



Universidade Federal de Ouro Preto
Escola de Minas
CECAU - Colegiado do Curso de
Engenharia de Controle e Automação



Gabriel Antonio Vale Nepomuceno

Técnicas de Controle PID Aplicadas em uma Bancada para Posicionamento Angular

Monografia de Graduação

Ouro Preto, 2025

Gabriel Antonio Vale Nepomuceno

Técnicas de Controle PID Aplicadas em uma Bancada para Posicionamento Angular

Trabalho apresentado ao Colegiado do Curso de Engenharia de Controle e Automação da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para a obtenção do Grau de Engenheiro(a) de Controle e Automação.

Universidade Federal de Ouro Preto

Orientador: Prof. Bruno Nazário Coelho

Coorientador: Prof. João Carlos Vilela de Castro

Ouro Preto

2025



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
ESCOLA DE MINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CONTROLE E
AUTOMACAO



FOLHA DE APROVAÇÃO

Gabriel Antonio Vale Nepomuceno

Técnicas de Controle PID Aplicadas em uma Bancada para Posicionamento Angular

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Controle e Automação da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro de Controle e Automação

Aprovada em 15 de abril de 2025

Membros da banca

- [Dr.] - Bruno Nazário Coelho - Orientador (Universidade Federal de Ouro Preto)
- [Dr.] - João Carlos Vilela de Castro - Coorientador(a) (Universidade Federal de Ouro Preto)
- [Dr.] - Paulo Marcos de Barros Monteiro - (Universidade Federal de Ouro Preto)
- [Dr.] - Antonio Carlos Luperni Horta - (Universidade Federal de São Carlos)

Bruno Nazário Coelho, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 28/04/2025



Documento assinado eletronicamente por **Bruno Nazario Coelho, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 28/04/2025, às 15:46, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0896608** e o código CRC **11BD3FED**.

Referência: Caso responda este documento, indicar expressamente o Processo nº 23109.005083/2025-87

SEI nº 0896608

R. Diogo de Vasconcelos, 122, - Bairro Pilar Ouro Preto/MG, CEP 35402-163

Telefone: 3135591533 - www.ufop.br

*A alegria está na luta, na
tentativa, no sofrimento
envolvido e não na vitória
propriamente dita.*

— Mahatma Gandhi.

Resumo

Com a intensa industrialização ocorrida nas últimas décadas, houve um aumento significativo de máquinas e utensílios automatizados. Dentre estas, as aeronaves remotamente pilotadas (ARP) tiveram rápida ascensão, devido, sobretudo, a enorme capacidade e versatilidade de se adaptarem aos diversos setores comerciais. Ao construir uma ARP, é imprescindível utilizar técnicas de controle que forneçam a capacidade necessária para que a aeronave possa se adaptar a novas situações, ou seja, mitigar perturbações seguindo um referencial predeterminado, a fim de proporcionar desempenho e segurança para as operações. Neste trabalho, utilizou-se de uma bancada didática construída com dois motores brushless, para posicionamento angular, no intuito de simular o comportamento requerido pelas aeronaves em pleno vôo. Para isso, apoiou-se em técnicas renomadas de controle PID. Em síntese, controladores PID estão inseridos em diversas malhas de controle e dispositivos industriais. Com base no método dos mínimos quadrados, foi possível modelar o sistema e obter sua respectiva função de transferência. Com isso, foram utilizados dos métodos de sintonia propostos por Ziegler-Nichols e Cohen-Coon, além de um método baseado em otimização computacional, para sintonizar diversos controladores. Por fim, alguns indicadores de desempenho foram definidos, no intuito de avaliar os controladores calibrados.

Palavras-chaves: Drones. Controladores PID. Métodos de sintonia. Mínimos quadrados. Bancada didática.

Abstract

With the intense industrialization that occurred in the last decades, there was a significant increase in machines and automated utensils. Among these, remotely piloted aircrafts (RPA) experienced a rapid ascension, due, above all, to the enormous capacity and versatility to adapt themselves to the various commercial sectors. When building an RPA, it is essential to use control techniques that provide the necessary capacity for the aircraft to be able to adapt to new situations, that is, mitigate disturbances following a predetermined reference, in order to provide performance and safety for operations. In this work, a didactic bench was used, built with two brushless motors for angular positioning, with the intention of simulating the behavior required by aircrafts in full flight. For this, renowned PID control techniques were employed. In summary, PID controllers are inserted in several control loops and industrial devices. Based on the least squares method, it was possible to model the system and obtain its respective transfer function. With this, the tuning methods proposed by Ziegler-Nichols and Cohen-Coon were used, in addition to a method based on computational optimization, to tune several controllers. Finally, some performance indicators were defined, with the intention of evaluating the tuned controllers.

Key-words: Drones. PID Controllers. Tuning Methods. Least Squares. Didactic Test Bench.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Controle em malha fechada	14
Figura 2 – Curva exponencial de resposta	16
Figura 3 – Curva de resposta ao degrau unitário	17
Figura 4 – Sistema de segunda ordem	18
Figura 5 – Diagrama de blocos do controlador PID	20
Figura 6 – Exemplos de sinais	22
Figura 7 – Processo de amostragem de um sinal analógico	22
Figura 8 – Ilustração do Teorema de Nyquist	23
Figura 9 – Integração numérica: regra dos trapézios	27
Figura 10 – Curva de resposta ao degrau no formato S	31
Figura 11 – Sistema com controle PID	33
Figura 12 – Vista superior da bancada didática.	37
Figura 13 – Vista lateral da bancada didática.	38
Figura 14 – (a) sinal PWM enviado ao ESC com remoção da componente DC e (b) ângulo medido pelo sensor MPU.	42
Figura 15 – Validação do modelo obtido pelo método dos mínimos quadrados.	43
Figura 16 – Zoom no gráfico de validação.	43
Figura 17 – Simulação do 1º controlador PID pelo método de ZN.	45
Figura 18 – Simulação do 2º controlador PID pelo método de ZN.	46
Figura 19 – Simulação do controlador PID pelo método de ZN para diferentes valores de L	47
Figura 20 – Simulação do 1º controlador PID pelo método de CC.	48
Figura 21 – Simulação do 2º controlador PID pelo método de CC.	48
Figura 22 – Simulação do controlador PID pelo método de CC para diferentes valores de L	49
Figura 23 – Simulação do controlador G_{c1}	50
Figura 24 – Simulação do controlador G_{c2}	50
Figura 25 – Comparação entre as simulações dos controladores PID obtidos pelo método de OC.	51
Figura 26 – Aplicação do 1º controlador PID pelo método de ZN.	52
Figura 27 – Aplicação do 2º controlador PID pelo método de ZN.	53
Figura 28 – Aplicação do 1º controlador PID pelo método de CC.	54
Figura 29 – Aplicação do 2º controlador PID pelo método de CC.	54
Figura 30 – Aplicação do controlador G_{c1} pelo método de OC.	55
Figura 31 – Aplicação do controlador G_{c2} pelo método de OC.	55

Lista de tabelas

Tabela 1 – Transformadas Z de $x(k+m)$ e $x(k-m)$	25
Tabela 2 – Regra de sintonia de Ziegler-Nichols	31
Tabela 3 – Regra de sintonia de Cohen-Coon	32
Tabela 4 – Especificações do motor brushless 2212-920kv acoplado a uma hélice de 10x4,5 polegadas.	34
Tabela 5 – Especificações do ESC de 40A.	35
Tabela 6 – Especificações do sensor MPU-6050.	36
Tabela 7 – Especificações do arduino UNO.	36
Tabela 8 – Características do modelo de primeira ordem do processo, para $L = 0, 3T$	44
Tabela 9 – Parâmetros sintonizados pelo método de ZN ($L = 0, 3T$).	44
Tabela 10 – Características do modelo de primeira ordem do processo, para $L = 0, 4T$	45
Tabela 11 – Parâmetros sintonizados pelo método de ZN ($L = 0, 4T$).	45
Tabela 12 – Desempenho dos controladores PID pelo método de ZN.	46
Tabela 13 – Parâmetros sintonizados pelo método de CC ($L = 0, 3T$).	47
Tabela 14 – Parâmetros sintonizados pelo método de CC ($L = 0, 4T$).	48
Tabela 15 – Desempenho dos controladores PID pelo método de CC.	49
Tabela 16 – Valores de K e a escolhidos para os controladores PID.	49
Tabela 17 – Desempenho dos controladores G_{c1} e G_{c2}	51
Tabela 18 – Indicadores de desempenho aplicados aos controladores PID de ZN.	53
Tabela 19 – Indicadores de desempenho aplicados aos controladores PID de CC.	54
Tabela 20 – Indicadores de desempenho aplicados aos controladores PID de OC.	56

Sumário

1	INTRODUÇÃO	9
1.1	Objetivos	10
1.1.1	Objetivo geral	10
1.1.2	Objetivos específicos	11
1.2	Justificativas e Relevância	11
1.3	Organização e Estrutura	12
2	REVISÃO DE LITERATURA	13
2.1	Introdução ao controle de processos	13
2.1.1	Sistemas em malha aberta	14
2.1.2	Sistemas em malha fechada	14
2.2	Análise de desempenho	15
2.2.1	Sistemas de primeira ordem	15
2.2.2	Sistemas de segunda ordem	16
2.3	Projeto de controladores	19
2.4	Evolução dos controladores digitais	20
2.4.1	Introdução aos tipos de sinais	21
2.4.2	Seleção do período de amostragem	22
2.5	Equações de diferenças e transformada Z	24
2.5.1	Discretização das equações de controle	26
2.5.2	Controlador proporcional (P)	26
2.5.3	Controlador proporcional e integral (PI)	27
2.5.4	Controlador proporcional, integral e derivativo (PID)	29
2.6	Métodos para a sintonia de controladores PID	30
2.6.1	Sintonia pelo método de Ziegler-Nicols (ZN)	30
2.6.2	Sintonia pelo método de Cohen-Coon (CC)	31
2.6.3	Sintonia com abordagem de otimização computacional (OC)	32
3	MATERIAIS E MÉTODOS	34
3.1	Motor brushless	34
3.2	Controlador eletrônico de velocidade (ESC)	34
3.3	Sensor MPU-6050	35
3.4	Microcontrolador arduino UNO	36
3.5	Bancada de posicionamento angular	37
3.6	Método dos mínimos quadrados (MQ)	38

4	RESULTADOS	41
4.1	Aplicação do método dos mínimos quadrados	41
4.2	Simulação dos controladores projetados	44
4.2.1	Simulação dos controladores pelo método de ZN	44
4.2.2	Simulação dos controladores pelo método de CC	47
4.2.3	Simulação dos controladores pelo método de OC	49
4.3	Aplicação dos controladores projetados	51
4.3.1	Aplicação dos controladores pelo método de ZN	52
4.3.2	Aplicação dos controladores pelo método de CC	53
4.3.3	Aplicação dos controladores pelo método de OC	55
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	57
	Referências	58

1 Introdução

É evidente que o intenso avanço proporcionado na área tecnológica, com a rápida evolução dos sistemas de controle, aliado com a intensa conectividade vivenciada nos últimos anos, propiciaram o crescente desenvolvimento de Aeronaves Não Tripuladas – UA (*Unmanned Aircraft*), onde não há necessidade de pilotos embarcados para serem guiadas. Existem dois grandes grupos regulamentados que integram as aeronaves não tripuladas no Brasil, conhecidas por aeromodelos e Aeronaves Remotamente Pilotadas (ARP), do inglês *Remotely Piloted Aircraft* (RPA). Na prática, aeromodelos são exclusivos para fins recreativos, ao contrário das RPAs, que oferecem potencialidades a diversos setores profissionais (MUNARETTO, 2020). A exceção das aeronaves autônomas, onde não há interferência humana, sendo proibidas nacionalmente, as aeronaves não tripuladas são também referenciadas como drones por muitos autores, já que é um termo difundido no âmbito social, que se sobrepõe a aeromodelos e RPAs, a depender da aplicação (DOUGHERTY, 2019; PEDROSA, 2019).

Partindo desse pressuposto, no Brasil, os drones serão classificados de acordo com sua finalidade de utilização, que se destaca pela grande versatilidade oferecida aos mais diversos setores. É perceptível que, o desenvolvimento dos sistemas computacionais acelerou o processo de adaptação dos drones ao ambiente para os quais foram designados. Além disso, o poder de comunicação, graças a utilização de sinais provenientes de satélites localizados na órbita terrestre, possibilitou a localização georreferenciada do dispositivo com alta precisão (RANGEL, 2019). Dessa forma, é crucial obter os parâmetros e exigências do setor ao qual a aeronave será designada, para então adquirir um drone com as características compatíveis, visto que, o referido mercado está em crescente evolução e com alta competitividade, fortalecendo a economia. De fato, dentro do planejamento agrícola, por exemplo, os drones reduzem tempo, custo com mão de obra e fornecem dados para a manutenção das propriedades, em um setor altamente expansível (REDAÇÃO CANAL RURAL, 2022).

Para o drone alçar vôo, é necessário direcionar o fluxo de ar para baixo e, por consequência, criar uma força resultante para cima, denominada empuxo. Uma vez no ar, sua estabilidade é controlada de maneira autônoma pela constante regulação das velocidades angulares dos rotores, a fim de mitigar às perturbações, graças aos circuitos de controle. Para isso, é necessário que sensores enviem sinais ao controlador, responsável por tratar os dados e compará-los a referenciais, a fim de que a aeronave permaneça na posição ideal (LARA, 2022).

Frente a isso, é imprescindível aplicar técnicas de controle que forneçam a capacidade necessária para que os equipamentos, sobretudo os drones, possam se adaptar a novas

situações, ou seja, reduzir distúrbios seguindo um referencial predeterminado. Sendo assim, o controle dinâmico surge com o poder de revolucionar inúmeros processos, a fim de proporcionar a melhor relação de custo/benefício, velocidade, precisão e segurança para as operações (CASTRUCCI; MORAES, 2007).

No controle clássico, em especial, os controladores PID (Proporcional, Integral e Derivativo), são de longe os mais utilizados, devido a sua alta abrangência e, consequentemente, facilidade de adesão aos sistemas a serem controlados, fornecendo desempenho satisfatório e confiável (MORADI; KATEBI; JOHNSON, 2002). Além disso, por utilizarem técnicas que dispensam modelagem matemática do processo, elevaram ainda mais sua notoriedade. Portanto, não é necessário possuir um conhecimento amplo da planta a ser controlada para implementá-lo com eficácia, visto que, no desenvolvimento do controle PID foi explorado a simplicidade intuitiva de seu algoritmo (KWOK; PING; LI, 2000).

Existem vários métodos consolidados no que se refere a sintonia dos ganhos de um controlador PID. É notório que, cada método retém vantagens e limitações, cabendo ao engenheiro de controle conhecer suas características, para a escolha do método mais adequado de calibração do controlador. Para isso, pode-se utilizar de técnicas convencionais que ao serem aplicadas na planta a ser controlada, extraem parâmetros cruciais que ditam seu comportamento e, assim, ajudam a escolher um bom método de sintonia PID.

Neste trabalho, explora-se um dos fundamentos principais que impulsionaram a ascensão das RPAs, em especial, os drones. Para isso, será utilizado uma planta didática de posicionamento angular, que remete ao princípio de funcionamento de um drone, ou seja, uma bancada que possui a finalidade de demonstrar a estratégia requerida para manter as aeronaves estáveis em pleno vôo. Sendo assim, pode-se utilizar das mais diversas técnicas de controle para realização do projeto, pois serão as responsáveis pela estabilização do equipamento, assim como ocorre nas aeronaves.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

Aplicar técnicas de controle clássico, sendo utilizada uma bancada de posicionamento angular para equilíbrio com dois motores de drone, com o objetivo de auxiliar no processo de aprendizagem dos discentes nas disciplinas de Sistemas de Controle, oferecidas pelo curso de Engenharia de Controle e Automação da Universidade Federal de Ouro Preto.

1.1.2 Objetivos específicos

- Discutir métodos conceituados para a sintonia de controladores PID, a fim de aprofundar o conhecimento em técnicas de controle clássico;
- Traçar conceitos práticos relevantes para a obtenção dos ganhos dos controladores, além do modelo matemático da planta;
- Aplicar técnicas matemáticas para a discretização das equações a serem inseridas no microcontrolador;
- Despertar o conhecimento prático indispensável para o equilíbrio dos drones, a partir da bancada didática. Além de servir como validação no ensaio dos controladores;
- Avaliar o desempenho dos métodos de controle inseridos na planta.

1.2 Justificativas e Relevância

Como visto, há grande aderência dos sistemas de controle nas mais variadas operações, o que requer profissionais aptos a lidarem com essa demanda. Contudo, mesmo o controle PID sendo vastamente empregado nas indústrias e equipamentos, com o auxílio de pesquisas foi possível observar a má sintonia de diversas malhas de controle, ou seja, baixa conexão entre os ganhos do controlador (WANG, 2001).

É primordial que haja um bom desempenho dos sistemas de controle, pois em certas aplicações, possíveis falhas ocasionam perdas financeiras consideráveis quando se trata de grandes processos industriais, além de comprometer a segurança física das pessoas. Ademais, um controlador mal sintonizado colabora na redução da vida útil dos equipamentos envolvidos. Uma boa sintonia entre os parâmetros de um controlador depende majoritariamente da escolha criteriosa de afinações iniciais (CAMPOS; TEIXEIRA, 2006), o qual facilita à adequação dos equipamentos ao ambiente aos quais foram inseridos.

Por fim, por se tratar de um projeto prático sem fins educativos, dará suporte ao aprendizado dos alunos, visto que, a grande taxa de evasão ocorrida nos cursos de Engenharia do país se deve, em parte, ao método de ensino, que por vezes apresenta a dificuldade de alinhar conceitos técnicos aos práticos, a fim de direcionar os estudantes (FURTADO, 2013). Dessa forma, apresentar métodos de controle de renome, aplicando-os na prática, no intuito de transmitir a estratégia base requerida pelos drones, é algo essencial na contribuição para o desenvolvimento do aluno. Portanto, a motivação imposta pelas práticas, irá preparar o estudante a enfrentar desafios futuros com alta resiliência, tornando-os cada vez mais críticos (CARNEIRO et al., 2019).

1.3 Organização e Estrutura

De início, é apresentado pelo Capítulo 2 estudos de grande relevância que será suporte na realização do projeto. Sendo assim, foi levantado os principais pontos da fundamentação teórica a respeito do controle clássico, além de conceitos essenciais que envolvem as áreas de controle. Junto a isso, algumas técnicas são enunciadas para inserção dos controladores na planta, além de conceituados métodos para a sintonia de controladores.

No Capítulo 3 a finalidade está em enunciar a instrumentação necessária para a construção da bancada didática, descrevendo as características, assim como o princípio de funcionamento dos componentes eletrônicos e mecânicos utilizados. Ademais, será apresentada uma abordagem bastante popular no mercado para obtenção da função de transferência da planta, a qual é necessária para aplicação dos métodos de controle.

O Capítulo 4 envolve a aplicação prática dos conceitos estudados, com foco na obtenção dos ganhos dos controladores utilizados e, após isso, a introdução na bancada, com o propósito de adquirir a performance alcançada por cada um. Em seguida, é realizado um estudo comparativo no intuito de verificar o controlador que obteve melhor desempenho.

Por fim, a conclusão é evidenciada no Capítulo 5, além da discussão geral sobre o tema e sugestões para trabalhos futuros.

2 Revisão de literatura

2.1 Introdução ao controle de processos

Os sistemas de controle surgem com o propósito de atingir metas ou objetivos específicos, sem a necessidade de intervenções humanas, já que esses seriam incapazes de controlar um sistema de maneira rápida e eficaz. Sendo assim, referem-se a conjuntos de dispositivos que atuam diretamente em um processo, tendo como finalidade manter os sistemas dinâmicos, ou seja, sistemas que evoluem com o tempo e cujo comportamento futuro deriva de ações passadas, dentro de um intervalo de operação desejado e que atinjam um desempenho determinado (CARVALHO, 2000).

É notório que os sistemas de controle não se restringem apenas a equipamentos e processos industriais. Sua existência também pode ser verificada de forma ampla na natureza. Ao dirigir um carro, por exemplo, se mantém o olhar fixo na estrada a fim de corrigir a trajetória do veículo conforme necessário. Além disso, no mundo animal, os predadores utilizam do controle corporal ao perseguir suas presas. Ademais, o próprio corpo humano é repleto de sistemas de controle, como a termorregulação, normalização dinâmica da pressão arterial, nível de açúcar no sangue regulado pelo pâncreas, adrenalina e sua influência direta nas concentrações de oxigênio, dentre outros (NISE, 2023).

Conforme o tempo passa, observa-se o crescente uso de sistemas de controle automáticos, devido, em grande parte, à rápida ascensão tecnológica vivenciada nas últimas décadas. Isso impulsiona avanços imensuráveis na civilização moderna, com impacto direto no bem-estar das pessoas (KUO, 1995). Dessa forma, esses sistemas são empregados em equipamentos e processos industriais com o objetivo de aumentar a produtividade, obter desempenho, além de otimizar o consumo de energia e proporcionar segurança às operações. É por isso que os controladores estão presentes não apenas em atividades corriqueiras do dia a dia, como no controle de temperatura ON-OFF (liga-desliga) em uma geladeira, mas também em atividades extremamente complexas, onde sua falha resultaria em danos catastróficos e grandes perdas financeiras, como nos setores aeronáuticos, espaciais, usinas nucleares e petrolíferas.

Portanto, os sistemas de controle são amplamente utilizados pelas vantagens oferecidas, como a amplificação de potência, onde uma pequena variação em módulo do sinal de entrada pode resultar em um aumento significativo da potência fornecida à saída. Além do mais, os controladores podem ser utilizados em operações remotas e perigosas. Por fim, ainda é observável a conveniência da forma de entrada, em que facilita a praticidade com que os usuários interagem com o processo, e a minimização dos distúrbios, pois dessa

forma reduz os efeitos de perturbações externas impostas ao sistema (NISE, 2023).

2.1.1 Sistemas em malha aberta

O controle em malha aberta é caracterizado pela simplicidade intuitiva de projeto, além do destaque perante o baixo custo de instalação e complexidade, sendo utilizado geralmente em sistemas que apresenta o comportamento conhecido e previsível, onde a curva de calibração prévia dos equipamentos são bem definidas (CAMPOS; TEIXEIRA, 2006). Seu funcionamento, porém, não leva em conta as variações ocorridas pela variável de saída, isso ocorre pelo fato de a evolução do processo não ser prevista, ou seja, retroalimentada. Dessa forma, o sinal de controle é mantido mesmo ao inserir perturbações na planta, tornando o sistema sensível aos ruídos impostos, sem correção automática dos desvios gerados (BAZANELLA; SILVA JR, 2005).

2.1.2 Sistemas em malha fechada

Com o sistema de controle em malha fechada, ocorre agora a retroalimentação da saída, ou seja, por intermédio de um sensor instalado no processo, é possível determinar a evolução da variável controlada. Desse modo, o sinal de controle é regido de acordo com o sinal de erro, o qual será a diferença entre o valor passado como referência para o processo e a respectiva leitura do sensor, sendo calculado a cada instante de tempo definido pelo período de amostragem (BAZANELLA; SILVA JR, 2005). No entanto, ao incorporar realimentação em sistemas dinâmicos, surge um custo, uma vez que há a possibilidade de causar instabilidade ao processo com a introdução. Isso ocorre porque o objetivo do controlador é minimizar o sinal de erro, podendo gerar flutuações indesejadas na saída. Contudo, os benefícios oferecidos pelo controle em malha fechada (ver figura 1), superam as eventuais problemáticas (DORF; BISHOP, 2018). As evidências estão nas vantagens desse método de controle em superar a precisão constatada em malha aberta, além da capacidade em mitigar perturbações e as possíveis não-linearidades do sistema (CAMPOS; TEIXEIRA, 2006).

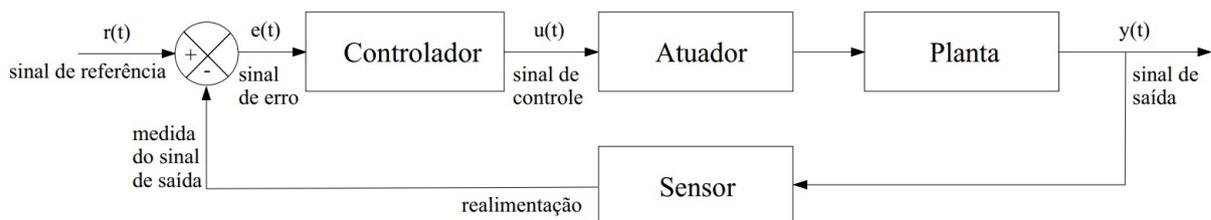


Figura 1 – Controle em malha fechada. Fonte: (BAZANELLA; SILVA JR, 2005).

2.2 Análise de desempenho

Ao projetar sistemas de controle, é necessário especificar antecipadamente os requisitos de desempenho do processo a ser controlado. Para isso, a primeira característica inerente do sistema é ser realimentado, pois assim ocorre a capacidade de definir a resposta em termos de regimes transitório e estacionário da planta, ajustando-os conforme as especificações desejadas (DORF; BISHOP, 2018). Outra premissa a ser levada em consideração é a estabilidade absoluta do processo, já que para qualquer sinal de entrada na planta, é primordial que o sistema busque atendê-lo em sua saída, caso contrário, não teria sentido propor uma resposta ideal (GARCIA, 2018).

Com base nos índices de desempenho almejados, os quais serão detalhados a seguir, é possível sintonizar os parâmetros do controlador conforme necessário (DORF; BISHOP, 2018). De acordo com (GARCIA, 2018), a resposta em regime transitório está relacionada a estabilidade relativa e ao comportamento temporário do sistema, já a resposta em regime permanente é caracterizada pelo erro persistente e pela variabilidade da malha de controle. Adiante, serão apresentados sistemas de controle de primeira e segunda ordem, devido à grande capacidade de generalização refletida por ambos. Além disso, será utilizado um sinal de entrada do tipo degrau para avaliar o desempenho das repostas dos respectivos sistemas. Contudo, a importância em se ajustar a dinâmica de um processo é essencial em variadas aplicações, como no controle de um elevador, onde a precisão deve ser elevada, além de uma resposta apropriada em regime transitório, com a finalidade de proporcionar conforto ao usuário.

2.2.1 Sistemas de primeira ordem

Um sistema de controle de primeira ordem é um tipo de sistema dinâmico cujo comportamento pode ser descrito por uma equação diferencial de primeira ordem (KULAKOWSKI; GARDNER; SHEARER, 2007). De acordo com (CARVALHO, 2000), as relações matemáticas evidenciadas a seguir darão suporte na análise de desempenho do respectivo sistema, começando pela equação diferencial linear (ver equação (2.1)), a qual o representa.

$$\tau \frac{dy}{dt} + y = Ku. \quad (2.1)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace na equação (2.1), além de considerar a condição inicial $y(0)$ nula, é obtida a seguinte função de transferência do sistema:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{\tau s + 1}. \quad (2.2)$$

Onde: $Y(s)$ é a transformada de Laplace do sinal de saída; $U(s)$ é a transformada de Laplace do sinal de entrada; K é o ganho; τ é a constante de tempo.

Caso seja aplicado um degrau unitário, cuja transformada de Laplace é $1/s$, na entrada do processo, a saída ficará na forma:

$$Y(s) = \frac{K}{(\tau s + 1)s}. \quad (2.3)$$

Expandindo $Y(s)$ em frações parciais, temos:

$$Y(s) = K \left(\frac{1}{s} - \frac{\tau}{\tau s + 1} \right). \quad (2.4)$$

Ou, de forma equivalente, ao aplicar a transformada de Laplace inversa:

$$y(t) = K \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), t \geq 0. \quad (2.5)$$

É verificável que a resposta $y(t)$ é zero no instante inicial, por outro lado, a resposta em regime permanente tende a se estabilizar em torno de K . Ao substituir t por τ na Equação 2, o valor da saída é $0,632K$, ou seja, o instante em que a resposta do sistema alcançou 62,3% de sua variação total. Dessa forma, quanto menor a constante de tempo, mais rápido será o sistema. Pela figura 2, onde o ganho é unitário e a constante de tempo representada por T , é possível verificar que para o sistema atingir e permanecer a 2% do seu valor final, são necessárias quatro constantes de tempo, totalizando o tempo estimado de resposta (OGATA, 2010).

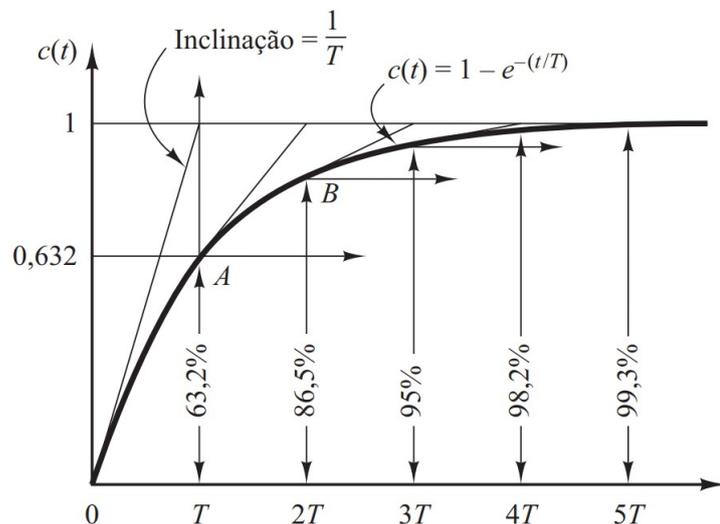


Figura 2 – Curva exponencial de resposta. Fonte: (OGATA, 2010).

2.2.2 Sistemas de segunda ordem

Conforme dito anteriormente, uma alta variedade de processos pode ser descritos matematicamente com o auxílio de sistemas de primeira e segunda ordem, sendo o último representado pela seguinte equação diferencial de segunda ordem (CARVALHO, 2000):

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dy}{dt} + \omega_n^2 = \omega_n^2 u. \quad (2.6)$$

Sendo ω_n a frequência natural não amortecida e ζ o fator de amortecimento do processo. De acordo com (CARVALHO, 2000), há um acréscimo de detalhes do respectivo sistema comparado aos de primeira ordem. A função de transferência correspondente a equação (2.6) é:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}. \quad (2.7)$$

Para encontrar os polos da função de transferência acima, basta pegar seu denominador, também conhecido como equação característica, e igualá-lo a zero, obtendo-se o seguinte resultado:

$$P_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}. \quad (2.8)$$

“A característica básica da resposta transitória de um sistema de malha fechada está intimamente relacionada à localização dos polos de malha fechada” (OGATA, 2010, p. 246). Sendo assim, o valor que ζ assumir, influenciará diretamente na localização dos polos da função de transferência em malha fechada do processo. Segundo (CARVALHO, 2000), a depender do parâmetro ζ , figura 3, podem ser verificadas as três seguintes categorias de respostas em um sistema:

Subamortecido quando $0 \leq \zeta < 1$.

Criticamente amortecido para $\zeta = 1$.

Superamortecido quando $\zeta > 1$.

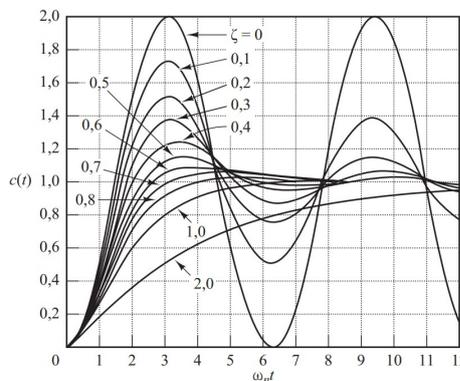


Figura 3 – Curva de resposta ao degrau unitário de acordo com a variação do ζ . Fonte: (OGATA, 2010).

Algumas especificações da resposta transitória são bastantes úteis ao analisar o desempenho de sistemas de controle de segunda ordem. Com isso, de acordo com a figura 4, serão analisadas as principais características do processo em regime transitório, frente a uma entrada do tipo degrau unitário, pelo fato de ser gerada com facilidade e proporcionar com clareza as especificações (OGATA, 2010). De acordo com (DORF; BISHOP, 2018; OGATA, 2010), os principais parâmetros obtidos com base na curva de resposta são:

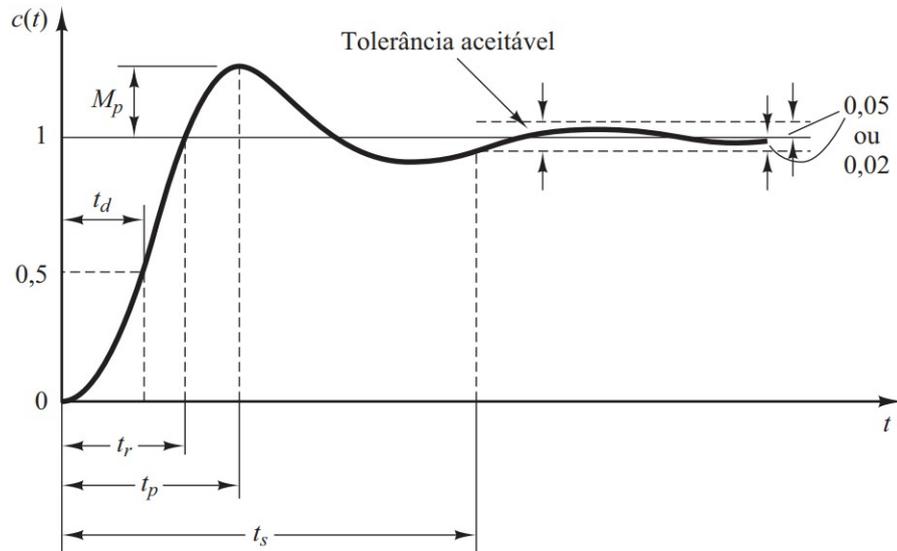


Figura 4 – Especificações de desempenho do sistema de segunda ordem em resposta ao degrau unitário. Fonte: (OGATA, 2010).

- Máximo sobressinal (em porcentagem) – M_p : Trata-se do valor máximo obtido pela resposta em relação ao valor em regime permanente. Pode ser calculado por meio da curva de desempenho do processo ou a partir do ζ , conforme apresentado:

$$M_p = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)} \times 100 \quad (2.9)$$

$$M_p = 100e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad (2.10)$$

- Instante de pico – t_p : Refere-se ao instante em que ocorreu o máximo sobressinal, sendo calculado da seguinte forma:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \quad (2.11)$$

- Tempo de subida – t_r : Tempo necessário para a resposta atingir de 0-100% do valor em regime permanente, sendo o sistema subamortecido. Caso contrário, ou seja, um sistema superamortecido, onde não há sobressinal, um índice útil é considerar o t_r de 10-90%.

- Tempo de atraso – t_d : É o tempo requerido para que a resposta atinja metade do valor em regime permanente.
- Tempo de acomodação – t_s : É o tempo necessário para a resposta se estabilizar dentro de uma determinada faixa em torno de seu valor final. Caso seja utilizada uma faixa de 2%, algo muito comum na prática, o t_s será aproximadamente:

$$t_s = 4\tau = \frac{4}{\zeta\omega_n}. \quad (2.12)$$

2.3 Projeto de controladores

Existem diversos métodos para projetar um controlador, que conforme visto, dará a capacidade necessária para que o processo reduza distúrbios e siga um referencial pré-definido. Este trabalho terá como foco a abordagem de controle PID, o qual é de fácil manipulação e sem necessidade de grande conhecimento na área para aplicá-lo com sucesso, por isso sua notoriedade se prolonga por décadas. Dessa forma, o controle PID conquistou destaque pela sua simplicidade de projeto, sendo então o mais utilizado na atualidade.

A maneira crucial de se conseguir um bom desempenho no projeto de controle PID é dominar as características que cada ganho impõe ao processo, visando a sintonia para se alcançar êxito. O ganho proporcional, como o próprio nome sugere, refere-se à correção a ser aplicada ao processo, ou seja, cresce proporcionalmente ao erro. Já a principal função da ação integral é garantir que a saída do processo esteja de acordo com o valor passado como referência, isso com base no acúmulo do erro ao longo do tempo. Para finalizar, a ação derivativa visa melhorar a estabilidade em malha fechada, ou seja, reduzindo a velocidade das variações do sinal de controle (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1995).

As equações de controle P (proporcional), PI (proporcional e integral) e PID (proporcional, integral e derivativo), são dadas no domínio de tempo contínuo por meio das equações (2.13), (2.14) e (2.15), respectivamente, conforme a seguir (JAIMES, 2009):

$$u(t) = K_c e(t) + u_0. \quad (2.13)$$

$$u(t) = K_c \left[e(t) + \frac{1}{\tau_i} \int_0^t e(t) dt \right] + u_0. \quad (2.14)$$

$$u(t) = K_c \left[e(t) + \frac{1}{\tau_i} \int_0^t e(t) dt + \tau_d \frac{de(t)}{dt} \right] + u_0. \quad (2.15)$$

Onde: $u(t)$ é a saída do controlador; $e(t)$ é o sinal de erro atuante; K_c é o ganho do controlador (parâmetro de ajuste); u_0 é a saída do controlador para erro nulo; τ_i é o tempo integral (parâmetro de ajuste); τ_d é o tempo derivativo (parâmetro de ajuste).

Ao aplicar a transformada de Laplace no controlador PID (equação (2.15)), obtemos:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_c \left[1 + \frac{1}{T_i s} + \tau_d s \right]. \quad (2.16)$$

A figura 5 ilustra o diagrama de blocos do controlador PID, sendo K_p o ganho do controlador, T_i e T_d o tempo integral e derivativo, respectivamente.

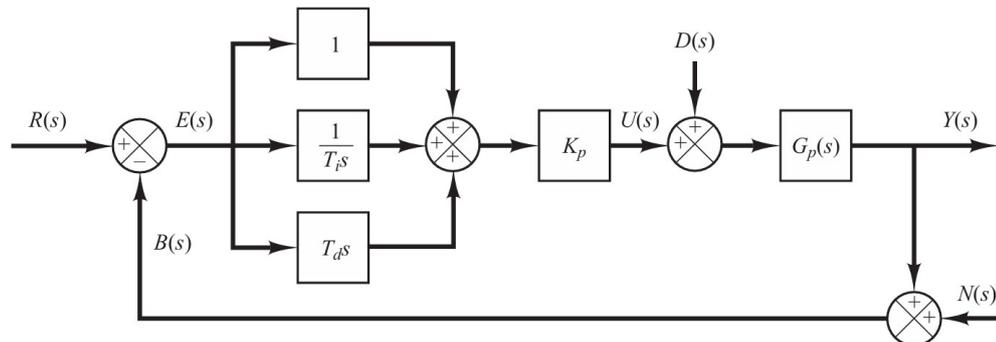


Figura 5 – Diagrama de blocos do controlador PID. Fonte: (OGATA, 2010).

Contudo, com a evolução dos controladores digitais, houve a necessidade de migrar do domínio de tempo contínuo para o domínio discreto, dessa forma, originou-se o conceito de equações de diferenças, o qual será visto adiante.

2.4 Evolução dos controladores digitais

Houve uma intensa substituição dos controladores analógicos pelos digitais nas últimas décadas, graças as evoluções ocorridas no setor computacional durante, sobretudo, a Segunda Guerra Mundial e os desafios enfrentados pela corrida espacial. O crescente poder dos microprocessadores, a nível exponencial, possibilitou surgir meios que alterassem os equipamentos utilizados no controle de processos, a fim de fornecer performance nas operações.

Inúmeras vantagens se deram na utilização do controle digital, visto que, a alta capacidade de processamento permite com que variadas tarefas sejam executadas simultaneamente, dada suas altas frequências de operação. De fato, é factível supervisionar, monitorar e tratar dados com elevada precisão, além de alterar estratégias de controle a partir de instruções de programação, ao passo que, no controle analógico seria necessário modificar e/ou incrementar uma série de equipamentos pneumáticos e eletrônicos, no intuito de cumprir com os requisitos de projeto (JAIMES, 2009). Assim, o surgimento das tecnologias digitais otimiza o tempo e reduz o número de equipamentos necessários na implementação de sistemas de controle.

Por fim, ainda é possível verificar o tamanho reduzido dos controladores digitais, o que facilita sua aplicação a diversos setores. Além do mais, integra produtividade e promove reduções significativas no consumo de energia. Conseqüentemente, o custo baixo relativo à produção em larga escala dos referidos controladores, colabora na atuação massiva em sistemas dinâmicos, e na substituição dos sinais contínuos pelos digitais (OGATA, 1995).

2.4.1 Introdução aos tipos de sinais

O processamento de sinais surge com grande relevância aliado ao desenvolvimento computacional. Na área de controle de processos, por exemplo, é necessário extrair e tratar dados provenientes de equipamentos e sensores localizados a campo, seja para identificar a dinâmica da planta, monitorar a atuação dos controladores, eliminar ruídos na aquisição de sinais, dentre outros. Contudo, “sinais podem ser classificados como fenômenos físicos que carregam informações” (FERREIRA, 2018, p. 9).

Existem diferentes formas de classificar os sinais, “os termos contínuos no tempo e discretos no tempo qualificam a natureza do sinal ao longo do eixo de tempo (eixo horizontal). Os termos analógico e digital, por outro lado, qualificam a natureza da amplitude do sinal (eixo vertical)” (LATHI, 2008, p. 88). Desse modo, um sinal contínuo não possui descontinuidades ao longo do tempo, enquanto no discreto ocorre a quantização ao longo do eixo horizontal, ou seja, amostras do sinal em intervalos regulares de tempo. Ademais, sinais analógicos poderão admitir infinitos valores em sua amplitude, ao contrário dos digitais (OGATA, 1995). “A maioria daquilo que se pode medir quantitativamente na natureza se encontra na forma analógica” (LATHI, 2007, p. 20).

Pela figura 6 é possível ilustrar os sinais enunciados. Ao discretizar um sinal contínuo, uma série de amostras são obtidas, ao passo que, a amplitude permanece a adotar infinitos valores (LATHI, 2007). Assim, o sinal persiste analógico, porém discretizado (figura 6c).

Ao utilizar de controladores digitais é necessário quantizar o sinal analógico, ou seja, mapear cada valor amostrado do sinal em um número finito de códigos binários, ao qual o controlador terá acesso. Para isso, é utilizado um conversor analógico-digital (ADC) que, a depender da resolução, estabelece uma escala numérica ao longo da amplitude do sinal. Sendo assim, os valores do sinal analógico pertencentes a um intervalo comum, serão representados por um código binário específico. Quanto mais bits na resolução do ADC, maior a capacidade de generalização e, conseqüentemente, menores os erros de arredondamento na conversão do sinal (LATHI, 2007; OGATA, 1995). Pela figura 7 observa-se o processo de amostragem, representado pela cor azul, de um sinal analógico na cor cinza, sendo posteriormente codificado em 16 níveis de quantização, com uma resolução de 4 bits.

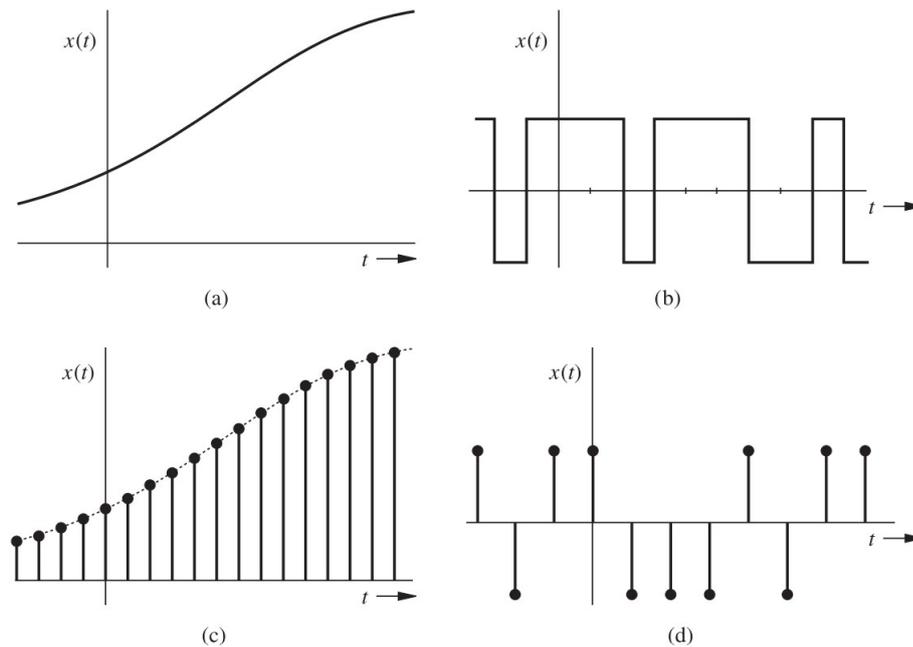


Figura 6 – Exemplos de sinais: (a) analógico, contínuo no tempo, (b) digital, contínuo no tempo, (c) analógico, discreto no tempo e (d) digital, discreto no tempo. Fonte: (LATHI, 2008).

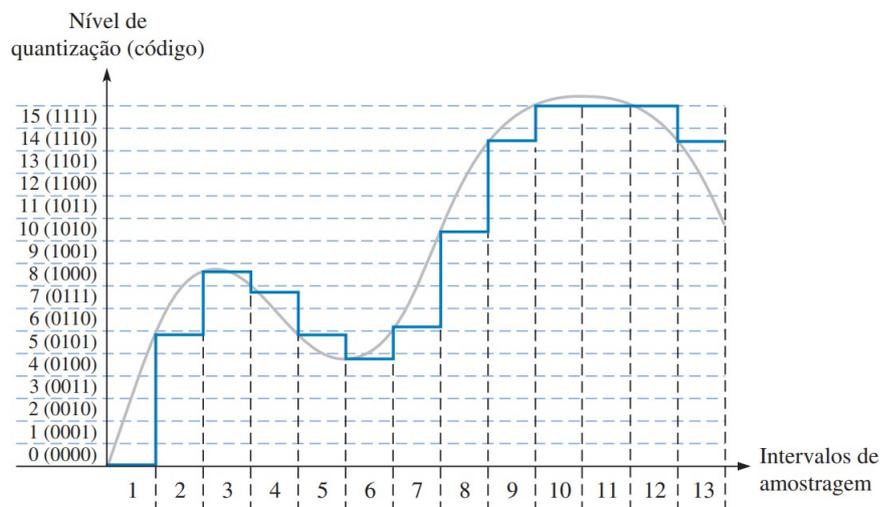


Figura 7 – Processo de amostragem de um sinal analógico. Fonte: (LATHI, 2007).

2.4.2 Seleção do período de amostragem

Nas conversões entre sinais é crucial manter o comportamento original dos dados. Para isso, é necessário selecionar o período de amostragem (T_s), o qual estabelece o intervalo de seleção para a coleta das amostras de um sinal, sendo assim responsável pela discretização do sinal analógico, o qual será inserido no controlador (FERREIRA, 2018).

Em sistemas de controle, propor o período de amostragem adequado é uma tarefa que dependerá, muitas das vezes, de análises referentes a dinâmica do processo, para evitar a perda de dados durante a conversão do sinal. De início, pelo teorema da amostragem de

Nyquist, foi possível estabelecer uma frequência de amostragem mínima (ω_s) necessária para reconstruir o sinal original a partir das amostras digitais. De acordo com o teorema, a frequência deverá ser superior ao dobro da componente de mais alta frequência (ω_1) contida no sinal contínuo, conforme a equação (2.17), onde T_s é definido como $2\pi/\omega_s$ (OGATA, 1995).

$$\omega_s > 2\omega_1. \quad (2.17)$$

A figura 8 comprova a teoria desenvolvida por Nyquist. Para isso, estabeleceu-se diferentes períodos de amostragem, no intuito de discretizar um sinal senoidal de frequência unitária (traços pretos), a fim de definir uma taxa próxima a ideal. A princípio, o período de amostragem foi definido em 0,5 segundos, conforme figura 8a, sendo a partir disso, reduzido pela metade sucessivamente até o último caso – figura 8d. Observa-se pela interpolação linear entre as amostras (traços azuis), que a tendência de proximidade com o sinal senoidal, tende a melhorar proporcionalmente com o aumento do período de amostragem (FERREIRA, 2018).

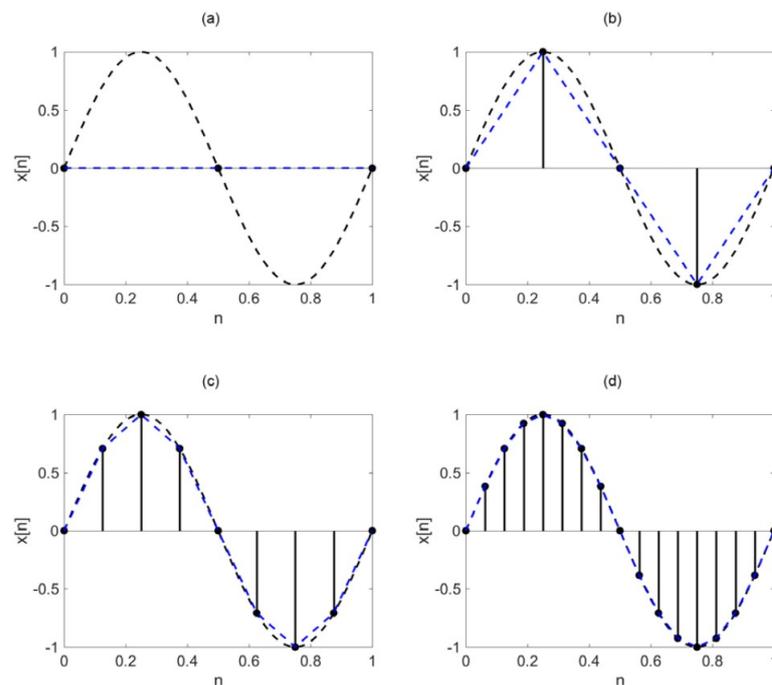


Figura 8 – Ilustração do Teorema de Nyquist. Fonte: (FERREIRA, 2018).

Contudo, a seleção do período de amostragem tem como ponto de partida estar em concordância com o teorema de Nyquist. Porém, é necessário maiores estudos quando se trata de sintonia de controladores digitais, pois uma má seleção irá prejudicar o desempenho do processo. “A seleção do período de amostragem permanece mais como uma arte do que uma ciência” (SEBORG; EDGAR; MELLICHAMP, 2004, p. 445).

Uma alta taxa de amostragem (pequeno período) comparada com a dinâmica do processo pode agravar a detecção de pequenos ruídos, os quais irão influenciar no comportamento indesejado da ação derivativa, já que atua na variação do sinal (WARWICK; REES, 1988). Além disso, pode exigir de processadores robustos, visto que, a frequência de operação deverá ser alta. Em contrapartida, uma pequena taxa pode não perceber rápidos distúrbios impostos ao sistema, ou então tratá-los de forma lenta (JAIMES, 2009).

Sendo assim, com base em uma série de investigações, (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 1997) propuseram as equações (2.18) e (2.19), a fim de direcionar a seleção do período de amostragem, sendo necessário, a princípio, analisar o comportamento da planta em malha fechada, já que é imprescindível conhecer o tempo de acomodação t_s e a constante de tempo τ_d dominante do sistema.

$$0,01\tau_d \leq T_s \leq 0,05\tau_d. \quad (2.18)$$

$$\frac{t_s}{15} \leq T_s \leq \frac{t_s}{6}. \quad (2.19)$$

2.5 Equações de diferenças e transformada Z

Assim como ocorre em equações diferenciais ordinárias, onde é necessário utilizar de ferramentas como a transformada de Laplace, para então aplicar sua inversa e transformá-las em equações algébricas de fácil manipulação, também se aplica o mesmo raciocínio as equações de diferenças, porém sendo utilizada a transformada Z (KUO, 1995). Adiante será apresentado uma breve revisão sobre os conceitos que envolvem as equações de diferenças e, por consequência, a transformada Z. Contudo, não será aprofundado, já que para a realização do projeto, conceitos básicos já serão suficientes.

Basicamente, como foi revisado, ao trabalhar com controladores digitais é necessário discretizar as equações contínuas no tempo, de acordo com o período de amostragem pré-estabelecido. Ao realizar esse processo, são obtidas as equações de diferenças, as quais admite apenas valores múltiplos inteiros de T_s . Dessa forma, com base em (DORF; BISHOP, 2018), ao pegar um sinal contínuo nos instantes kT_s , onde k denota um número inteiro que indica qual intervalo de amostragem será considerado, e multiplicá-lo pela função impulso (δ), que assumirá valor unitário somente nos múltiplos inteiros de T_s , sendo nulo caso contrário, resultará no sinal discretizado, apresentado pela equação (2.20).

$$r^*(t) = \sum_{k=0}^x r(kT_s) \delta(t - kT_s). \quad (2.20)$$

Sendo então as amostras obtidas somente nos instantes onde $t = kT_s$, conforme figura 6c. Por simplicidade pode-se omitir T_s e representar $t = k$. A equação de diferenças a seguir, exposta pela equação (2.21), é um exemplo bem comum que remete aos sistemas de controle, já que a variável manipulada no instante atual $u(k)$, depende do sinal de controle no período de amostragem passado $u(k-1)$, assim como os valores do sinal de erro no intervalo atual e anterior.

$$u(k) = a_0 u(k-1) + a_1 e(k) + a_2 e(k-1) . \quad (2.21)$$

Com base na equação (2.22) (DORF; BISHOP, 2018), observa-se a transformada Z de qualquer função genérica $r(t)$. Além disso, de maneira mais simples, a tabela 1 apresenta a relação direta entre as funções discretas e suas respectivas transformadas Z. Com base nisso, ao aplicá-las sobre a equação (2.21), obterá a função de transferência pulsada do controlador, dada pela equação (2.24).

$$Z\{r(t)\} = Z\{r^*(t)\} = \sum_{k=0}^{\infty} r(kT_s) z^{-k} . \quad (2.22)$$

Função Discreta	Transformada z
$x(k+4)$	$z^4 X(z) - z^4 x(0) - z^3 x(1) - z^2 x(2) - zx(3)$
$x(k+3)$	$z^3 X(z) - z^3 x(0) - z^2 x(1) - zx(2)$
$x(k+2)$	$z^2 X(z) - z^2 x(0) - zx(1)$
$x(k+1)$	$zX(z) - zx(0)$
$x(k)$	$X(z)$
$x(k-1)$	$z^{-1} X(z)$
$x(k-2)$	$z^{-2} X(z)$
$x(k-3)$	$z^{-3} X(z)$
$x(k-4)$	$z^{-4} X(z)$

Tabela 1 – Transformadas Z de $x(k+m)$ e $x(k-m)$. Fonte: (OGATA, 1995).

$$U(z) = a_0 z^{-1} U(z) + a_1 E(z) + a_2 z^{-1} E(z) . \quad (2.23)$$

$$\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{a_1 + a_2 z^{-1}}{1 - a_0 z^{-1}} . \quad (2.24)$$

Onde: $U(z)$ é a transformada z do sinal de saída do controlador; $E(z)$ é a transformada z do sinal de entrada do controlador, no caso o erro atuante.

Contudo, caso seja apresentado a função de transferência pulsada do controlador já sintonizado, será necessário convertê-la em equação de diferenças, a qual é inserida no algoritmo de controle. Para isso, basta realizar o procedimento inverso visto anteriormente.

2.5.1 Discretização das equações de controle

Como visto, ao utilizar de controladores digitais é necessário trabalhar no domínio de tempo discreto, dessa forma, as equações em tempo contínuo (2.13), (2.14) e (2.15), referentes aos controladores P, PI e PID, respectivamente, deverão ser discretizadas por meio de equações de diferenças, as quais são facilmente manipuladas pelos processadores. De acordo com (JAIMES, 2009), a aproximação discreta dos modos de controle P, PI e PID, será apresentada logo a seguir com o auxílio de manipulações algébricas.

2.5.2 Controlador proporcional (P)

A forma discreta da equação (2.13) é:

$$u(k) = K_c e(k) + u_0. \quad (2.25)$$

A saída do controlador no instante anterior, ou seja, atrasada em um período de amostragem, é representada por:

$$u(k-1) = K_c e(k-1) + u_0. \quad (2.26)$$

Ao fazer a diferença entre as equações (2.25) e (2.26) se obtém:

$$u(k) - u(k-1) = K_c [e(k) - e(k-1)]. \quad (2.27)$$

$$u(k) = u(k-1) + K_c e(k) - K_c e(k-1). \quad (2.28)$$

Sendo a equação (2.28) responsável por fornecer o sinal de controle $u(k)$ ao atuador, por meio da variável manipulada, a fim de agir proporcionalmente ao erro. Observa-se a dependência passada $u(k-1)$ do sinal de controle, além do erro no instante atual $e(k)$ e anterior $e(k-1)$. Ao aplicar a transformada z na equação (2.28) se obtém:

$$(1 - z^{-1}) U(z) = K_c (1 - z^{-1}) E(z). \quad (2.29)$$

$$D(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = q_0. \quad (2.30)$$

Sendo $q_0 = K_c$.

A equação (2.30) é a função de transferência pulsada do controlador P.

2.5.3 Controlador proporcional e integral (PI)

O cálculo de uma integral tem por objetivo encontrar a área sob uma curva, porém nem sempre a solução é trivial, ainda mais ao se tratar de funções complexas. Pela integração numérica com a regra dos trapézios é possível contornar a situação, pois ao inserir uma série de trapézios ao longo da curva, sua verdadeira área pode ser aproximada pela soma das áreas trapezoidais (BILOTI, 2020). É fato que, quanto menor o período de amostragem T_s , que será a altura dos trapézios, melhor será a estimativa para o processo. Sendo assim, ao discretizar a equação (2.14), a integral presente será substituída pela simples soma de áreas.

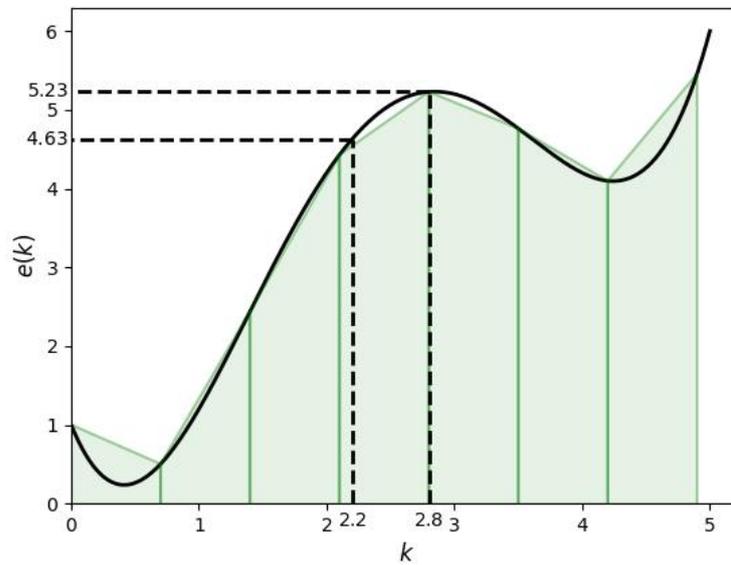


Figura 9 – Integração numérica: regra dos trapézios.

Pela figura 9, observa-se pela linha tracejada que o período de amostragem utilizado foi de 0,7s. Desse modo, com o intervalo entre amostras consecutivas definido, basta calcular a área de cada trapézio, que será dado, de forma geral, pela seguinte equação:

$$A = \left[\frac{e(k) + e(k-1)}{2} \right] T_s. \quad (2.31)$$

A soma das áreas trapezoidais sob a curva de erro é apresentada a seguir, onde n representa o número total de trapézios.

$$\int_0^t e(t) dt = \sum_{k=0}^n \left[\frac{e(k) + e(k-1)}{2} \right] T_s. \quad (2.32)$$

Substituindo a soma anterior na equação (2.14) e tomando os valores de $m(t)$ e $e(t)$ no instante de amostragem k , se chega na seguinte equação discreta:

$$u(k) = K_c \left[e(k) + \frac{T_s}{2\tau_i} \sum_{k=0}^n [e(k) + e(k-1)] \right]. \quad (2.33)$$

A saída do controlador no instante anterior k-1 resulta em:

$$u(k-1) = K_c \left[e(k-1) + \frac{T_s}{2\tau_i} \sum_{k=0}^n [e(k-1) + e(k-2)] \right]. \quad (2.34)$$

Ao fazer a diferença entre as equações (2.33) e (2.34), respectivamente, se obtém:

$$u(k) - u(k-1) = K_c \left[e(k) - e(k-1) + \frac{T_s}{2\tau_i} \sum_{k=0}^n [e(k) - e(k-2)] \right]. \quad (2.35)$$

Além disso, ao abrir o somatório presente na equação (2.35), se chega na posterior equação:

$$\sum_{k=0}^3 [e(k) - e(k-2)] = e(k) + e(k-1). \quad (2.36)$$

Pois:

$$[e(0) - e(-2)] + [e(1) - e(-1)] + [e(2) - e(0)] + [e(3) - e(1)] = e(3) + e(2). \quad (2.37)$$

Dessa forma:

$$u(k) - u(k-1) = K_c \left[\left(1 + \frac{T_s}{2\tau_i}\right) e(k) - \left(1 - \frac{T_s}{2\tau_i}\right) e(k-1) \right]. \quad (2.38)$$

Portanto, a equação discretizada responsável por gerar o sinal de controle emitido pelo controlador PI será:

$$u(k) = u(k-1) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1). \quad (2.39)$$

Sendo:

$$q_0 = K_c \left[1 + \frac{T_s}{2\tau_i} \right]; \quad q_1 = -K_c \left[1 - \frac{T_s}{2\tau_i} \right]. \quad (2.40)$$

Ao realizar a transformada z na equação (2.39), se obtém a função de transferência pulsada do controlador PI, dada pela equação (2.41):

$$D(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{q_0 z + q_1}{z - 1}. \quad (2.41)$$

2.5.4 Controlador proporcional, integral e derivativo (PID)

Ao adicionar a ação de controle derivativa ao sistema, é obtido o controlador PID. Sua representação no domínio de tempo discreto, se dá por intermédio de substituições matemáticas, onde a integral e a derivada contidas em sua equação contínua (2.15), serão sucedidas por integração numérica, conforme visto pela regra dos trapézios, e pela diferença entre duas amostras, respectivamente. Vale lembrar que, para uma boa estimativa é necessário adotar pequenos valores de T_s . Sendo assim, a forma discreta da equação (2.15) no instante atual k e no anterior $k-1$, serão as seguintes:

$$u(k) = K_c \left[e(k) + \frac{T_s}{2\tau_i} \sum_{k=0}^n [e(k) + e(k-1)] + \frac{\tau_d}{T_s} [e(k) - e(k-1)] \right]. \quad (2.42)$$

$$u(k-1) = K_c \left[e(k-1) + \frac{T_s}{2\tau_i} \sum_{k=0}^n [e(k-1) + e(k-2)] + \frac{\tau_d}{T_s} [e(k-1) - e(k-2)] \right]. \quad (2.43)$$

Sendo a diferença:

$$u(k) - u(k-1) = K_c \left[e(k) - e(k-1) + \frac{T_s}{2\tau_i} \sum_{k=0}^n [e(k) - e(k-2)] + \frac{\tau_d}{T_s} [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \right]. \quad (2.44)$$

Então:

$$u(k) - u(k-1) = q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2). \quad (2.45)$$

$$u(k) = u(k-1) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2). \quad (2.46)$$

Onde:

$$q_0 = K_c \left[1 + \frac{T_s}{2\tau_i} + \frac{\tau_d}{T_s} \right]; \quad q_1 = -K_c \left[1 - \frac{T_s}{2\tau_i} + \frac{2\tau_d}{T_s} \right]; \quad q_2 = \frac{K_c \tau_d}{T_s}. \quad (2.47)$$

Desse modo, a equação de diferenças (2.46) será o algoritmo responsável por fornecer o sinal de controle para o processo. Por intermédio da transformada z , a função de transferência pulsada do controlador PID é:

$$D(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}} = \frac{q_0 z^2 + q_1 z + q_2}{z(z-1)}. \quad (2.48)$$

2.6 Métodos para a sintonia de controladores PID

Existem diversos métodos para a sintonia de controladores PID disponíveis para serem utilizados na literatura, cada qual com suas vantagens e limitações. Ao se projetar um controlador PID é necessário conhecimento prévio das características do sistema a ser controlado, além disso, é de suma importância compreender a finalidade com a qual cada método de sintonia foi proposto. A partir do momento em que todas essas considerações forem levadas em conta, é possível prever os efeitos gerados no sistema por cada método de sintonia que se pretende utilizar, para que no fim haja concordância com o objetivo inicial, ou seja, atenda às especificações em regime transitório e permanente do sistema. A seguir serão detalhados três métodos para a sintonia de controladores PID utilizados neste trabalho.

2.6.1 Sintonia pelo método de Ziegler-Nicols (ZN)

Conforme visto, cada estratégia de controle exerce determinada ação na estabilidade do processo controlado. Sendo assim, em 1942 os engenheiros norte-americanos John G. Ziegler e Nathaniel B. Nichols, especializados na área de controle automático, desenvolveram dois métodos para a regulação dos ganhos de um controlador P, PI ou PID, tendo o último maior notoriedade. Esses métodos utiliza-se de ambas as abordagens apresentadas no início do capítulo, ou seja, cada qual empregado em malha aberta e em malha fechada, sendo então denominados como regras de sintonia de Ziegler-Nicols. Neste trabalho será detalhado apenas o método em malha aberta, o qual foi utilizado nos experimentos realizados.

Basicamente, o método em malha aberta consiste em aplicar um degrau na entrada do sistema e, a partir disso, verificar o efeito resultante na saída. Para utilizar do método é necessário que a saída apresente um comportamento aproximado ao de um modelo de primeira ordem, em outras palavras, basta se atentar à curva de resposta ao degrau, ou seja, deve-se aproximar a uma feição em S. Isso é caracterizado por sistemas que não possuem integradores ou polos complexos conjugados dominantes (OGATA, 2010). A figura 10 ilustra, de forma intuitiva, como obter o atraso de transporte L e a constante de tempo T , sendo necessário traçar uma reta tangente no ponto de inflexão da curva e, por fim, verificar sua interseção com o eixo das abscissas (eixo x) e com o ganho K do processo.

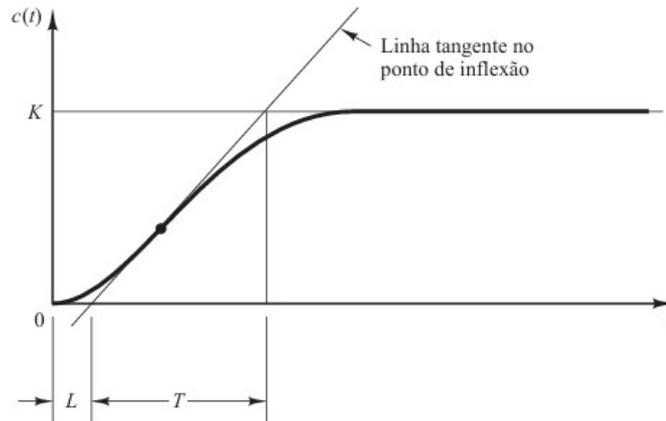


Figura 10 – Curva de resposta ao degrau no formato S. Fonte: (OGATA, 2010).

A respectiva regra de sintonia possui grande vantagem em sistemas onde o modelo matemático não foi evidenciado, em contrapartida, poderá ser também utilizada em sistemas onde o modelo foi identificado. Sendo assim, Ziegler-Nicols estabeleceram uma regra para ajustar os parâmetros de um controlador PID (K_c , τ_i e τ_d) com base na resposta ao degrau ou modelo de primeira ordem com atraso de transporte (2.49). Contudo, ao ajustar esses parâmetros, o modelo em malha fechada pode apresentar um alto sobressinal em relação a entrada degrau, o que é indesejável em grande parte dos processos. Dessa forma, ao utilizar da sintonia de Ziegler-Nicols, deve-se estar ciente de que ela fornece apenas uma estimativa dos valores iniciais, podendo ser necessário um ajuste fino com base no comportamento desejado do processo (OGATA, 2010). A tabela 2 fornece os valores iniciais dos parâmetros de um controlador PID com base no método de Ziegler-Nicols.

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{K e^{-Ls}}{Ts + 1}. \quad (2.49)$$

Tipo de controlador	K_c	τ_i	τ_d
P	$\frac{T}{KL}$	∞	0
PI	$0,9 \frac{T}{KL}$	$\frac{L}{0,3}$	0
PID	$1,2 \frac{T}{KL}$	$2L$	$0,5L$

Tabela 2 – Regra de sintonia de Ziegler-Nichols baseada na resposta ao degrau da planta. Fonte: (OGATA, 2010).

2.6.2 Sintonia pelo método de Cohen-Coon (CC)

Outro método de sintonia bastante utilizado na indústria foi o proposto por George Cohen e Gilbert Coon em 1953, tendo alta robustez e bom desempenho. A partir de análises em sistemas de controle e múltiplos ensaios, os autores propuseram uma formulação para adquirir os valores correspondentes às três ações do controlador, a qual ficou popularmente conhecida como regra de sintonia de Cohen-Coon, conforme a tabela 3.

A princípio, o método é útil para a minimização de distúrbios, pois busca posicionar os polos dominantes que fornecem uma taxa de decaimento de um quarto da amplitude (razão de declínio de 1:4), isso ajuda a diminuir rapidamente as oscilações no sistema (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1995). Embora apresente desempenho aceitável para fatores de incontabilidade maiores, ou seja, a razão entre o tempo de atraso L e a constante de tempo T na ordem de $0,6 < L/T < 4,5$, é um método bastante agressivo, o que pode levar a respostas com oscilações indesejadas (RIVERA; MORARI; SKOGESTAD, 1986).

Tipo de controlador	K_c	τ_i	τ_d
P	$[1,03 + 0,35 \left(\frac{L}{T}\right)] \frac{T}{KL}$	0	0
PI	$[0,9 + 0,083 \left(\frac{L}{T}\right)] \frac{T}{KL}$	$\frac{0,9+0,083\left(\frac{L}{T}\right)}{1,27+0,6\left(\frac{L}{T}\right)} L$	0
PID	$[1,35 + 0,25 \left(\frac{L}{T}\right)] \frac{T}{KL}$	$\frac{1,35+0,25\left(\frac{L}{T}\right)}{0,52+0,33\left(\frac{L}{T}\right)} L$	$\frac{0,5L}{1,35+0,25\left(\frac{L}{T}\right)}$

Tabela 3 – Regra de sintonia de Cohen-Coon baseado no modelo de primeira ordem do processo. Fonte: (CAMPOS; TEIXEIRA, 2006).

2.6.3 Sintonia com abordagem de otimização computacional (OC)

Conforme visto pelo capítulo 2, a função de transferência de um controlador PID pode ser representada pela equação (2.16). Além disso, outra forma de reescrevê-la pode ser evidenciada pela equação (2.50), onde G_c equivale a transformada do sinal de controle $U(s)$ sobre a transformada do sinal de erro atuante $E(s)$.

$$G_c = K \frac{(s+a)^2}{s}. \quad (2.50)$$

A sintonia com abordagem de otimização computacional (OC) é um método muito eficaz e de fácil aplicação, dada sua simplicidade de projeto. Seu objetivo é encontrar uma combinação entre os valores reais de K e a que forneça, em malha fechada, o desempenho desejado do processo em regime transitório (OGATA, 2010). Sendo assim, de início é importante estabelecer critérios para que o controlador atue de maneira correta, ou seja, isso irá depender dos requisitos do processo. Dessa forma, o tempo de acomodação e o sobressinal devem ser pré-definidos, sendo o último ditado pelo fator de amortecimento, caso o sistema seja subamortecido.

Após a definição dos requisitos é hora de estabelecer os intervalos para os parâmetros K e a . Quanto menor o incremento, maior será o número de combinações para o processo. Dessa forma, a partir de um programa escrito no *MATLAB* é possível encontrar o número de combinações capazes para atender às especificações do sistema. Todavia, nem sempre uma solução será encontrada, mesmo que os valores dos parâmetros sejam expandidos. Além disso, quanto mais abrangente for a área de busca, maior será o tempo necessário para que o *MATLAB* retorne algum resultado (OGATA, 2010). O programa a seguir foi extraído

de OGATA (2010), tendo como base a função de transferência da planta evidenciada pela figura 11. Pelo programa é possível visualizar que o valor para o sobressinal deve ficar entre 10% a 15%, já o tempo de acomodação deve ser inferior a 3 segundos.

```

t = 0:0.01:8;
k = 0;
for K = 3:0.2:5
    for a = 0.1:0.1:3
        num = [4*K 8*K*a 4*K*a^2];
        den = [1 6 8+4*K 4+8*K*a 4*K*a^2];
        y = step(num,den,t);
        s = 801;
        while y(s) > 0.98 & y(s) < 1.02
            s = s - 1;
        end
        ts = (s - 1) * 0.01; % ts = tempo de estabilização;
        m = max(y);
        if m < 1.15 & m > 1.10 & ts < 3.00
            k = k + 1;
            solution(k,:) = [K a m ts];
        end
    end
end
end
solution

```

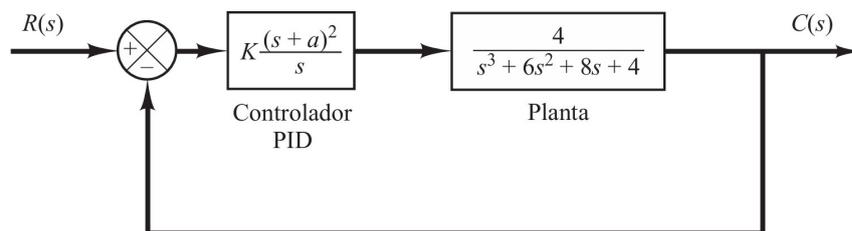


Figura 11 – Sistema com controle PID. Fonte: (OGATA, 2010).

3 Materiais e Métodos

3.1 Motor brushless

Para a construção da bancada didática foi utilizado 2 motores brushless (ou motor sem escovas), o qual se caracteriza por ser um motor elétrico que dispensa o uso de escovas. Sua aplicabilidade é imensa devido a sua alta performance e menor desgaste. Diferente dos motores tradicionais de corrente contínua (motor CC), no motor brushless o estator é alimentado por um sistema eletrônico que controla a troca de corrente em suas bobinas com o auxílio de comutadores, criando um campo magnético que se interage com os ímãs presentes no rotor, o que proporciona movimento com elevado torque.

Sua durabilidade e robustez faz com que o motor brushless seja utilizado em diversas aplicações, como drones, computadores e dispositivos eletrônicos, veículos elétricos, dentre outros. Sua eficiência, comparada aos motores CC, também se destaca, visto por seu menor consumo de energia. Além disso, por evitar o uso de escovas, sua manutenção é baixa, assim como seu ruído. Ademais, seu peso reduzido, comparado ao alto torque entregue, faz com que seu uso seja essencial na montagem dos drones. Entretanto, o custo inicial para adquirir um motor brushless é elevado ao se comparar com os tradicionais que utilizam escova. A tabela 4 apresenta as principais especificações do motor brushless 2212-920kv, o qual foi utilizado para a construção da bancada, onde kv representa o número de rotações por minuto (RPM) a cada volt aplicado em seus polos. Já o empuxo apresenta a capacidade de erguer determinada massa, ou seja, ao utilizar de uma hélice 10x4,5 polegadas, o conjunto (motor+hélice) é capaz de alçar até 800 gramas de massa.

Especificações técnicas	
Voltagem	7,4 – 14,8 volts
Rotação	920 kv
Potência	500 watts
Corrente de carga	14,5 amperes
Empuxo (10x4,5)	800 gramas

Tabela 4 – Especificações do motor brushless 2212-920kv acoplado a uma hélice de 10x4,5 polegadas.

3.2 Controlador eletrônico de velocidade (ESC)

Os ESCs (do inglês *Electronic Speed Controllers*, ou Controladores Eletrônicos de Velocidade) são dispositivos capazes de controlar a velocidade de motores brushless, os quais possuem certa semelhança com os motores de indução trifásicos, já que também

possuem enrolamentos que resultam em 3 terminais de alimentação. É obrigatório utilizar um ESC para acionar um motor brushless, já que o mesmo necessita da comutação de corrente enviada para seus terminais, o que resulta no chaveamento das bobinas em seu estator, gerando um campo magnético rotativo (MARTINS, 2020).

Para acionar um ESC, é necessário utilizar um controlador responsável por enviar um sinal de PWM (*Pulse Width Modulation*, Modulação por Largura de Pulso), sendo este incumbido por ajustar a largura dos pulsos os quais determinarão a potência entregue ao motor. Dessa forma, o interior dos ESCs, é dotado de transistores que chaveiam conforme o sinal de PWM definido, o que permite ajustes muito mais precisos na velocidade do motor (MARTINS, 2020). Contudo, é essencial verificar a corrente e tensão requeridas pelo motor, para então escolher um ESC capaz de suprir essa necessidade, sem comprometer sua estrutura. A tabela 5 fornece algumas das principais especificações de um ESC de 40 amperes.

Especificações técnicas	
Saída CC	40 amperes
Saída de corrente (curto tempo)	50 amperes (10 segundos)
Velocidade máxima	35000 RPM

Tabela 5 – Especificações do ESC de 40A.

3.3 Sensor MPU-6050

O MPU-6050 é um sensor capaz de detectar movimento, onde combina um acelerômetro que fornece a aceleração linear ao longo dos 3 eixos (correspondentes aos eixos X, Y e Z), assim como um giroscópio que fornece a velocidade angular (taxa de rotação) em torno dos eixos. Sua atuação está presente em diversos equipamentos, sendo indispensável na construção dos drones. Além disso, possui um sensor de temperatura acoplado ao interior do circuito integrado. A tabela 6 apresenta suas principais especificações.

Contudo, apesar de suas vantagens, o MPU-6050 apresenta alguns desafios que podem comprometer a precisão de suas medidas. O acelerômetro, por exemplo, possui uma boa estimativa para movimentos lentos, ou seja, para elevadas frequências seus ruídos são ampliados. Já para o giroscópio ocorre o inverso, para movimentos bruscos possui uma boa detecção, porém, sofre com acumulação do erro ao longo do tempo em suas medidas.

Portanto, é necessário a utilização de algum filtro que possibilite calibrar os dados para mitigar variações de aceleração e rotação. Dentre os vários filtros disponíveis na literatura, existe o filtro complementar, que se destaca pela sua simplicidade de construção. O filtro complementar utiliza de um filtro passa-baixas para atenuar os possíveis ruídos gerados pelo acelerômetro, além de um filtro passa-altas que atua sobre a integral do erro gerado pelo giroscópio.

As equações (3.1) e (3.2), expressam a relação entre os valores do acelerômetro (Gy) e giroscópio (Acc) aplicados ao filtro complementar. Sendo α um fator de ponderação com valor entre 0 e 1.

$$\theta = \alpha Gy + (1 - \alpha) Acc. \quad (3.1)$$

$$Gy = \theta + \omega dt. \quad (3.2)$$

Onde: ω equivale a velocidade atual do giroscópio; dt é o período de amostragem; θ é o valor do ângulo fornecido pelo filtro.

Especificações técnicas	
Tensão de operação	3 – 5 volts
Conversor	AD 16 bits
Comunicação	Protocolo padrão I2C
Faixa do giroscópio	$\pm 250, \pm 500, \pm 1000, \pm 2000^\circ/s$
Faixa do acelerômetro	$\pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 16g$

Tabela 6 – Especificações do sensor MPU-6050.

3.4 Microcontrolador arduino UNO

Arduino UNO é uma placa de prototipagem com origem italiana, baseada no microcontrolador ATmega328P. Possui uma infinidade de aplicações, visto sua simplicidade e flexibilidade de se adequar a inúmeros projetos, sendo utilizado mundialmente, devido, sobretudo, ao seu baixo custo. Sua linguagem de programação é baseada no C/C++. Além disso, sua plataforma é *open source* (código aberto), contribuindo para sua disseminação. O arduino UNO foi utilizado no projeto para implementar o controlador PID, enviar o sinal de controle para o ESC, além de obter a leitura do sensor MPU-6050. Dessa forma, foi o responsável por monitorar todo o sistema. A tabela 7 apresenta algumas das principais características do arduino UNO.

Especificações técnicas	
Tensão de operação	5 volts
Tensão de entrada	7 – 12 volts
Portas digitais	14 (6 com função PWM)
Portas analógicas	6
Corrente pinos I/O	40 miliamperes
Velocidade do clock	16 megahertz

Tabela 7 – Especificações do arduino UNO.

3.5 Bancada de posicionamento angular

Por fim, a partir de uma estrutura já pronta, foi adicionado todos os componentes eletrônicos e mecânicos utilizados, além de uma fonte externa para alimentação com capacidade de até 50 amperes e 12 volts, capaz de fornecer até 600 watts de potência. As figuras 12 e 13 ilustram a bancada com os componentes integrados.

É possível verificar que os motores brushless foram igualmente espaçados em torno da haste, assim como os ESCs. Além disso, o sensor MPU-6050 foi posicionado no centro da haste, de forma a fornecer os valores de angulação em relação à horizontal (eixo x), de acordo com seu movimento. Dessa forma, o conjunto é capaz de rotacionar em torno de um eixo fixo no seu centro de massa, o que permite 1 grau de liberdade rotacional. Já a fonte de alimentação, juntamente com o arduino UNO, foram dispostos logo abaixo. Por fim, foi utilizado hélices de 10x45 polegadas, que foram acopladas aos motores.

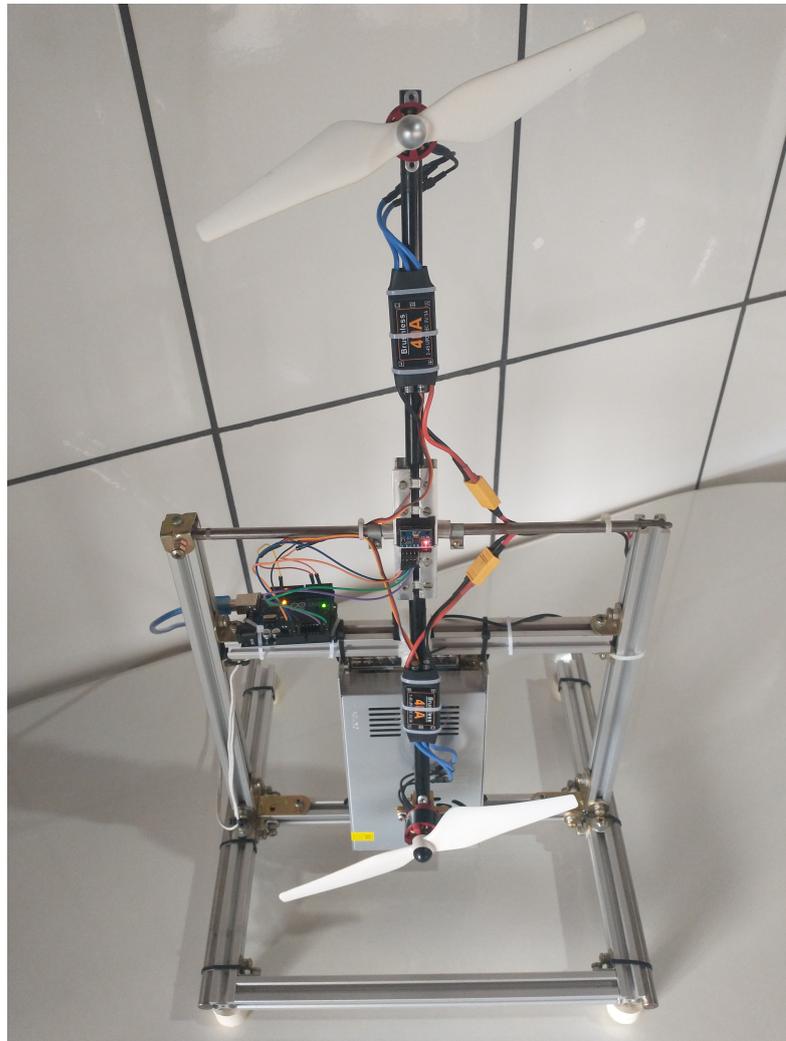


Figura 12 – Vista superior da bancada didática.



Figura 13 – Vista lateral da bancada didática.

3.6 Método dos mínimos quadrados (MQ)

Na literatura, existem diversos métodos conceituados que são direcionados à identificação de sistemas, ou seja, designados a encontrar uma função de transferência que relaciona o sinal de saída e entrada do processo. Conforme visto, um método popular e simplicista é o de Ziegler-Nichols, que utiliza da resposta ao degrau para fornecer dados a respeito dos parâmetros do processo. Todavia, pode haver sistemas onde o método de Ziegler-Nichols se torna inviável.

O método dos mínimos quadrados (*least squares*) surge com inúmeras possibilidades, desde aplicações em análises de dados, como regressão linear, até identificação de sistemas. Em resumo, o objetivo central é ajustar os parâmetros de um modelo matemático que busca minimizar uma função de custo, que nesse caso será a soma dos quadrados dos erros entre as variáveis estimadas e observadas.

De acordo com [AGUIRRE \(2015\)](#), um conjunto de equações pode ser definido, no caso geral, da seguinte forma:

$$y = f(x, \theta). \quad (3.3)$$

Em que $f(x)$ é parametrizada por $\theta \in \mathbb{R}^n$, sendo no caso vetorial $f(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ dependente de um vetor θ , de n parâmetros. Dessa forma, a função (3.3) pode ser reescrita por meio das equações que a representa (3.4), onde y_i é a i -ésima observação de y , que

equivale a variável dependente (saída do sistema), já $x_i = [x_i^1 \ x_i^2 \dots x_i^n]^T$ são as i -ésimas observações dos n elementos do vetor $x = [x^1 \ x^2 \dots x^n]^T$, que corresponde ao vetor de variáveis independentes (regressores). O conjunto (3.4) é composto por N restrições.

$$\begin{aligned} y_1 &= f(x_1, \theta) \\ y_2 &= f(x_2, \theta) \\ &\vdots \\ y_N &= f(x_N, \theta). \end{aligned} \tag{3.4}$$

Portanto, como a função f e o vetor de parâmetros θ não variam de uma restrição para outra e, considerando que o sistema seja determinado ($n = N$), invariante no tempo e linear, as n restrições da equação (3.3) pode ser escrita na seguinte forma:

$$\mathbf{y} = X\theta. \tag{3.5}$$

Onde $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

Dessa forma, caso a matriz X tenha seu determinante diferente de zero, que significa ser não singular, ela poderá ser inversa. Sendo assim, é possível determinar o vetor de parâmetros da seguinte forma:

$$\theta = X^{-1}\mathbf{y}. \tag{3.6}$$

Porém, caso o número de restrições seja maior que a quantidade de parâmetros ($N > n$) o sistema terá infinitas soluções (sistema sobredeterminado). Para encontrar a melhor solução para este caso, pode-se utilizar do método dos mínimos quadrados. Para isso, considere um sistema que se conhece o valor estimado do vetor de parâmetros $\hat{\theta}$, além da matriz de regressores observados X . Ao tentar encontrar o valor do vetor observado y , sendo $y \in \mathbb{R}^n$, a partir de X e $\hat{\theta}$, é cometido um erro ξ , onde $\xi \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de resíduos. A equação (3.7) apresenta essa relação na forma matricial.

$$y = X\hat{\theta} + \xi. \tag{3.7}$$

Observa-se que $\xi = y - X\hat{\theta}$, que conforme visto, é a diferença entre os valores observados e estimados. A função de custo J_{MQ} , baseada no método dos mínimos quadrados, é apresentada a seguir:

$$J_{MQ}(\hat{\theta}, Z^N) = \sum_{i=1}^N \xi(i)^2. \tag{3.8}$$

Ao substituir ξ na equação (3.8), tem-se:

$$\begin{aligned}
J_{\text{MQ}} &= (y - X\hat{\theta})^T(y - X\hat{\theta}) \\
&= y^T y - y^T X\hat{\theta} - \hat{\theta}^T X^T y + \hat{\theta}^T X^T X\hat{\theta}.
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Para minimizar o valor da função de custo, basta aplicar a derivada parcial em relação ao vetor de parâmetros e igualar a zero, ou seja, $\frac{\partial J_{\text{MQ}}}{\partial \hat{\theta}} = 0$, conforme a seguir:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial J_{\text{MQ}}}{\partial \hat{\theta}} &= -(y^T X)^T - X^T y + (X^T X + X^T X) \hat{\theta} \\
&= -X^T y - X^T y + 2X^T X\hat{\theta}.
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Tirando como base as relações $\frac{\partial(x^T y)}{\partial y} = x$ e $\frac{\partial(x^T A x)}{\partial x} = (A + A^T)x$. Ao igualar a equação (3.10) a zero, obtém-se:

$$\begin{aligned}
\hat{\theta} &= (X^T X)^{-1} X^T y \\
&= X^\dagger y.
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Onde X^\dagger indica a pseudoinversa de X , que existe se $N \geq n$ e se X tiver posto pleno (completo). Ou seja, para que isso ocorra, a função de autocorrelação da entrada X , utilizada para medir a similaridade de um sinal com ele mesmo em diferentes deslocamentos no tempo, não deverá ser regular, que significa não possuir periodicidade. Dessa forma, caso a entrada seja persistentemente excitante, suas colunas serão independentes entre si, o que fará com que o sistema apresente solução (AGUIRRE, 2015).

4 Resultados

4.1 Aplicação do método dos mínimos quadrados

Para a estabilização da haste na bancada, é necessário projetar o controlador responsável pelo posicionamento angular da estrutura, a fim de simular o comportamento físico requerido pelos drones, para que haja equilíbrio em pleno vôo. Além do mais, deve ser capaz de mitigar possíveis distúrbios, como ventos, que são agentes ambientais imprevisíveis.

Ao utilizar o método dos mínimos quadrados para a identificação do sistema, foi adotada a seguinte estratégia, acionar um dos motores brushless com velocidade constante e, ao outro, aplicar uma velocidade variável, para que o mesmo oscile de forma aleatória (não periódica) em torno do seu ponto de equilíbrio (zero grau). Dessa forma, irá atender aos requisitos vistos pela equação (3.11), ou seja, possuir o número de restrições maior ou igual a quantidade de parâmetros, além de apresentar a matriz de regressores com posto pleno.

Para isso, foi gerado um sinal binário pseudoaleatório (PRBS), do inglês *pseudo random binary signal*, responsável por excitar a planta com valores aleatórios. Os sinais PRBS são essenciais na identificação de sistemas, pois utilizam de valores não autocorrelacionados, que significa não possuir uma correlação temporal significativa entre si (AGUIRRE, 2015). Dessa forma, foi estipulado um intervalo numérico para o PRBS e, assim, enviado a um dos ESCs. A figura 14a ilustra o sinal PWM gerado a partir do PRBS, no qual foi retirado sua componente DC, que significa remover a média aritmética do sinal, de acordo com a seguinte equação:

$$y_{DC}(k) = y(k) - y_M. \quad (4.1)$$

Sendo y_M a média aritmética do sinal, calculada por:

$$y_M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y(i). \quad (4.2)$$

A figura 14b, apresenta a saída resultante medida pelo sensor MPU, a partir do estímulo imposto à entrada.

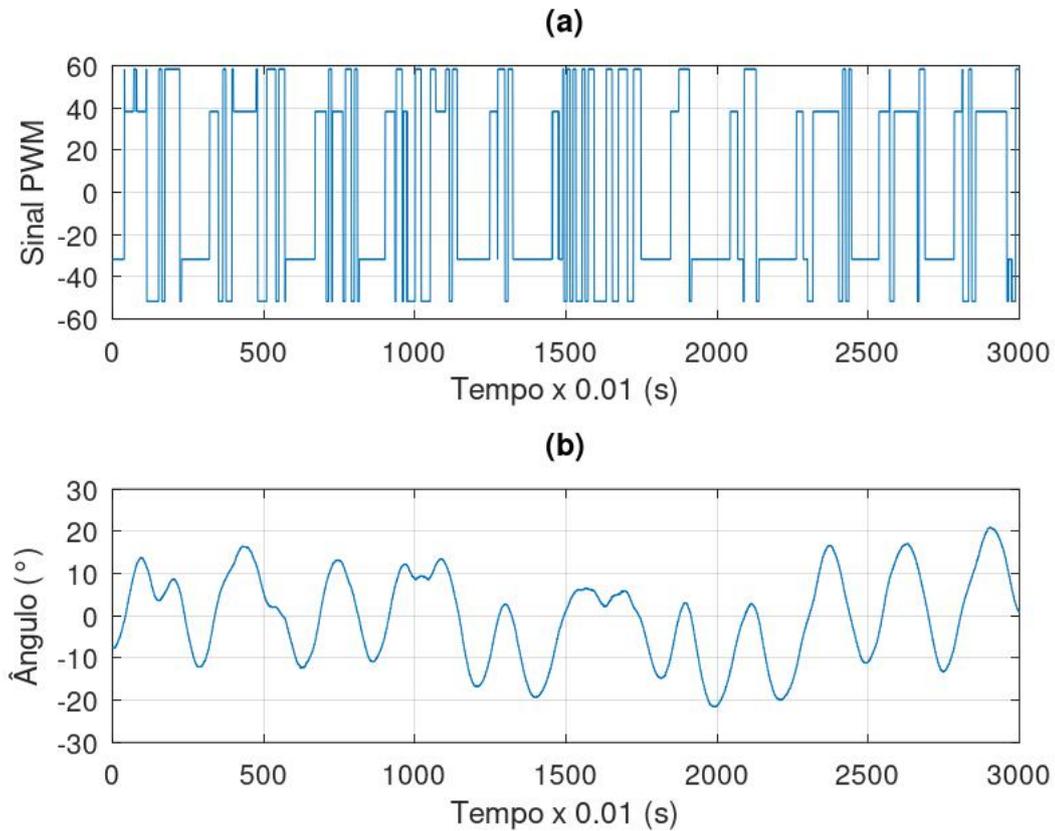


Figura 14 – (a) sinal PWM enviado ao ESC com remoção da componente DC e (b) ângulo medido pelo sensor MPU.

Com os dados obtidos, é possível modelar o sistema de acordo com o número de regressores. Para o modelo de primeira ordem, o qual foi utilizado nesse projeto, será necessário dois regressores, sendo eles $u(k-1)$ (entrada defasada) e $y(k-1)$ (saída defasada). A equação matricial (4.3), equivalente a equação (3.5), apresenta a forma de escrita para dispor os regressores.

$$\begin{bmatrix} y(k+1) \\ y(k+2) \\ \vdots \\ y(k+n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(k) & y(k) \\ u(k+1) & y(k+1) \\ \vdots & \vdots \\ u(k+n) & y(k+n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

Portanto, após aplicar a equação (3.11) aos dados coletados, para encontrar os valores dos parâmetros que minimizem o resíduo, foi obtido os seguintes valores para θ_1 e θ_2 :

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 1,6990 \times 10^{-3} \\ \theta_2 &= -9,9733 \times 10^{-1}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Por fim, a função de transferência pulsada que descreve a dinâmica do processo é apresentada pela equação (4.5). Ao utilizar um período de amostragem de 10 milissegundos, é obtida sua versão resultante, equação (4.6), no domínio de Laplace.

$$G(z) = \frac{0,001699}{z - 0,9973}. \quad (4.5)$$

$$G(s) = \frac{0,1701}{s + 0,2673}. \quad (4.6)$$

Dessa forma, para validar o modelo, pode-se utilizar dos parâmetros obtidos para prever o valor da saída e compará-la com seu valor real. As figuras 15 e 16, apresentam essa comparação entre os valores estimados e observados (valores reais).

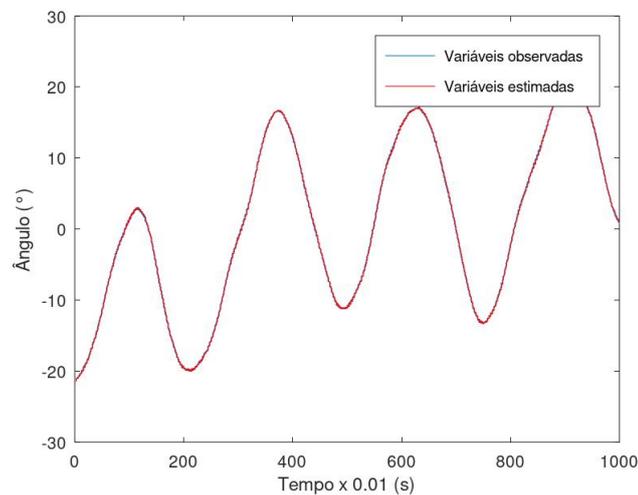


Figura 15 – Validação do modelo obtido pelo método dos mínimos quadrados.

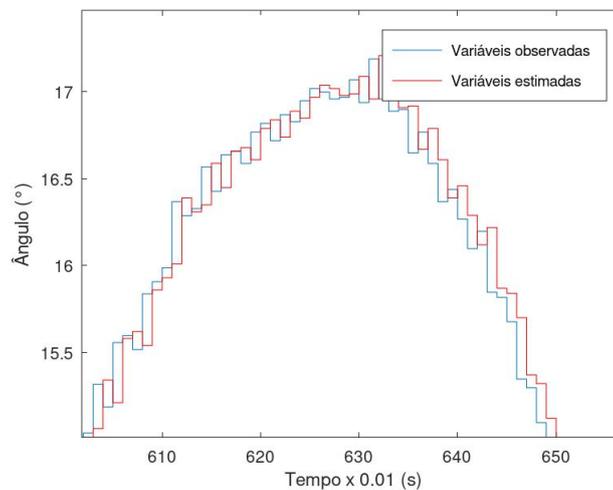


Figura 16 – Zoom no gráfico de validação.

4.2 Simulação dos controladores projetados

Para a simulação dos controladores PID obtidos, foi utilizado o *software Octave*. O termo correspondente ao atraso de transporte, e^{-Ls} , foi alterado, devido a algumas limitações do *software*, pela aproximação de Padé. Essa técnica visa substituir o termo exponencial, comum em equações de sistemas dinâmicos, por uma fração racional, simples de manipular. A equação (4.7), exibe a aproximação de Padé de ordem 1.

$$e^{-Ls} \approx \frac{1 - \frac{L}{2}s}{1 + \frac{L}{2}s}. \quad (4.7)$$

Com isso, foram utilizadas as três técnicas estudadas para a sintonia dos controladores PID. Cada técnica possui sua particularidade, cada qual com suas vantagens e limitações, conforme enunciadas pelo capítulo 2 e aplicadas a seguir.

4.2.1 Simulação dos controladores pelo método de ZN

Conforme visto, ao utilizar do método de Ziegler-Nicols, é necessário obter o modelo de primeira ordem que descreve a planta, pois, assim, com base nas características sobre a dinâmica do processo, é possível ajustar os parâmetros do controlador. Ao comparar as equações (2.49) e (4.6), observa-se a ausência do atraso de transporte na segunda equação. Entretanto, para obter o controlador PID, a partir das técnicas vistas, é indispensável seu uso (ver tabela 2).

Em primeira análise, foi definido que o atraso de transporte corresponderia a 30% da constante de tempo. Sendo assim, a tabela 8, apresenta os valores das características do modelo. Já a tabela 9, exibe os parâmetros resultantes dos controladores P, PI e PID, desenvolvidos com base na regra de sintonia de Ziegler-Nicols.

K	T	L
0,6365°	3,7412 s	1,1224 s

Tabela 8 – Características do modelo de primeira ordem do processo, para $L = 0,3T$.

Tipo de controlador	K_c	τ_i	τ_d
P	5,2369	∞	0
PI	4,7132	3,7413	0
PID	6,2843	2,2448	0,5612

Tabela 9 – Parâmetros sintonizados pelo método de ZN ($L = 0,3T$).

A figura 17, ilustra o comportamento do controlador PID em resposta à aplicação de uma entrada do tipo degrau unitário.

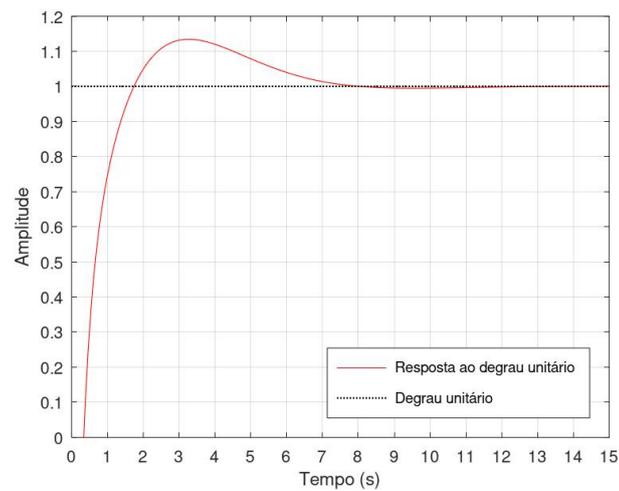


Figura 17 – Simulação do 1º controlador PID pelo método de ZN.

Ademais, foi projetado outros controladores P, PI e PID, tabela 11, sendo agora atribuído um atraso de transporte referente a 40% da constante de tempo. A tabela 10, apresenta novamente as características do modelo, porém, tendo em vista o novo valor do atraso de tempo. A figura 18, exibe o desempenho do sistema, em malha fechada, com a introdução do controlador PID, em resposta ao degrau aplicado.

K	T	L
0,6365°	3,7412 s	1,4965 s

Tabela 10 – Características do modelo de primeira ordem do processo, para $L = 0,4T$.

Tipo de controlador	K_c	τ_i	τ_d
P	3,9278	∞	0
PI	3,5350	4,9883	0
PID	4,7133	2,9930	0,7482

Tabela 11 – Parâmetros sintonizados pelo método de ZN ($L = 0,4T$).

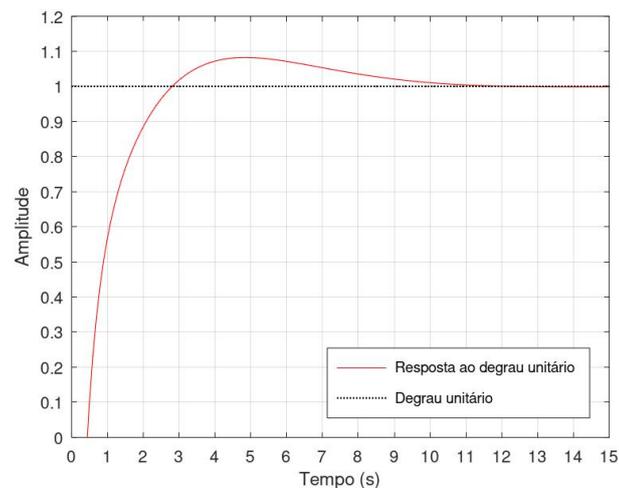


Figura 18 – Simulação do 2º controlador PID pelo método de ZN.

Por fim, sob a orientação do material referenciado, é possível estabelecer critérios para estipular o desempenho dos controladores. Em especial, a partir das equações (2.10) e (2.12), responsáveis por disponibilizar o máximo sobressinal, e o tempo de acomodação para uma faixa de 2% em torno do valor em regime permanente, respectivamente. A tabela 12, mostra os valores de sobressinal (M_p), e o tempo de acomodação (t_s), para cada um dos controladores PID projetados.

Controlador PID	M_p	t_s
1º controlador	13,42%	6,7 s
2º controlador	8,25%	9,1 s

Tabela 12 – Desempenho dos controladores PID pelo método de ZN.

Portanto, ao analisar o desempenho apurado e compará-los, percebe-se que o primeiro controlador obteve um menor tempo de acomodação, devido, sobretudo, ao seu maior ganho proporcional, K_c . Logo, o sistema demonstrou maior rapidez durante o regime transitório. Todavia, o segundo controlador resultou em um sobressinal inferior, comparado ao primeiro.

Fica evidente, pela figura 19, que quanto maior o atraso de transporte, maior será o tempo de acomodação do processo. No entanto, menor será seu sobressinal. Para a escolha adequada da constante L , é necessário, sobretudo, conhecer as exigências do processo a ser controlado, a fim de alcançar o desempenho requerido.

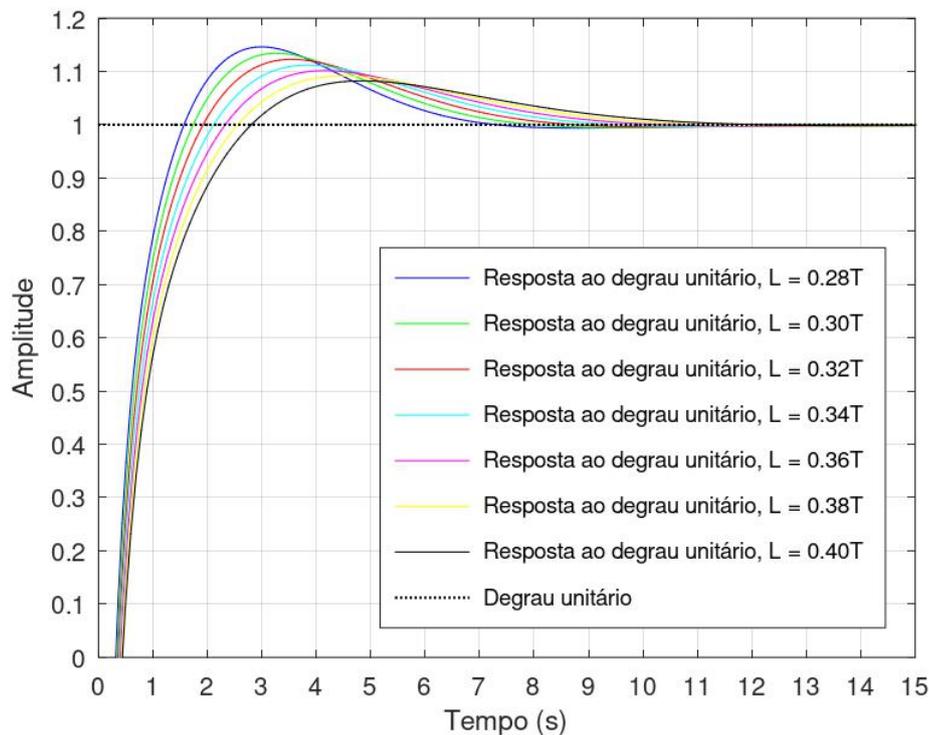


Figura 19 – Simulação do controlador PID pelo método de ZN para diferentes valores de L .

4.2.2 Simulação dos controladores pelo método de CC

Outro método de sintonia aplicado foi o de Cohen-Coon. A priori, foi empregada das mesmas técnicas da subseção anterior, logo, foi construído dois controladores PID para aplicação. O projeto do primeiro controlador considerou um atraso de transporte de 30% da constante de tempo. Já o segundo, equivalente a 40%.

A tabela 13, exibe os valores extraídos para os controladores P, PI e PID, dado o fator de incontrolabilidade de 0,3 (L/T). O desempenho do controlador PID, em resposta ao degrau, é evidenciado pela figura 20.

Tipo de controlador	K_c	τ_i	τ_d
P	5,9438	0	0
PI	4,8435	0,7159	0
PID	7,4628	2,5838	0,3938

Tabela 13 – Parâmetros sintonizados pelo método de CC ($L = 0,3T$).

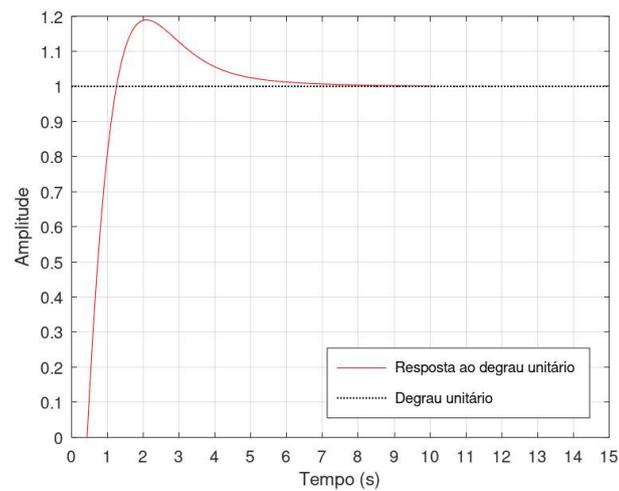


Figura 20 – Simulação do 1º controlador PID pelo método de CC.

Já a tabela 14, expõe os parâmetros obtidos dos controladores, tendo em vista um fator de incontabilidade de 0,4. Com isso, a nova resposta ao degrau unitário, referente ao segundo controlador PID, é ilustrada pela figura 21.

Tipo de controlador	K_c	τ_i	τ_d
P	4,5955	0	0
PI	3,6654	0,9249	0
PID	5,6953	3,3281	0,5160

Tabela 14 – Parâmetros sintonizados pelo método de CC ($L = 0,4T$).

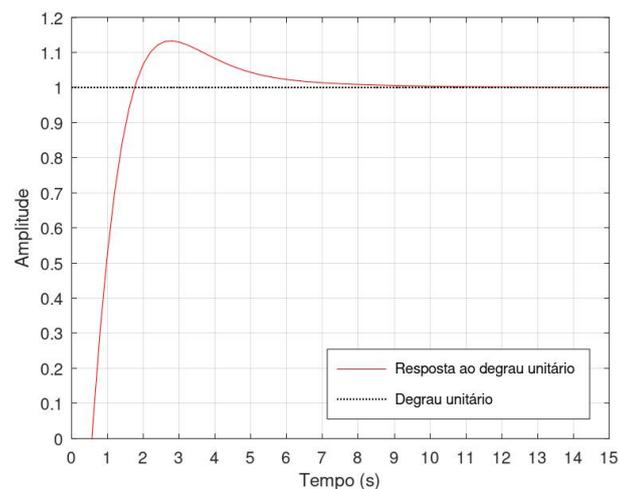
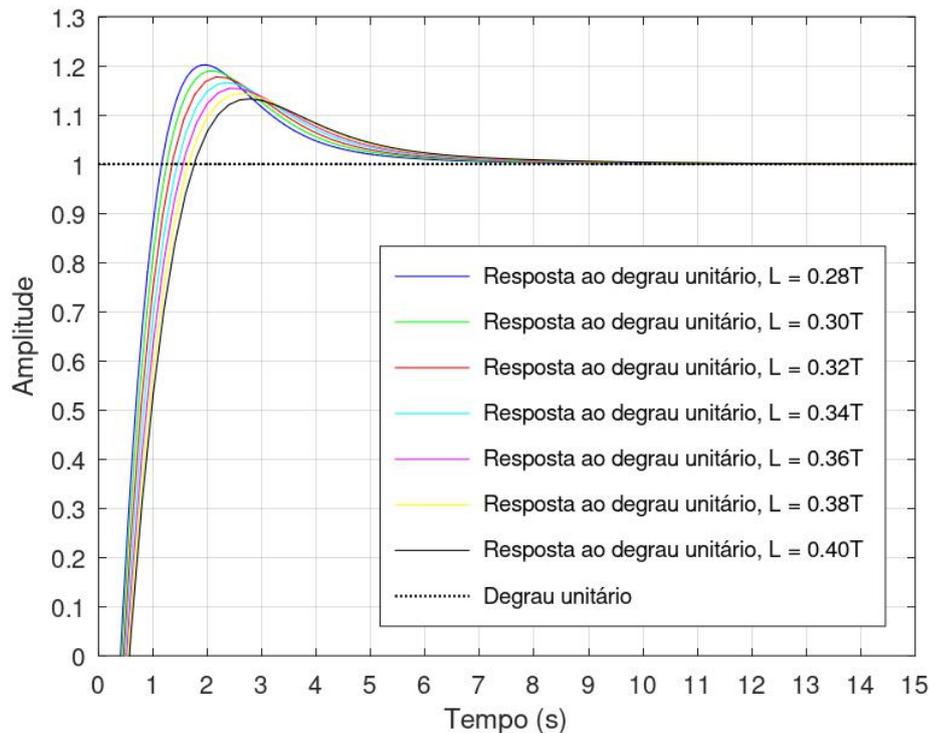


Figura 21 – Simulação do 2º controlador PID pelo método de CC.

Para finalizar, a tabela 15, apresenta o desempenho dos dois controladores PID projetados, cada qual com uma abordagem. Ao analisar a tabela, e a figura 22, é possível usufruir das mesmas observações feitas ao método de Ziegler-Nicols, dada a similaridade dos desempenhos.

Controlador PID	M_p	t_s
1º controlador	18,84%	5,3 s
2º controlador	13,27%	6,2 s

Tabela 15 – Desempenho dos controladores PID pelo método de CC.

Figura 22 – Simulação do controlador PID pelo método de CC para diferentes valores de L .

4.2.3 Simulação dos controladores pelo método de OC

Por último, foi ajustado os parâmetros dos controladores com respaldo na técnica de otimização computacional, que consiste em adaptar uma combinação entre os valores reais de K e a , de modo que forneça o desempenho esperado em malha fechada.

Para tanto, foi atribuído os seguintes critérios de performance, um máximo sobressinal de 30% e um tempo de acomodação inferior a 11 segundos. Dessa forma, uma série de combinações foram geradas. Dentre elas, a tabela 16, apresenta os seguintes valores escolhidos para formar os respectivos controladores PID.

Controlador PID	K	a
Controlador G_{c1}	1,6	1,3
Controlador G_{c2}	2,6	1,2

Tabela 16 – Valores de K e a escolhidos para os controladores PID.

As equações (4.8) e (4.9), exibem os controladores PID projetados.

$$G_{c1} = 1,6 \frac{(s + 1,3)^2}{s}. \quad (4.8)$$

$$G_{c2} = 2,6 \frac{(s + 1,2)^2}{s}. \quad (4.9)$$

Já as imagens 23 e 24, ilustram a resposta ao degrau referentes aos controladores G_{c1} e G_{c2} , respectivamente.

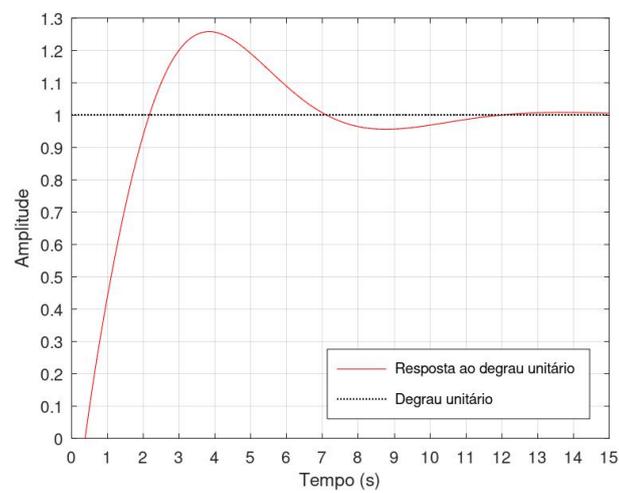


Figura 23 – Simulação do controlador G_{c1} .

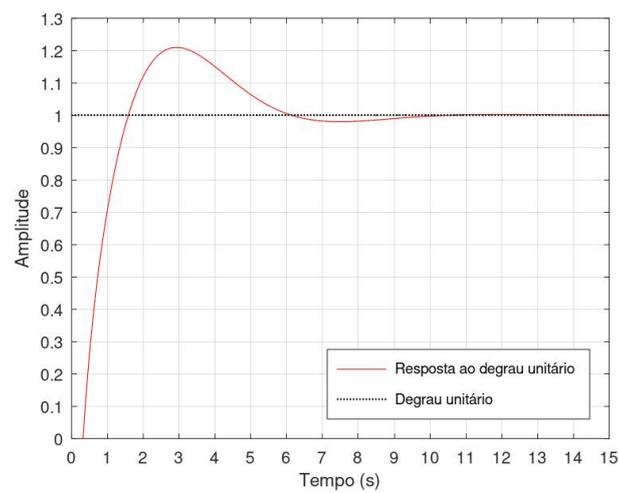


Figura 24 – Simulação do controlador G_{c2} .

Portanto, baseando-se nas imagens, é possível extrair os principais parâmetros para a estimação de desempenho dos controladores. A partir da tabela 17, os valores de sobressinal e tempo de acomodação são evidenciados. Com isso, percebe-se a melhor atuação do controlador G_{c2} , frente ao controlador G_{c1} , em ambos os aspectos considerados.

Por fim, a imagem 25, apresenta uma comparação gráfica. É nítido, visualmente, a melhor performance do controlador G_{c2} , representado no gráfico pela cor verde.

Controlador PID	M_p	t_s
Controlador G_{c1}	25,74%	10,7 s
Controlador G_{c2}	20,95%	7,7 s

Tabela 17 – Desempenho dos controladores G_{c1} e G_{c2} .

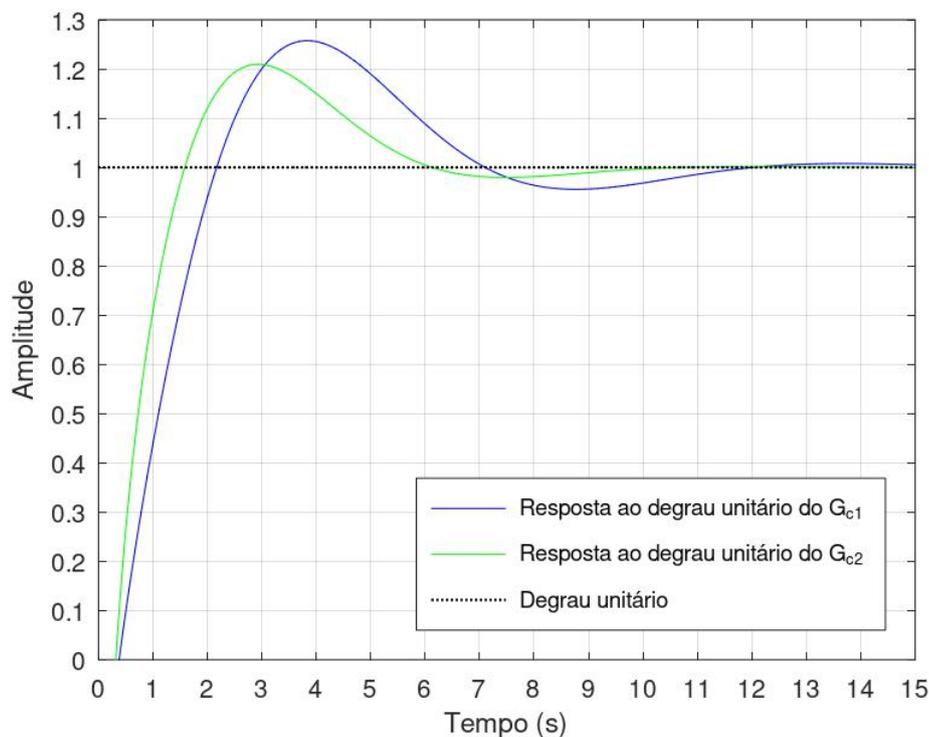


Figura 25 – Comparação entre as simulações dos controladores PID obtidos pelo método de OC.

4.3 Aplicação dos controladores projetados

Para finalizar o trabalho, foram aplicados todos os controladores projetados à bancada didática. Foi utilizado o filtro complementar para atenuar as oscilações e ruídos provenientes do sensor MPU-6050. Além disso, houve a inserção de um referencial variável, a fim de verificar o desempenho atingido por cada um dos controladores.

Ao avaliar um sistema de controle, critérios para medir a qualidade de desempenho devem ser definidos. Tais critérios, também conhecidos como indicadores, podem se basear em erros estacionários, amplitudes, e durações dos erros transitórios, como é o caso da Integral do Erro Absoluto (IAE), Integral do Erro Quadrático (ISE), e Integral do Produto do Tempo pelo Erro Absoluto (ITAE), respectivamente (CASTRUCCI; BITTAR; SALES, 2011). As equações a seguir, apresentam o cálculo dos indicadores de desempenho.

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt. \quad (4.10)$$

$$ISE = \int_0^{\infty} e^2(t) dt. \quad (4.11)$$

$$ITAE = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt. \quad (4.12)$$

4.3.1 Aplicação dos controladores pelo método de ZN

As figuras 26 e 27, mostram o comportamento dos controladores obtidos pelo método de Ziegler-Nicols frente à aplicação de diversos degraus. Percebe-se que, em ambas as imagens, é impossível eliminar completamente o ruído sem comprometer o sistema de controle. Em outras palavras, caso o ruído seja excessivamente minimizado, o sistema começa a apresentar lentidão na resposta às perturbações, além de elevar seu sobressinal.

Sendo assim, foi atribuído um fator de ponderação a ao filtro, de modo que, apresentasse uma relação satisfatória entre atenuação de ruídos e performance do sistema.

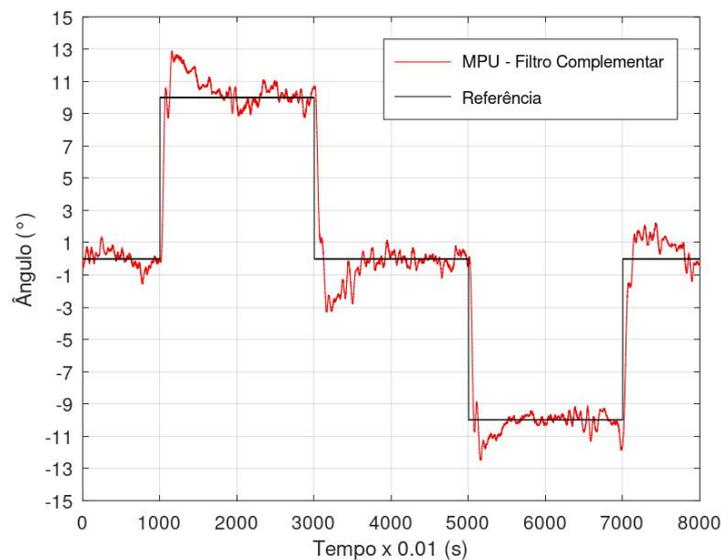


Figura 26 – Aplicação do 1º controlador PID pelo método de ZN.

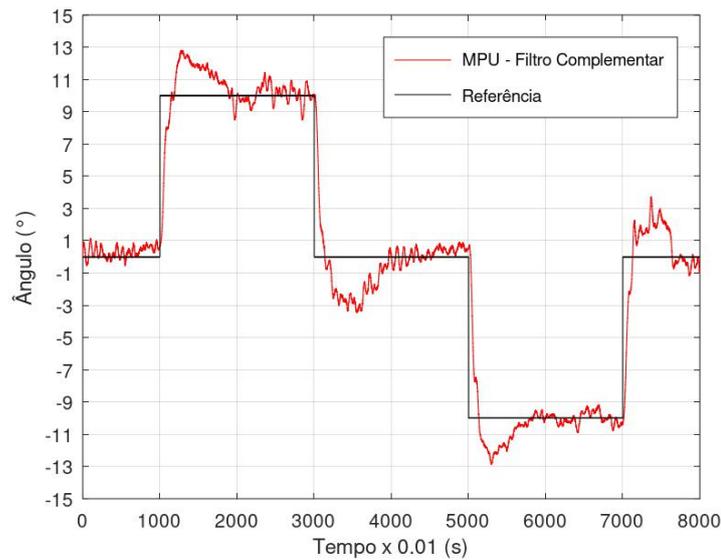


Figura 27 – Aplicação do 2º controlador PID pelo método de ZN.

Desse modo, as figuras evidenciam a capacidade dos controladores em manter o posicionamento angular da haste conforme desejado, o que remete ao princípio de funcionamento dos drones. É possível observar a atenuação dos distúrbios pelos controladores, os quais tendem a se estabilizar com o tempo. A tabela 18, apresenta os indicadores de desempenho de cada controlador.

Os indicadores são utilizados no intuito de penalizar diferentes fatores. Pelas equações (4.10), (4.11) e (4.12), é perceptível que o IAE penaliza os erros igualmente ao longo do tempo. Já o ISE, por apresentar um fator quadrático, penaliza erros maiores. Por fim, o ITAE, penaliza erros tardios.

Controlador PID	IAE	ISE	ITAE
1º controlador	69,47	221,50	2751,12
2º controlador	88,84	282,57	3605,87

Tabela 18 – Indicadores de desempenho aplicados aos controladores PID de ZN.

4.3.2 Aplicação dos controladores pelo método de CC

Os controladores PID projetados pelo método de Cohen-Coon também foram inseridos na bancada e submetidos às mesmas perturbações aplicadas aos controladores de Ziegler-Nicols. As imagens 28 e 29 ilustram o desempenho obtido por cada um dos controladores.

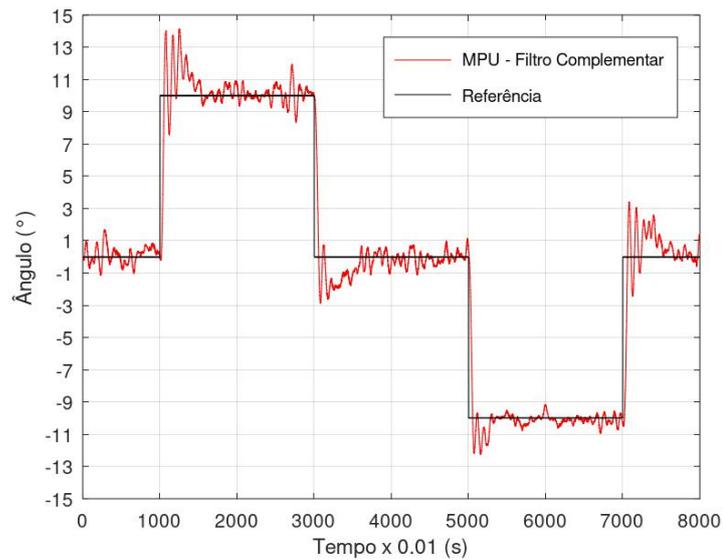


Figura 28 – Aplicação do 1º controlador PID pelo método de CC.

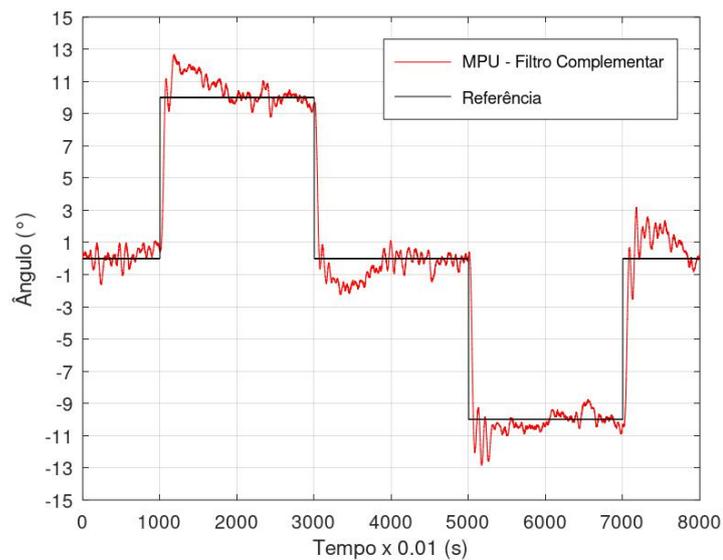


Figura 29 – Aplicação do 2º controlador PID pelo método de CC.

Para encerrar, a tabela 19, apresenta os indicadores de desempenho para cada controlador projetado, conforme visto anteriormente. É válido observar que o primeiro controlador obteve vantagem em todos os indicadores considerados, ao compará-lo com o segundo.

Controlador PID	IAE	ISE	ITAE
1º controlador	60,77	191,16	2346,52
2º controlador	70,66	214,60	2908,36

Tabela 19 – Indicadores de desempenho aplicados aos controladores PID de CC.

4.3.3 Aplicação dos controladores pelo método de OC

Finalmente, para encerrar, os controladores PID obtidos pelo método de otimização computacional foram igualmente submetidos às técnicas vistas nas etapas anteriores. Pelas figuras 30 e 31, fica nítido, mesmo com a presença de um pequeno ruído, visualizar que o controlador G_{c1} tende a registrar um maior sobressinal, dada as mudanças no referencial, comparado ao controlador G_{c2} , que tende a ser menos agressivo.

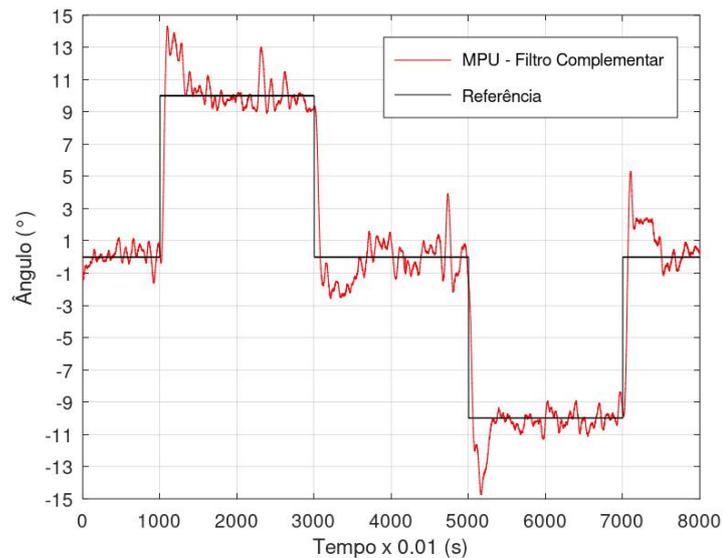


Figura 30 – Aplicação do controlador G_{c1} pelo método de OC.

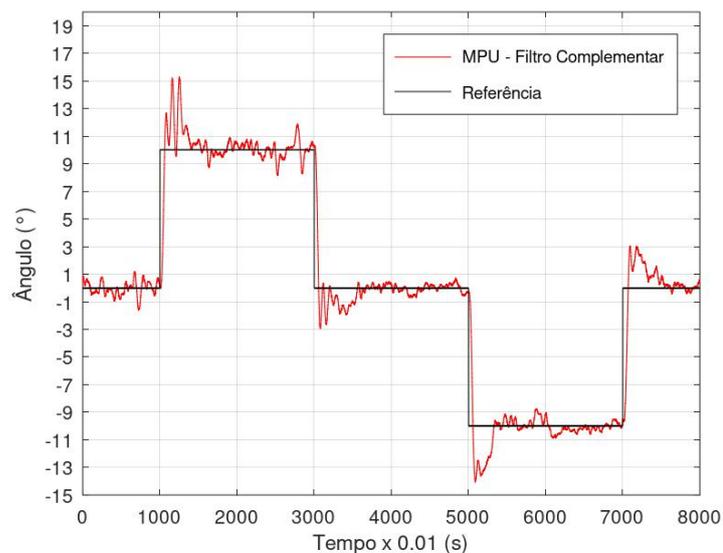


Figura 31 – Aplicação do controlador G_{c2} pelo método de OC.

A tabela 20, apresenta os valores dos indicadores de desempenho aplicados aos controladores G_{c1} e G_{c2} . Dessa forma, é possível observar, com base nos dados, que o

controlador G_{c2} obteve melhor desempenho em todos os indicadores analisados.

Controlador PID	IAE	ISE	ITAE
Controlador G_{c1}	82,25	248,89	3361,90
Controlador G_{c2}	64,70	217,88	2576,14

Tabela 20 – Indicadores de desempenho aplicados aos controladores PID de OC.

5 Considerações finais

Fica evidente, portanto, que todos os controladores projetados atenderam de forma satisfatória aos requisitos do projeto. Sendo assim, foram aplicadas técnicas de controle conceituadas na literatura, pelo fato da simplicidade para a sintonia, além da robustez e segurança oferecidas. Dessa forma, foi possível validar os modelos apurados com eficácia.

Ademais, pôde-se explorar, com o auxílio da bancada didática, o princípio requerido pelas aeronaves, em especial, os drones, para a estabilização em pleno vôo. Portanto, a partir da bancada, uniu-se os conhecimentos teóricos aos práticos, algo crucial para o desenvolvimento profissional do aluno.

Para a grande parte dos populares métodos de sintonia, é imprescindível que haja o modelo matemático que especifica o processo. Ao utilizar da resposta ao degrau, percebeu-se que, por fatores dinâmicos, a haste da bancada irá sempre tender a alguma de suas extremidades. Em outras palavras, ao aplicar o degrau, a haste sempre deslocará para algum de seus limites máximos, dessa forma, a aplicação dessa abordagem tornou-se inviável. Por outro lado, o método dos mínimos quadrados se mostrou eficaz e determinante na obtenção da função de transferência do processo.

Por fim, em grande parte dos sistemas de controle é necessário realizar uma sintonia fina nos parâmetros do controlador, pois, embora os métodos de controle estudados, serem amplamente utilizados, eles fornecem apenas uma estimativa dos parâmetros iniciais. Sendo assim, ainda é possível aplicar melhorias aos controladores, de forma a otimizar seus indicadores de desempenho. Portanto, a bancada didática dará suporte ao aprendizado dos alunos, já que tem-se a possibilidade de realizar melhorias aos controladores, o que serve como motivação para futuros trabalhos.

Referências

- AGUIRRE, L. A. *Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não lineares: teoria e aplicação*. 4. ed. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2015. Citado 3 vezes nas páginas 38, 40, 41.
- ÅSTRÖM, K.; HÄGGLUND, T. *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. 2. ed: Instrument Society of America, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 19, 32.
- ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. *Computer Controlled Systems: Theory and Desing*. 3. ed: Prentice Hall, 1997. Citado 1 vez na página 24.
- BAZANELLA, A. S.; SILVA JR, J. M. G. *Sistemas de Controle: princípios e métodos de projeto*. Porto Alegre: UFRGS, 2005. Citado 2 vezes na página 14.
- BILOTI, R. *Regra do Trapézio*. 2020. Disponível em: <https://www.ime.unicamp.br/~biloti/an/211/quad-02.html>. Acesso em: 15 de fevereiro de 2025. Citado 1 vez na página 27.
- CAMPOS, M. C. M. M.; TEIXEIRA, H. C. G. *Controles típicos de equipamentos e processos industriais*. 1. ed. São Paulo: Editora Blucher, 2006. Citado 3 vezes nas páginas 11, 14, 32.
- CARNEIRO, L. S.; VIEIRA, D. S.; GONZAGA, F. R. N.; SANTOS, J. R.; OLIVEIRA, A. M. S. Uma reflexão acerca da contribuição das aulas práticas no processo de ensino-aprendizagem em fenômenos dos transportes. In: IN: XLVII Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia e II Simpósio Internacional de Educação em Engenharia da ABENGE. Fortaleza-CE, 2019. Citado 1 vez na página 11.
- CARVALHO, J. L. M. *Sistemas de Controle Automático*. Rio de Janeiro: LTC, 2000. Citado 5 vezes nas páginas 13, 15–17.
- CASTRUCCI, P. L.; BITTAR, A.; SALES, R. M. *Controle Automático*. Rio de Janeiro: LTC, 2011. Citado 1 vez na página 52.
- CASTRUCCI, P. L.; MORAES, C. C. *Engenharia de Automação Industrial*. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2007. Citado 1 vez na página 10.
- DORF, R. C.; BISHOP, R. H. *Sistemas de Controle Modernos*. 13. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2018. Citado 6 vezes nas páginas 14, 15, 18, 24, 25.
- DOUGHERTY, M. J. *DRONES – Guia das Aeronaves Não Tripuladas que Estão Tomando Conta de Nossos Céus*. São Paulo: M. Books, 2019. Citado 1 vez na página 9.
- FERREIRA, D. A. P. *Análise e Processamento de Sinais*. Londrina: Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2018. Citado 3 vezes nas páginas 21–23.

- FURTADO, A. F. O desafio do ensino de engenharia frente aos problemas econômicos, energéticos e a sustentabilidade. *Revista Triângulo*, v. 6, n. 1, p. 3–21, 2013. Citado 1 vez na página 11.
- GARCIA, C. *Controle de processos industriais: Estratégias convencionais*. 1. ed. São Paulo: Blucher, 2018. Citado 2 vezes na página 15.
- JAIMES, L. E. G. *Control Digital, Teoría y Práctica*. 2. ed. Medellín, 2009. Citado 4 vezes nas páginas 19, 20, 24, 26.
- KULAKOWSKI, B. T.; GARDNER, J. F.; SHEARER, J. L. *Dynamic Modeling and Control of Engineering Systems*. 3. ed. São Paulo: Cambridge University Press, 2007. Citado 1 vez na página 15.
- KUO, B. C. *Automatic Control Systems*. 7. ed: Prentice Hall, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 13, 24.
- KWOK, K. E.; PING, M. C.; LI, P. A Model-Based Augmented PID Algorithm. *Journal of Process Control*, v. 10, p. 9–18, 2000. Citado 1 vez na página 10.
- LARA, R. *Como o drone voa? Entenda o equilíbrio de forças que o mantém parado no ar*. 2022. Disponível em: <https://www.uol.com.br/tilt/noticias/redacao/2020/11/05/como-o-drone-voa-entenda-equilibrio-de-forcas-que-o-mantem-parado-no-ar.htm>. Acesso em: 27 de janeiro de 2025. Citado 1 vez na página 9.
- LATHI, B. P. *Sinais e sistemas lineares*. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2008. Citado 1 vez nas páginas 21, 22.
- LATHI, B. P. *Sistemas digitais: fundamentos e aplicações*. 9. ed. Porto Alegre: Bookman, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 21, 22.
- MARTINS, S. *ESC: Características e Funcionamento*. 2020. Disponível em: <https://blog.eletrogate.com/esc-caracteristicas-e-funcionamento/>. Acesso em: 02 de abril de 2025. Atualizado em: 2022. Citado 2 vezes na página 35.
- MORADI, M. H.; KATEBI, M. R.; JOHNSON, M. A. MIMO predictive PID controls. *IFAC, 15th Triennial World Congress, Barcelona*, p. 319–324, 2002. Citado 1 vez na página 10.
- MUNARETTO, L. *RPA - VANT E DRONES - A Aeronáutica ao Alcance de Todos*. 3. ed. São Paulo: Edição independente, 2020. Citado 1 vez na página 9.
- NISE, N. S. *Engenharia de Sistemas de Controle*. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2023. Citado 2 vezes nas páginas 13, 14.
- OGATA, K. *Discrete-Time Control Systems*. 2. ed: Prentice-Hall, 1995. Citado 4 vezes nas páginas 21, 23, 25.
- OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010. Citado 9 vezes nas páginas 16–18, 20, 30–33.

- PEDROSA, L. *Drones, Vants ou RPAs? Entenda mais sobre essas aeronaves não tripuladas*. 2019. Disponível em: <https://memoria.etc.com.br/tecnologia/2015/02/drones-vants-ou-rpas-entenda-mais-sobre-essas-aeronaves-nao-tripuladas>. Acesso em: 27 de janeiro de 2025. Citado 1 vez na página 9.
- RANGEL, S. C. *DRONES – A Tecnologia Disruptiva das Aeronaves Remotamente Pilotadas*. 1. ed. São Paulo: Chiado Books, 2019. Citado 1 vez na página 9.
- REDAÇÃO CANAL RURAL. *Drones ajudam na economia de tempo e dinheiro no agro*. 2022. Disponível em: <https://www.canalrural.com.br/pecuaria/drones-ajudam-na-economia-de-tempo-e-dinheiro-no-agro/>. Acesso em: 27 de janeiro de 2025. Citado 1 vez na página 9.
- RIVERA, D. E.; MORARI, M.; SKOGESTAD, S. Internal Model Control - PID Controller Design. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, California, v. 25, n. 1, p. 252–265, 1986. Citado 1 vez na página 32.
- SEBORG, D. E.; EDGAR, T. F.; MELLICHAMP, D. A. *Process Dynamics and Control*. 2. ed: John Wiley Sons, 2004. Citado 1 vez na página 23.
- WANG, Q. Autotuning of PID controllers. *Journal of Process Control*, n. 1, p. 105–107, 2001. Citado 1 vez na página 11.
- WARWICK, K.; REES, D. *Industrial Digital Control Systems*. London: Peter Peregrinus Ltd, 1988. Citado 1 vez na página 24.