belei (em memória), Marcos Prada e Raphael Valente que, mesmo longe, souberam como me dar força e me lembrar que não estava sozinho. Agradeço por essa proximidade que a distância não consegue apagar.

Aos amigos que o futsal me presenteou, Danilo Charge, Gustavo Strela, Jackson Pereira dos Santos, Jeferson Oliveira dos Santos, Judson Penitente, Kleberson Augusto, Lucas dos Anjos Vetekesky, Romário Gon e Vinicius Oliveira, por serem mais que colegas de time, verdadeiros amigos que me incentivaram em cada desafio.

Ao meu grande amigo e companheiro de curso, Augusto Nascimento, pela presença constante em toda a minha jornada acadêmica.

Por fim, um agradecimento do fundo do coração ao meu lar longe de casa, à minha família universitária: a gloriosa República Quinta Negra, ambiente que proporcionou risadas intermináveis e um companheirismo genuíno. As noites compartilhadas, os desafios superados em conjunto e a irmandade que floresceu foram um alicerce emocional indispensável para que eu chegasse até aqui. Agradeço a cada morador, presente e passado, por fazerem da Quinta Negra um verdadeiro lar. Essa união e apoio incondicional foram, sem dúvida, um dos maiores presentes que recebi na vida.

“A sabedoria construiu sua casa; ergueu
suas sete colunas.”

Provérbios 9:1.

RESUMO

Este trabalho apresenta o dimensionamento de pilares utilizando planilhas eletrônicas no Excel, seguindo as diretrizes da norma ABNT NBR 6118: 2023. O dimensionamento baseia-se no método do pilar-padrão com curvatura aproximada. A apresentação do dimensionamento dos pilares é feita em função de sua classificação como pilares intermediários, de extremidade e de canto. As planilhas eletrônicas oferecem uma série de vantagens no dimensionamento de pilares retangulares de concreto armado. A automação dos cálculos reduz significativamente o tempo de projeto e minimiza a ocorrência de erros humanos, garantindo maior precisão nos resultados. A flexibilidade das planilhas permite a rápida alteração de parâmetros e a análise de diferentes cenários, possibilitando a otimização do projeto e a escolha da solução mais adequada. Além disso, a organização dos dados de entrada, fórmulas e resultados em um único ambiente facilita a interpretação e a verificação dos cálculos. Para validar a aplicação das planilhas, foram utilizados diversos exemplos da literatura, abrangendo diferentes cenários de dimensionamento de pilares. Além disso, um estudo de caso prático foi apresentado, projeto estrutural de uma residência, com o objetivo de verificar a precisão dos resultados obtidos nas planilhas em situações concretas.

Palavras-chave: Pilar. Planilha Eletrônica. Concreto Armado. Dimensionamento.

ABSTRACT

This paper presents the dimensioning of columns using Excel spreadsheets, following the guidelines of ABNT NBR 6118: 2023. The dimensioning is based on the pilar-padrão method (standard column) with approximate curvature. The presentation of the dimensioning of the columns is made according to their classification as intermediate, end and corner columns. Electronic spreadsheets offer a series of advantages in the dimensioning of rectangular reinforced concrete columns. The automation of calculations significantly reduces design time and minimizes the occurrence of human errors, ensuring greater accuracy in the results. The flexibility of the spreadsheets allows for the rapid change of parameters and the analysis of different scenarios, enabling the optimization of the project and the selection of the most appropriate solution. In addition, the organization of input data, formulas and results in a single environment facilitates the interpretation and verification of calculations. To validate the application of the spreadsheets, several examples from the technical literature were used, covering different scenarios of column dimensioning. In addition, a practical case study was presented, structural design of a residence, with the objective of verifying the accuracy of the results obtained in the spreadsheets in concrete situations.

Keywords: Pillar. Electronic Spreadsheet. Reinforced Concrete. Dimensioning.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares intermediários.	24
Figura 2 – Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares de extremidade.	25
Figura 3 – Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares de canto.	26
Figura 4 – Pilar-padrão.	27
Figura 5 – n prumadas de pilares.	30
Figura 6 – Imperfeições geométricas locais.	31
Figura 7 – Casos de excentricidade de 1ª ordem.	32
Figura 8 – Comprimento de flambagem.	35
Figura 9 – Valores de l_0 e l	36
Figura 10 – Notação para flexão composta normal.	43
Figura 11 – Flexão composta oblíqua.	44
Figura 12 – Número mínimo de barras.	49
Figura 13 – Espaçamento entre barras da armadura longitudinal.	50
Figura 14 – Estribos suplementares para armaduras longitudinais.	52
Figura 15 – Parte da interface da planilha de cálculo de pilar intermediário.	53
Figura 16 – Entrada de dados: pilares intermediários e de extremidade.	54
Figura 17 – Ábaco utilizado para pilar de canto.	55
Figura 18 – Saída de dados da planilha de dimensionamento de pilar de canto.	56
Figura 19 – Resultados das planilhas de pilares intermediários e de extremidade. ..	57
Figura 20 – Resultados da planilha de pilar de canto.	58
Figura 21 – Verificações de cálculo das planilhas eletrônicas.	59
Figura 22 – Macros.	59
Figura 23 – Parte do cálculo fornecido no memorial.	60
Figura 24 – Pilar 19.	78
Figura 25 – Momentos no pilar P19.	79
Figura 26 – Entrada e saída de dados do pilar P19 utilizando a planilha eletrônica.	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores do coeficiente adicional γ_n para pilares e pilares-parede.	45
Tabela 2 – Classe de agressividade ambiental (CAA).	46
Tabela 3 – Correspondência entre a classe de agressividade e o fator água-cimento.	47
Tabela 4 – Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para $\Delta c = 10\text{mm}$	47
Tabela 5 – Descrição dos símbolos matemáticos de entrada.	55
Tabela 6 – Descrição dos símbolos matemáticos de saída de dados.	57
Tabela 7 – Exemplo número 1 de pilar intermediário.	71
Tabela 8 – Exemplo número 2 de pilar intermediário.	72
Tabela 9 – Exemplo número 3 de pilar intermediário.	72
Tabela 10 – Exemplo número 4 de pilar intermediário.	73
Tabela 11 – Exemplo número 1 de pilar de extremidade.	73
Tabela 12 – Exemplo número 2 de pilar de extremidade.	74
Tabela 13 – Exemplo número 3 de pilar de extremidade.	74
Tabela 14 – Exemplo número 1 de pilar canto.	75
Tabela 15 – Exemplo número 2 de pilar canto.	75
Tabela 16 – Comparação de área de aço: literatura e planilhas.	76
Tabela 17 – Solicitações e área de aço do pilar 19.	79

LISTA DE ABREVIações

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CAA	Classe de agressividade ambiental
CG	Centro de gravidade
ELU	Estado limite último
NBR	Norma Brasileira

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal do pilar
$1/r$	Curvatura aproximada
A_c	Área da seção transversal do pilar
A_s	Área de aço usada
$A_{s,cal}$	Área de aço calculada
$A_{s,máx}$	Área de aço máxima para a armadura longitudinal
$A_{s,mín}$	Área de aço mínima para a armadura longitudinal
b	Menor dimensão da seção do pilar
c	Cobrimento da armadura
$c_{mín}$	Cobrimento mínimo
c_{nom}	Cobrimento nominal
d	Altura útil da seção transversal
d'	Distância do centro de gravidade da armadura até a borda da seção
$d_{máx}$	Dimensão máxima característica do agregado graúdo
e_1	Excentricidade de primeira ordem do pilar
$e_{1d,mín}$	Excentricidade gerada pelo momento fletor mínimo de 1ª ordem
e_2	Excentricidade de segunda ordem do pilar
e_a	Excentricidade accidental
E_c	Módulo de elasticidade do concreto
$e_{i,base}$	Excentricidade inicial na base do pilar
$e_{i,topo}$	Excentricidade inicial no topo do pilar
E_s	Módulo de elasticidade do aço
e_{tot}	Excentricidade total do pilar
f_{cd}	Resistência de cálculo do concreto à compressão
f_{ck}	Resistência característica do concreto à compressão referente aos 28 dias
f_{yd}	Resistência de cálculo ao escoamento do aço
f_{yk}	Resistência característica ao escoamento do aço
h	Altura da seção transversal do pilar
h_x	Dimensão da seção transversal do pilar paralelo ao eixo x
h_y	Dimensão da seção transversal do pilar paralelo ao eixo y
I	Momento de inércia da seção transversal

i	Raio de giração
l	Distância entre os eixos de dois apoios consecutivos
l_e	Comprimento de flambagem do pilar
l_o	Distância entre faces de dois apoios consecutivos
M_1	Momento fletor de 1ª ordem
$M_{1d,A}$	Maior momento fletor de 1ª ordem atuando nas extremidades do pilar no eixo de análise, valor de cálculo
$M_{1d,B}$	Menor momento fletor de 1ª ordem atuando nas extremidades do pilar no eixo de análise, valor de cálculo
$M_{1d,mín}$	Momento fletor mínimo de 1º ordem
$M_{1k,A}$	Maior momento fletor de 1ª ordem atuando nas extremidades do pilar no eixo de análise, valor característico
$M_{1k,B}$	Menor momento fletor de 1ª ordem atuando nas extremidades do pilar no eixo de análise, valor característico
M_2	Momento fletor de 2ª ordem
$M_{2d,máx}$	Momento fletor máximo de 2ª ordem na direção considerada
M_A	Maior momento fletor de 1ª ordem nos extremos do pilar, valor absoluto
M_B	Menor momento fletor de 1ª ordem nos extremos do pilar, valor positivo se tracionar a mesma face que M_A , caso contrário, negativo
$M_{d,tot}$	Momento fletor total na direção considerada
N_d	Esforço normal de cálculo
N_k	Esforço normal característico
r	Raio de curvatura da seção
S	Espaçamento longitudinal dos estribos
s_l	Distância máxima entre os eixos das barras longitudinais
s_t	Espaçamento longitudinal entre estribos, medidos na direção do eixo do pilar
$\varnothing_{l,máx}$	Diâmetro máximo das armaduras longitudinais
$\varnothing_{l,mín}$	Diâmetro mínimo das armaduras longitudinais
$\varnothing_l$	Diâmetro das barras de armadura longitudinal do pilar
$\varnothing_{t,mín}$	Diâmetro mínimo dos estribos
$\varnothing_t$	Diâmetro das barras do estribo do pilar
α_b	Fator que define as condições de vínculo nos apoios

γ_c	Coeficiente de segurança para o concreto no Estado Limite Último, igual a 1,40
γ_f	Coeficiente de ponderação das ações no Estado Limite Último
γ_n	Coeficiente majorador de esforços solicitantes finais
γ_s	Coeficiente de segurança para o aço, igual a 1,15
ϵ_c	Deformação específica do concreto
ϵ_s	Deformação específica da armadura
θ_1	Imperfeição geométrica local
θ_a	Imperfeição geométrica global
λ_1	Valor limite para o índice de esbeltez do pilar
λ	Índice de esbeltez do pilar
μ	Momento adimensional (m_i)
ν	Força normal adimensional (n_i)
ω	Taxa mecânica da armadura

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	Formulação do problema	18
1.2	Justificativa	19
1.3	Metodologia.....	20
1.4	Estrutura do trabalho.....	21
2	OBJETIVOS	22
2.1	Objetivo geral	22
2.2	Objetivo específico	22
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	23
3.1	Pilares de concreto armado	23
3.2	Situações básicas de projeto.....	23
3.2.1	Pilar intermediário	23
3.2.2	Pilar de extremidade	24
3.2.3	Pilar de canto	25
3.3	Efeitos locais de 1ª ordem	26
3.4	Efeitos Locais de 2ª ordem	26
3.5	Pilar-Padrão.....	27
3.6	Imperfeições geométricas.....	29
3.6.1	Imperfeições globais	30
3.6.2	Imperfeições locais	31
3.7	Excentricidade	31
3.7.1	Excentricidade de 1ª ordem	32
3.7.1.1	Excentricidade inicial	32
3.7.1.2	Excentricidade acidental	33
3.7.1.3	Excentricidade mínima.....	33
3.7.2	Excentricidade de 2ª ordem.	34
3.8	Índice de esbeltez	34
3.8.1	Esbeltez limite	36
3.8.2	Classificação dos pilares de acordo com o índice de esbeltez	38
3.9	Determinação dos efeitos locais de 2ª ordem.....	38
3.9.1	Método geral	38

3.9.2	Métodos aproximados.....	38
3.9.2.1	Método do pilar-padrão com curvatura aproximada.....	39
3.9.2.2	Método do pilar-padrão com rigidez k aproximada	40
3.9.2.3	Método do pilar-padrão acoplado a diagrama M,N,1r.....	41
3.9.2.4	Método do pilar-padrão para pilares de seção retangular submetidos à flexão composta oblíqua	42
3.10	Cálculo da armadura longitudinal com auxílio de ábacos	42
3.10.1	Flexão Composta Normal	42
3.10.2	Flexão Composta Oblíqua	44
3.11	Dimensões mínimas	45
3.12	Disposições construtivas.....	46
3.12.1	Classe de agressividade ambiental, relação água/cimento e classe de concreto e cobrimento das armaduras	46
3.12.2	Armaduras longitudinais.....	48
3.12.2.1	Área mínima e máxima	48
3.12.2.2	Diâmetro das barras longitudinais.....	48
3.12.2.3	Número mínimo de barras	49
3.12.2.4	Espaçamento das barras longitudinais	49
3.12.3	Armaduras transversais	50
3.12.3.1	Diâmetro mínimo.....	50
3.12.3.2	Espaçamento máximo entre estribos.....	51
3.12.3.3	Estribos suplementares.....	51
4	PLANILHA ELETRÔNICA.....	53
4.1	Interface da planilha	53
4.2	Entrada de dados.....	54
4.3	Saída de dados.....	56
4.4	Resultados.....	57
4.5	Verificações.....	58
4.6	Macros	59
4.7	Roteiro de Cálculo	60
4.7.1	Pilar intermediário	60
4.7.2	Pilar de extremidade	65
4.7.3	Pilar de canto	66

5	VALIDAÇÃO DE RESULTADOS OBTIDOS COM A PLANILHA.....	71
5.1	Exemplos da literatura.....	71
5.1.1	Pilares intermediários	71
5.1.2	Pilares de extremidade	73
5.1.3	Pilares de canto	74
5.2	Viabilidade da planilha eletrônica	75
6	ESTUDO DE CASO.....	78
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	81
7.1	Conclusões.....	81
7.2	Sugestões para trabalhos futuros.....	81
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	82
	APÊNDICE A – INTERFACE DA PLANILHA UTILIZADA PARA DIMENSIONAR PILAR INTERMEDIÁRIO	84
	APÊNDICE B – INTERFACE DA PLANILHA UTILIZADA PARA DIMENSIONAR PILAR DE EXTREMIDADE.....	85
	APÊNDICE C – INTERFACE DA PLANILHA UTILIZADA PARA DIMENSIONAR PILAR DE CANTO.....	86
	ANEXO A – DIMENSIONAMENTO DE PILARES DE UMA EDIFICAÇÃO DE BAIXA ALTURA	87
	ANEXO B – EXEMPLOS APRESENTADOS POR BASTOS.....	89
	ANEXO C – EXEMPLOS APRESENTADOS POR GONÇALVES	90
	ANEXO D – EXEMPLOS APRESENTADOS POR FUSCO	91
	ANEXO E – INTERFACE CONTENDO OS ESFORÇOS E RESULTADOS DO PILAR P19 NO EBERICK	93
	ANEXO F – PLANTA DE FORMA DO PAVIMENTO TÉRREO	94

1 INTRODUÇÃO

De acordo com Bastos (2023), no cenário da construção civil brasileira, o concreto armado se destaca como o principal método construtivo utilizado. Comparado a estruturas com outros materiais, a disponibilidade de insumos como o cimento e aço justifica a ampla aplicação do concreto armado nos mais variados tipos de obras, como edifícios residenciais, comerciais e industriais, pontes e viadutos, reservatórios e silos, hospitais e escolas, muros de arrimo e diversos outros.

Dentre os elementos estruturais em concreto armado, os pilares assumem um papel de destaque. Pilares são “Elementos lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes” (ABNT NBR 6118, 2023, p. 84). Além disso, Melo (2009) complementa que o pilar é responsável por transmitir esforços verticais e horizontais de uma edificação para as fundações.

A importância dos pilares é tamanha que seu dimensionamento inadequado pode acarretar patologias, deformações excessivas e até mesmo o colapso da estrutura, colocando em risco a vida dos usuários e o patrimônio construído.

1.1 Formulação do problema

A arquitetura contemporânea, impulsionada pela busca por espaços mais amplos e integrados, tem adotado tendências de mercado que impactam diretamente o projeto estrutural. Vãos livres cada vez maiores, que possibilitam a integração de ambientes, exigem soluções estruturais eficientes para vencer grandes distâncias sem comprometer a segurança. O pé direito duplo, por sua vez, proporciona amplitude espacial e permite o aproveitamento da iluminação natural, mas demanda pilares mais altos e esbeltos, com maior risco de flambagem e deformações excessivas. A preferência por pilares mais esbeltos, que se integram de forma discreta à arquitetura, exige um dimensionamento preciso e o uso de materiais de alta resistência.

Além dessas tendências, a arquitetura contemporânea também valoriza a integração de áreas internas e externas, o uso de materiais sustentáveis e a criação de formas arquitetônicas complexas, que desafiam a engenharia estrutural a encontrar soluções inovadoras e eficientes.

Por um lado, esses avanços permitem estruturas mais versáteis e ousadas, com ganhos em relação à área livre e liberdade de criação. No entanto, a estrutura tende a atingir um estado de instabilidade, principalmente os pilares de concreto armado que podem chegar ao Estado Limite Último (ELU) quando submetidos à ação de flexo-compressão resultante do carregamento, quando cessa sua capacidade portante antes da ruína da estrutura por deformação plástica excessiva da armadura ou por ruptura do concreto (Scadelai, 2004).

O dimensionamento de um pilar em concreto armado é um desafio na engenharia estrutural, exigindo do profissional um profundo conhecimento das normas técnicas e dos diferentes métodos de cálculos. A complexidade reside em considerar diversos fatores que influenciam no desempenho do pilar, como os esforços atuantes, as dimensões da seção transversal, as propriedades dos materiais (f_{ck} do concreto e f_{yk} do aço), os vínculos dos pilares (engastados, biapoiados etc.) e a agressividade do ambiente.

Não menos importante, deve-se levar em conta os efeitos de 2ª ordem, que são esforços adicionais que surgem devido à deformação da estrutura. Esses efeitos são mais significativos em pilares esbeltos, e se não forem devidamente considerados no projeto, podem comprometer a segurança da estrutura.

1.2 Justificativa

Esta pesquisa se justifica pela necessidade de se utilizarem planilhas eletrônicas de cálculo para dimensionar pilares retangulares conforme a ABNT NBR 6118:2023 e reduzir tempo de cálculo, melhorar a precisão dos resultados, torná-lo mais ágil e econômico.

A redução do tempo de cálculo proporcionada pelas planilhas permite que engenheiros e acadêmicos testem diferentes combinações de dimensões, materiais e armaduras de forma rápida, fácil e interativa, otimizando o projeto e encontrando a solução mais adequada para cada situação.

A precisão nos resultados é outra vantagem, pois cálculos manuais estão sujeitos a erros humanos, como digitação incorreta de dados, arredondamentos matemáticos indevidos e uso incorreto de fórmulas. As planilhas, por sua vez, padronizam os

cálculos de forma consistente e seguindo as normas técnicas, garantindo maior confiabilidade nos resultados.

A possibilidade de simular diferentes cenários permite encontrar a solução mais econômica, com o menor consumo de materiais, sem comprometer a segurança da estrutura.

Além disso, as planilhas permitem visualizar os resultados de cálculo de forma clara e organizada, facilitando a interação e interpretação dos dados. Elas também podem gerar arquivos e relatórios de cálculos completos e detalhados, facilitando a documentação e o compartilhamento de informações.

É possível encontrar várias ferramentas e *softwares* de cálculo estrutural no mercado, em decorrência do avanço tecnológico. No entanto, para estudantes e recém-formados, tais ferramentas se tornam inviáveis devido ao elevado custo. Para isso, as planilhas usadas nesta pesquisa serão disponibilizadas de forma gratuita aos que se interessarem.

1.3 Metodologia

Inicialmente, conduziu-se uma revisão bibliográfica do tema, com o objetivo de fornecer a base teórica necessária para o desenvolvimento do trabalho. A pesquisa abrange normativas, autores, livros e apostilas relevantes que tratam do comportamento de pilares de concreto armado sob diferentes esforços, geometrias e condições de contorno. Isso inclui o dimensionamento de pilares de concreto armado submetidos à compressão, flexão composta reta e flexão composta oblíqua.

Neste estudo, foi desenvolvida uma planilha eletrônica para dimensionamento da armadura de pilar em concreto armado de seção retangular no Excel, seguindo todas as orientações da ABNT NBR 6118:2023. A planilha permite ao usuário inserir os carregamentos atuantes, as propriedades geométricas do pilar, características do concreto e do aço, coeficientes de ponderações e dimensões das bitolas de aço. Com base nesses dados, a planilha calcula a área de aço necessária, número de barras longitudinais, espaçamento dos estribos e diversas outras informações.

A validação da planilha é realizada por meio da comparação dos resultados obtidos com exemplos da literatura e software de análise estrutural, como o Eberick (2025).

Além disso, é avaliada a sensibilidade da planilha a diferentes parâmetros de entrada e a verificação da conformidade dos resultados com ABNT NBR 6118:2023.

Depois, é realizada uma análise de viabilidade da planilha, avaliando sua facilidade de uso, precisão dos resultados, vantagens e limitações.

1.4 Estrutura do trabalho

No primeiro capítulo, é realizada uma breve apresentação do trabalho, discorrendo-se sobre a importância do assunto, formulação do problema, justificativa, metodologia empregada e estruturação do trabalho.

O segundo capítulo discute os objetivos, tanto o geral quanto o específico, definindo o que é investigado e quais aspectos serão abordados nesta pesquisa.

O terceiro capítulo aborda uma revisão bibliográfica, onde se apresenta a base teórica sobre pilares de concreto armado.

No quarto capítulo serão mostradas a interface e a funcionalidade da planilha eletrônica feita com auxílio do Excel e o roteiro de cálculo que ela usa para cada tipo de pilar.

O quinto capítulo tem como objetivo comparar os resultados obtidos nas planilhas com exercícios da literatura, analisar a viabilidade da planilha e verificar se os resultados atendem aos critérios de precisão e confiabilidade esperados.

No sexto capítulo será apresentado um estudo de caso detalhado de uma edificação, com foco na análise comparativa do projeto estrutural envolvendo pilares. Os resultados obtidos para o dimensionamento dos pilares por meio do software Eberick (2025) serão confrontados com os cálculos realizados pelas planilhas eletrônicas.

Por fim, o sétimo capítulo apresenta as conclusões da pesquisa e sugestões para trabalhos futuros.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver planilhas eletrônicas com o auxílio do Excel para o cálculo estrutural de pilares em concreto armado de seção retangular, de acordo com a norma ABNT NBR 6118: 2023.

2.2 Objetivo específico

Como objetivo específico pretende-se validar as planilhas por meio de comparação de comparação entre os resultados obtidos com exemplos de dimensionamento de pilares retangulares presentes na literatura e com os do programa estrutural Eberick (2025).

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Visando fornecer uma base teórica sólida para o estudo de pilares de concreto armado, este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica com conceitos essenciais sobre o comportamento desses elementos, bem como as recomendações de dimensionamento descritas na ABNT NBR 6118: 2023 – Projeto de estruturas de concreto.

3.1 Pilares de concreto armado

De acordo com a ABNT NBR 6118 (2023), os pilares são elementos estruturais lineares, predominantemente verticalmente, que têm como principal função receber cargas da estrutura e transmiti-las até a fundação.

Embora o esforço predominante seja a compressão, Bastos (2015) complementa ao dizer que os pilares também podem estar sujeitos a esforços normais (N_d), momentos fletores (M_{dx} e M_{dy}) e forças cortantes (V_{dx} e V_{dy}) no caso de ação horizontal. Esses elementos são essenciais para garantir a estabilidade e segurança da edificação.

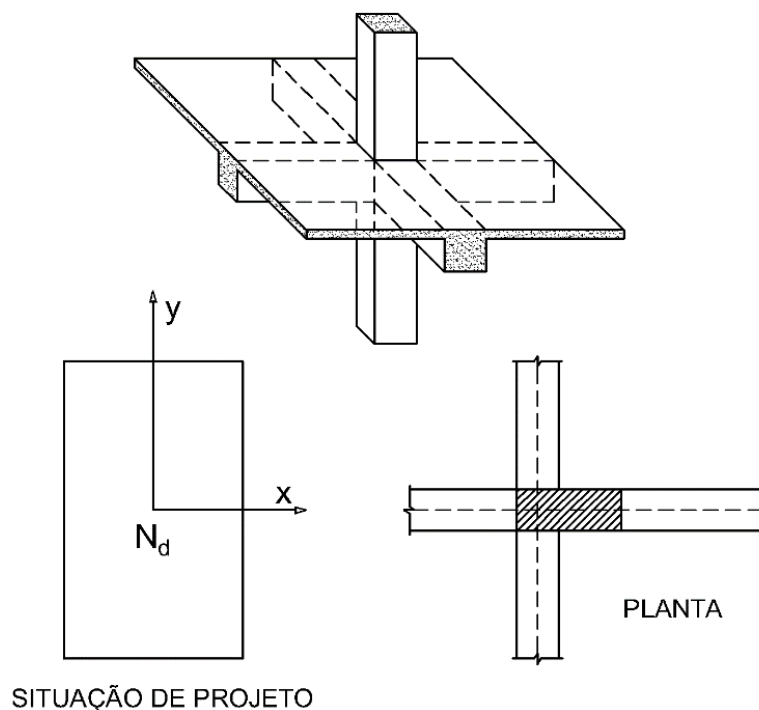
3.2 Situações básicas de projeto

A classificação dos pilares em um projeto é fundamental para garantir a segurança e a eficiência da estrutura. Os pilares podem ser intermediários, de extremidade ou de canto, cada tipo com suas características e exigências.

3.2.1 Pilar intermediário

O pilar intermediário está submetido apenas à carga centrada para a situação de projeto, não apresenta excentricidade inicial de carga, pois, como as lajes e vigas são contínuas sobre ele, os momentos fletores transmitidos ao pilar são pequenos e desprezíveis (Silva, 2018). A Figura 1 representa um modelo de pilar intermediário.

Figura 1 – Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares intermediários.



Fonte: adaptado de Bastos (2015, p. 22).

3.2.2 Pilar de extremidade

Segundo Silva (2018), os pilares de extremidade normalmente se encontram posicionados nas bordas das edificações. Na situação de projeto, ocorre a flexão composta reta, ou seja, o pilar é solicitado por uma compressão axial e por um momento fletor em um dos eixos, decorrente da não continuidade da viga perpendicular à borda de extremidade.

Os pilares de extremidade também podem ocorrer no interior de uma edificação, basta que uma viga não apresente continuidade no pilar.

Nas seções de topo e de base ocorrem excentricidades e_1 de 1ª ordem, decorrentes dos momentos fletores de 1ª ordem M_A e M_B , nas direções x e y :

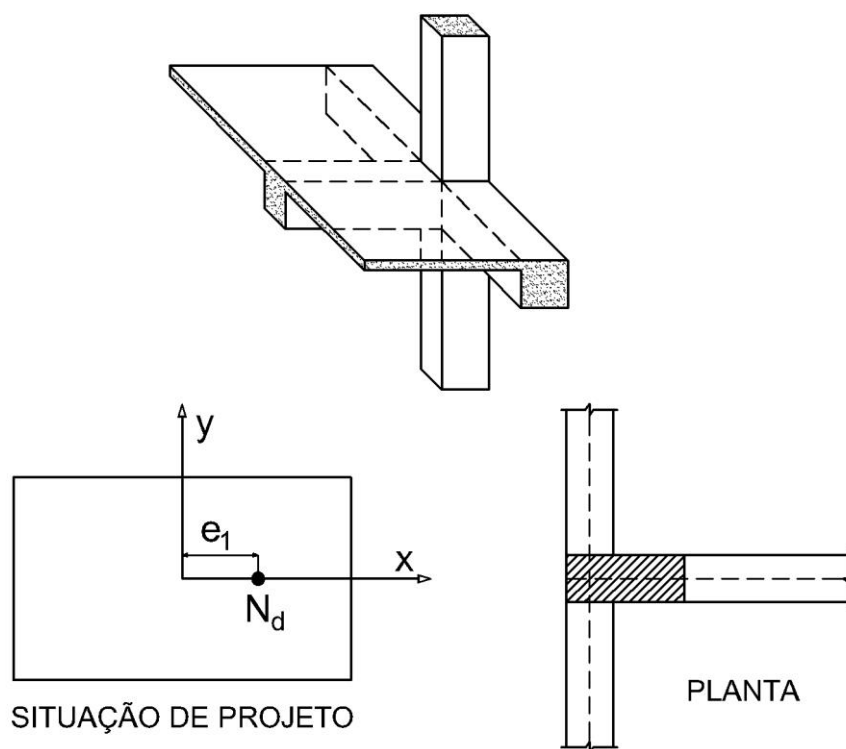
$$e_{1,A} = \frac{M_A}{N_d} \quad (3.1a)$$

$$e_{1,B} = \frac{M_B}{N_d} \quad (3.1b)$$

Sendo:

M_A e M_B : momentos fletores de 1ª ordem nos extremos do pilar. Deve ser adotado para M_A o maior valor absoluto ao longo do pilar biapoiado e para M_B o sinal positivo, se tracionar a mesma face que M_A , e negativo, em caso contrário. A Figura 2 apresenta um modelo de pilar de extremidade.

Figura 2 – Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares de extremidade.



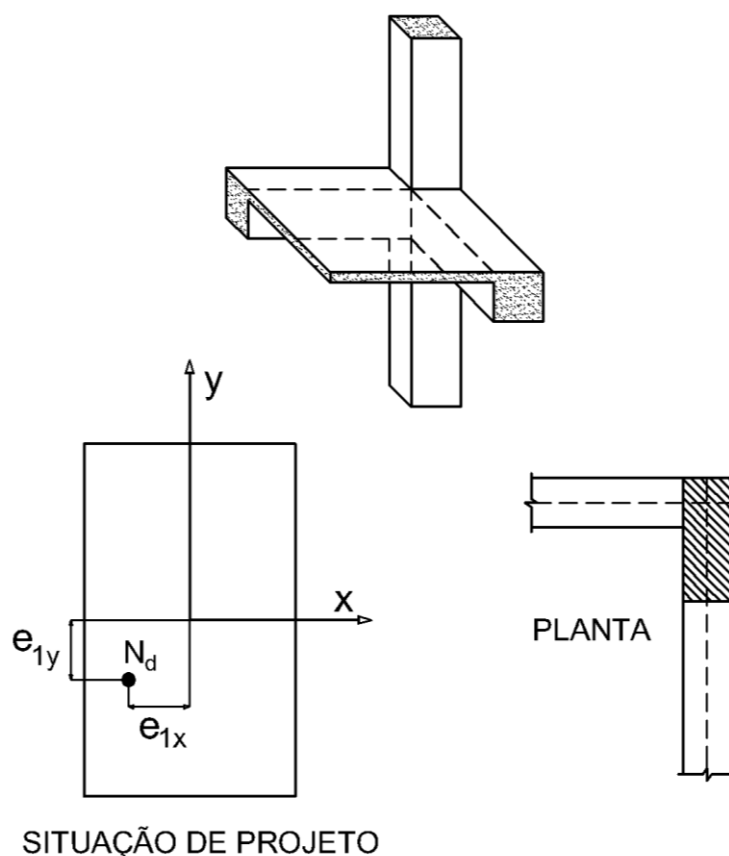
Fonte: adaptado de Bastos (2015, p. 23).

3.2.3 Pilar de canto

Conforme Melo (2009), os pilares de canto normalmente se encontram posicionados nos cantos dos edifícios, como mostrado na Figura 3. Na situação de projeto estão submetidos à flexão composta oblíqua, decorrente da não continuidade das vigas apoiadas no pilar. Existem, portanto, os momentos fletores M_{1x} e M_{1y} de 1ª ordem nas duas direções do pilar, ou seja, excentricidade no eixo x (e_{1x}) e no eixo y (e_{1y}).

As excentricidades podem ser calculadas da mesma forma como apresentado nos pilares de extremidade pela equação (3.1a).

Figura 3 – Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares de canto.



Fonte: adaptado de Bastos (2015, p. 25).

3.3 Efeitos locais de 1ª ordem

Num pilar, os efeitos de 1ª ordem são aqueles em que a análise é realizada considerando esforços na estrutura em sua configuração geométrica inicial, indeformada, sem considerar os efeitos da deformação sobre os esforços (Smaniotto, 2005).

3.4 Efeitos Locais de 2ª ordem

Segundo Gonçalves (2019), avaliação dos efeitos de 2ª ordem passa a ser feita, considerando a configuração deformada do pilar, ou seja, esses efeitos são adicionados aos de 1ª ordem. Em pilares mais esbeltos (altos e de menores seções),

a deformação sob carga pode ser significativa, influenciando os esforços e a estabilidade do pilar.

É fundamental distinguir entre os efeitos de 1ª e 2ª ordem. Ignorar os efeitos de 2ª ordem em pilares esbeltos pode levar a erros de cálculo e comprometer a segurança da estrutura.

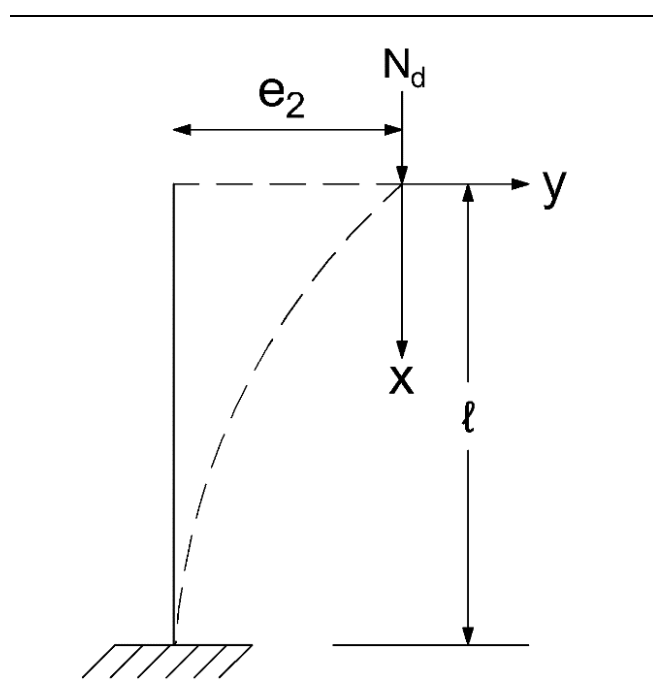
Segundo o item 15.8.2 da ABNT NBR:6118 (2023), para elementos isolados, os efeitos de 2ª ordem podem ser desprezados quando o índice de esbeltez for menor que o valor de esbeltez limite ($\lambda \leq \lambda_1$).

3.5 Pilar-Padrão

Em pilares de concreto armado, a determinação dos esforços de segunda ordem pode ser feita utilizando o pilar-padrão, uma simplificação do Método Geral. Esse método só é aplicável em pilares de seção transversal e armadura constante ao longo do seu comprimento.

A Figura 4 mostra o pilar-padrão, barra engastada na base e livre no topo, com uma curvatura conhecida.

Figura 4 – Pilar-padrão.



Fonte: adaptado de Bastos (2015, p. 10).

Por simplificação, a linha elástica pode ser tomada pela função senoidal:

$$y = -e_2 \operatorname{sen} \frac{\pi x}{l_e} \quad (3.2)$$

Sendo e_2 o valor da deformação de 2ª ordem.

Derivando duas vezes a equação (3.2) e adotando $\left(\frac{1}{r} = \frac{d^2y}{dx^2} \right)$ encontra-se o valor de y em função da curvatura $1/r$:

$$\frac{dy}{dx} = -e_2 \frac{\pi}{l_e} \cos \frac{\pi}{l_e} x \quad (3.3)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{\pi}{l_e} \right)^2 e_2 \operatorname{sen} \frac{\pi x}{l_e} = \frac{\pi^2}{l_e^2} y \quad (3.4)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\pi^2}{l_e^2} y = \frac{1}{r} \quad (3.5)$$

$$y = \frac{l_e^2}{\pi^2} \frac{1}{r} \quad (3.6)$$

Considerando y como o máximo deslocamento e_2 , $\pi^2 \cong 10$ e sendo $1/r$ relativo à seção crítica (base), o deslocamento no topo da barra será:

$$e_2 = \frac{l_e^2}{10} \left(\frac{1}{r} \right)_{\text{base}} \quad (3.7)$$

A excentricidade de 2ª ordem (e_2) é considerada no dimensionamento dos pilares, pois, devido a essa excentricidade, surge o momento fletor de 2ª ordem:

$$M_{2d} = N_d \cdot e_2 = N_d \frac{l_e^2}{10} \left(\frac{1}{r} \right)_{\text{base}} \quad (3.8)$$

De acordo com Fusco (1981), a verificação da segurança é feita arbitrando-se deformações ϵ_c e ϵ_s tais que não ocorra o estado limite último de ruptura ou alongamento plástico excessivo na seção mais solicitada da peça.

Assim, pode-se encontrar o valor da curvatura $1/r$ na base do pilar-padrão (seção crítica) adotando $\gamma_s = 1,15$ e $\epsilon_c = 0,35\% = 0,0035$.

$$\frac{1}{r} = \frac{\epsilon_s + |\epsilon_c|}{d} = \frac{\frac{f_{yd}}{E_s} + 0,0035}{d} = \frac{\frac{50/1,15}{21000} + 0,0035}{d} = \frac{0,00557}{d} \quad (3.9)$$

A ABNT NBR 6118: 2023 toma uma expressão aproximada para a curvatura base, como:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h + (v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (3.10)$$

Com v (ni) sendo um valor adimensional relativo à força normal (N_d):

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} \quad (3.11)$$

Sendo h a altura da seção na direção considerada; A_c a área da seção transversal do pilar e f_{cd} resistência de cálculo do concreto à compressão.

3.6 Imperfeições geométricas

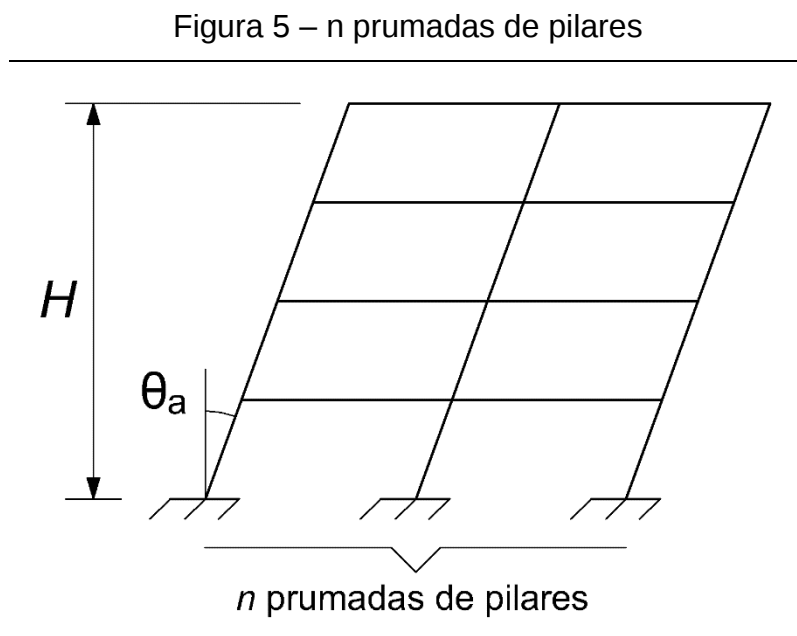
Segundo a ABNT NBR 6128 (2023), em estruturas reticuladas, como é o caso dos pilares, devem ser consideradas imperfeições geométricas para o dimensionamento. Essas imperfeições são divididas em dois grupos: imperfeições globais e imperfeições locais.

É fundamental distinguir as imperfeições globais e locais, uma vez que elas afetam o comportamento e o dimensionamento dos elementos, principalmente em pilares esbeltos.

3.6.1 Imperfeições globais

São desvios que afetam a estrutura como um todo, causados por erros de verticalização da estrutura durante a construção. O desaprumo, mesmo que pequeno, gera esforços adicionais nos pilares (ABNT NBR 6118, 2023).

Na análise global das estruturas, sejam elas contraventadas ou não, deve ser considerado um desaprumo dos elementos verticais, conforme a Figura 5:



Fonte: adaptado da ABNT NBR 6118 (2023, p. 59).

A imperfeição geométrica global pode ser avaliada pelo ângulo θ_a e a imperfeição geométrica local pelo ângulo θ_1 :

$$\theta_a = \theta_1 \sqrt{\frac{1 + 1/n}{2}} \quad (3.12)$$

$$\theta_1 = \frac{1}{100\sqrt{H}} \quad (3.13)$$

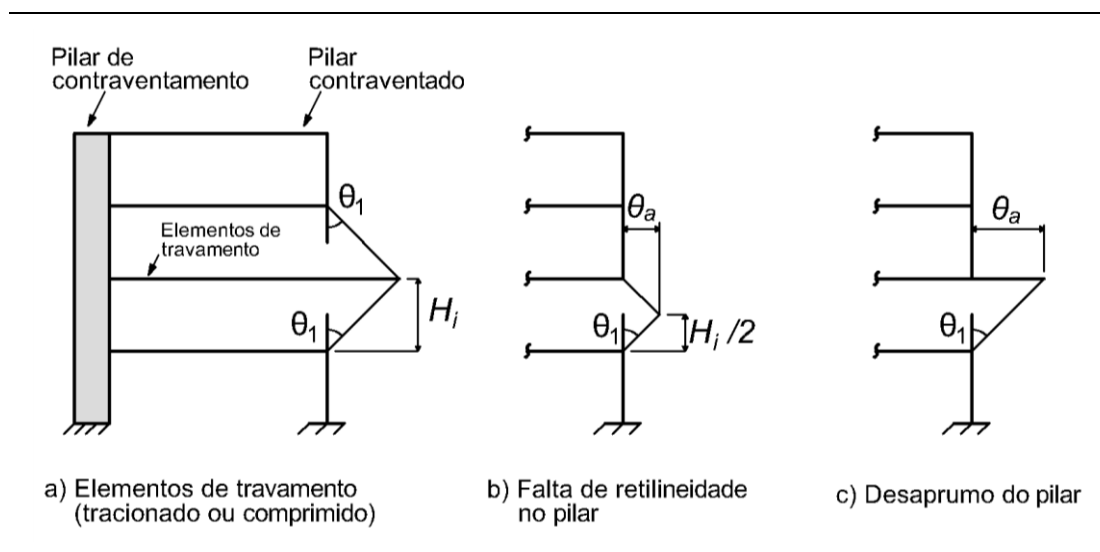
Onde n é número de prumadas de pilares verticais no pórtico plano que contribuem para o efeito do desaprumo global; H a altura total da edificação, em metros (m); $\theta_{1\min} = 1/300$ para estruturas reticuladas e imperfeições locais e $\theta_{1\max} = 1/200$.

3.6.2 Imperfeições locais

Ao se verificar um lance de pilar, são levados em conta os efeitos de imperfeições geométricas locais por meio do desaprumo ou da falta de retilineidade do eixo do pilar (ABNT NBR 6118, 2023).

Normalmente são causadas por desalinhamento na montagem, variações dimensionais da seção transversal e imperfeições na fabricação do elemento. A Figura 6 mostra como ocorre na prática essa imperfeição.

Figura 6 – Imperfeições geométricas locais.



Fonte: adaptado da ABNT NBR 6118 (2023, p. 60).

A imperfeição geométrica local, é avaliada por meio do ângulo θ_1 , definida pela equação (3.13).

3.7 Excentricidade

Idealmente, a carga de um pilar deveria ser aplicada bem no seu centro de gravidade (CG), distribuindo uniformemente a força em sua seção transversal. Mas, na prática, isso nem sempre acontece, devido a diversos fatores, dentre eles o desaprumo, que pode ocorrer na fase de construção e a rigidez da ligação viga-pilar que fará com que

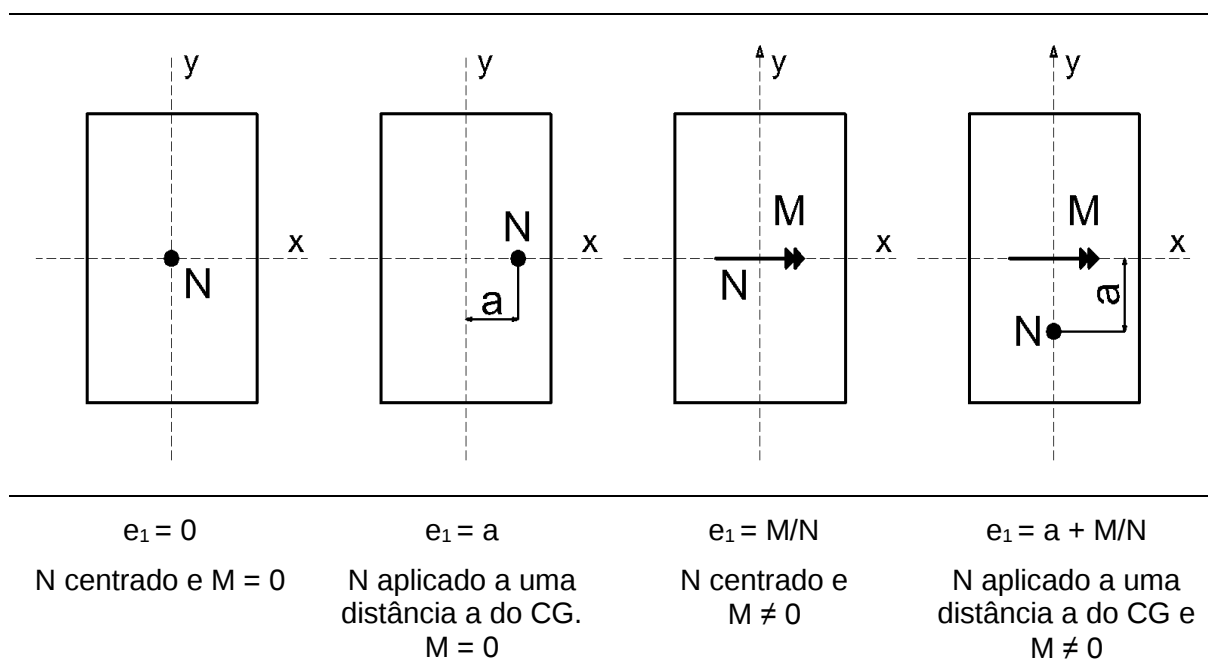
apareçam momentos fletores nos pilares, ou seja, excentricidades (Silva, 2018). Neste item são apresentadas as excentricidades de 1ª ordem e 2ª ordem.

3.7.1 Excentricidade de 1ª ordem

Segundo Bastos (2015), a excentricidade de 1ª ordem (e_1) ocorre devido a momentos fletores externos que atuam no pilar, peso de vigas, lajes e outros elementos estruturais; também pode ser causada quando a força normal for aplicada fora do centro de gravidade da peça estrutural.

A Figura 7 mostra possíveis casos de excentricidade de 1ª ordem considerando a força normal N e o momento externo M (independente de N).

Figura 7 – Casos de excentricidade de 1ª ordem.



Fonte: adaptado de Bastos (2015, p. 14).

A excentricidade de 1ª ordem é obtida por meio da estrutura não deformada, e engloba a relação entre as excentricidades inicial, acidental e mínima.

3.7.1.1 Excentricidade inicial

De acordo com Scadelai (2004), a excentricidade inicial acontece geralmente em pilares de extremidade e de canto, devido à falta de continuidade das vigas. As excentricidades iniciais no topo e na base do pilar são obtidas pelas expressões:

$$e_{i,topo} = \frac{M_{topo}}{N} \quad (3.14a)$$

$$e_{i,base} = \frac{M_{base}}{N} \quad (3.14b)$$

Em que M_{topo} e M_{base} são os momentos fletores atuantes no pilar e N a força normal. As excentricidades assumem valores diferentes para as duas direções principais do pilar.

3.7.1.2 Excentricidade accidental

Conforme a ABNT NBR 6118 (2023), a excentricidade accidental para um lance de pilar é definida como:

$$e_a = \theta_1 \frac{H}{2} \quad (3.15)$$

É importante ressaltar que a NBR não utiliza a denominação “excentricidade accidental” mas é possível definir o valor de e_a como resultado da imperfeição geométrica local, definida anteriormente no item 3.6.2.

3.7.1.3 Excentricidade mínima

Segundo a ABNT NBR 6118 (2023, p. 60), “o efeito das imperfeições locais nos pilares e pilares-parede pode ser substituído, em estruturas reticuladas, pela consideração do momento mínimo de 1ª ordem”, dado conforme a seguir:

$$M_{1d,mín} = N_d(0,015+0,03h) \quad (3.16)$$

Logo, a excentricidade mínima é obtida dividindo-se o momento mínimo ($M_{1d,mín}$) pela resultante normal de cálculo (N_d):

$$e_{1d,min}=(0,015+0,03h) \quad (3.17)$$

Sendo h sendo a altura total da seção transversal na direção considerada.

Na análise de Smaniotto (2005), a excentricidade acidental ou o efeito das imperfeições locais podem ser desconsideradas ao adotar o cálculo do momento fletor mínimo, a norma leva a entender que o mais correto é garantir que $M_{1d,min}$ seja sempre respeitado nas duas direções.

3.7.2 Excentricidade de 2ª ordem.

De acordo com Gonçalves (2019), a ação de cargas verticais e horizontais no pilar permite movimentações horizontais nos nós da estrutura, isso faz com que apareçam novas excentricidades, as de 2ª ordem. Além disso, Smaniotto (2005) afirma que os efeitos de 2ª ordem estão diretamente ligados à esbeltez do pilar, carga normal e momentos atuantes, ou seja, quanto maior o valor dessas variáveis, maior é a excentricidade de 2ª ordem.

3.8 Índice de esbeltez

O índice de esbeltez (λ) é calculado por meio da razão entre o comprimento de flambagem (l_e) e o raio de giração (i), nas direções a serem consideradas (ABNT NBR 6118, 2023):

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad (3.18)$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A_c}} \quad (3.19)$$

Considerando a seção transversal do pilar como sendo retangular:

$$i = \sqrt{\frac{bh^3/12}{bh}} \quad (3.20)$$

$$i = \frac{h}{\sqrt{12}} \quad (3.21)$$

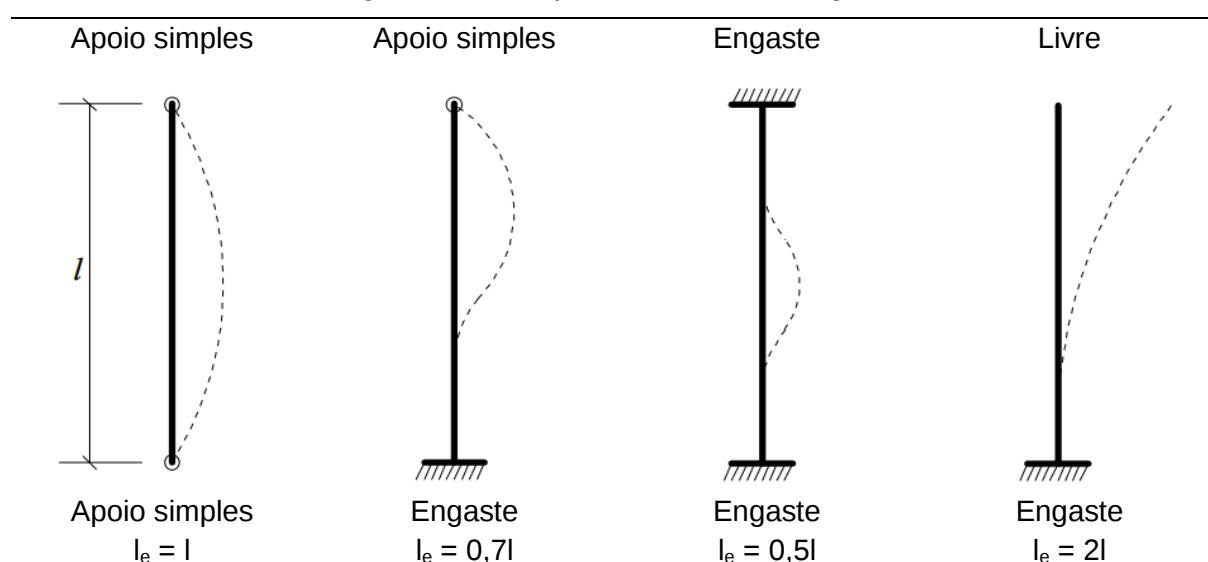
Logo, substituindo a equação(3.21),o índice de esbeltez para um pilar de seção retangular é:

$$\lambda = \frac{\sqrt{12} \cdot l_e}{h} \quad (3.22)$$

Onde I é o valor do momento de inércia; A_c é a área da seção transversal do pilar e h : dimensão do pilar na direção considerada.

O comprimento de flambagem de uma barra isolada depende das vinculações na base e no topo, conforme os esquemas mostrados na Figura 8.

Figura 8 – Comprimento de flambagem.



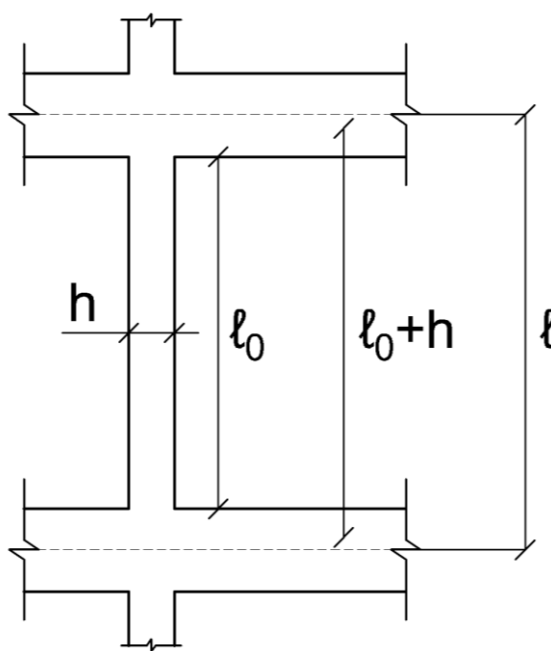
Fonte: adaptado de Melo (2009, p. 10).

Segundo a ABNT NBR 6118 (2023, p. 105), “O comprimento equivalente l_e do elemento comprimido (pilar), suposto vinculado em ambas as extremidades, deve ser o menor valor dos seguintes valores:”

$$l_e \leq \begin{cases} l_0 + h \\ l \end{cases} \quad (3.23)$$

No qual l_0 é a distância entre as faces internas de dois apoios consecutivos, que vinculam o pilar (Figura 9) e l a distância entre os eixos de dois apoios consecutivos no qual o pilar está vinculado.

Figura 9 – Valores de l_0 e l .



Fonte: adaptado de Scadelai (2004, p. 26)

3.8.1 Esbeltez limite

O índice de esbeltez limite é um parâmetro fundamental no projeto de pilares de concreto armado, pois por meio dele é possível considerar ou não os efeitos de segunda ordem no dimensionamento.

De acordo com a ABNT NBR 6118 (2023), desprezar os efeitos de 2ª ordem quando o índice de esbeltez do pilar (λ) for menor que o índice de esbeltez limite (λ_1).

O valor limite λ_1 é obtido por meio da equação (3.24) e pode variar de acordo com a vinculação dos extremos do pilar (α_b) e a excentricidade relativa de 1ª ordem (e_1/h).

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad (3.24)$$

Onde: $35 \leq \lambda_1 \leq 90$.

O valor de α_b deve ser obtido da seguinte maneira:

a) Pilares biapoiados sem cargas transversais:

$$\alpha_b = 0,6 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,40 \quad (3.25)$$

Sendo: $0,40 \leq \alpha_b \leq 1,0$.

M_A e M_B são momentos de 1ª ordem nos extremos do pilar. M_A deve ser adotado como maior valor absoluto ao longo do pilar biapoiado e para M_B o sinal positivo, se tracionar a mesma face que M_A , e negativo, caso contrário.

b) Pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura:

$$\alpha_b = 1 \quad (3.26)$$

c) Pilares em balanço:

$$\alpha_b = 1 \quad (3.27)$$

d) Pilares biapoiados ou em balanço com momentos menores que o mínimo estabelecido no item 3.7.1.3:

$$\alpha_b = 1 \quad (3.28)$$

3.8.2 Classificação dos pilares de acordo com o índice de esbeltez

Conforme relatado por Bastos (2015), os pilares podem ser classificados de acordo com o seu índice de esbeltez:

- a) Pilar curto se $\lambda \leq 35$;
- b) Pilar médio se $35 < \lambda \leq 90$;
- c) Pilar medianamente esbelto se $90 < \lambda \leq 140$;
- d) Pilar esbelto $140 < \lambda \leq 200$.

A ABNT NBR 6118 (2023, p. 107) afirma que: “Os pilares devem ter índice de esbeltez menor ou igual a 200 ($\lambda \leq 200$). Apenas no caso de elementos pouco comprimidos com força normal menor do que $0,10 f_{cd} A_c$, o índice de esbeltez pode ser maior do que 200.”

3.9 Determinação dos efeitos locais de 2ª ordem

Conforme a ABNT NBR 6118 (2023), o cálculo dos efeitos locais de 2ª ordem em barras submetidas a flexo-compressão normal pode ser feito pelo método geral ou por métodos aproximados.

3.9.1 Método geral

O método geral consiste em análises numéricas detalhadas do comportamento do pilar e é de uso obrigatório para pilares com $\lambda > 140$. Os resultados obtidos são mais precisos do que métodos simplificados, especialmente em pilares de maior esbeltez sujeitos a carregamentos complexos. O método leva em conta a não linearidade geométrica do pilar, a consideração momento curvatura é precisa, os efeitos de segunda ordem são precisos e o método pode ser aplicado em qualquer tipo de pilar (ABNT NBR 6118, 2023, item 15.8.3.2).

3.9.2 Métodos aproximados

A norma ABNT NBR 6118: 2023 também apresenta diferentes métodos aproximados, sendo eles: método do pilar-padrão com curvatura aproximada, método do pilar-padrão com rigidez k aproximada, método do pilar padrão acoplado a diagramas M ,

N , $1/r$ e método do pilar-padrão para pilares de seção retangular submetidos à flexão composta oblíqua.

3.9.2.1 Método do pilar-padrão com curvatura aproximada

O método do pilar padrão com curvatura aproximada pode ser empregado apenas no cálculo de pilares com $\lambda \leq 90$, seção transversal constante e armadura simétrica e constante ao longo da sua altura, a não-linearidade geométrica é considerada aproximada, supondo-se que a configuração deformada da barra seja senoidal e a não linearidade física é calculada por uma expressão aproximada da curvatura na seção crítica (ABNT NBR 6118, 2023).

O momento fletor total máximo deve e definido pela seguinte equação:

$$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} \geq M_{1d,A} \quad (3.29)$$

Sendo α_b definido em função da vinculação dos extremos do pilar (item 3.8.1); N_d a força normal solicitante de cálculo e l_e o comprimento de flambagem.

A curvatura da seção crítica ($1/r$), avaliada de forma aproximada pela equação (3.10):

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v+0,5)} \leq \frac{0,005}{h}$$

A força normal adimensional é definida na equação (3.11):

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

Para o cálculo do momento fletor total usando o método do pilar padrão com curvatura aproximada, deve-se considerar:

$$M_{d,tot} \geq M_{1d,A} \geq M_{1d,mín} \quad (3.30)$$

Com: $M_{1d,A}$ sendo o maior momento fletor de 1ª ordem atuando nas extremidades do pilar, valor de cálculo; $M_{1d,mín}$ o momento fletor mínimo de 1ª ordem; A_c a área da seção transversal do pilar; f_{cd} a resistência de cálculo à compressão do concreto e h dimensão da seção transversal na direção considerada.

O momento mínimo de 1ª ordem ($M_{1d,mín}$), definido no item 3.7.1.3, pode ser calculado pela equação (3.16):

$$M_{1d,mín} = N_d(0,015 + 0,03h)$$

3.9.2.2 Método do pilar-padrão com rigidez k aproximada

Assim como o método anterior, o método do pilar padrão com rigidez k aproximada pode ser empregado apenas no cálculo de pilares com $\lambda \leq 90$, seção transversal constante e armadura simétrica e constante ao longo da sua altura. A não-linearidade geométrica é considerada aproximada, supondo-se que a configuração deformada da barra seja senoidal e a não linearidade física é calculada por uma expressão aproximada da curvatura na seção crítica (ABNT NBR 6118, 2023, item 15.8.3.3.3).

O momento fletor total máximo no pilar deve ser calculado a partir da majoração do momento de 1ª ordem pela expressão:

$$M_{Sd,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120\kappa/v}} \geq M_{1d,A} \quad (3.31)$$

Para o valor da rigidez adimensional κ pode ser utilizada a expressão aproximada:

$$\kappa_{aprox} = 32 \left(1 + 5 \frac{M_{Rd,tot}}{hN_d} \right) v \quad (3.32)$$

A norma também afirma que: “Em um processo de dimensionamento, toma-se $M_{Rd,tot} = M_{Sd,tot}$. Em um processo de verificação, onde a armadura é conhecida, $M_{Rd,tot}$ é o momento resistente calculado com essa armadura e com $N_d = N_{sd} = N_{Rd}$.”

Os valores de h , v , $M_{1d,A}$ e α_b são definidos conforme visto no item anterior (3.9.2.1). A variável λ representa o índice de esbeltez e v o coeficiente adimensional relativo a força normal.

Substituindo a equação (3.32) na equação (3.31) obtém-se uma equação do 2º grau que pode ser usada para calcular o valor de $M_{Sd,tot}$ de forma direta, sem a necessidade de se fazer iterações:

$$a M_{Sd,tot}^2 + b M_{Sd,tot} + c = 0 \quad (3.33)$$

Onde:

$$a = 5h \quad (3.34a)$$

$$b = h^2 N_d - \frac{N_d l_e^2}{320} - 5h \alpha_b M_{1d,A} \quad (3.34b)$$

$$c = -N_d h^2 \alpha_b M_{1d,A} \quad (3.34c)$$

Logo, o valor de $M_{Sd,tot}$ será:

$$M_{Sd,tot} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (3.35)$$

3.9.2.3 Método do pilar-padrão acoplado a diagrama M,N, 1/r

O método do pilar-padrão acoplado a diagrama M, N, 1/r é utilizado para efeitos de 2ª ordem em pilares com $\lambda \leq 140$, utilizando-se para a curvatura da seção crítica valores dos diagramas M, N, 1/r. Além disso, se $\lambda > 90$ é obrigatório considerar os efeitos da fluência (ABNT NBR 6118, 2023, item 15.8.3.3.4).

3.9.2.4 Método do pilar-padrão para pilares de seção retangular submetidos à flexão composta oblíqua

Em pilares de seção retangular, solicitados à flexão composta oblíqua e esbeltez menor ou igual a 90 ($\lambda \leq 90$) nas duas direções principais (x e y), podem ser usados os métodos aproximados de curvatura aproximada, rigidez k aproximada e dos diagramas M, N, 1/r (ABNT NBR 6118, 2023, item 15.8.3.3.5).

A norma complementa dizendo que a obtenção dos momentos de 2ª ordem é diferente, pois, em cada direção, a esbeltez e a rigidez do pilar são distintas.

3.10 Cálculo da armadura longitudinal com auxílio de ábacos

Os ábacos são ferramentas essenciais no dimensionamento da armadura de um pilar. Eles permitem determinar a taxa de armadura (ω) de forma direta, sem a necessidade de aplicar equações teóricas de flexão composta normal ou oblíqua. Além disso, os ábacos oferecem a flexibilidade de explorar diversos arranjos de armadura na seção transversal, possibilitando escolher o arranjo mais econômico, ou seja, o que resulta na menor quantidade de armadura (Bastos, 2015).

O ábaco de Venturini (1987) é usado para flexão composta normal e o de Pinheiro, Baraldi e Porem (1994) para flexão composta oblíqua. Os ábacos não atendem pilares com resistência do concreto superior a 50 MPa.

3.10.1 Flexão Composta Normal

O ábaco de Venturini (1987) é usado para dimensionar pilares sujeitos a flexão composta normal (ou reta). Inicialmente, é necessário calcular os esforços adimensionais v (n_i) e μ (m_i). O valor adimensional já foi definido na equação (3.11).

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}}$$

O valor de μ pode ser encontrado da seguinte forma:

$$\mu = \frac{M_{d,tot}}{hA_c f_{cd}} = v \frac{e}{h} \quad (3.36)$$

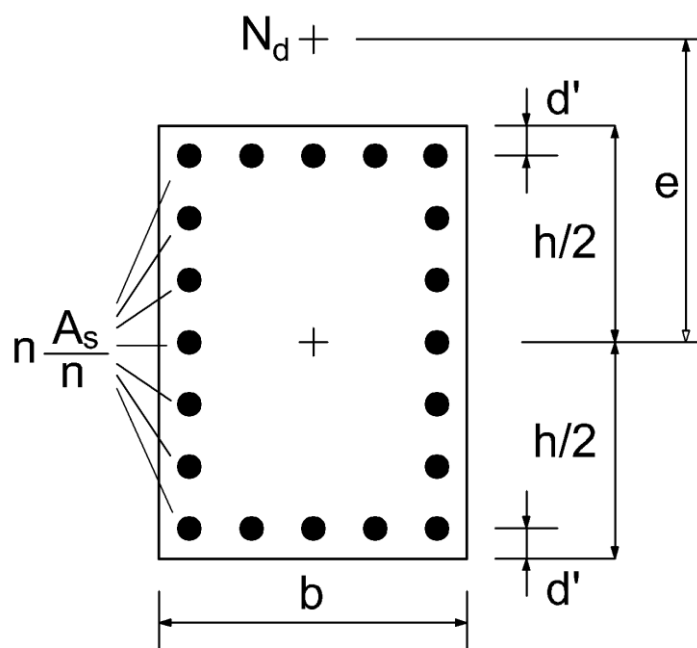
Sendo N_d a força normal de cálculo; A_c a área da seção transversal do pilar; f_{cd} a resistência de cálculo do concreto a compressão; $M_{d,tot}$ o momento fletor total de cálculo; e a excentricidade na direção considerada e h a dimensão do pilar na direção considerada.

É necessário escolher uma disposição construtiva para a armadura do pilar em função da relação d'/h . A distância d' é paralela à excentricidade do pilar, como mostra a Figura 10 e pode ser calculada da seguinte forma:

$$d' = c + \phi_t + \frac{\phi_l}{2} \quad (3.37)$$

Onde c é o valor do cobrimento do concreto; ϕ_t o diâmetro do estribo e ϕ_l diâmetro da barra longitudinal.

Figura 10 – Notação para flexão composta normal.



Fonte: adaptado de Venturini (1987, p. 31).

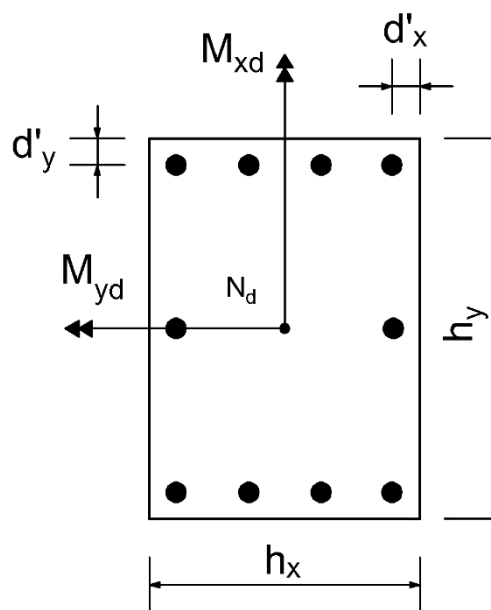
Por fim, no ábaco encontra-se o valor da taxa mecânica (ω) com os valores de v (ni) e μ (mi). A armadura é calculada pela expressão:

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} \quad (3.38)$$

3.10.2 Flexão Composta Oblíqua

O ábaco de Pinheiro, Baraldi e Porem (1994) é usado para dimensionar pilares sujeitos à flexão composta oblíqua. As distâncias d'_x e d'_y tem o mesmo significado de d' e podem ser calculadas com a equação (3.37) em cada uma das direções do pilar. A Figura 11 mostra a notação do ábaco:

Figura 11 – Flexão composta oblíqua.



Fonte: adaptado de Pinheiro, Baraldi e Porem (1994, p. 22).

Inicialmente, é necessário calcular os esforços adimensionais v (ni) e μ (mi). O valor adimensional já foi definido na equação (3.11).

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}}$$

O valor de μ pode ser determinado nas duas direções principais do pilar:

$$\mu_x = \frac{M_{d,tot,x}}{h_x A_c f_{cd}} = v \frac{e_x}{h_x} \quad (3.39a)$$

$$\mu_y = \frac{M_{d,tot,y}}{h_y A_c f_{cd}} = v \frac{e_y}{h_y} \quad (3.39b)$$

Por meio da escolha do arranjo do pilar, ou seja, a disposição construtiva da armadura, determinamos o ábaco a ser usado em função dos valores das relações d'_x/h_x e d'_y/h_y . De posse dos valores de v , μ_x e μ_y encontramos no ábaco o valor da taxa mecânica ω . A armadura é calculada com a equação (3.38):

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}}$$

3.11 Dimensões mínimas

Segundo a ABNT NBR 6118 (2023, item 13.2.3), a seção transversal de pilares e pilares-parede maciços, qualquer que seja sua forma, não pode apresentar dimensão menor do que 19 cm. Caso apresente dimensões entre 19 cm e 14 cm, os esforços solicitantes devem ser multiplicados por um coeficiente adicional γ_n , indicado pela equação (3.40), onde:

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 b \quad (3.40)$$

Tabela 1 – Valores do coeficiente adicional γ_n para pilares e pilares-parede.

b (cm)	≥ 19	18	17	16	15	14
γ_n	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25

Fonte: ABNT NBR 6118 (2023).

Sendo b a menor dimensão da seção transversal e γ_n o coeficiente majorador de esforços solicitantes finais de cálculo nos pilares.

Vale ressaltar que, as recomendações referentes aos pilares só podem ser usadas caso a maior dimensão do pilar não seja maior do que cinco vezes a menor dimensão $h \leq 5b$.

Em qualquer caso, a seção transversal do pilar não pode ser inferior a 360 cm².

3.12 Disposições construtivas

3.12.1 Classe de agressividade ambiental, relação água/cimento e classe de concreto e cobrimento das armaduras

No dimensionamento de uma estrutura em concreto armado é fundamental conhecer o meio em que o elemento ficará exposto. De acordo com a ABNT NBR: 6118 (2023, item 6.4), a classe de agressividade ambiental está relacionada às ações físicas e químicas que atuam sobre a peça de concreto armado, independente das ações mecânicas, das variações volumétricas de origem térmica, da retração hidráulica e outras previstas no dimensionamento das estruturas. A agressividade ambiental é definida conforme a tabela a seguir:

Tabela 2 – Classe de agressividade ambiental (CAA).

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural Submersa	Insignificante
II	Moderada	Urbana	Pequeno
III	Forte	Marinha Industrial	Grande
IV	Muito forte	Industrial Respingos de maré	Elevado

Fonte: Adaptado de ABNT NBR 6118 (2023, p. 17).

De acordo com a classe de agressividade ambiental, são impostos limites de qualidade do concreto quanto à sua relação água/cimento e resistência por meio da seguinte tabela:

Tabela 3 – Correspondência entre a classe de agressividade e o fator água-cimento.

Concreto	Classe de agressividade ambiental (CAA)			
	I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	$\leq 0,65$	$\leq 0,60$	$\leq 0,55$	$\leq 0,45$
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	$\geq C20$	$\geq C25$	$\geq C30$	$\geq C40$

Fonte: Adaptado de ABNT NBR 6118 (2023, p. 18).

De acordo com Bastos (2015), o cobrimento de armadura é a espessura da camada de concreto responsável pela proteção da armadura contra a corrosão do aço; aderência entre aço e concreto, permitindo a transferência de esforços entre os dois materiais; proteção contra o fogo, retarda o incêndio e a perda de resistência do aço e por fim a proteção mecânica, não permitindo que as armaduras sejam atingidas diretamente por batidas e choques.

Essa camada, nos pilares, inicia-se na face externa dos estribos da armadura transversal e se estende até a superfície do pilar em contato com o ambiente. Para determinar esse valor, é necessário respeitar um cobrimento mínimo ao longo do elemento considerado.

Para garantir o cobrimento mínimo ($c_{\min}$), o projeto e a execução devem considerar um cobrimento nominal (c_{nom}), que é o cobrimento mínimo acrescido de uma tolerância de execução (Δc). Assim, as dimensões das armaduras e os espaçadores devem respeitar os cobrimentos nominais, estabelecidos na Tabela 4, para $\Delta c = 10$ mm (ABNT NBR 6118, 2023, item 7.4.7).

$$c_{\text{nom}} = c_{\min} + \Delta c \quad (3.41)$$

Tabela 4 – Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para $\Delta c = 10$ mm.

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto armado	Viga/Pilar	25	30	40	50

Fonte: Adaptado de ABNT NBR 6118 (2023, p. 20).

O cobrimento nominal de uma barra deve sempre ser maior do que o diâmetro da barra ($c_{nom} \geq \phi_l$) e a dimensão máxima característica do agregado graúdo utilizado não pode ser 20% superior ao cobrimento nominal ($d_{m\acute{a}x} \leq 1,2 c_{nom}$).

3.12.2 Armaduras longitudinais

Segundo Scadelai (2004), as armaduras longitudinais ajudam têm função estrutural: elas ajudam a resistir à compressão, diminuindo a seção transversal do pilar; controlam a flambagem; auxilia na distribuição de carga uniformemente por toda a seção e também às tensões de tração.

3.12.2.1 Área mínima e máxima

A ABNT NBR 6118 (2023, item 17.3.5.3) define valores limites para armaduras longitudinais de pilares, ou seja, área de aço mínima ($A_{s,min}$) e área de aço máxima ($A_{s,m\acute{a}x}$), conforme as equações:

$$A_{s,min} = (0,15 N_d / f_{yd}) \geq 0,004 A_c \quad (3.42)$$

$$A_{s,m\acute{a}x} = 0,08 A_c \quad (3.43)$$

O cálculo da máxima armadura permitida deve considerar a região de transpasse do pilar, ou seja, as armaduras existentes na região de emenda.

3.12.2.2 Diâmetro das barras longitudinais

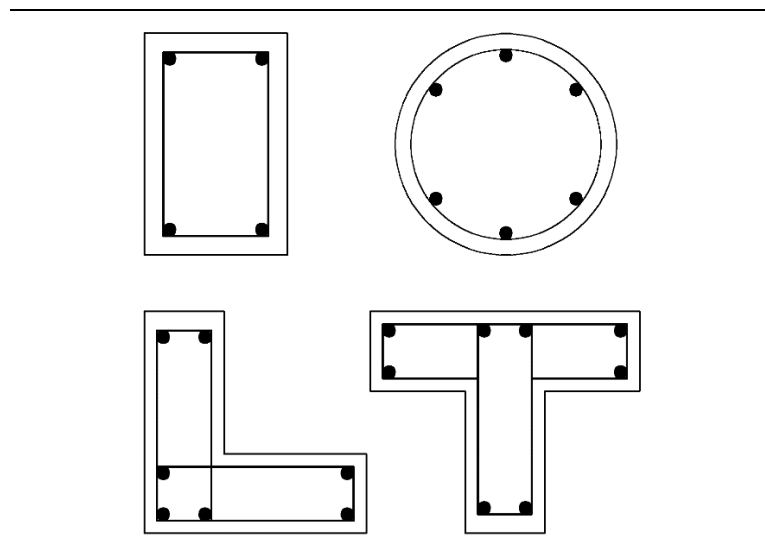
O diâmetro das barras longitudinais não deve ser menor do que 10 mm e nem maior do que 1/8 da menor dimensão da seção transversal do pilar (ABNT NBR 6118, 2023, item 18.4.2.1):

$$10 \text{ mm} \leq \phi_l \leq \frac{b}{8} \quad (3.44)$$

3.12.2.3 Número mínimo de barras

“Em seções poligonais, deve existir pelo menos uma barra em cada vértice; em seções circulares, no mínimo seis barras distribuídas ao longo do perímetro” (ABNT NBR 6118, 2023, item 18.4.2.2). A Figura 12 apresenta o número mínimo de barras para alguns tipos de seção.

Figura 12 – Número mínimo de barras.



Fonte: adaptado de Scadelai (2004, p. 63).

3.12.2.4 Espaçamento das barras longitudinais

O espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais (a), medido no plano da seção transversal, fora e na região de emenda por transpasse, deve ser igual ou superior ao maior dos seguintes valores (ABNT NBR 6118, 2023, item 18.4.2.2):

$$a \geq \begin{cases} 20 \text{ mm} \\ \phi_l \\ 1,2 d_{\text{máx}} \end{cases} \quad (3.45)$$

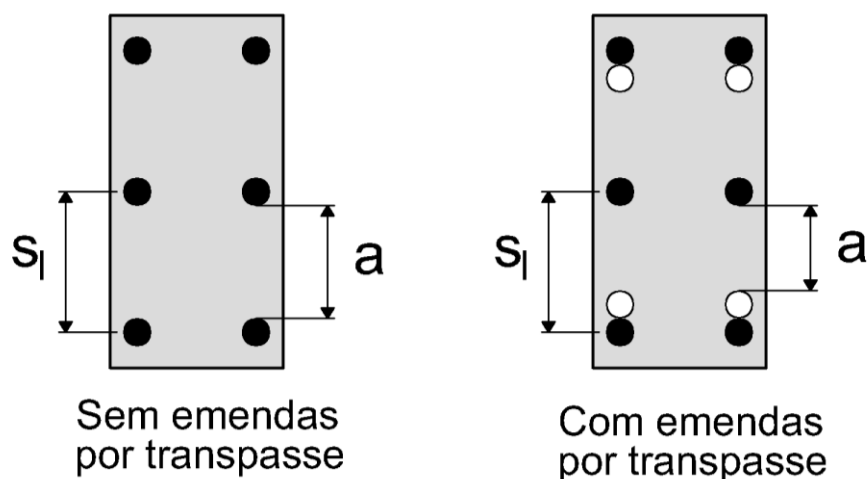
Já, para o valor máximo entre os eixos da barra (s_l), considerar:

$$s_l = \begin{cases} 2b \\ 40 \text{ cm} \end{cases} \quad (3.46)$$

Em que $d_{\text{máx}}$ é o valor do diâmetro máximo do agregado e b a menor dimensão da seção transversal.

A Figura 13 apresenta os espaçamentos mínimos e máximos entre as barras longitudinais em regiões sem transpasse e com transpasse.

Figura 13 – Espaçamento entre barras da armadura longitudinal.



Fonte: Autor (2025).

3.12.3 Armaduras transversais

“A armadura transversal de pilares, constituída por estribos e, quando for o caso, por grampos suplementares, deve ser colocada em toda a altura do pilar, sendo obrigatória sua colocação na região de cruzamento com vigas e lajes” (ABNT NBR 6118, 2023, item 18.4.3).

De acordo com Scadelai (2004), os estribos têm a função de garantir o posicionamento e impedir a flambagem das barras longitudinais, confinar o concreto, resistir às forças de cisalhamento, controlar a fissuração e tornar a peça mais resistente.

3.12.3.1 Diâmetro mínimo

Conforme a ABNT NBR 6118 (2023, item 18.4.3), o diâmetro dos estribos em pilares deve ser superior a 5 mm e $1/4$ do diâmetro da barra longitudinal (ϕ_l):

$$\phi_t = \begin{cases} 5 \text{ mm} \\ \phi_l/4 \end{cases} \quad (3.47)$$

3.12.3.2 Espaçamento máximo entre estribos

O espaçamento longitudinal entre estribos, medidos na direção do eixo do pilar, deve ser igual ou inferior ao menor dos seguintes valores (ABNT NBR 6118, 2023, item 18.4.3):

$$s_t \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ b \\ 12 \phi_l \text{ para CA-50} \end{cases} \quad (3.48)$$

Sendo b o valor da menor dimensão da seção transversal e ϕ_l o diâmetro da armadura longitudinal.

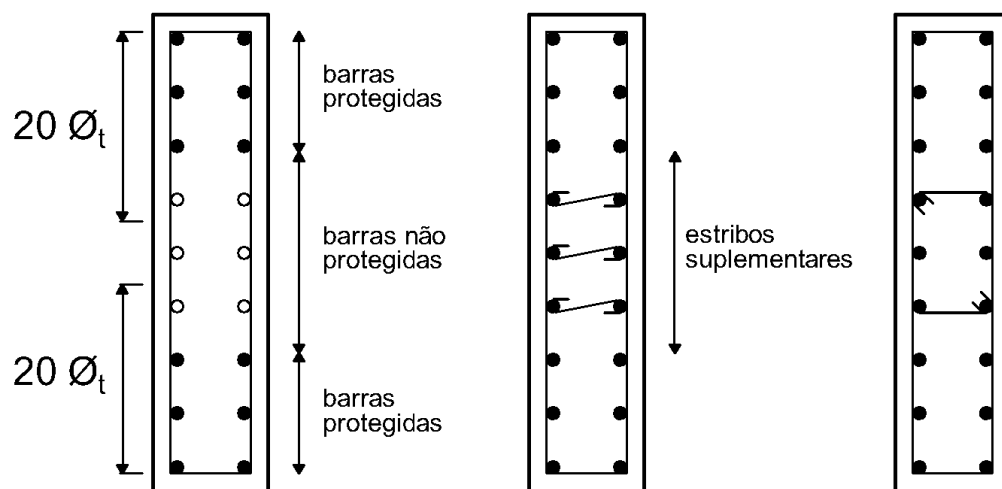
3.12.3.3 Estribos suplementares

Segundo a ABNT NBR 6118 (2023, item 18.2.4), os estribos poligonais garantem que as barras longitudinais não sofram com flambagem, desde que as barras estejam situadas no máximo à distância de $20\phi_t$ do canto, se nesse trecho de comprimento não houver mais de duas barras consecutivas além da barra de canto.

Quando houver mais de duas barras no trecho de comprimento $20\phi_t$ ou barras fora dele, deve haver estribos suplementares.

Se o estribo suplementar for constituído por uma barra reta terminada em ganchos, ele deve atravessar a seção do pilar e seus ganchos envolverem a barra longitudinal. Se houver mais de uma barra longitudinal junto a extremidade do estribo suplementar, seu gancho deve envolver um estribo principal em um ponto junto a uma das barras (Scadelai, 2004). A Figura 14 mostra como os estribos suplementares são dispostos.

Figura 14 – Estribos suplementares para armaduras longitudinais



Fonte: Autor (2025).

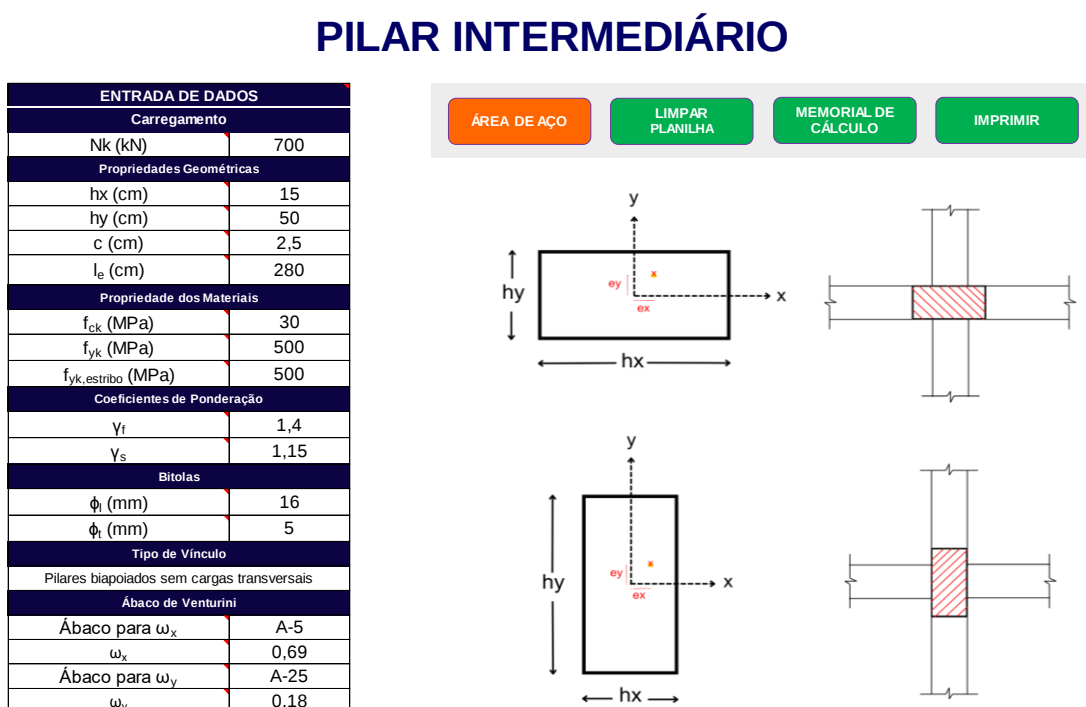
4 PLANILHA ELETRÔNICA

Foram desenvolvidas três planilhas eletrônicas no programa Excel para automatizar e tornar mais rápido o cálculo de pilares retangulares em concreto armado, de acordo com a ABNT NBR 6118: 2023. Elas calculam pilares intermediários, de extremidade e de canto.

4.1 Interface da planilha

As interfaces das planilhas foram projetadas para serem intuitivas e eficientes. Na parte superior, a barra de título indica o nome da planilha usada. A área de trabalho, composta por células organizadas em linhas e colunas, permite a entrada e saída de dados, além de possibilitar a verificação do dimensionamento. A Figura 15 abaixo mostra parte da interface da planilha utilizada para dimensionar pilar intermediário.

Figura 15 – Parte da interface da planilha de cálculo de pilar intermediário.



Fonte: Autor (2025).

A interface completa da planilha de pilar intermediário está disposta no Apêndice A, a de pilar de extremidade no Apêndice B, e a de pilar de canto no Apêndice C.

4.2 Entrada de dados

A entrada de dados em uma planilha de dimensionamento é o ponto de partida para todos os cálculos. Nela, insere-se o carregamento, as propriedades geométricas, as propriedades dos materiais, os coeficientes de ponderação, o diâmetro das armaduras e estribos, os tipos de vínculo e a taxa mecânica (ω) encontrada no ábaco.

É necessário que os valores sejam cuidadosamente inseridos, evitando assim erros de cálculo. A Figura 16 mostra a entrada de dados da planilha de dimensionamento de pilar intermediário à esquerda e de pilar de extremidade à direita.

Figura 16 – Entrada de dados: pilares intermediários e de extremidade.

ENTRADA DE DADOS	
Carregamento	
Nk (kN)	700
Propriedades Geométricas	
hx (cm)	15
hy (cm)	50
c (cm)	2,5
l _e (cm)	280
Propriedade dos Materiais	
f _{ck} (MPa)	30
f _{yk} (MPa)	500
f _{yk,estribo} (MPa)	500
Coeficientes de Ponderação	
γ _f	1,4
γ _s	1,15
Bitolas	
φ _l (mm)	16
φ _t (mm)	5
Tipo de Vínculo	
Pilares biapoiados sem cargas transversais	
Ábaco de Venturini	
Ábaco para ω _x	A-5
ω _x	0,69
Ábaco para ω _y	A-25
ω _y	0,18

ENTRADA DE DADOS	
Carregamento	
Nk (kN)	1110,00
M _{1k,A,x} (kN.cm)	2328,57
M _{1k,B,x} (kN.cm)	-2328,57
M _{1k,A,y} (kN.cm)	0
M _{1k,B,y} (kN.cm)	0
Propriedades Geométricas	
hx (cm)	70
hy (cm)	20
c (cm)	2,50
l _e (cm)	460
Propriedade dos Materiais	
f _{ck} (MPa)	20
f _{yk} (MPa)	500
f _{yk,estribo} (MPa)	500
Coeficientes de Ponderação	
γ _f	1,4
γ _s	1,15
Bitolas	
φ _l (mm)	20
φ _t (mm)	5
Tipo de Vínculo	
Pilares biapoiados sem cargas transversais	
Ábaco de Venturini	
Ábaco para ω _x	A-24
ω _x	0,05
Ábaco para ω _y	A-4
ω _y	0,78

Para facilitar a compreensão dos valores de entrada, a Tabela 5 apresenta os símbolos matemáticos, os nomes e as unidades utilizadas:

Tabela 5 – Descrição dos símbolos matemáticos de entrada.

Símbolo	Descrição	Unidade
N_k	Carga axial atuando no pilar (valor característico)	kN
$M_{1k,A}$	Maior momento fletor de 1ª ordem atuando nas extremidades do pilar no eixo de análise (valor característico)	kN.cm
$M_{1k,B}$	Menor momento fletor de 1ª ordem atuando nas extremidades do pilar no eixo de análise (valor característico)	kN.cm
h_x	Dimensão da seção transversal do pilar paralelo ao eixo x.	cm
h_y	Dimensão da seção transversal do pilar paralelo ao eixo y.	cm
c	Cobrimento da armadura	cm
l_e	Comprimento de flambagem do pilar	cm
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto	MPa
f_{yk}	Tensão de escoamento do aço (valor característico).	MPa
$f_{yk, estribo}$	Tensão de escoamento do aço do estribo (valor característico).	MPa
γ_f	Coeficiente para majorar os esforços e também para minorar a resistência do concreto, normalmente se utiliza o valor de 1,4.	
γ_s	Coeficiente de minoração da resistência do concreto, normalmente se utiliza o valor de 1,15.	
ϕ_l	Diâmetro das barras longitudinais do pilar.	mm
ϕ_t	Diâmetro dos estribos do pilar.	mm
ω	Taxa mecânica encontrada no ábaco	

Fonte: Autor (2025).

A planilha para o cálculo de pilares de canto difere das planilhas de pilar intermediário e de extremidade. Ela utiliza o ábaco de Pinheiro, Baraldi e Porem (1994) e não o ábaco de Venturini (1987), além disso, é necessário pré-definir a quantidade de armaduras usadas de acordo com o arranjo escolhido, conforme a Figura 17:

Figura 17 – Ábaco utilizado para pilar de canto.

Ábaco de Pinheiro	
Arranjo	1
Nº de barras	4
Ábaco	A-67
ω	0,20

Fonte: Autor (2025).

A descrição completa dos valores de entrada da planilha de pilar de canto pode ser consultada no Apêndice C.

4.3 Saída de dados

A saída de dados desempenha um papel essencial na interpretação e aplicação dos resultados. Essas informações permitem ao engenheiro avaliar a viabilidade do projeto, ou seja, se o pilar é seguro e econômico. As três planilhas de cálculo apresentam diferenças entre suas saídas de dados. A seguir, mostraremos a do pilar de canto por meio da Figura 18.

Figura 18 – Saída de dados da planilha de dimensionamento de pilar de canto.

SAÍDA DE DADOS			
V_n		1	
Nd (kN)		182	
v		0,18	
d' (cm)		4,63	
Direção x		Direção y	
λ_x	38,80	λ_y	51,05
$M_{1d,mín,x}$ (kN.cm)	409,50	$M_{1d,mín,y}$ (kN.cm)	376,74
$e_{1x,mín}$ (cm)	2,25	$e_{1y,mín}$ (cm)	2,07
$M_{1d,A,x}$	2541,0	$M_{1d,A,y}$	1202,0
$M_{1d,B,x}$	-2541,0	$M_{1d,B,y}$	-1202,0
$e_{1d,x}$	13,96	$e_{1d,y}$	6,60
α_{bx}	0,40	α_{by}	0,40
λ_{1x}	79,95	λ_{1y}	73,36
$M_{1d,C,x}$ (kN.cm)	1016,40	$M_{1d,C,y}$ (kN.cm)	480,82
$1/r$	0,0000000	$1/r$	0,0000000
$M_{2d,máx,x}$ (kN.cm)	0,00	$M_{2d,máx,y}$ (kN.cm)	0,00
e_{2x} (cm)	0,00	e_{2y} (cm)	0,00
$M_{d,tot,x}$ (kN.cm)	2541,00	$M_{d,tot,y}$ (kN.cm)	1202,04
μ_x	0,10	μ_y	0,05
d'_x/h_x	0,20	d'_y/h_y	0,25

Fonte: Autor (2025).

Para facilitar a compreensão dos valores de saída, a Tabela 6 apresenta os símbolos matemáticos, os nomes e as unidades utilizadas:

Tabela 6 – Descrição dos símbolos matemáticos de saída de dados.

Símbolo	Descrição	Unidade
γ_n	Coeficiente de majoração adicional que deve ser usado para majorar a carga N_k caso a menor dimensão do pilar seja inferior a 19 cm	
N_d	Carga axial atuando no pilar, valor de cálculo	kN
v	Força normal adimensional	
d'	Distância da face do pilar até o centro das barras longitudinais.	cm
λ	Índice de esbeltez do pilar	
$M_{1d, \min}$	Momento fletor mínimo de 1º ordem	kN.cm
$e_{1d, \min}$	Excentricidade gerada pelo momento fletor mínimo de 1º ordem	cm
$M_{1d,A}$	Maior momento fletor de 1ª ordem atuando nas extremidades do pilar no eixo de análise, valor de cálculo	kN.cm
$M_{1d,B}$	Menor momento fletor de 1ª ordem atuando nas extremidades do pilar no eixo de análise, valor cálculo	kN.cm
e_{1d}	Excentricidade de 1ª ordem, valor de cálculo	cm
α_b	Fator que define as condições de vínculo nos apoios	
λ_1	Índice de esbeltez limite	
$M_{1d,C}$	Momento fletor de 1ª ordem atuando na seção intermediária do pilar no eixo de análise, valor cálculo	kN.cm
$1/r$	Curvatura aproximada	cm ⁻¹
$M_{2d, \max}$	Máximo momento fletor de 2ª ordem no pilar	kN.cm
e_{2d}	Excentricidade associada ao momento fletor de 2º ordem	cm
$M_{d, \text{tot}}$	Momento fletor total na direção considerada	kN.cm
μ	Momento adimensional	
d'/h	Razão entre a altura útil do pilar na direção considerada e a dimensão da seção transversal no mesmo eixo	

Fonte: Autor (2025).

A descrição completa dos valores de saída de dados das planilhas de pilares intermediários e de extremidades podem ser consultadas nos Apêndices A e B.

4.4 Resultados

As planilhas calculam e apresentam o valor final da área de aço longitudinal do pilar, conforme ilustrado na Figura 19 para pilares intermediários e de extremidade.

Figura 19 – Resultados das planilhas de pilares intermediários e de extremidade.

$A_{s, \text{cal}}$ - Área de aço calculada (cm²)
25,51
Nº de barras calculadas
14
A_s - Área de aço usada (cm²)
28,15
S - Espaçamento longitudinal dos estribos (cm)
15

Fonte: Autor (2025).

Notoriamente, os resultados são a área de aço calculada ($A_{s,cal}$), número de barras calculadas, a área de aço efetivamente usada (A_s) e o espaçamento longitudinal dos estribos (S).

Além disso, o resultado final da planilha de dimensionamento de pilares de canto contém o número de barras usadas, ou seja, a quantidade pré-definida ao escolher o arranjo de cálculo, conforme a Figura 20:

Figura 20 – Resultados da planilha de pilar de canto.

$A_{s,cal}$ - Área de aço calculada (cm²)
4,68
Nº de barras calculadas
3,82
Nº de barras usadas - Arranjo
4
A_s - Área de aço usada (cm²)
4,91
S - Espaçamento longitudinal dos estribos (cm)
15

Fonte: Autor (2025).

4.5 Verificações

Para garantir que os parâmetros calculados estejam de acordo com a ABNT NBR 6118: 2023, é fundamental realizar verificações após a conclusão dos cálculos apresentados.

Os fatores que são levados em consideração ao verificar um pilar: índice de esbeltez nas duas direções principais; efeitos de segunda ordem; área de aço mínima e máxima; diâmetro das barras longitudinais (valores mínimos e máximos) e diâmetro mínimo do estribo.

A Figura 21 detalha melhor a interface da planilha relacionada ao processo de verificação de cálculo das planilhas eletrônicas.

Figura 21 – Verificações de cálculo das planilhas eletrônicas.

VERIFICAÇÕES		
Esbeltez ($\lambda \leq 90$)		
Direção x	64,66	OK
Direção y	19,40	OK
Efeitos de 2ª ordem.		
Direção x	CONSIDERAR!	
Direção y	NÃO CONSIDERAR!	
Área da seção transversal ($\geq 360 \text{ cm}^2$)		
$A_c \text{ (cm}^2\text{)}$	750	OK
Área de aço mínima		
$A_{s,\text{mín}} \text{ (cm}^2\text{)}$	4,06	OK
Área de aço máxima		
$A_{s,\text{máx}} \text{ (cm}^2\text{)}$	60,0	OK
Bitola das barras longitudinais		
$\phi_{l,\text{mín}} \text{ (mm)}$	10	OK
$\phi_{l,\text{máx}} \text{ (mm)}$	19	OK
Bitola dos estribos		
$\phi_{t,\text{mín}} \text{ (mm)}$	5	OK

Fonte: Autor (2025).

4.6 Macros

As macros são ferramentas valiosas para quem deseja aumentar a produtividade e a eficiência no Excel. As planilhas de cálculo de pilares apresentam macros, Figura 22, que facilitam o profissional a encontrar a área de aço, limpar a planilha, memorial de cálculo e imprimir.

Figura 22 – Macros.



Fonte: Autor (2025).

Após informar todos os valores de entrada da planilha, utiliza-se a macro de área de aço para ir direto aos resultados; a macro de limpar planilha é importante para apagar de uma só vez todos os dados de entrada, caso queira dimensionar outro pilar.

Ao utilizar a macro de memorial de cálculo, o programa redireciona o profissional a outra aba, na qual será mostrado passo a passo do cálculo do pilar, nas duas direções principais consideradas. A Figura 23 ilustra parte do cálculo detalhado presente no memorial.

Figura 23 – Parte do cálculo fornecido no memorial.

2. Índice de esbeltez (λ)

$$\bullet \lambda_x = \frac{3,46.L_e}{h_x} = \frac{3,46.280}{15} \quad \therefore \quad \lambda_x = 64,7$$

$$\bullet \lambda_y = \frac{3,46.L_e}{h_y} = \frac{3,46.280}{50} \quad \therefore \quad \lambda_y = 19,4$$

3. Momento fletor mínimo ($M_{1d,mín}$)

$$\bullet M_{1d,mín,x} = N_d.(1,5 + 0,03.h_x) = 1176.(1,5 + 0,03.15) = 2293,20 \text{ kN.cm}$$

$$\bullet e_{1x,mín} = \frac{M_{1d,mín,x}}{N_d} = \frac{2293,20}{1176} = 1,95 \text{ cm}$$

$$\bullet M_{1d,mín,y} = N_d.(1,5 + 0,03.h_y) = 1176.(1,5 + 0,03.50) = 3528,00 \text{ kN.cm}$$

$$\bullet e_{1y,mín} = \frac{M_{1d,mín,y}}{N_d} = \frac{3528,00}{1176} = 3 \text{ cm}$$

Fonte: Autor (2025).

A macro de impressão gera um arquivo PDF completo do memorial de cálculo do pilar, seja ele intermediário, de extremidade ou de canto.

4.7 Roteiro de Cálculo

Esta seção secundária apresenta o roteiro de cálculo para pilares intermediários, de extremidade e de canto.

4.7.1 Pilar intermediário

O pilar intermediário apresenta situação inicial de compressão centrada devido à continuidade das vigas e lajes sobre o pilar, momentos fletores de 1ª ordem nulos nas duas direções do pilar ($M_A = M_B = 0$), portanto, $e_1=0$.

a) Esforços solicitantes

A força normal de cálculo pode ser determinada como:

$$N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k \quad (4.1)$$

Onde N_k é o valor da força normal característica do pilar; γ_f o coeficiente de ponderação das ações no ELU (Tabela 11.1 da NBR 6118:2023); γ_n o coeficiente de majoração da força normal (Tabela 1).

b) Índice de esbeltez para seção retangular, equação (3.22):

$$\lambda = \frac{\sqrt{12} l_e}{h}$$

Sendo l_e o comprimento de flambagem do pilar e h a dimensão do pilar na direção considerada.

c) Momento fletor mínimo, equação (3.16):

$$M_{1d,min} = N_d(0,015 + 0,03h)$$

No qual N_d é o valor da força normal de cálculo e h a dimensão do pilar na direção considerada.

d) Momento de 1ª ordem.

Por se tratar de um pilar intermediário, de compressão centrada, o momento de 1ª ordem no pilar será:

$$M_{1d,A} = M_{1d,min} \quad (4.2)$$

Sendo $M_{1d,A}$ o maior momento fletor de 1ª ordem atuando nas extremidades do pilar (valor de cálculo) e $M_{1d,min}$ o momento fletor mínimo.

e) Esbeltez limite, dado pela equação (3.24):

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b}$$

Sendo $35 \leq \lambda_1 \leq 90$; e_1 o valor da excentricidade de 1ª ordem; α_b o valor determinado de acordo com a vinculação no topo e na base do pilar (Item 3.8.1).

Devemos considerar os efeitos de 2ª ordem se o valor do índice de esbeltez do pilar for maior que a esbeltez limite na direção considerada ($\lambda > \lambda_1$); caso contrário, não considerar ($\lambda \leq \lambda_1$).

f) Momento de 2ª ordem pelo método do pilar-padrão com curvatura aproximada

Para calcular o momento máximo no pilar intermediário, precisamos definir o valor do esforço adicional relativo à força normal (v), conforme a equação (3.11), e a curvatura da seção crítica ($1/r$), conforme a equação (3.10):

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v+0,5)} \leq \frac{0,005}{h}$$

Onde N_d é o valor da força normal de cálculo; A_c a área da seção transversal do pilar; f_{cd} a resistência de cálculo à compressão do concreto e h a dimensão do pilar na direção considerada.

Portanto, o momento máximo no pilar intermediário é calculado pela equações (3.29) e (3.30):

$$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} \geq M_{1d,A} \geq M_{1d,min}$$

Sendo $M_{1d,A}$ o maior momento fletor de 1ª ordem atuando nas extremidades do pilar, valor de cálculo; $M_{1d,min}$ o momento fletor mínimo; α_b o valor determinado de acordo com a vinculação no topo e na base do pilar (Item 3.8.1); N_d é o valor da força normal de cálculo; l_e o comprimento de flambagem do pilar e $1/r$ a curvatura da seção crítica.

g) Armadura longitudinal

Define-se o valor do momento adimensional μ pela equação (3.36):

$$\mu = \frac{M_{d,tot}}{h A_c f_{cd}} = v \frac{e}{h}$$

Onde $M_{d,tot}$ é o valor do momento fletor total de cálculo; h é a dimensão do pilar na direção considerada; A_c a área da seção transversal do pilar; e a excentricidade na direção considerada e f_{cd} a resistência de cálculo à compressão do concreto.

No ábaco de Venturini (1987) escolhemos uma disposição construtiva para a armadura do pilar em função de d'/h , lembrando que d' é calculado em função do cobrimento (c), diâmetro do estribo (ϕ_t) e da armadura longitudinal (ϕ_l), conforme a equação (3.37):

$$d' = c + \phi_t + \frac{\phi_l}{2}$$

De posse dos valores v e μ , já calculados, definimos o valor da taxa mecânica (ω) no ábaco. A área de aço do pilar é determinada pela equação (3.38):

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}}$$

h) Verificações

Após a conclusão de todos os cálculos apresentados, é imprescindível realizar algumas verificações, esta etapa de validação é crucial para garantir que os parâmetros calculados estejam em conformidade com a ABNT NBR 6118: 2023.

O método de cálculo usado, Método do Pilar-Padrão com Curvatura Aproximada, exige que o valor do índice de esbeltez (λ) não ultrapasse 90 nos dois eixos principais (Item 3.9.2.1).

$$\lambda \leq 90$$

A seção transversal do pilar pode apresentar dimensões entre 14 cm a 19 cm, porém, a área da seção transversal do pilar (A_c) não pode ser inferior a 360 cm² (Item 3.11).

$$A_c \geq 360 \text{ cm}^2$$

A área encontrada para a armadura longitudinal (A_s) deve seguir valores limites pré-determinados, ou seja, tem que ser maior que a área mínima ($A_{s,\text{mín}}$) e menor que a área máxima ($A_{s,\text{máx}}$), estabelecida no Item 3.12.2.1.

$$A_{s,\text{mín}} \leq A_s \leq A_{s,\text{máx}}$$

Lembrando que, a área mínima é dada pela equação (3.42) e a área máxima pela equação (3.43), assim:

$$A_{s,\text{mín}} = (0,15 N_d / f_{yd}) \geq 0,004 A_c$$

$$A_{s,\text{máx}} = 0,08 A_c$$

O diâmetro das barras longitudinais devem não devem ser menores do que 10 mm e nem superiores a 1/8 da menor dimensão da seção transversal, conforme a equação (3.44):

$$10 \text{ mm} \leq \phi_l \leq \frac{b}{8}$$

Por fim, o diâmetro dos estribos deve ser superior a 5 mm e 1/4 do diâmetro da barra longitudinal, equação (3.47).

$$\phi_t = \begin{cases} 5 \text{ mm} \\ \phi_l/4 \end{cases}$$

4.7.2 Pilar de extremidade

O pilar de extremidade apresenta momento inicial em uma das direções resultado da ligação da viga com o pilar, podendo ocorrer as seguintes situações:

$$\begin{array}{ll} M_{ix} \neq 0 \rightarrow e_{ix} \neq 0 & \text{ou} \quad M_{ix} = 0 \rightarrow e_{ix} = 0 \\ M_{iy} = 0 \rightarrow e_{iy} = 0 & M_{iy} \neq 0 \rightarrow e_{iy} \neq 0 \end{array} \quad (4.3)$$

Basicamente o roteiro de cálculo do pilar de extremidade é igual ao do intermediário (item 4.7.1). No entanto, a determinação do momento de 1ª ordem, item “d”, apresenta diferenças significativas, o momento inicial resultante da ligação viga-pilar deve ser considerado em uma das direções principais, assim, o item passa a ser:

a) Momento de 1ª ordem.

Por se tratar de um pilar de extremidade, o momento de 1ª ordem de cálculo será:

$$M_{1d,A} = \begin{cases} M_{1k,A} \cdot \gamma_f \cdot \gamma_n \\ M_{1d,\min} \end{cases} \quad (4.4)$$

Sendo $M_{1d,A}$ o maior momento fletor de 1ª ordem atuando nas extremidades do pilar, valor de cálculo; $M_{1k,A}$ o maior momento fletor característico de 1ª ordem atuando nas extremidades do pilar; γ_f o coeficiente de ponderação das ações no ELU (Tabela 11.1 da NBR 6118:2023); γ_n o coeficiente de majoração da força normal (Tabela 1) e $M_{1d,\min}$ o momento fletor mínimo.

4.7.3 Pilar de canto

O pilar de canto apresenta momento fletor inicial nas duas direções principais, resultado da ligação da viga com o pilar, equação (4.5):

$$\begin{aligned} M_{ix} \neq 0 &\rightarrow e_{ix} \neq 0 \\ M_{iy} \neq 0 &\rightarrow e_{iy} \neq 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

a) Esforços solicitantes

A força normal de cálculo pode ser determinada pela equação (4.1):

$$N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k$$

Onde N_k é o valor da força normal característica do pilar; γ_f o coeficiente de ponderação das ações no ELU (Tabela 11.1 da NBR 6118:2023); γ_n o coeficiente de majoração da força normal (Tabela 1).

b) Índice de esbeltez para seção retangular, equação(3.22):

$$\lambda = \frac{\sqrt{12} \, l_e}{h}$$

Sendo l_e o comprimento de flambagem do pilar e h a dimensão do pilar na direção considerada.

c) Momento fletor mínimo, equação (3.16):

$$M_{1d,min} = N_d(0,015+0,03h)$$

No qual N_d é o valor da força normal de cálculo e h a dimensão do pilar na direção considerada.

d) Momento de 1ª ordem.

Por se tratar de um pilar de canto, o momento de 1ª ordem no pilar será dado pela equação (4.4):

$$M_{1d,A} = \begin{cases} M_{1k,A} \cdot \gamma_f \cdot \gamma_n \\ M_{1d,\min} \end{cases}$$

Sendo $M_{1d,A}$ o maior momento fletor de 1ª ordem atuando nas extremidades do pilar, valor de cálculo; $M_{1k,A}$ o maior momento fletor característico de 1ª ordem atuando nas extremidades do pilar no eixo considerado; γ_f o coeficiente de ponderação das ações no ELU (Tabela 11.1 da NBR 6118:2023); γ_n o coeficiente de majoração da força normal (Tabela 1) e $M_{1d,\min}$ o momento fletor mínimo.

e) Esbeltez limite, dado pela equação (3.24):

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b}$$

Sendo $35 \leq \lambda_1 \leq 90$; e_1 o valor da excentricidade de 1ª ordem; α_b o valor determinado de acordo com a vinculação no topo e na base do pilar (Item 3.8.1).

Os efeitos de 2ª ordem são considerados quando o valor da esbeltez do pilar é maior do que a esbeltez limite ($\lambda > \lambda_1$). No dimensionamento do pilar de canto, se houver a necessidade de considerar os efeitos de 2ª ordem em um dos eixos (x ou y), obrigatoriamente deverá ser calculado os efeitos para o outro eixo.

Os efeitos não são considerados quando, nos dois eixos principais (x e y), o valor da esbeltez for menor que a esbeltez limite ($\lambda \leq \lambda_1$).

f) Momento de 2ª ordem pelo método do pilar-padrão com curvatura aproximada

Para calcular o momento máximo no pilar intermediário, precisamos definir o valor do esforço adicional relativo à força normal (ν), conforme a equação (3.11), e a curvatura da seção crítica ($1/r$), conforme a equação (3.10):

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v+0,5)} \leq \frac{0,005}{h}$$

Onde N_d é o valor da força normal de cálculo; A_c a área da seção transversal do pilar; f_{cd} a resistência de cálculo à compressão do concreto e h a dimensão do pilar na direção considerada.

Portanto, o momento máximo no pilar intermediário é calculado pela equações (3.29) e (3.30):

$$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} \geq M_{1d,A} \geq M_{1d,min}$$

Sendo $M_{1d,A}$ o maior momento fletor de 1ª ordem atuando nas extremidades do pilar, valor de cálculo; $M_{1d,min}$ o momento fletor mínimo; α_b o valor determinado de acordo com a vinculação no topo e na base do pilar (Item 3.8.1); N_d é o valor da força normal de cálculo; l_e o comprimento de flambagem do pilar e $1/r$ a curvatura da seção crítica.

g) Armadura longitudinal

Define-se o valor do momento adimensional μ pela equação (3.36):

$$\mu = \frac{M_{d,tot}}{h A_c f_{cd}} = v \frac{e}{h}$$

Onde $M_{d,tot}$ é o valor do momento fletor total de cálculo; h é a dimensão do pilar na direção considerada; A_c a área da seção transversal do pilar; f_{cd} a resistência de cálculo à compressão do concreto e e a excentricidade na direção considerada.

Fazendo uso do ábaco de Pinheiro, Baraldi e Porem (1994) escolhemos uma disposição construtiva para a armadura do pilar em função de d'_x/h e d'_y/h , lembrando

que d' é calculado em função do cobrimento (c), diâmetro do estribo (ϕ_t) e da armadura longitudinal (ϕ_l), conforme a equação (3.37):

$$d' = c + \phi_t + \frac{\phi_l}{2}$$

Após determinar os valores das relações d'_x/h e d'_y/h , e selecionado o arranjo construtivo do pilar, o ábaco correspondente é utilizado para obter o valor da taxa mecânica (ω). Com esse valor, a área de aço do pilar é calculada pela equação (3.38):

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}}$$

h) Verificações

Após a conclusão de todos os cálculos apresentados, é imprescindível realizar algumas verificações, esta etapa de validação é crucial para garantir que os parâmetros calculados estejam em conformidade com a ABNT NBR 6118: 2023.

O método de cálculo usado, Método do Pilar-Padrão com Curvatura Aproximada, exige que o valor do índice de esbeltez (λ) não ultrapasse 90 nos dois eixos principais (Item 3.9.2.1).

$$\lambda \leq 90$$

A seção transversal do pilar pode apresentar dimensões entre 14 cm a 19 cm, porém, a área da seção transversal do pilar (A_c) não pode ser inferior a 360 cm² (Item 3.11).

$$A_c \geq 360 \text{ cm}^2$$

A área encontrada para a armadura longitudinal (A_s) deve seguir valores limites pré-determinados, ou seja, tem que ser maior que a área mínima ($A_{s,\min}$) e menor que a área máxima ($A_{s,\max}$), estabelecida no Item 3.12.2.1.

$$A_{s,\text{mín}} \leq A_s \leq A_{s,\text{máx}}$$

Lembrando que, a área mínima é dada pela equação (3.42) e a área máxima pela equação (3.43), assim:

$$A_{s,\text{mín}} = (0,15 N_d / f_{yd}) \geq 0,004 A_c$$

$$A_{s,\text{máx}} = 0,08 A_c$$

O diâmetro das barras longitudinais devem não devem ser menores do que 10 mm e nem superiores a 1/8 da menor dimensão da seção transversal, conforme a equação (3.44):

$$10\text{mm} \leq \phi_l \leq \frac{b}{8}$$

Por fim, o diâmetro dos estribos deve ser superior a 5 mm e 1/4 do diâmetro da barra longitudinal, equação (3.47).

$$\phi_t = \begin{cases} 5 \text{ mm} \\ \phi_l / 4 \end{cases}$$

5 VALIDAÇÃO DE RESULTADOS OBTIDOS COM A PLANILHA

Os resultados das planilhas serão validados por meio da comparação com exemplos apresentados na literatura, buscando identificar possíveis discrepâncias e assegurar a precisão dos cálculos.

5.1 Exemplos da literatura

Foram utilizados resultados de exemplos da literatura do Bastos (2015), Gonçalves (2019) e do Fusco (1981) e comparados com os resultados obtidos nas planilhas por meio de tabelas para facilitar a compreensão.

Devido ao extenso número de exercícios realizados, optou-se por destacar os exercícios mais relevantes, que melhor contribuem para análise e discussão dos resultados.

5.1.1 Pilares intermediários

A Tabela 7 apresenta uma análise comparativa entre o valor da área de aço calculado no exercício apresentado por Bastos (2015, p. 81), conforme o Anexo A, e a área de aço gerada por uma planilha eletrônica. Os valores de entrada de dados são: $N_k = 700$ kN; $h_x = 15$ cm; $h_y = 50$ cm; $c = 2,5$ cm; $l_{ex} = l_{ey} = 280$ cm; $f_{ck} = 30$ MPa e $f_{yk} = 500$ MPa.

Tabela 7 – Exemplo número 1 de pilar intermediário.

Pilar Intermediário	Bastos (2015, p. 81)		Planilha Eletrônica	
	x	y	x	y
N_d	1.176,00 kN		1.176,00 kN	
λ	64,60	19,40	64,66	19,40
$M_{d,tot}$	4.791,00	-	4.788,29	3.528,00
	kN.cm		kN.cm	kN.cm
Ábaco	A-5	-	A-5	A-25
ω	0,69	-	0,69	0,18
$A_{s,cal}$	25,49 cm ²		25,51 cm ²	
Nº barras cal.	14 ϕ 16mm		14 ϕ 16mm	
A_s	28,00 cm ²		28,15 cm ²	

Fonte: Autor (2025).

Na sequência, a Tabela 8 retrata o exemplo 15.2.2 apresentado por Bastos (2015, p. 37), conforme o Anexo B, que apresenta um pilar com uma elevada força de compressão, comparada ao exemplo anterior. Assim, os valores de entrada de dados

são: $N_k = 1.071 \text{ kN}$; $h_x = 50 \text{ cm}$; $h_y = 20 \text{ cm}$; $c = 2,7 \text{ cm}$; $l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$; $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ e $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$.

Tabela 8 – Exemplo número 2 de pilar intermediário.

Pilar Intermediário	Bastos (2015, p. 37)		Planilha Eletrônica	
	x	y	x	y
N_d	1.500,00 kN		1.499,40	
λ	19,40	48,40	19,40	48,50
$M_{d,tot}$	4.500,00	5.047,00	4.498,20	5.045,27
	kN.cm	kN.cm	kN.cm	kN.cm
Ábaco	A-25	A-4	A-25	A-4
ω	0,38	0,78	0,39	0,80
$A_{s,cal}$	25,63 cm ²		26,29 cm ²	
Nº barras cal.	-		14 ϕ 16mm	
A_s	-		28,15 cm ²	

Fonte: Autor (2025).

Já a Tabela 9, retrata o exemplo 1, do item 8.1 demonstrado por Gonçalves (2019, p. 56), conforme o Anexo C, com os seguintes dados de entrada: $N_k = 500 \text{ kN}$; $h_x = 20 \text{ cm}$; $h_y = 40 \text{ cm}$; $c = 3,0 \text{ cm}$; $l_{ex} = l_{ey} = 300 \text{ cm}$; $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ e $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$.

Tabela 9 – Exemplo número 3 de pilar intermediário.

Pilar Intermediário	Gonçalves (2019, p. 56)		Planilha Eletrônica	
	x	y	x	y
N_d	700,00 kN		700,00 kN	
λ	51,90	26,00	51,96	25,98
$M_{d,tot}$	3.045,00	1.890,00	3.045,00	1.890,00
	kN.cm	kN.cm	kN.cm	kN.cm
Ábaco	A-4	-	A-4	A-25
ω	0,03	-	0,03	0,00
$A_{s,cal}$	3,20 cm ²		3,20 cm ²	
Nº barras cal.	6 ϕ 10mm		6 ϕ 10mm	
A_s	-		4,71 cm ²	

Fonte: Autor (2025).

Diferentemente da tabela acima, a Tabela 10 mostra um pilar com um alto comprimento de flambagem, ou seja, mais esbelto e com maior chance de sofrer consequências de efeitos de 2ª ordem de acordo com o Anexo C. Este tipo de pilar deve ser cuidadosamente dimensionado e seus valores de entrada são: $N_k = 500 \text{ kN}$; $h_x = 20 \text{ cm}$; $h_y = 30 \text{ cm}$; $c = 2,7 \text{ cm}$; $l_{ex} = l_{ey} = 450 \text{ cm}$; $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ e $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$.

Tabela 10 – Exemplo número 4 de pilar intermediário.

Pilar Intermediário	Gonçalves (2019, p. 62)		Planilha Eletrônica	
	x	y	x	y
N_d	700,00 kN		700,00 kN	
λ	77,90	51,90	77,94	51,96
$M_{d,tot}$	4.543,00	3.731,00	4.542,62	3728,41
	kN.cm	kN.cm	kN.cm	kN.cm
Ábaco	A-4	-	A-4	A-25
ω	0,58	-	0,58	0,25
$A_{s,cal}$	14,29 cm ²		14,29 cm ²	
Nº barras cal.	8 ϕ 16mm		8 ϕ 16mm	
A_s	-		16,08 cm ²	

Fonte: Autor (2025).

5.1.2 Pilares de extremidade

Agora vamos analisar alguns exemplos de pilares de extremidade. A Tabela 11 faz a comparação com o exercício de Bastos (2015, p. 83), Anexo A, utilizando os seguintes valores de entrada de dados: $N_k = 650$ kN; $M_{1k,A,y} = -M_{1k,B,y} = 1.982,00$ kN.cm; $h_x = 50$ cm; $h_y = 15$ cm; $c = 2,5$ cm; $l_{ex} = l_{ey} = 280$ cm; $f_{ck} = 30$ MPa e $f_{yk} = 500$ MPa.

Tabela 11 – Exemplo número 1 de pilar de extremidade.

Pilar Extremidade	Bastos (2015, p. 83)		Planilha Eletrônica	
	x	y	x	y
N_d	1.092,00 kN		1.092,00 kN	
λ	19,40	64,60	19,40	64,66
$M_{d,tot}$	3.276,00	3.330,00	3.276,00	3.329,76
	kN.cm	kN.cm	kN.cm	kN.cm
Ábaco	-	A-5	A-24	A-5
ω	-	0,38	0,00	0,38
$A_{s,cal}$	14,04 cm ²		14,05 cm ²	
Nº barras cal.	12 ϕ 12,5mm		12 ϕ 12,5mm	
A_s	15,00 cm ²		14,73 cm ²	

Fonte: Autor (2025).

A Tabela 12 mostra um pilar de elevada esbeltez associado a uma carga axial considerável. Vale ressaltar que pilares esbeltos têm maior risco a flambar e menor capacidade de suportar cargas.

O exemplo em questão é o 16.2.2, segundo Bastos (2015, p. 46), Anexo B, os valores de entrada de dados são: $N_k = 1.110$ kN; $M_{1k,A,x} = -M_{1k,B,x} = 2.328,57$ kN.cm; $h_x = 70$ cm; $h_y = 20$ cm; $c = 2,5$ cm; $l_{ex} = l_{ey} = 460$ cm; $f_{ck} = 20$ MPa e $f_{yk} = 500$ MPa.

Tabela 12 – Exemplo número 2 de pilar de extremidade.

Pilar Extremidade	Bastos (2015, p. 46)		Planilha Eletrônica	
	x	y	x	y
N_d	1.554,00 kN		1.554,00 kN	
λ	22,70	79,60	22,76	79,67
$M_{d,tot}$	5.594,40	9.685,40	5.594,40	9.700,88
	kN.cm	kN.cm	kN.cm	kN.cm
Ábaco	A-24	A-4	A-24	A-4
ω	0,08	0,79	0,05	0,78
$A_{s,cal}$	36,34 cm ²		35,88 cm ²	
Nº barras cal.	-		12 ϕ 20mm	
A_s	-		37,70 cm ²	

Fonte: Autor (2025).

A Tabela 13 é o exemplo 8.3.1 apresentado por Fusco (1981, p. 297), de acordo com o Anexo D, com os seguintes valores de entrada: $N_k = 1.110$ kN; $M_{1k,A,x} = -M_{1k,B,x} = 1.550,00$ kN.cm; $h_x = 25$ cm; $h_y = 70$ cm; $c = 2,88$ cm; $l_{ex} = l_{ey} = 280$ cm; $f_{ck} = 15$ MPa e $f_{yk} = 500$ MPa.

Tabela 13 – Exemplo número 3 de pilar de extremidade.

Pilar Extremidade	Fusco (1982, p. 297)		Planilha Eletrônica	
	x	y	x	y
N_d	1.554,00 kN		1.554,00 kN	
λ	38,80	-	38,80	13,86
$M_{d,tot}$	5.280,00	-	5.330,24	5.594,40
	kN.cm		kN.cm	kN.cm
Ábaco		-	A-3	A-24
ω	0,31	-	0,31	0,10
$A_{s,cal}$	13,40 cm ²		13,37 cm ²	
Nº barras cal.	12 ϕ 12,5mm		12 ϕ 12,5mm	
A_s	15,00 cm ²		14,73 cm ²	

Fonte: Autor (2025).

5.1.3 Pilares de canto

Considerando agora os pilares de canto, iremos comparar os resultados de dois exercícios utilizando a tabela eletrônica de dimensionamento de pilar de canto. A Tabela 14 faz comparação com o exercício fornecido por Bastos (BASTOS, 2015, p. 93), conforme o Anexo A, com os seguintes dados de entrada: $N_k = 130$ kN; $M_{1k,A,x} = -M_{1k,B,x} = 1.815,00$ kN.cm; $M_{1k,A,y} = -M_{1k,B,y} = 858,60$ kN.cm; $h_x = 25$ cm; $h_y = 19$ cm; $c = 3,50$ cm; $l_{ex} = l_{ey} = 280$ cm; $f_{ck} = 30$ MPa e $f_{yk} = 500$ MPa.

Tabela 14 – Exemplo número 1 de pilar canto.

Pilar Canto	Bastos (2015, p. 93)		Planilha Eletrônica	
	x	y	x	y
N_d	182,00 kN		182,00 kN	
λ	38,90	51,00	38,80	51,00
$M_{d,tot}$	2.541,00 kN.cm	1.202,00 kN.cm	2.541,00 kN.cm	1.202,04 kN.cm
Arranjo	1		1	
Ábaco	A-67		A-67	
ω	0,19		0,20	
$A_{s,cal}$	4,45 cm ²		4,68 cm ²	
Nº barras cal.	4 ϕ 12,5mm		4 ϕ 12,5mm	
A_s	5,00 cm ²		4,91 cm ²	

Fonte: Autor (2025).

Para finalizar, a Tabela 15 trata-se do exemplo 8.4.1 do Fusco (1981, p. 313), de acordo com o Anexo D. Os valores de entrada de dados são: $N_k = 820$ kN; $M_{1k,A,x} = -M_{1k,B,x} = 1.458,00$ kN.cm; $M_{1k,A,y} = -M_{1k,B,y} = 1.233,00$ kN.cm; $h_x = 25$ cm; $h_y = 50$ cm; $c = 2,70$ cm; $l_{ex} = l_{ey} = 280$ cm; $f_{ck} = 15$ MPa e $f_{yk} = 500$ MPa.

Tabela 15 – Exemplo número 2 de pilar canto.

Pilar Canto	Fusco (1982, p. 313)		Planilha Eletrônica	
	x	y	x	y
N_d	1.148,00 kN		1.148,00 kN	
λ	38,80	-	38,80	19,40
$M_{d,tot}$	-	-	3.909,33 kN.cm	4.107,17 kN.cm
Arranjo	4		4	
Ábaco	-		A-46	
ω	0,49		0,49	
$A_{s,cal}$	15,07 cm ²		15,09 cm ²	
Nº barras cal.	8 ϕ 16mm		8 ϕ 16mm	
A_s	16,00 cm ²		16,08 cm ²	

Fonte: Autor (2025).

5.2 Viabilidade da planilha eletrônica

A análise dos exemplos apresentados nas tabelas revelou que o dimensionamento da área de aço dos pilares é diretamente influenciado pelo esforço normal de compressão (N_d) e pelo comprimento de flambagem do pilar (l_e).

A área de aço calculada para um pilar é fortemente determinada pela carga de compressão aplicada. A diferença entre as cargas de 182,00 kN (Tabela 14) e 1.148,00 kN (Tabela 15) resultou em uma variação de 222,44% na área de aço, que passou de 4,68 cm² para 15,09 cm².

A principal distinção entre a Tabela 9 e Tabela 10 reside nos comprimentos de flambagem utilizados como dados de entrada: 300 cm e 450 cm, respectivamente. Essa variação resulta em uma discrepância significativa nas áreas de aço calculadas, com 3,20 cm² na Tabela 9 e 14,29 cm² na Tabela 10. O aumento de 50% do comprimento de flambagem resultou em um crescimento percentual de 340,31%. Ou seja, quanto maior o comprimento de flambagem de um pilar, maior a sua tendência a flambar.

Os dois fatores preponderantes são vistos no exemplo da Tabela 12, no qual o esforço normal é de 1.554,00 kN e o comprimento de flambagem é de 460 cm, resultando em uma área de aço de 35,88 cm².

A Tabela 16 compara todas as áreas de aço encontradas usando as planilhas e as confronta com os valores encontrados na literatura. Os resultados são referentes a pilares intermediários, de extremidades e de canto.

Tabela 16 – Comparação de área de aço: literatura e planilhas.

Identificação do Pilar	Bibliografia	Página	Área de aço calculada		Diferença	
			Literatura (cm ²)	Planilha (cm ²)	cm ²	%
Intermediário	Bastos	33	12,49	12,81	0,32	2,50
	Bastos	37	25,63	26,29	0,66	2,51
	Bastos	78	32,76	32,78	0,02	0,06
	Bastos	81	25,49	25,51	0,02	0,08
	Gonçalves	56	3,20	3,20	0	0,00
	Gonçalves	62	14,29	14,29	0	0,00
	Fusco	279	31,50	30,02	1,48	4,70
Extremidade	Bastos	41	18,40	18,40	0	0,00
	Bastos	46	36,34	35,88	0,46	1,27
	Bastos	51	7,36	7,36	0	0,00
	Bastos	83	14,04	14,05	0,01	0,07
	Gonçalves	69	4,00	4,00	0	0,00
	Gonçalves	73	4,00	4,00	0	0,00
	Fusco	297	13,40	13,37	0,03	0,22
	Fusco	304	26,30	25,01	1,29	4,90
Canto	Bastos	59	16,43	16,43	0	0,00
	Bastos	62	29,90	29,90	0	0,00
	Bastos	67	3,94	3,94	0	0,00
	Bastos	93	4,45	4,68	0,23	4,91
	Fusco	313	15,07	15,09	0,02	0,13
	Fusco	321	23,10	22,49	0,61	2,64

Fonte: Autor (2025).

Mediante a comparação dos resultados, podemos observar que, na maior parte dos exemplos, a diferença da área de aço calculada é mínima. Isso se dá principalmente pela escolha do valor da taxa mecânica através dos ábacos e aos critérios de arredondamentos usados nas bibliografias.

A análise comparativa revela uma maior divergência nos exemplos apresentados por Fusco (1981). O cálculo à sua época tinha como referência a NB-1: Cálculo e Execução de Obras de Concreto Armado – Procedimento (1978), o que explica a maior diferença nos valores de área de aço comparados aos outros exemplos.

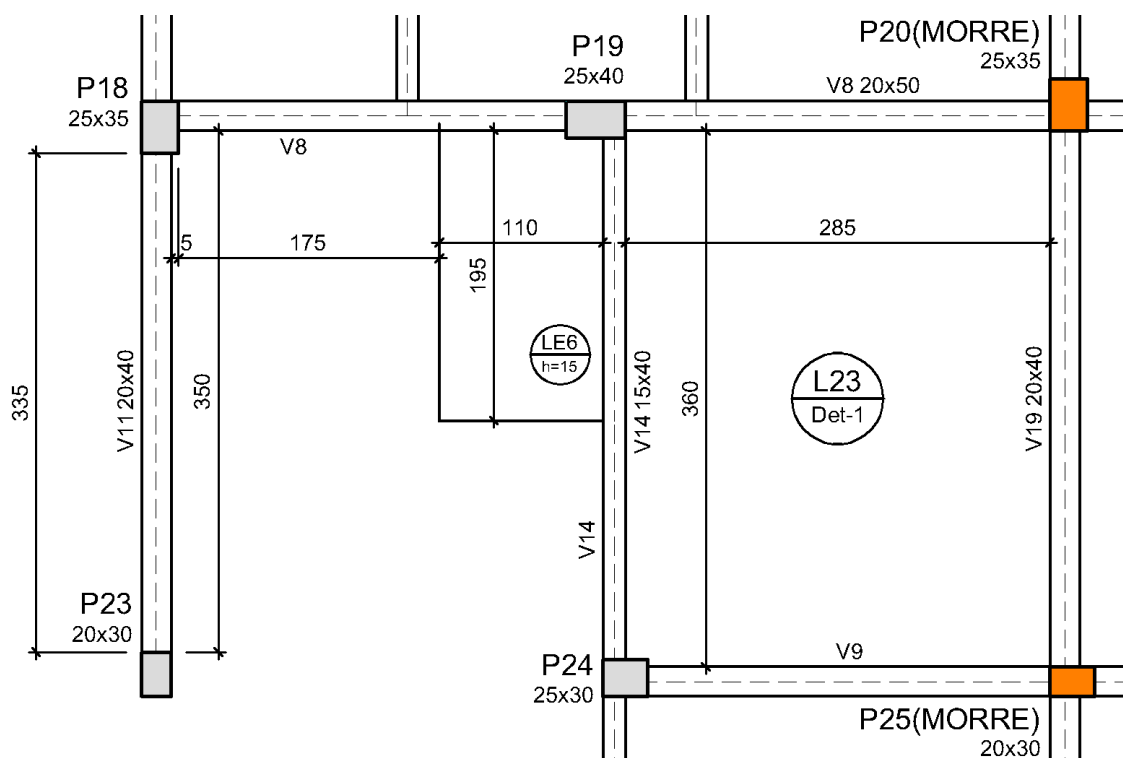
6 ESTUDO DE CASO

O presente estudo de caso analisa o projeto estrutural de uma residência unifamiliar de dois pavimentos, localizada na cidade de Colatina, ES, desenvolvido pelo engenheiro civil Morello (2024). O objetivo principal é comparar o dimensionamento do pilar mais exigido do projeto, desenvolvido no software Eberick (2025), com os resultados obtidos por meio de planilhas eletrônicas elaboradas para este trabalho.

A residência, com área total de 850 m², foi projetada com um sistema estrutural em concreto armado. O projeto original enfrentou desafios específicos relacionados à otimização da disposição dos pilares no sobrado, bem como à garantia da segurança estrutural, o que o torna um caso relevante para a análise comparativa proposta neste trabalho.

A residência apresenta um total de 28 pilares e o objeto de estudo será o pilar P19, apresentado na Figura 24. O Anexo F detalha a disposição dos pilares na residência unifamiliar através da planta de forma do pavimento térreo.

Figura 24 – Pilar 19.



Fonte: adaptado da planta de forma da do pavimento térreo (2025).

O pilar P19 destaca-se como o elemento mais exigido do projeto estrutural da residência, conforme identificado pelo software Eberick (2025). As solicitações e a área de aço necessária para o pilar, detalhadas na Tabela 17, foram obtidas diretamente no programa estrutural. O Anexo E contém o conjunto de imagens detalhadas do pilar estudado.

Conjunto de imagens fornecidas pelo Eberick (2025) do pilar P19

Tabela 17 – Solicitações e área de aço do pilar 19.

Esforços de cálculo:

$$N_d = 35,99 \text{ tf} = 352,94 \text{ kN}$$

$$M_{B_d \text{ topo}} = 2,79 \text{ kN.m} = 279,00 \text{ kN.cm}$$

$$M_{B_d \text{ base}} = 1,42 \text{ kN.m} = 142,00 \text{ kN.cm}$$

$$M_{H_d \text{ topo}} = 27,10 \text{ kN.m} = 2710 \text{ kN.cm}$$

$$M_{H_d \text{ base}} = 13,70 \text{ kN.m} = 1370 \text{ kN.cm}$$

Situação do pilar:

$$A_{s \text{ efetivo}} = 4,71 \text{ cm}^2$$

Barras: 6 ϕ 10mm

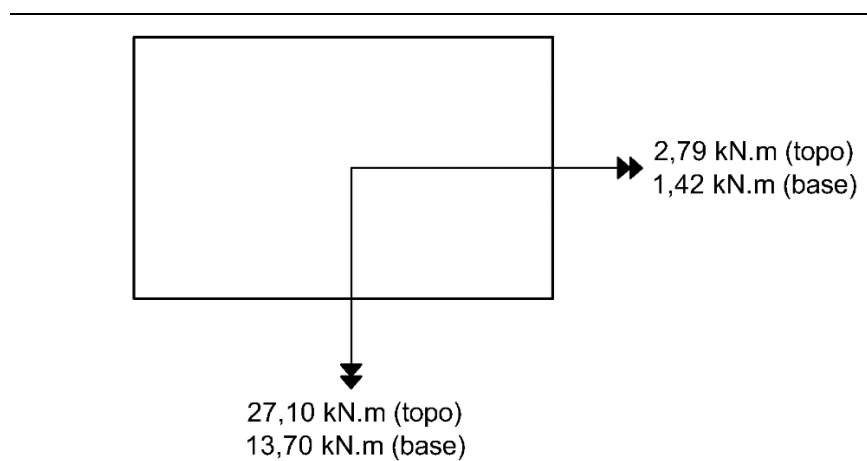
Estribo = ϕ 5,0 c/12

Fonte: Autor (2025).

Nota: Os momentos $M_{B_d \text{ topo}}$ e $M_{B_d \text{ base}}$ são valores de cálculo fornecidos pelo Eberick para o eixo x do pilar. Já os momentos $M_{H_d \text{ topo}}$ e $M_{H_d \text{ base}}$ são os momentos de cálculo para o eixo y.

A Figura 25 mostra os momentos que solicitam o pilar, tanto no topo, quanto na base, nos eixos x e y.

Figura 25 – Momentos no pilar P19.



Fonte: adaptado do Eberick (2025).

Após o processamento dos dados pelo programa estrutural, essas informações foram lançadas na planilha de cálculo para verificar a concordância da área de aço calculada em ambas as plataformas.

Os valores inseridos na planilha são característicos, ou seja, os esforços de cálculo fornecidos pelo Eberick e mostrados na Tabela 17 foram divididos pelo coeficiente de ponderação das ações no ELU ($\gamma_f=1,4$). Observe os valores lançados na planilha eletrônica de cálculo de pilares de canto e os resultados que ela fornece na Figura 26.

Figura 26 – Entrada e saída de dados do pilar P19 utilizando a planilha eletrônica.

ENTRADA DE DADOS		SAÍDA DE DADOS	
Carregamento		γ_n	1
Nk (kN)	252,1	Nd (kN)	353
$M_{1k,A,x}$ (kN.cm)	199,29	v	0,20
$M_{1k,B,x}$ (kN.cm)	101,43	d' (cm)	3,50
$M_{1k,A,y}$ (kN.cm)	1935,71	Direção x	
$M_{1k,B,y}$ (kN.cm)	978,57	Direção y	
Propriedades Geométricas		λ_x	28,1
hx (cm)	40	λ_y	44,9
hy (cm)	25	$M_{1d,min,x}$ (kN.cm)	952,94
c (cm)	2,50	$M_{1d,min,y}$ (kN.cm)	794,12
l_e (cm)	324	$e_{1x,min}$ (cm)	2,7
Propriedade dos Materiais		$e_{1y,min}$ (cm)	2,25
f_{ck} (MPa)	25	$M_{1d,A,x}$	952,9
f_{yk} (MPa)	500	$M_{1d,A,y}$	2710,0
$f_{yk,estribo}$ (MPa)	500	$M_{1d,B,x}$	952,9
Coeficientes de Ponderação		$M_{1d,B,y}$	1370,0
γ_f	1,4	$e_{1d,x}$	2,70
γ_s	1,15	$e_{1d,y}$	7,68
Bitolas		α_{bx}	1,00
ϕ_l (mm)	10	α_{by}	0,80
ϕ_t (mm)	5	λ_{1x}	35,00
Tipo de Vínculo		λ_{1y}	35,95
Pilares biapoiados sem cargas transversais		$M_{1d,C,x}$ (kN.cm)	952,94
Ábaco de Pinheiro		1/r	0,0001250
Arranjo	9	$M_{2d,max,x}$ (kN.cm)	463,13
Nº de barras	6	$M_{2d,max,y}$ (kN.cm)	741,00
Ábaco	A/B-42	e_{2x} (cm)	1,31
ω	0,00	e_{2y} (cm)	2,10
		$M_{d,tot,x}$ (kN.cm)	1416,07
		$M_{d,tot,y}$ (kN.cm)	2915,00
		μ_x	0,00
		μ_y	0,05
		d'_x/h_x	0,10
		d'_y/h_y	0,15
		Área de aço calculada (cm²)	
		4,71	
		Nº de barras calculado	
		6,00	
		Nº de barras usada - Arranjo	
		6	
		Área de aço usada (cm²)	
		4,71	
		Espaçamento longitudinal dos estribos (cm)	
		12	

Fonte: Autor (2025).

A área de aço encontrada na planilha eletrônica é igual à fornecida pelo programa estrutural, atestando a integridade do processo de dimensionamento.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

7.1 Conclusões

Este trabalho teve como objetivo desenvolver e validar planilhas eficientes para o cálculo de pilares retangulares de concreto armado utilizando o Método do Pilar Padrão de Curvatura Aproximada, de acordo com a ABNT NBR 6118: 2023.

A principal contribuição deste estudo foi a criação de uma ferramenta acessível e personalizável, que permite aos usuários adaptar os cálculos de acordo com suas necessidades específicas, abrangendo diferentes tipos de pilares e condições de carregamento. As planilhas oferecem interface intuitiva, facilitando a inserção de dados de entrada e a visualização clara dos resultados.

Os resultados obtidos com as planilhas foram comparados com exemplos da literatura e software de engenharia, revelando uma alta precisão e consistência nos valores de dimensionamento. Além disso, proporcionaram redução no tempo de dimensionamento e erros acumulados por cálculos manuais, facilitando o trabalho de engenheiros e estudantes, e reduzindo o tempo de projeto.

7.2 Sugestões para trabalhos futuros

Para trabalhos futuros, sugere-se a utilização de outros métodos de cálculo, como o método do pilar-padrão com rigidez k aproximada e o método do pilar padrão acoplado a diagramas M , N , $1/r$.

Automatizar a obtenção dos valores das taxas mecânicas (ω) diretamente dos ábacos de Venturini (1987), e Pinheiro, Baraldi e Porem (1994), eliminando a necessidade de consulta manual às literaturas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALTOQI. **Eberick**: software para projetos estruturais, Florianópolis/SC., 2025. Disponível em: <<https://www.altoqi.com.br/home>>. Acesso em: 2025.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto**. Rio de Janeiro, p. 242. 2023.

BASTOS, P. S. **Fundamentos do Concreto Armado**. Apostila do curso de Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil da Universidade Estadual Paulista. Bauru/SP, p. 90. 2023.

BASTOS, P. S. S. **Pilares de concreto armado**. Apostila do curso de Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil da Universidade Estadual Paulista. Bauru/SP, p. 100. 2015.

CARDOSO, C. A. P. **Dimensionamento de pilares esbeltos em flexão composta normal**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Maringá. Maringá/PR, p. 197. 2019.

FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto - Solicitações normais**. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981. 464 p.

GONÇALVES, F. D. R. **Manual prático para cálculo de pilares**. Teresina: [s.n.], 2019. 144 p.

MELO, C. E. L. **Análise experimental e numérica de pilares birrotulados de concreto armado submetidos a flexo-compressão normal**. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília. Brasília/DF, p. 415. 2009.

MIRANDA PINHEIRO, L.; TÚLIO BARALDI, L.; EDUARDO POREM, M. **Concreto Armado: Ábacos para Flexão Oblíqua**. São Carlos: Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1994. 294 p.

MORELLO, M. C. **Projeto Estrutural de Sobrado Residencial em Concreto Armado**. CREA-ES: 042175/D. Colatina/ES. 2024.

SCADELAI, M. A. **Dimensionamento de pilares de acordo com a NBR 6118:2003**. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Carlos. São Carlos/SP, p. 124. 2004.

SÉRGIO VENTURINI, W. **Dimensionamento de peças retangulares de concreto armado solicitadas à flexão reta**. São Carlos: Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia São Carlos - USP, 1987. 131 p.

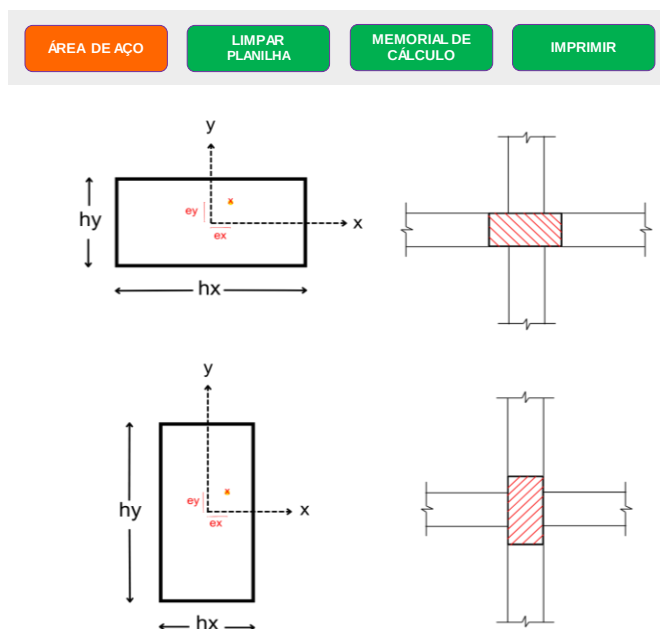
SILVA, M. J. M. **Análise numérica de pilares de concreto armado submetidos à flexo compressão**. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas. Campinas/SP. 2018.

SMANIOTTO, A. **Dimensionamento e detalhamento automático de pilares retangulares submetidos à flexão composta oblíqua**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis/SC, p. 220. 2005.

APÊNDICE A – INTERFACE DA PLANILHA UTILIZADA PARA DIMENSIONAR PILAR INTERMEDIÁRIO

PILAR INTERMEDIÁRIO

ENTRADA DE DADOS	
Carregamento	
Nk (kN)	700
Propriedades Geométricas	
hx (cm)	15
hy (cm)	50
c (cm)	2,5
le (cm)	280
Propriedade dos Materiais	
f_{ck} (MPa)	30
f_{yk} (MPa)	500
$f_{yk,estribo}$ (MPa)	500
Coeficientes de Ponderação	
γ_f	1,4
γ_s	1,15
Bitolas	
ϕ_l (mm)	16
ϕ_t (mm)	5
Tipo de Vínculo	
Pilares biapoiados sem cargas transversais	
Abaco de Venturini	
Abaco para ω_x	A-5
ω_x	0,69
Abaco para ω_y	A-25
ω_y	0,18



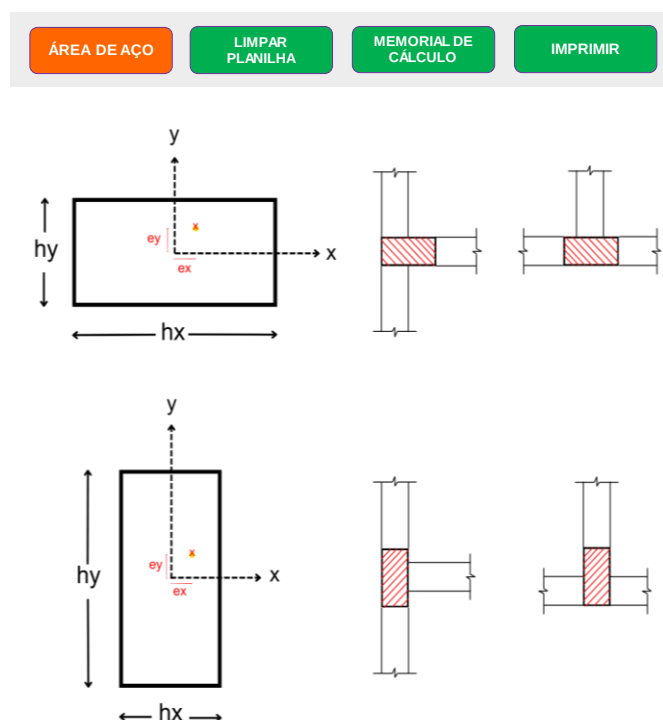
SAÍDA DE DADOS			
γ_n		1,2	
Nd (kN)		1176,00	
Direção x		Direção y	
λ_x	64,66	λ_y	19,40
$M_{1d,min,x}$ (kN.cm)	2293,20	$M_{1d,min,y}$ (kN.cm)	3528,00
$e_{1x,min}$ (cm)	1,95	$e_{1y,min}$ (cm)	3,00
α_{bx}	1	α_{by}	1
λ_{1x}	35	λ_{1y}	35
v_x	0,73	v_y	0,73
$1/r$	0,0002706	$1/r$	0,000000
$M_{2d,max,x}$ (kN.cm)	2495,09	$M_{2d,max,y}$ (kN.cm)	0,00
e_{2x} (cm)	2,12	e_{2y} (cm)	0,00
$M_{d,tot,x}$ (kN.cm)	4788,29	$M_{d,tot,y}$ (kN.cm)	3528,00
d'_x (cm)	3,80	d'_y (cm)	3,80
μ_x	0,20	μ_y	0,04
d'_x/h_x	0,25	d'_y/h_y	0,10
$A_{s,x}$ (cm²)	25,51	$A_{s,y}$ (cm²)	6,65
$A_{s,cal}$ - Área de aço calculada (cm²)			
25,51			
Nº de barras calculadas			
14			
A_s - Área de aço usada (cm²)			
28,15			
S - Espaçamento longitudinal dos estribos (cm)			
15			

VERIFICAÇÕES		
Esbeltez ($\lambda \leq 90$)		
Direção x	64,66	OK
Direção y	19,40	OK
Efeitos de 2º ordem.		
Direção x	CONSIDERAR!	
Direção y	NÃO CONSIDERAR!	
Área da seção transversal ($\geq 360 \text{ cm}^2$)		
A_c (cm²)	750	OK
Área de aço mínima		
$A_{s,min}$ (cm²)	4,06	OK
Área de aço máxima		
$A_{s,max}$ (cm²)	60,0	OK
Bitola das barras longitudinais		
$\phi_{l,min}$ (mm)	10	OK
$\phi_{l,max}$ (mm)	19	OK
Bitola dos estribos		
$\phi_{t,min}$ (mm)	5	OK

APÊNDICE B – INTERFACE DA PLANILHA UTILIZADA PARA DIMENSIONAR PILAR DE EXTREMIDADE

PILAR DE EXTREMIDADE

ENTRADA DE DADOS	
Carregamento	
Nk (kN)	1110,00
$M_{1k,A,x}$ (kN.cm)	2328,57
$M_{1k,B,x}$ (kN.cm)	-2328,57
$M_{1k,A,y}$ (kN.cm)	0
$M_{1k,B,y}$ (kN.cm)	0
Propriedades Geométricas	
hx (cm)	70
hy (cm)	20
c (cm)	2,50
I_e (cm)	460
Propriedade dos Materiais	
f_{ck} (MPa)	20
f_{yk} (MPa)	500
$f_{yk,estribo}$ (MPa)	500
Coeficientes de Ponderação	
γ_f	1,4
γ_s	1,15
Bitolas	
ϕ_l (mm)	20
ϕ_t (mm)	5
Tipo de Vínculo	
Pilares biapoiosados sem cargas transversais	
Ábaco de Venturini	
Ábaco para ω_x	A-24
ω_x	0,05
Ábaco para ω_y	A-4
ω_y	0,78



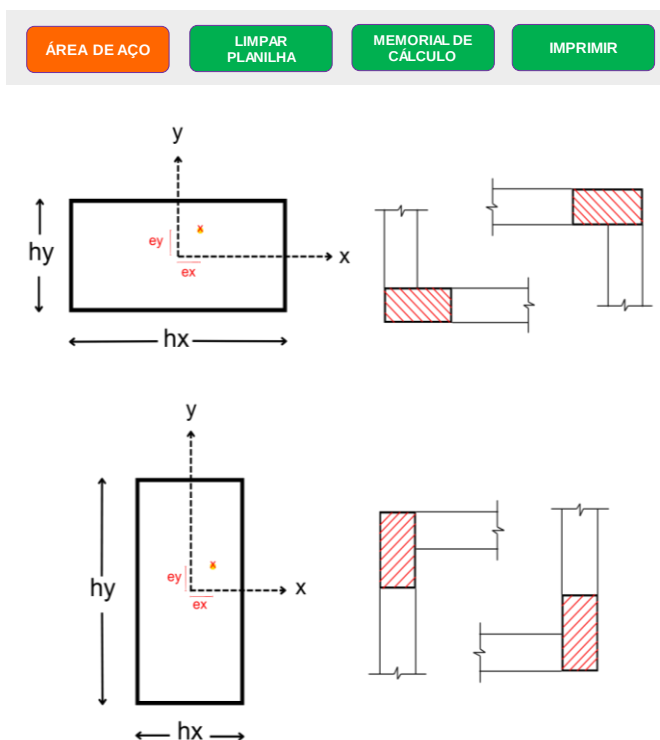
SAÍDA DE DADOS			
γ_n		1,00	
Nd (kN)		1554,00	
Direção x		Direção y	
λ_x	22,76	λ_y	79,67
$M_{1d,min,x}$ (kN.cm)	5594,40	$M_{1d,min,y}$ (kN.cm)	3263,40
$e_{1x,min}$ (cm)	3,60	$e_{1y,min}$ (cm)	2,10
$M_{1d,A,x}$	5594,4	$M_{1d,A,y}$	3263,4
$M_{1d,B,x}$	5594,4	$M_{1d,B,y}$	3263,4
$e_{1d,x}$	3,60	$e_{1d,y}$	2,10
α_{bx}	1,00	α_{by}	1,00
λ_{1x}	35,00	λ_{1y}	35,00
v_x	0,78	v_y	0,78
$M_{1d,C,x}$ (kN.cm)	5594,40	$M_{1d,C,y}$ (kN.cm)	3263,40
$1/r$	0,0000000	$1/r$	0,0001958
$M_{2d,max,x}$ (kN.cm)	0,00	$M_{2d,max,y}$ (kN.cm)	6437,48
e_{2x} (cm)	0,00	e_{2y} (cm)	4,14
$M_{d,tot,x}$ (kN.cm)	5594,40	$M_{d,tot,y}$ (kN.cm)	9700,88
d'_x (cm)	4,00	d'_y (cm)	4,00
μ_x	0,04	μ_y	0,24
d'_x/h_x	0,05	d'_y/h_y	0,20
$A_{s,x}$ (cm ²)	2,30	$A_{s,y}$ (cm ²)	35,88
$A_{s,cal}$ - Área de aço calculada (cm²)			
35,88			
Nº de barras calculadas			
12			
A_s - Área de aço usada (cm²)			
37,70			
S - Espaçamento longitudinal dos estribos (cm)			
20			

VERIFICAÇÕES		
Esbeltez ($\lambda \leq 90$)		
Direção x	22,76	OK
Direção y	79,67	OK
Efeitos de 2ª ordem		
Direção x	NÃO CONSIDERAR!	
Direção y	CONSIDERAR!	
Área da seção transversal (≥ 360 cm ²)		
A_c (cm ²)	1400	OK
Área de aço mínima		
$A_{s,min}$ (cm ²)	5,60	OK
Área de aço máxima		
$A_{s,max}$ (cm ²)	112,0	OK
Bitola das barras longitudinais		
$\phi_{l,min}$ (mm)	10	OK
$\phi_{l,max}$ (mm)	25	OK
Bitola dos estribos		
$\phi_{t,min}$ (mm)	5	OK

APÊNDICE C – INTERFACE DA PLANILHA UTILIZADA PARA DIMENSIONAR PILAR DE CANTO

PILAR DE CANTO

ENTRADA DE DADOS	
Carregamento	
Nk (kN)	130
$M_{1k,A,x}$ (kN.cm)	1815,00
$M_{1k,B,x}$ (kN.cm)	-1815,00
$M_{1k,A,y}$ (kN.cm)	858,60
$M_{1k,B,y}$ (kN.cm)	-858,60
Propriedades Geométricas	
hx (cm)	25
hy (cm)	19
c (cm)	3,50
l_e (cm)	280
Propriedade dos Materiais	
f_{ck} (MPa)	30
f_{yk} (MPa)	500
$f_{yk,estribo}$ (MPa)	500
Coeficientes de Ponderação	
γ_f	1,4
γ_s	1,15
Bitolas	
ϕ_l (mm)	12,5
ϕ_t (mm)	5
Tipo de Vínculo	
Pilares biapoiados sem cargas transversais	
Abaco de Pinheiro	
Arranjo	1
Nº de barras	4
Ábaco	A-67
ω	0,20



SAÍDA DE DADOS			
γ_n	1		
Nd (kN)	182		
v	0,18		
d' (cm)	4,63		
Direção x		Direção y	
λ_x	38,80	λ_y	51,05
$M_{1d,min,x}$ (kN.cm)	409,50	$M_{1d,min,y}$ (kN.cm)	376,74
$e_{1x,min}$ (cm)	2,25	$e_{1y,min}$ (cm)	2,07
$M_{1d,A,x}$	2541,0	$M_{1d,A,y}$	1202,0
$M_{1d,B,x}$	-2541,0	$M_{1d,B,y}$	-1202,0
$e_{1d,x}$	13,96	$e_{1d,y}$	6,60
α_{bx}	0,40	α_{by}	0,40
λ_{1x}	79,95	λ_{1y}	73,36
$M_{1d,C,x}$ (kN.cm)	1016,40	$M_{1d,C,y}$ (kN.cm)	480,82
$1/r$	0,0000000	$1/r$	0,0000000
$M_{2d,máx,x}$ (kN.cm)	0,00	$M_{2d,máx,y}$ (kN.cm)	0,00
e_{2x} (cm)	0,00	e_{2y} (cm)	0,00
$M_{d,tot,x}$ (kN.cm)	2541,00	$M_{d,tot,y}$ (kN.cm)	1202,04
μ_x	0,10	μ_y	0,05
d'_x/h_x	0,20	d'_y/h_y	0,25
$A_{s,cal}$ - Área de aço calculada (cm²)			
4,68			
Nº de barras calculadas			
3,82			
Nº de barras usadas - Arranjo			
4			
A_s - Área de aço usada (cm²)			
4,91			
S - Espaçamento longitudinal dos estribos (cm)			
15			

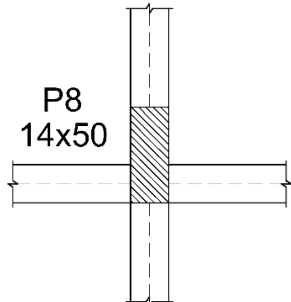
VERIFICAÇÕES		
Esbelteza ($\lambda \leq 90$)		
Direção x	38,80	OK
Direção y	51,05	OK
Efeitos de 2ª ordem		
Direção x	NÃO CONSIDERAR!	
Direção y	NÃO CONSIDERAR!	
Área da seção transversal ($\geq 360 \text{ cm}^2$)		
A_c (cm²)	475	OK
Área de aço mínima		
$A_{s,min}$ (cm²)	1,90	OK
Área de aço máxima		
$A_{s,máx}$ (cm²)	38,0	OK
Bitola das barras longitudinais		
$\phi_{l,min}$ (mm)	10	OK
$\phi_{l,máx}$ (mm)	24	OK
Bitola dos estribos		
$\phi_{t,min}$ (mm)	5	OK

ANEXO A – DIMENSIONAMENTO DE PILARES DE UMA EDIFICAÇÃO DE BAIXA ALTURA

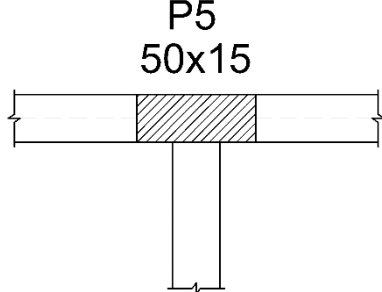
Exemplo do capítulo 21 de Bastos (2015, p. 76):

Dimensionamento dos pilares P8 (intermediário), P5 (extremidade) e P1 (canto) de uma edificação de pequeno porte e baixa altura, com três pavimentos e inserida na zona urbana de uma cidade litorânea com classe de agressividade ambiental III. A seguir são dados os valores para calcular os pilares:

Pilar intermediário P8:

PILAR INTERMEDIÁRIO P8		
Carregamento: $N_k = 700 \text{ kN}$	Prop. dos Materiais: $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$	Figura: pilar intermediário P8 
Prop. Geométricas: $h_x = 15 \text{ cm}$ $h_y = 50 \text{ cm}$ $c = 2,5 \text{ cm}$ $l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$	Coef. Ponderação: $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$ $\gamma_s = 1,15$	
Fonte: adaptado de Bastos (2015, p. 81)		

Pilar de extremidade P5:

PILAR DE EXTREMIDADE P5		
Carregamento: $N_k = 650 \text{ kN}$ $M_{1k,A,y} = 1.982,00 \text{ kN.cm}$ $M_{1k,B,y} = -1.982,00 \text{ kN.cm}$	Prop. dos Materiais: $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$	Figura: pilar de extremidade P5
Prop. Geométricas: $h_x = 50 \text{ cm}$ $h_y = 15 \text{ cm}$ $c = 2,5 \text{ cm}$ $l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$	Coef. Ponderação: $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$ $\gamma_s = 1,15$	
Fonte: adaptado de Bastos (2015, p. 83)		

Pilar de canto P1:

PILAR DE CANTO P1

Carregamento:

$$N_k = 130 \text{ kN}$$

$$M_{1k,A,x} = 1.815,00 \text{ kN.cm}$$

$$M_{1k,B,x} = -1.815,00 \text{ kN.cm}$$

$$M_{1k,A,y} = 858,60 \text{ kN.cm}$$

$$M_{1k,B,y} = -858,60 \text{ kN.cm}$$

Prop. Geométricas:

$$h_x = 25 \text{ cm}$$

$$h_y = 19 \text{ cm}$$

$$c = 3,5 \text{ cm}$$

$$l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$$

Prop. dos Materiais:

$$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$$

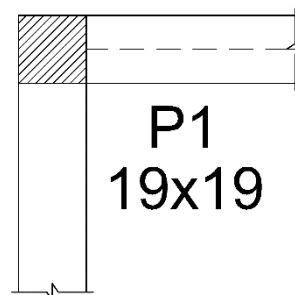
$$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$$

Coef. Ponderação:

$$\gamma_c = \gamma_f = 1,4$$

$$\gamma_s = 1,15$$

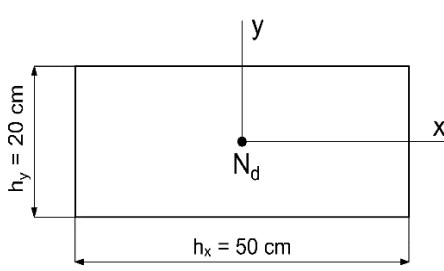
Figura: pilar de canto P1



Fonte: adaptado de Bastos
(2015, p. 93)

ANEXO B – EXEMPLOS APRESENTADOS POR BASTOS

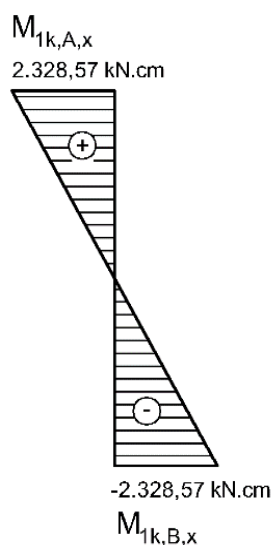
Exemplo 15.2.2 de Bastos (2015, p. 37):

PILAR INTERMEDIÁRIO		
Carregamento: $N_k = 1.071 \text{ kN}$	Prop. dos Materiais: $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$	Figura: pilar intermediário 
Prop. Geométricas: $h_x = 50 \text{ cm}$ $h_y = 20 \text{ cm}$ $c = 2,7 \text{ cm}$ $l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$	Coef. Ponderação: $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$ $\gamma_s = 1,15$	
Fonte: adaptado de Bastos (2015, p. 37)		

Exemplo 16.2.2 de Bastos (2015, p. 46):

PILAR DE EXTREMIDADE		
Carregamento: $N_k = 1.110 \text{ kN}$ $M_{1k,A,x} = 2.328,57 \text{ kN.cm}$ $M_{1k,B,x} = -2.328,57 \text{ kN.cm}$	Prop. Geométricas: $h_x = 70 \text{ cm}$ $h_y = 20 \text{ cm}$ $c = 2,5 \text{ cm}$ $l_{ex} = l_{ey} = 460 \text{ cm}$	Prop. dos Materiais: $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$ Coef. Ponderação: $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$ $\gamma_s = 1,15$

Figura: pilar de extremidade



Fonte: adaptado de Bastos (2015, p. 46)

ANEXO C – EXEMPLOS APRESENTADOS POR GONÇALVES

Exemplo 1 do item 8.1 de Gonçalves (2019, p. 56):

PILAR INTERMEDIÁRIO	
Carregamento: $N_k = 500 \text{ kN}$	Prop. dos Materiais: $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$
Prop. Geométricas: $h_x = 20 \text{ cm}$ $h_y = 40 \text{ cm}$ $c = 3,0 \text{ cm}$ $l_{ex} = l_{ey} = 300 \text{ cm}$	Coef. Ponderação: $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$ $\gamma_s = 1,15$

Figura: pilar intermediário

Fonte: adaptado de Gonçalves (2019, p. 56)

Exemplo 2 do item 8.2 de Gonçalves (2019, p. 62):

PILAR INTERMEDIÁRIO	
Carregamento: $N_k = 500 \text{ kN}$	Prop. dos Materiais: $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$
Prop. Geométricas: $h_x = 20 \text{ cm}$ $h_y = 30 \text{ cm}$ $c = 2,7 \text{ cm}$ $l_{ex} = l_{ey} = 450 \text{ cm}$	Coef. Ponderação: $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$ $\gamma_s = 1,15$

Figura: pilar intermediário

Fonte: adaptado de Gonçalves (2019, p. 62)

ANEXO D – EXEMPLOS APRESENTADOS POR FUSCO

Exemplo 8.3.1 do Fusco (1981, p. 297):

PILAR DE EXTREMIDADE

Carregamento:

$$N_k = 1.110 \text{ kN}$$

$$M_{1k,A,X} = 1.550,00 \text{ kN.cm}$$

$$M_{1k,B,X} = -1.550,00 \text{ kN.cm}$$

Prop. Geométricas:

$$h_x = 25 \text{ cm}$$

$$h_y = 70 \text{ cm}$$

$$c = 2,88 \text{ cm}$$

$$l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$$

Prop. dos Materiais:

$$f_{ck} = 15 \text{ MPa}$$

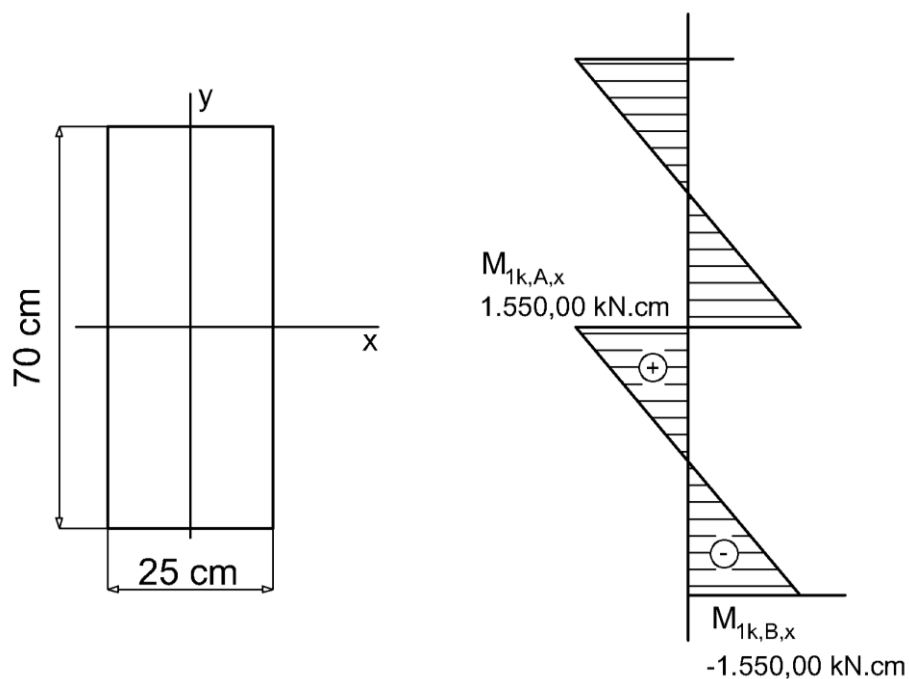
$$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$$

Coef. Ponderação:

$$\gamma_c = \gamma_f = 1,4$$

$$\gamma_s = 1,15$$

Figura: pilar de extremidade



Fonte: adaptado de Fusco (1981, p. 297)

Exemplo 8.4.1 do Fusco (1981, p. 313)

PILAR DE CANTO

Carregamento:

$N_k = 820 \text{ kN}$
 $M_{1k,A,x} = 1.458,00 \text{ kN.cm}$
 $M_{1k,B,x} = -1.458,00 \text{ kN.cm}$
 $M_{1k,A,y} = 1.233,00 \text{ kN.cm}$
 $M_{1k,B,y} = -1.233,00 \text{ kN.cm}$

Prop. Geométricas:

$h_x = 25 \text{ cm}$
 $h_y = 50 \text{ cm}$
 $c = 2,70 \text{ cm}$
 $l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$

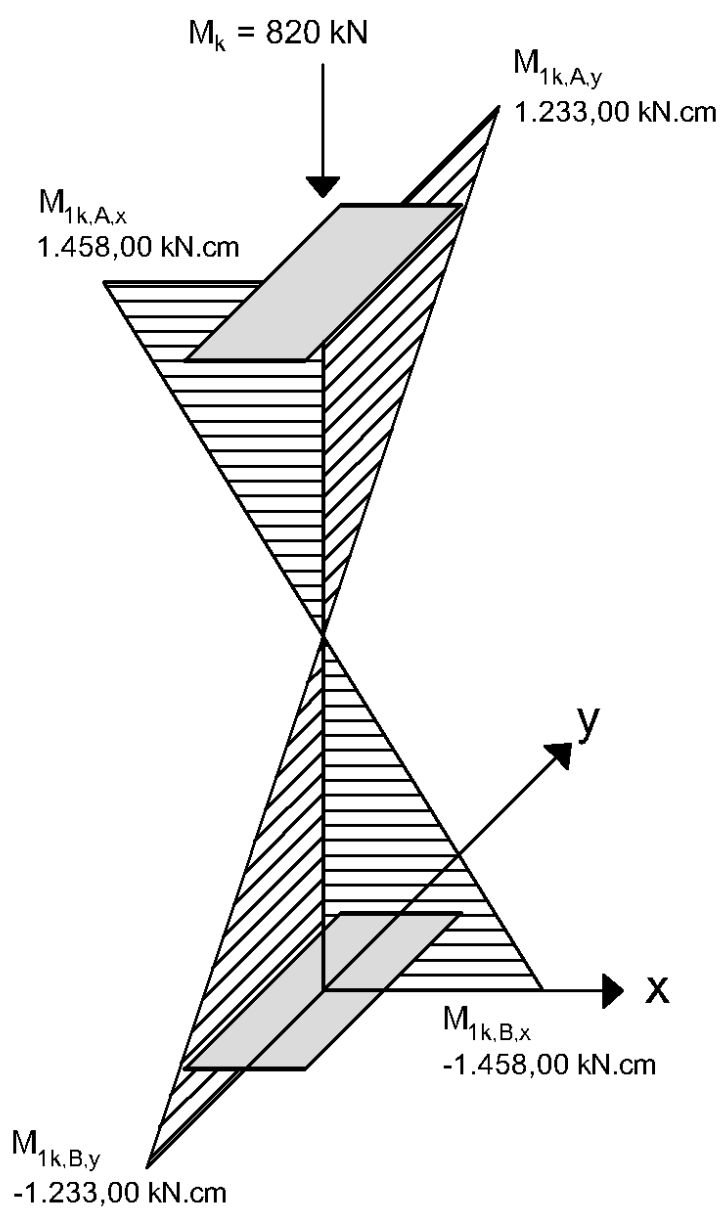
Prop. dos Materiais:

$f_{ck} = 15 \text{ MPa}$
 $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$

Coef. Ponderação:

$\gamma_c = \gamma_f = 1,4$
 $\gamma_s = 1,15$

Figura: pilar de canto

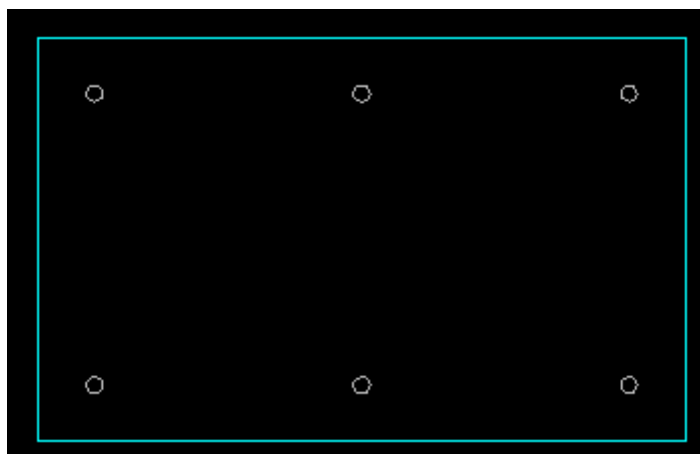
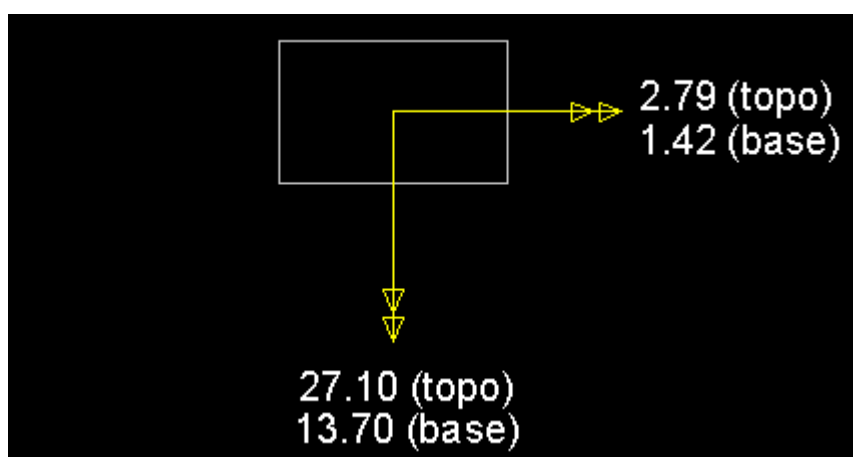


Fonte: Autor (2025).

ANEXO E – INTERFACE CONTENDO OS ESFORÇOS E RESULTADOS DO PILAR P19 NO EBERICK

Figura: Conjunto de imagens fornecidas pelo Eberick (2025) do pilar P19.

Esforços de cálculo:	Situação nos lances:	Situação do pilar:
Nd = 35.99 tf	Seção sup. = 25x40	Esbeltez maior = 44.84
MBd topo = 2.79 kN.m	Barras = 6 ø 10.0	Fd = 35.99 tf
MBd base = 1.42 kN.m	Esbeltez = 45.67	Barras = 6 ø 10.0
MHd topo = 27.10 kN.m	Seção atual = 25x40	Taxa de armadura = 0.47%
MHd base = 13.70 kN.m	Barras = 6 ø 10.0	As efetivo = 4.71 cm ²
FBd topo = 0.17 tf	Esbeltez = 44.84	Mrd/Msd = 2.82
FBd base = 0.11 tf	Seção inf. = 25x40	Estribo = ø 5.0 c/12
FHd topo = 4.03 tf	Barras = 6 ø 10.0	
FHd base = 0.51 tf	Esbeltez = 20.76	



Fonte: Eberick (2025).

ANEXO F – PLANTA DE FORMA DO PAVIMENTO TÉRREO

