



Universidade Federal de Ouro Preto  
Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas  
Departamento de Engenharia Elétrica



## **Trabalho de Conclusão de Curso**

**Projeto de controladores clássicos baseado em análises multivariáveis para integração de fontes alternativas de energia à rede elétrica**

**Victor Ferreira Drummond de Andrade**

João Monlevade, MG

2024

**Victor Ferreira Drummond de Andrade**

**Projeto de controladores clássicos baseado em análises multivariáveis para integração de fontes alternativas de energia à rede elétrica**

Trabalho de Conclusão de curso apresentado à Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Elétrica pelo Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas da Universidade Federal de Ouro Preto.

Orientador: Prof. Dr. Igor Dias Neto de Souza

**Universidade Federal de Ouro Preto**

**João Monlevade**

**2024**

## SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

A553p Andrade, Victor Ferreira Drummond de.  
Projeto de controladores clássicos baseado em análises  
multivariáveis para integração de fontes alternativas de energia à rede  
elétrica. [manuscrito] / Victor Ferreira Drummond de Andrade. - 2024.  
53 f.

Orientador: Prof. Dr. Igor Dias Neto de Souza.  
Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto.  
Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas. Graduação em Engenharia  
Elétrica .

1. Controladores elétricos. 2. Conversores de corrente elétrica. 3.  
Energia - Fontes alternativas. 4. Redes elétricas. 5. Sistemas de energia  
elétrica - Controle. 6. Sistemas de energia elétrica - Estabilidade. I.  
Souza, Igor Dias Neto de. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III.  
Título.

CDU 621.31

Bibliotecário(a) Responsável: Flavia Reis - CRB6-2431



## FOLHA DE APROVAÇÃO

**Victor Ferreira Drummond de Andrade**

**Projeto de controladores clássicos baseado em análises multivariáveis para integração de fontes alternativas de energia à rede elétrica**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenharia Elétrica

Aprovada em 19 de fevereiro de 2024

### Membros da banca

Dr. Igor Dias Neto de Souza - Orientador - Universidade Federal de Ouro Preto  
Dr. Thainan Santos Theodoro - Universidade Federal de Ouro Preto  
Dr. Welbert Alves Rodrigues - Universidade Federal de Ouro Preto

Igor Dias Neto de Souza, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 28/03/2024



Documento assinado eletronicamente por **Igor Dias Neto de Souza, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 28/03/2024, às 20:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [http://sei.ufop.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0670413** e o código CRC **B8D2A743**.

*À minha família,  
aos meus amigos  
e à Toca.*

# Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por sempre está ao meu lado em todos os momentos, a minha família em especialmente minha mãe Neide e meu pai Carlos, que mesmo distante me apoio e me incentivou a nunca desistir dos meus sonhos.

Aos meus amigos que torcem pelo meu sucesso, em especial Guilherme, Gustavo, Vinícius, Thiago, Lazaro, Fábio, Gabriel, Ronny, Luiz Filipe, João Pedro, Vitória Ventura e a Toca que me recebeu e me ensinou a como superar muitas dificuldades.

Ao meu professor Orientador Igor Dias N. Souza, pela paciência, ensinamentos, incentivos e disposição durante todo o decorrer deste trabalho. E em especial professor ícones que tive prazer de conhecer como Fernando Bento, Carlos Barbosa, Juan Carlos, Márcio Braga, Glauco Yared e todo corpo de professores do ICEA.

*"Se você sabe explicar o que sente, não ama, pois o amor foge de todas as explicações possíveis."*

*Carlos Drummond de Andrade.*

# Resumo

Este trabalho de conclusão de curso apresenta uma estratégia de controle para sistemas conversores fonte de tensão conectados à rede elétrica trifásica de distribuição. Em meio a crescente demanda de fornecimento de energia é preciso cada vez mais ter estabilidade, eficiência e qualidade, com isso algumas ferramentas são aplicadas a sistemas de controle em busca de alcançar esses objetivos. Assim, duas ferramentas que serão empregadas nas análises multivariáveis de sistemas de controladores são a Relative Gain Array (RGA) e a Singular Value Decomposition (SVD), essas que comumente não são aplicadas nesse tipo de análise por se tratar de sistemas multivariáveis, essa abordagem, baseada em análises multivariáveis, permite a integração mais eficiente na resposta em frequência de fontes alternativas de energia à rede elétrica. Dessa forma, podendo projetar um controlador como um sistema de múltiplas entradas e múltiplas saídas (do inglês, multiple-inputs-multiple-outputs) (MIMO), que consiga através dos seus parâmetros obtidos pelas ferramentas aplicadas ter um resultado eficiente, robusto, rápido e eficaz. Logo, este trabalho revisa alguns conceitos para se realizar a modelagem do sistema como: Transformada de Clarke e Park, para se obter um sistema em coordenadas  $dq$  sendo mais viável realizar o controle, com isso sendo necessário fazer a representação do mesmo em Espaço de Estados para obter o comportamento dinâmico do sistema e poder aplicar as ferramentas de estudo. Logo são definidos os parâmetros do controlador e realizadas simulações com aplicações sinal em degrau dos resultados. Obtendo assim, distorção de tensão de saída baixa, uma sistemática maneira de incluir vários controladores ressonantes digitais no espaço de estado, eficácia e a técnica proposta em diferentes condições de carga, garantindo uma boa resposta transiente de tensão de saída, potência, qualidade e estabilidade. Dessa forma foi validada a abordagem teórica apresentada, conseqüentemente a eficácia do controle realizado pelos métodos propostos.

**Palavras-chave:** Conversor, fonte de tensão, sistemas multivariáveis, matriz de ganhos relativos, decomposição de valores singulares, controle MIMO, sinal em degrau, plantas multivariáveis.

Abstract:

# Abstract

This course conclusion work presents a control strategy for systems voltage source converters connected to the three-phase electrical distribution network. Amid growing demand for energy supply, it is increasingly necessary to have stability, efficiency and quality, with this some tools are applied to control systems in pursuit of achieving these objectives. Thus, two tools that will be used in multivariate analyzes of controller systems are the Relative Gain Array (RGA) and the Singular Value Decomposition (SVD), which are not commonly applied in this type of analysis because they are multivariable systems, this approach, based on multivariable, allows more efficient integration in the frequency response of sources energy alternatives to the electrical grid. In this way, being able to design a controller as a system of multiple inputs and multiple outputs (from English, multiple-inputs-multiple- outputs) (MIMO), which it achieves through its parameters obtained by the tools applied have an efficient, robust, fast and effective result. Therefore, this work reviews some concepts to carry out system modeling such as: Clarke transform and Park, to obtain a system in coordinates where it is more viable to carry out control, therefore, it is necessary to represent it in State Space to obtain the dynamic behavior of the system and be able to apply the study tools. controller parameters are defined and simulations are carried out with signal applications in level of results. Thus obtaining low output voltage distortion, a systematic way to include multiple digital resonant controllers in the state space, effectiveness and the proposed technique under different load conditions, ensuring a good response output voltage transient, power, quality and stability. In this way, it was validated the theoretical approach presented, consequently the effectiveness of the control carried out by proposed methods. Keywords: Converter, voltage source, multivariable systems, gain matrix relative values, singular value decomposition, decentralized MIMO control, signal in step, multivariable plants.

**Keywords:** Converter, voltage source, multivariable systems, relative gains matrix, singular value decomposition, MIMO control, step signal, multivariable plants.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Diagrama de bloco sistema VSC completo. . . . .	14
Figura 2 – VSC conectado à rede elétrica. . . . .	18
Figura 3 – Conversor de tensão ligado a rede trifásica. . . . .	19
Figura 4 – Representação genérica da Transformada de Clarke. . . . .	20
Figura 5 – Representação genérica da Transformada de Park. . . . .	21
Figura 6 – Diagrama Unifilar VSC . . . . .	22
Figura 7 – Experimento para calculo da RGA 2x2 . . . . .	32
Figura 8 – Soma dos elementos das linhas da RGA. . . . .	36
Figura 9 – Soma dos elementos da linha da RGA de $v_{cc}$ para variação de $I_{cc}$ . . . . .	36
Figura 10 – Soma dos elementos da linha de da RGA correspondente à tensão CC para variação paramétrica. . . . .	37
Figura 11 – Soma dos elementos da linha de da RGA correspondente à tensão CC para variação paramétrica da indutância. . . . .	38
Figura 12 – Diagrama de blocos simplificado do controle de corrente de eixo direto/quadratura. . . . .	41
Figura 13 – Soma dos elementos das linhas da RGA do sistema. . . . .	43
Figura 14 – Diagrama de blocos simplificado do controle da tensão do barramento CC. . . . .	44
Figura 15 – Formas de onda das corrente $dq$ . . . . .	48
Figura 16 – Formas de onda das corrente trifásicas. . . . .	48
Figura 17 – Forma de onda da tensão do barramento CC. . . . .	49
Figura 18 – Formas de onda da tensão e corrente de fase ‘a’ da rede elétrica. . . . .	49

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Parâmetros de um VSC conectado à rede de distribuição. . . . .	35
Tabela 2 – Ponto de Operação de um VSC conectado à rede de distribuição. . . .	35
Tabela 3 – Parâmetros do controlador de corrente . . . . .	42
Tabela 4 – Parâmetros do controlador de tensão . . . . .	45
Tabela 5 – Degraus de corrente. . . . .	47

# Lista de abreviaturas e siglas

AC	Alternating Current
BEN	Balanco Energético Nacional
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Continua
CFT	Conversor de Fonte de Tensão
DC	Direct Current
DSOGI-PLL	Dual Second Order Generalized Integrator - Phase Locked Loop
DVS	Decomposição em Valores Singulares
GD	Geração Distribuída
IGBT	Insulated Gate Bipolar Transistor
IGCT	Integrated Gate Commutated Thyristor
MGR	Matriz de Ganhos Relativos
MIMO	Multiple Inputs Multiple Outputs
PAC	Ponto de Acoplamento Comum
PLL	Phase Locked Loop
RGA	Relative Gain Array
SISO	Single Input Single Output
SVD	Singular Value Decomposition
VSC	Voltage Source Converter

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>13</b>
1.1	Contextualização	13
1.2	Identificação do Problema e Motivação	15
1.3	Objetivos	16
1.4	Estrutura do trabalho	16
<b>2</b>	<b>MODELAGEM DO CONVERSOR FONTE DE TENSÃO</b>	<b>18</b>
2.1	Conversor de Fonte de Tensão	18
2.2	O Fasor Espacial e as Transformadas de Clarke e Park	19
2.3	Modelagem do VSC Conectado à Rede CA	21
2.4	Representação em Espaço de Estados	24
2.5	Conclusões Parciais	26
<b>3</b>	<b>ESTUDO MULTIVARIÁVEL DO SISTEMA</b>	<b>27</b>
3.1	Direções em Sistemas MIMO	27
3.2	Decomposição em Valores Singulares	28
3.3	Matriz de Ganhos relativos	30
3.4	Número de Condicionamento	33
3.5	Estudo de Caso	34
3.5.1	Variação de Ponto de Operação	36
3.5.2	Variação Paramétrica	37
3.6	Conclusões Parciais	37
<b>4</b>	<b>PROJETO DE CONTROLE</b>	<b>40</b>
4.1	Controle das Corrente CA	40
4.2	Controle da tensão CC	43
4.3	Conclusões Parciais	45
<b>5</b>	<b>RESULTADOS DE SIMULAÇÃO</b>	<b>47</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO FINAL</b>	<b>50</b>
6.1	Trabalhos Futuros	51
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>52</b>
<b>7</b>	<b>APÊNDICE A - RELAÇÃO ENTRE VARIÁVEIS DE ESTADO E FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA</b>	<b>54</b>

# 1 Introdução

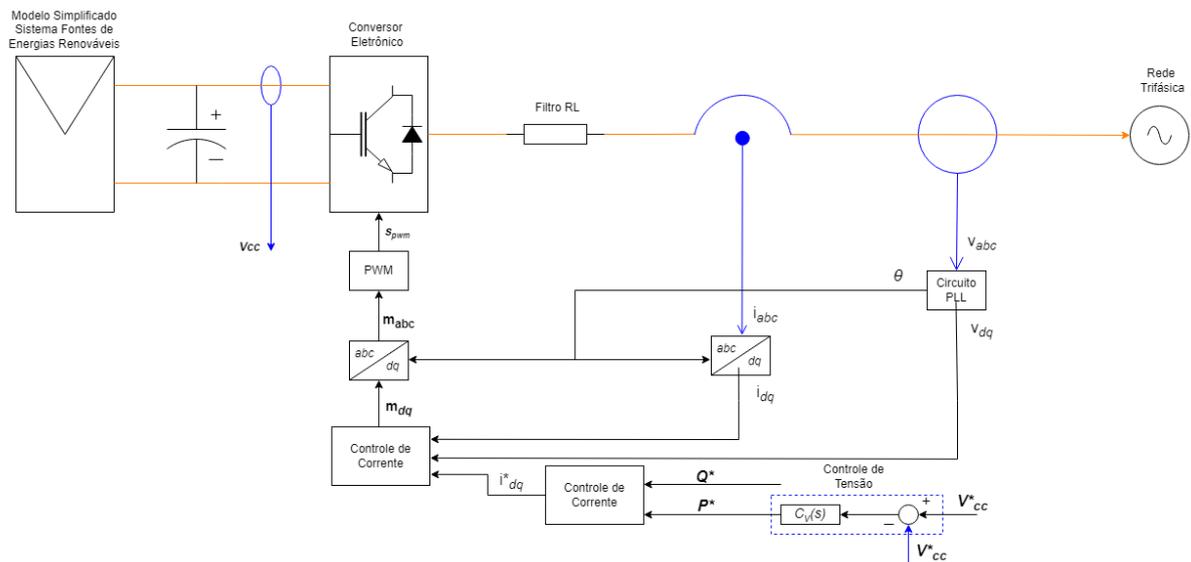
## 1.1 Contextualização

Atualmente, as usinas geradoras de energia renováveis, também chamadas de centrais elétricas ou estações geradoras, são um conjunto de obras e equipamentos destinados à geração de energia elétrica, vêm ganhando cada vez mais espaço no sistema energético mundial. Neste sentido, a Geração Distribuída (GD) tem tido grande importância nas pesquisas mundiais dos últimos anos, principalmente devido à preocupação com o crescimento da demanda de energia elétrica e também devido ao crescente interesse de integrar as fontes renováveis ao sistema elétrico de potência. Dados importantes podem ser observados através do Balanço Energético Nacional (BEN) conforme EPE (2022) destaca, que em 2022, a oferta interna de energia (total de energia disponibilizada no país) atingiu 303,1 Mtep (megatoneladas equivalentes de petróleo), registrando um crescimento na oferta interna de 10,9 TWh (4,5%) em relação ao ano anterior. A participação de renováveis na matriz energética foi marcada pelo aumento da oferta de energia hidráulica, associada à melhoria do regime hídrico e a redução do uso das usinas termelétricas. No entanto, o incremento das fontes eólica e solar na geração de energia elétrica e o biomassas contribuíram para que a matriz energética brasileira se mantivesse em um patamar renovável de 47,4%, muito superior ao observado no resto do mundo.

A Geração Distribuída (GD) ou também chamada de geração descentralizada, é uma expressão usada para nomear a geração elétrica realizada próxima ao consumidor, independente tecnologia e fonte de energia, com uma aplicação adicional versátil, fornecendo serviços auxiliares e reduzindo as perdas de transmissão (OLIVEIRA, 2020). Neste contexto, o conceito de microrredes, que consiste em um grupo de cargas e unidades de geração distribuída (GD) operando para aumentar a confiabilidade e a qualidade do sistema de forma controlada, podendo ser de corrente alternada (CA), corrente contínua (CC) ou híbrida, também tem despertado interesse. Elas são conectadas no nível de distribuição a uma rede elétrica pelo ponto de acoplamento comum (PAC) e são compostas de múltiplas fontes renováveis de GD, sistemas de armazenamento de energia e cargas (GOMES, 2018).

Geralmente, a conexão da microrrede com o sistema através do PAC é realizada via um conversor eletrônico de potência, operando com o auxílio de controladores projetados para garantir o funcionamento eficiente, adequado e estável de todos os componentes do sistema. Dessa forma, a microrrede precisa desempenhar duas funções principais: o controle da potência na saída da GD e o controle na operação em ilha, um exemplo desse sistema pode ser observado através da Figura 1(XU; ZHA, 2007).

Figura 1 – Diagrama de bloco sistema VSC completo.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Em geral, várias estruturas de controle do Conversor de fonte de tensão - Voltage Source Converter (VSC) para sistemas conectados à rede elétrica já foram estudados, a estratégia de controle do VSC consiste em duas malhas em cascata conforme (BLAABJERG et al., 2006). Usualmente, existe uma malha interna de controle, mais rápida, que regula a corrente injetada na rede e uma malha externa, mais lenta, que controla a tensão do barramento CC, conseqüentemente o fluxo da potência ativa e o fluxo da potência reativa injetada no sistema elétrico. A malha de corrente é responsável pelas qualidades de energia e proteção de corrente, assim, a compensação de harmônicos e a rápida resposta dinâmica são propriedades importantes no controlador de corrente.

O controlador da tensão do barramento CC e da potência reativa são projetados para balancear o fluxo de potência entre o GD e a rede corrente alternada (CA). Usualmente, o projeto deste controlador leva em conta a estabilidade do sistema, tendo dinâmica lenta. Em alguns trabalhos, o controlador é baseado em uma malha de tensão CC em cascata com uma malha interna de potência em vez de uma malha de corrente. Neste controlador, a corrente injetada na rede é indiretamente controlada. Esta estratégia de controle tornou-se popular por dois motivos principais: a corrente de saída pode ser facilmente limitada e os dois controladores podem ser projetados separadamente se suas respectivas constantes de tempo forem projetadas de maneira que o controlador interno de corrente seja muito mais rápido que o controlador externo (YAZDANI; IRAVANI, 2010b).

A tensão no barramento CC é controlada usando a potência ativa entregue pelo sistema. As correntes de referência são calculadas com base na tensão de sequência positiva de modo a resultar em tensões balanceadas mesmo na presença de tensões da

rede desbalanceadas. A informação sobre a tensão de sequência positiva e a frequência da rede é normalmente obtida usando um *Phase Locked Loop* (PLL), como, por exemplo, no sistema desenvolvido em, (RODRIGUEZ et al., 2006) baseado em um integrador generalizado de segunda ordem (Dual Second Order Generalized Integrator - Phase Locked Loop) (DSOGI-PLL).

Os controladores podem ainda ser classificados quanto ao referencial em que são empregados:  $dq$ ,  $\alpha\beta$  e  $abc$ . No controle em referencial  $dq$ , os métodos usam a transformação ( $abc-dq$ ) para converter as formas de onda de corrente e tensão em um referencial que gira em sincronismo com a tensão da rede (NIKKHAJOEI; IRAVANI, 2007).

## 1.2 Identificação do Problema e Motivação

Yazdani e Iravani (2010a) determina que para a GD garantir uma resposta transitória satisfatória, o tempo de respostas do controlador da malha interna devem estar entre 0,5 ms e 5 ms. Neste sentido, Fogli (2020) projeta o controlador de corrente com uma constante de tempo de 0,5 ms e Almeida et al. (2017), embora tenham realizado o projeto no tempo discreto, trabalham com um tempo de resposta da malha interna de 1 ms.

Por outro lado, sabe-se que este formato de projeto pode ser comprometido se as constantes de tempo das malhas internas e externas não forem suficientemente distanciadas entre si (CABERO; SÁNCHEZ; PRODANOVIC, 2016). Segundo Liu et al. (2013), a largura de banda da malha externa de tensão geralmente esta entre cinco ou dez vezes menor que a largura de banda da malha interna, além de ser menor que 100 Hz. Enquanto (YAZDANI; IRAVANI, 2010a) a projeta aproximadamente cinco vezes menor, (ALMEIDA et al., 2016) a considera dez vezes menor, sendo o mais próximo obtido nos resultados de simulação conforme apresentado no capítulo 3. Ademais, destaca-se que estas relações foram observadas empiricamente, portanto não há uma comprovação matemática do limite máximo da largura de banda malha externa em relação à malha interna.

Diante deste cenário, a Matriz de Ganhos Relativos (RGA) proporciona uma maneira matemática para definir as faixas de largura de banda das malhas interna e externa mencionadas anteriormente. Essa ferramenta está atrelada à análise de sistemas multivariáveis e auxilia na escolha de quais variáveis de saída não devem ser controladas quando o sistema é não-quadrado com mais saídas que entradas (ANJOS, 2016). No entanto, sua aplicação no controle de sistemas eletrônicos de potência ainda são pouco adotadas. Em (ZHANG et al., 2006) é destacado que geralmente a RGA é utilizada para analisar o grau de interações entre as variáveis de entrada e saída do sistema e assim auxiliar na escolha dos melhores pares saída por entrada no projeto de controles SISO. Desta forma, uma possível solução é aplicar não apenas a RGA mas também a Decomposição de Valores Singulares (SVD) a fim de definir as direções do sistema e verificar se em alguma

delas o sistema não pode ser controlado (ANJOS, 2016).

## 1.3 Objetivos

O objetivo geral do trabalho projetar controladores SISO em cascata duplamente realimentado de um sistema GD baseados em VSC conectados à rede elétrica utilizando técnicas MIMO. Para isso será utilizada (i) a resposta em frequência da soma dos elementos das linhas da RGA para definir a largura de banda de cada controlador e (ii) a análise da direcionalidade e sentido das variáveis de entrada e saída através da SVD, que permite a visualização da interdependência das variáveis de saída e escolha das variáveis de controle nos projetos em cascata. Espera-se que o projeto garanta um bom comportamento transitório e em estado permanente, além de ser robusto frente a distúrbios.

Para atender ao objetivo principal desta proposta são estabelecidos alguns objetivos específicos, listados a seguir:

1. Caracterizar e apresentar as transformadas de Clark e Park;
2. Obter o modelo matemático do conversor VSC conectado à rede CA;
3. Obter a representação em espaço de estados do sistema;
4. Caracterizar os conceitos básicos de análise de sistemas multivariáveis como RGA e DVS e aplicá-los ao VSC conectado à rede CA;
5. Analisar a resposta da soma dos elementos da RGA frente a variações paramétricas e pontos de operação;
6. Apresentar uma análise da direcionalidade e sentido das variáveis de entrada e saída, através da decomposição em valores singulares.
7. Definir parâmetros dos controlares de corrente e tensão do VSC.
8. Realizar simulações com aplicação de um sinal em degrau através do software PSIM e Matlab
9. Obter resultados de estabilidade do sistema baseado na literatura apresentada.

## 1.4 Estrutura do trabalho

Este trabalho possui uma estrutura de 7 capítulos.

No capítulo 2 são apresentados conceitos direcionados apresentação do tipo de conversor utilizado na realização do trabalho, além de definir a modelagem a ser aplicada,

mostrando a transformada necessária para se ter os valores em suas respectivas conversões e a representação em espaço de estados.

No capítulo 3 é realizada apresentado a teoria de decomposição de valores singulares e apresentado seus resultados de forma matemática e física, que demonstram sentido e a direcionalidade dos sinais de saída, em busca de também obter características para modelagem do projeto do controlador.

No capítulo 4 é abordado uma das características para modelagem do projeto do controlador, apresentando a maneira de se obter um número de condicionamento e definindo os conceitos da RGA, além de apresentar a resposta em frequência da soma das linhas da RGA com valores de ponto de operação e variação paramétrica.

No capítulo 5 são realizados os projetos dos controladores de corrente e tensão, conforme a metodologia da RGA e SVD exploradas anteriormente, além de apresentar as principais características de cada controlador da malha de corrente e de tensão.

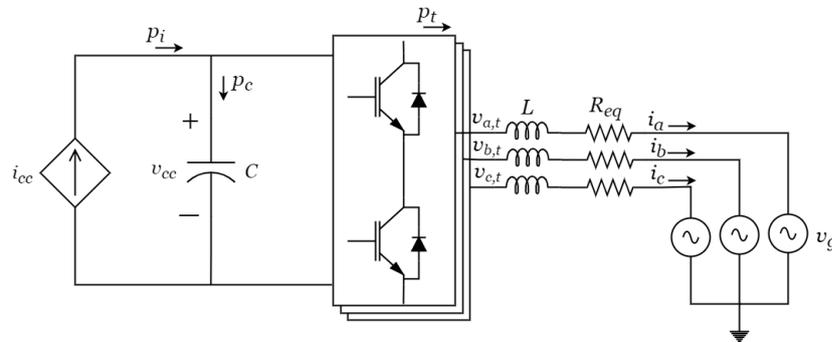
No capítulo 6 são apresentados os resultados de simulações destinadas a avaliar o projeto de controle delineado no capítulo 5, visando não apenas verificar o melhor desempenho do projeto de controle proposto, mas também identificar possíveis melhorias e refinamentos que possam otimizar ainda mais o comportamento do sistema em diferentes cenários.

No capítulo 7 são as considerações finais obtidos conforme a proposta dessa pesquisa do trabalho realizado.

## 2 Modelagem do Conversor Fonte de Tensão

A Figura 2 apresenta o conversor fonte de tensão - Voltage Source Converter (VSC) conectado a uma rede trifásica, observa-se que no lado CC, uma fonte de corrente dependente representa, de maneira simplificada, todos os equipamentos conectados a este sistema através do barramento CC. Já no lado CA, o VSC é conectado à rede elétrica de distribuição por meio de um indutor e uma resistência. Ademais, observa-se também que o fluxo de potência é ilustrado entre o barramento CC e a rede CA.

Figura 2 – VSC conectado à rede elétrica.



Fonte: Adaptado de (SOUZA, 2021)

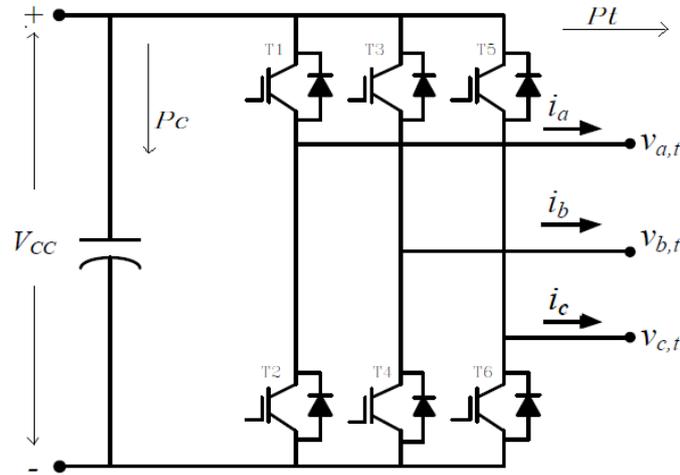
### 2.1 Conversor de Fonte de Tensão

Na Figura 3 é mostrada a topologia básica de um VSC trifásico composto por seis interruptores semicondutores. Esse conversor é constituído por meio de dispositivos adequados para aplicações eletrônicas, como IGBT (Insulated Gate Bipolar Transistor) ou IGCT (Integrated Gate-Commutated Thyristor), dentre outros. Os IGBT's são comandados de maneira complementar para evitar curto-circuitar o capacitor CC.

Os VSCs são capazes de gerar tensões CA sem a necessidade de contar com um sistema CA. Isso permite o controle rápido e independente da potência ativa e reativa do sistema (BORGES, 2010). Dessa forma também evita que haja sobrecorrente diante da falta de tensão no sistema CA, podendo até mesmo continuar a transferir potência ativa em função da atuação de seu controle. O VSC também possui controle de potência reativa realizado de forma independente com relação à potência ativa, todavia, a mudança da direção do fluxo de potência é obtida invertendo a direção da corrente. Desse modo, os VSCs são mais facilmente integrados em sistemas CC multiterminais que será o caso

estudado nesse trabalho.

Figura 3 – Conversor de tensão ligado a rede trifásica.



Fonte: Modificado de (FOGLI, 2014)

Destaca-se, na Figura 3, que a tensão CC terminal de entrada do capacitor possui dois polos. Em seu polo positivo os IGBT's T1, T3, T5, estarão aptos a conduzir, enquanto o mesmo pode ser afirmado para T2, T4, T6 no polo negativo. Este é um dos pré-requisitos para garantir uma saída senoidal trifásica nos terminais do conversor.

Ademais, o VSC também possui, através dos IGBT's e dos índices de modulação, diferentes possibilidades de apresentar seu sinal terminal de saída. Que por um estudo mais aprofundado, podem ser utilizados para obter controle sobre a magnitude e fase da tensão CA do conversor.

## 2.2 O Fasor Espacial e as Transformadas de Clarke e Park

Nesse contexto (YAZDANI; IRAVANI, 2010a) mostra que é possível definir, a partir do sistema apresentado na Figura 2 as tensões trifásicas da rede CA, através das seguintes equações:

$$\begin{cases} v_{g_a}(t) = \hat{V}_g \cos(\omega_0 t + \theta_0), \\ v_{g_b}(t) = \hat{V}_g \cos\left(\omega_0 t + \theta_0 - \frac{2\pi}{3}\right), \\ v_{g_c}(t) = \hat{V}_g \cos\left(\omega_0 t + \theta_0 - \frac{4\pi}{3}\right), \end{cases} \quad (2.1)$$

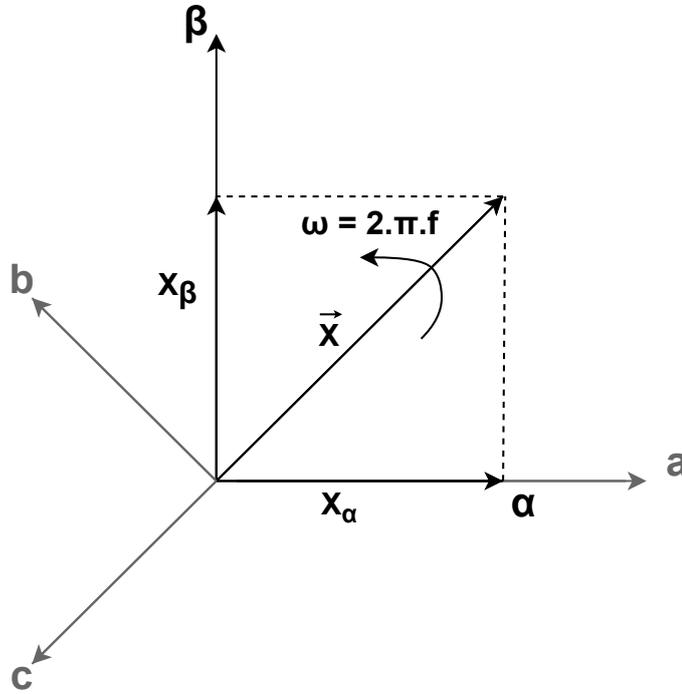
em que,  $\hat{V}_g$  é o valor de pico da tensão de fase,  $\omega_0$ , é a frequência fundamental do sistema CA e  $\theta_0$  é o ângulo inicial da fonte.

Portanto, baseado em (2.1) pode-se encontrar o fasor espacial através da seguinte relação:

$$\vec{v}_g(t) = \frac{2}{3}(e^0 v_{g_a}(t) + e^{j\frac{2\pi}{3}} v_{g_b}(t) + e^{j\frac{4\pi}{3}} v_{g_c}(t)) \quad (2.2)$$

A constante de  $\frac{2}{3}$  conserva a invariância em amplitude da transformação. Ela foi incluída em (2.2) pela transformada de Clarke e Park que é uma ferramenta matemática desenvolvida para criar um número complexo que preserva todas suas propriedades (módulo, frequência e ângulo de fase) para garantir que a magnitude do fasor espacial tenha o mesmo valor de pico da grandeza de fase instantânea correspondente.

Figura 4 – Representação genérica da Transformada de Clarke.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

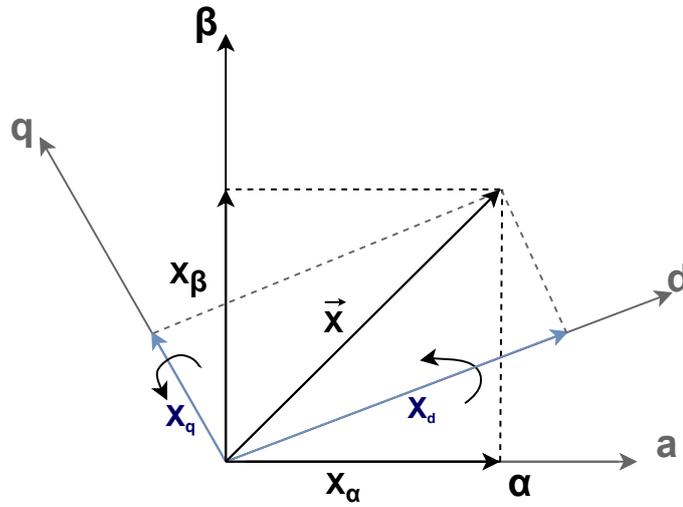
Observa-se na Figura 4 que o sistema referencial  $\alpha$  e  $\beta$  é estacionário, o vetor espacial acompanha e descreve o vetor  $\vec{v}_g$  na mesma velocidade, orientação e módulo. Dessa forma, as projeções do sistema de coordenadas  $\alpha$  e  $\beta$ , podem ser calculadas pela Transformada de Clarke,

$$\begin{bmatrix} v_{g_\alpha}(t) \\ v_{g_\beta}(t) \\ v_{g_0}(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{g_a}(t) \\ v_{g_b}(t) \\ v_{g_c}(t) \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

sendo os valores de  $v_{g\alpha}$ ,  $v_{g\beta}$  e  $v_{g0}$  são as projeções do fasor espacial da tensão da rede elétrica  $\alpha\beta 0$  conforme apresentada a relação de espaço e estado vetorial na Figura 4.

Conforme a descrição matemática apresentada previamente, pode-se observar que uma análise da representação vetorial, após um período completo de oscilação, gera no plano um lugar geométrico tipo circunferência ( $\vec{v}_g(t)$ ). Logo, as demais tensões e correntes trifásicas do sistema podem ser representadas pela projeção do fasor espacial em um sistema estático de coordenadas ortogonais denominado  $\alpha\beta 0$ .

Figura 5 – Representação genérica da Transformada de Park.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Além de ser representado como projeções em um sistema de coordenadas estacionárias  $\alpha\beta$ , o sistema pode ser representado por projeções dos vetores espaciais de tensão e corrente em um sistema de coordenadas síncrono, também denominado na literatura técnica de sistema de coordenadas  $dq$ . Destaca-se que por se tratar de um sistema trifásico a três fios equilibrado, a componente 0 do sistema  $\alpha$  e  $\beta$  é desprezada. Neste caso, a matriz responsável por essa nova transformação de coordenadas é dada por:

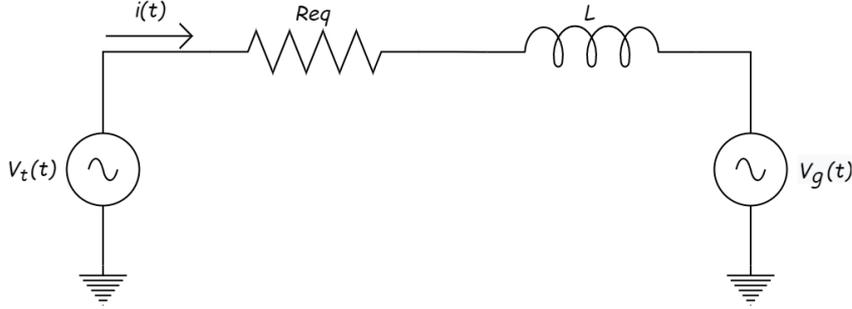
$$\begin{bmatrix} v_{gd}(t) \\ v_{gq}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{g\alpha} \\ v_{g\beta} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

## 2.3 Modelagem do VSC Conectado à Rede CA

Após explicada a forma como são obtidas as equações que regem o comportamento dinâmico de um sistema genérico em coordenadas  $dq$ , é possível aplicar essa transformada no sistema apresentado na Figura 2.

Na Figura 6 é possível observar a representação unifilar do sistema estudado. Assim é possível definir a equação diferencial para cada fase do conversor se desprezarmos os harmônicos gerados pela frequência de chaveamento dos IGBT's do VSC, conforme mostrado a seguir.

Figura 6 – Diagrama Unifilar VSC



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Aplicando a Lei de Kirchhoff das tensões no circuito monofásico equivalente mostrado na Figura 6, pode-se escrever as seguintes relações para cada uma das fases do VSC trifásico:

$$\begin{cases} L \frac{di_a(t)}{dt} = -R_{eq}i_a(t) + v_{a,t}(t) - v_{g,a}(t) \\ L \frac{di_b(t)}{dt} = -R_{eq}i_b(t) + v_{b,t}(t) - v_{g,b}(t) \\ L \frac{di_c(t)}{dt} = -R_{eq}i_c(t) + v_{c,t}(t) - v_{g,c}(t) \end{cases} \quad (2.5)$$

em que,  $v_{k,t}$  são as tensões de fase nos terminais de saída do VSC,  $i_k(t)$  são as correntes instantâneas de saída do VSC,  $v_{k,g}$  são as tensões da rede elétrica, que neste caso, são também no PAC,  $L$  é a indutância da rede e  $R_{eq}$  é a resistência equivalente entre o VSC e o PAC. Sendo  $k \in \{a,b,c\}$  para valores de tensão e corrente.

Através das relações matemáticas abordadas anteriormente, (2.5) pode ser representada na forma compacta,

$$L \frac{d\vec{i}(t)}{dt} = R_{eq}\vec{i}(t) + \vec{v}_t(t) - \vec{v}_g(t), \quad (2.6)$$

em que,  $\vec{i}(t)$ ,  $\vec{v}_t(t)$  e  $\vec{v}_g(t)$  são os fasores espaciais da corrente e tensão nos terminais dos VSC e tensões no PAC, respectivamente.

Aplicando a Transformada de Clarke nas tensões e correntes de (2.5) é possível obter o comportamento dinâmico do VSC em  $\alpha\beta 0$ ,

$$\begin{cases} L \frac{di_\alpha(t)}{dt} = -R_{eq}i_\alpha(t) + v_{\alpha,t}(t) - v_{\alpha,g}(t) \\ L \frac{di_\beta(t)}{dt} = -R_{eq}i_\beta(t) + v_{\beta,t}(t) - v_{\beta,g}(t). \end{cases} \quad (2.7)$$

Por fim, as equações (2.8) que regem o comportamento dinâmico da planta podem ser obtidas, no sistema de coordenadas síncrono  $dq$ , através da aplicação da Transformada de Park (2.4).

$$\begin{cases} L \frac{di_d(t)}{dt} = -R_{eq}i_d(t) + \omega L i_q(t) + v_{d,t}(t) - v_{g,d}(t) \\ L \frac{di_q(t)}{dt} = -R_{eq}i_q(t) + \omega L i_d(t) + v_{q,t}(t) - v_{g,q}(t). \end{cases} \quad (2.8)$$

Fazendo uma análise sobre o fluxo de potência da Figura 2, destaca-se que a fonte de corrente contínua é utilizada para representar equipamentos conectados no barramento CC, de forma que, assumindo não haver perdas no processo de conversão CC/CA efetuado pelo VSC, é possível se escrever a equação do balanço de potências através de:

$$p_i = p_c + p_t, \quad (2.9)$$

em que, a potência de entrada ( $p_i$ ), depende da corrente ( $i_{cc}$ ) injetada pelo equipamento conectado no barramento CC e da tensão ( $v_{cc}$ ),

$$p_i = i_{cc} \cdot v_{cc}, \quad (2.10)$$

$$p_c = C \frac{dv_{cc}}{dt} v_{cc} \quad (2.11)$$

e

$$p_t = \frac{3}{2}(v_{d,t} \cdot i_d + v_{q,t} \cdot i_q). \quad (2.12)$$

A partir (2.10), (2.11) e (2.12) pode-se reescrever (2.9) em função das componentes  $dq$  da corrente e da tensão do ponto de acoplamento comum (PAC).

$$C \frac{dv_{cc}}{dt} = i_{cc} - \frac{3}{2v_{cc}}(v_{d,t} \cdot i_d + v_{q,t} \cdot i_q), \quad (2.13)$$

Utilizando dos conceitos de Buso e Mattavelli (2006), pode-se reescrever as seguintes expressões para tensões, de forma que é possível ver o vetor espacial descrito na Equação 2.1

satisfazer as características das transformadas, assim pode ser descrito sem perda de informações no formado  $d$  e  $q$  pelo qual temos  $\frac{1}{2}V_{cc}$  como amplitude e passa ter índices ou fatores de modulação do eixo direto e em quadratura conforme apresenta a equação Equação 2.14

$$\begin{aligned}v_{d,t} &= \frac{v_{cc}}{2}m_d, \\v_{q,t} &= \frac{v_{cc}}{2}m_q,\end{aligned}\tag{2.14}$$

Agora, utilizando as transformações apresentadas em (2.14) e (2.13) para os valores de tensões e correntes do sistema, pode-se representar o comportamento dinâmico do VSC através de:

$$\begin{cases}L\frac{di_d}{dt} = -Ri_d + \omega_1 Li_q + \frac{v_{cc}}{2}m_d - v_{d,t} \\L\frac{di_q}{dt} = -Ri_q - \omega_1 Li_d + \frac{v_{cc}}{2}m_q - v_{q,t} \\C\frac{dv_{cc}}{dt} = i_{cc} - \frac{3m_d}{4}i_d - \frac{3m_q}{4}i_q\end{cases}\tag{2.15}$$

## 2.4 Representação em Espaço de Estados

Conforme apresentado no capítulo anterior, pode-se perceber que (2.15) trata de um conjunto não linear, uma vez que há multiplicação de variável de estado com variável de controle. Logo, é necessário linearizar o sistema torno de um ponto de operação e, para isso, é preciso fazer com que as derivadas das variáveis de estado nesse ponto sejam nulas.

Dessa forma é importante citar para que as transformações das grandezas em coordenadas  $abc$  em  $dq$ , sejam aplicadas da melhor forma é utilizado o circuito de sincronismo PLL (*PhaseLockedLoop*) (SILVA SILVA, 2022), que é uma técnica responsável por rastrear o ângulo de tensão da rede elétrica para sincronizá-las com as tensões de saída do VSC.

Conforme Timbus (2007) essa PLL é aplicado com objetivo de ser suficientemente rápido em busca dos resultados do controlador, de forma a ser capaz de rastrear o ângulo da rede elétrica e manter-se a ele até receber um novo sinal. Tal estratégia, possui uma determinada robustez perante as variações da tensão, frequência e distorções de harmônicos da rede.

Almeida et al. (2016) apresentou uma revisão dos principais circuitos PLL usados para controlar conversores conectados à rede elétrica. Dentre as opções de topologias apresentadas nesse trabalho, optou-se por usar o circuito de sincronismo com integrador generalizado de segunda ordem duplo ou Dual Second Order Generalized Integrator

(DSOGI-PLL) que consiste de um circuito PLL baseado no sistema de referência síncrono, incluindo uma estrutura de detecção de sequência para a componente fundamental da tensão do PAC .

Assumindo que este circuito PLL forneça há saída o ângulo para o eixo direto do sistema de coordenadas girante  $dq$  sincronizado com o fasor espacial das tensões no PAC (2.2), pode-se escrever, em regime permanente, que  $v_{d,g}$  é igual ao valor de pico da rede elétrica e  $v_{q,g} = 0$ .

Linearizando o sistema (2.15) em torno de um ponto de equilíbrio, é possível representar a dinâmica de pequenos sinais de forma generalizada em espaço de estados,

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{B}_w\mathbf{d} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} \quad (2.16)$$

em que,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & \omega & \frac{M_d}{2L} \\ -\omega & -\frac{R}{L} & \frac{M_q}{2L} \\ -\frac{3M_d}{4C} & -\frac{3M_q}{4C} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.17)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{V_{cc}}{2L} & 0 \\ 0 & \frac{V_{cc}}{2L} \\ -\frac{3I_d}{4C} & -\frac{3I_q}{4C} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} \end{bmatrix}.$$

Sendo as matrizes de transição de estado, entrada, distúrbio e saída, respectivamente;

$$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \tilde{i}_d \\ \tilde{i}_q \\ \tilde{v}_{cc} \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \tilde{m}_d \\ \tilde{m}_q \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} \tilde{v}_{d,t} \\ \tilde{v}_{q,t} \\ \tilde{i}_{cc} \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \tilde{i}_d \\ \tilde{i}_q \\ \tilde{v}_{cc} \end{bmatrix}, \quad (2.18)$$

em que o subscrito ( $\tilde{z}$ ) representa pequenas perturbações em torno do ponto de operação ( $Z$ ), podendo uma variável de estado ser representada por  $z = Z + \tilde{z}$ .

## 2.5 Conclusões Parciais

Nesse capítulo foi apresentado a modelagem do sistema VSC, que pode-se destacar a usabilidade do VSC em sistemas CC multiterminais, devido sua forma independente de controle da potência reativa da potência ativa.

Também são apresentadas as transformadas  $\alpha\beta$  e  $dq$ , a fim de modelar o sistema (2.5) de forma que, utilizando conceitos referenciados e uma análise clássica do VCS sobre o fluxo de potência, se obtém um comportamento dinâmico do VSC no referencial estacionário  $dq$  (2.15)

Dessa forma o sistema pode ser modelado no espaço de estados a fim de se aplicar a RGA e o funcionamento no domínio da frequência

## 3 Estudo Multivariável do Sistema

### 3.1 Direções em Sistemas MIMO

Uma das mais importantes diferenças entre um sistema escalar SISO e um sistema MIMO é a presença de direções. Direções são relevantes quando se trabalha com vetores e matrizes.

Em um sistema SISO,  $y(s) = G(s)u(s)$ , o ganho em uma determinada frequência ( $\omega$ ) é (ALBERTOS; ANTONIO, 2014; SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005)

$$\frac{|y(\omega)|}{|u(\omega)|} = \frac{|G(j\omega)u(\omega)|}{|u(\omega)|} = |G(j\omega)|, \quad (3.1)$$

em que o ganho depende da frequência  $\omega$  e, uma vez que o sistema é linear, independe da magnitude da entrada  $|u(\omega)|$ .

De maneira diferente, em sistemas multivariáveis, em que os sinais de entrada e saída são vetores, as magnitudes são encontradas utilizando o conceito de norma. Portanto, de acordo com a norma Euclidiana (norma-2) para um sistema MIMO,  $\mathbf{y}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{u}(s)$ , a magnitude dos sinais de entrada para a mesma frequência  $\omega$  é (ALBERTOS; ANTONIO, 2014; SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005)

$$\|\mathbf{u}(\omega)\|_2 = \sqrt{\sum_{j=1}^n |u_j(\omega)|^2} = \sqrt{u_1^2(\omega) + u_2^2(\omega) + \cdots + u_n^2(\omega)}, \quad (3.2)$$

sendo  $n$  é a quantidade de elementos no vetor de entrada. Do mesmo modo, a magnitude do vetor de saída é (ALBERTOS; ANTONIO, 2014; SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005)

$$\|\mathbf{y}(\omega)\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^m |y_i(\omega)|^2} = \sqrt{y_1^2(\omega) + y_2^2(\omega) + \cdots + y_m^2(\omega)}, \quad (3.3)$$

em que  $m$  é a quantidade de elementos no vetor de saída.

Conseqüentemente, o ganho do sistema  $\mathbf{G}(j\omega)$  pode ser encontrado pela seguinte razão,

$$\frac{\|\mathbf{y}(\omega)\|_2}{\|\mathbf{u}(\omega)\|_2} = \frac{\|\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{u}(\omega)\|_2}{\|\mathbf{u}(\omega)\|_2} = \frac{\sqrt{y_1^2(\omega) + y_2^2(\omega) + \cdots + y_m^2(\omega)}}{\sqrt{u_1^2(\omega) + u_2^2(\omega) + \cdots + u_n^2(\omega)}}. \quad (3.4)$$

Observa-se que (3.1) e (3.4) são funções da frequência e independem da magnitude do sinal de entrada  $\|\mathbf{u}(\omega)\|_2$ . Contudo, existem características adicionais em sistemas MIMO que devem ser consideradas como, por exemplo, o ganho depender também da direção do vetor de entrada  $\mathbf{u}(\omega)$ . Assim por definição, o ganho máximo conforme a direção

da entrada é variada é denominado como o valor singular máximo de  $\mathbf{G}(j\omega)$  para todo espectro de frequência  $\omega$ ,

$$\max_{\mathbf{u} \neq 0} \frac{\|\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{u}(\omega)\|_2}{\|\mathbf{u}(\omega)\|_2} = \bar{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega)), \quad (3.5)$$

enquanto que o ganho mínimo é o valor singular mínimo de  $\mathbf{G}(j\omega)$  (ALBERTOS; ANTONIO, 2014; SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005),

$$\min_{\mathbf{u} \neq 0} \frac{\|\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{u}(\omega)\|_2}{\|\mathbf{u}(\omega)\|_2} = \underline{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega)). \quad (3.6)$$

Portanto, diante das discussões anteriores, pode ser afirmado que para qualquer vetor de entrada,  $\mathbf{u}(\omega)$ , o ganho do sistema estará sempre entre os valores singulares máximos e mínimos, ou seja,

$$\underline{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega)) \leq \frac{\|\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{u}(\omega)\|_2}{\|\mathbf{u}(\omega)\|_2} \leq \bar{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega)). \quad (3.7)$$

## 3.2 Decomposição em Valores Singulares

A Decomposição em Valores Singulares, DVS (ou SVD, Singular Value Decomposition), é uma importante ferramenta (numérica) da álgebra linear moderna usada em aplicações de projeto de sistemas de controle. Para uma dada matriz complexa  $\mathbf{G}(j\omega) \in \mathbb{C}^{m \times n}$ , existem matrizes unitárias. O seu conceito de SVD proporciona uma maneira matemática de quantificar a direcionalidade multivariável (ZHOU; DOYLE, 1998).

$$\mathbf{W}(j\omega) = [\mathbf{w}_1(j\omega) \quad \mathbf{w}_2(j\omega) \quad \cdots \quad \mathbf{w}_m(j\omega)] \in \mathbb{C}^{m \times m} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{V}(j\omega) = [\mathbf{v}_1(j\omega) \quad \mathbf{v}_2(j\omega) \quad \cdots \quad \mathbf{v}_n(j\omega)] \in \mathbb{C}^{n \times n} \quad (3.9)$$

tal que

$$\mathbf{G}(j\omega) = \mathbf{W}(j\omega)\mathbf{\Sigma}(j\omega)\mathbf{V}(j\omega)^H, \quad (3.10)$$

$$\mathbf{\Sigma}(j\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_1(j\omega) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m \times n} \quad (3.11)$$

em que

$$\mathbf{\Sigma}_1(j\omega) = \begin{bmatrix} \sigma_1(j\omega) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2(j\omega) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_k(j\omega) \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

e

$$\sigma_1(j\omega) \geq \sigma_2(j\omega) \geq \cdots \geq \sigma_k(j\omega) \geq 0, \quad k = \min\{m, n\}. \quad (3.13)$$

Os vetores coluna de  $\mathbf{V}(j\omega)$  são denominados vetores singulares de entrada e representam as direções da entrada, enquanto os vetores colunas de  $\mathbf{W}(j\omega)$  são chamados de vetores singulares de saída e representam as direções da saída, e  $\mathbf{\Sigma}(j\omega) \in \mathbb{R}^{m \times n}$  é a matriz com os valores singulares ou ganhos da planta. Portanto, dada uma direção de entrada descrita por  $\mathbf{v}_1(j\omega)$ , por exemplo, a direção da saída é dada por  $\mathbf{w}_1(j\omega)$  com um ganho de  $\sigma_1(j\omega)$ . Desta forma, pode-se escrever

$$\mathbf{G}(j\omega)\bar{\mathbf{v}}(j\omega) = \bar{\sigma}(j\omega)\bar{\mathbf{w}}(j\omega), \quad (3.14)$$

$$\mathbf{G}(j\omega)\underline{\mathbf{v}}(j\omega) = \underline{\sigma}(j\omega)\underline{\mathbf{w}}(j\omega), \quad (3.15)$$

em que  $\bar{\mathbf{v}}$  e  $\underline{\mathbf{v}}$  correspondem às direções com maior e menor amplificação, respectivamente. Por outro lado,  $\bar{\mathbf{w}}$  e  $\underline{\mathbf{w}}$  referem-se às direções de saída nas quais as entradas são mais e menos eficazes, respectivamente.

Uma das vantagens em utilizar a SVD é sua aplicabilidade em plantas com matrizes de função de transferência não quadradas. Como exemplo, para um planta com duas entradas e três saídas, o terceiro vetor singular de saída,  $w_3$ , indica em qual direção de saída a planta não pode ser controlada. Assim conforme mostrado em (ALBERTOS; ANTONIO, 2014), em plantas com mais entradas que saídas, os vetores adicionais de entrada indicam em quais direções a entrada não terá efeito sob o sistema.

Sabe-se que o sistema da Figura 2 é não quadrado, com mais saídas que entradas, logo, existirá uma direção de saída na qual não é possível controlar a planta. Para visualizar esta característica, inicialmente são considerados os parâmetros adotados na Tabela 1 e Tabela 2 para realizar a SVD. Considerando que este sistema geralmente é linearizado em um ponto de operação, sendo,  $\omega = 0$ , isto significa que o ganho do sistema é dependente da direção do vetor de entrada.

$$\mathbf{G}(j0) = \overbrace{\begin{bmatrix} 0,0609 & 0,0558 & -0,9965 \\ -0,6753 & 0,7374 & 0 \\ 0,7349 & 0,6730 & 0,0826 \end{bmatrix}}^{\mathbf{W}(j0)} \overbrace{\begin{bmatrix} 917,5191 & 0 \\ 0 & 321,5139 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}^{\mathbf{\Sigma}(j0)} \overbrace{\begin{bmatrix} -0,3538 & -0,9353 \\ -0,9353 & 0,3538 \end{bmatrix}}^{\mathbf{V}^H(j0)H}. \quad (3.16)$$

Observa-se em  $\mathbf{W}(j0)$  que não há vetor de entrada que leve a saída na direção de  $w_3(j0)$ . Dessa forma o sistema não pode ser controlado para esta direção de  $w_3(j0)$ .

Analisando, a matriz  $\mathbf{W}(j0)$  em (3.16), é possível perceber que, dos três vetores de saída, apenas em  $w_3(j0)$ ,  $\tilde{v}_{cc}$  e  $\tilde{i}_d$  estão em sentidos opostos entre si. A partir de uma análise física, essa não controlabilidade funcional pode ser explicada da seguinte forma:

- Para uma corrente de entrada  $\tilde{i}_{cc}$  constante, se a tensão no barramento  $\tilde{v}_{cc}$  é aumentada (sentido positivo), a potência de entrada aumenta proporcionalmente, o que

obrigatoriamente deve resultar em um aumento em  $\tilde{i}_d$  (sentido positivo), de forma a balancear as potências ativa do lado CC e CA, de forma a encontrar um novo ponto de operação estável.

- Para o caso em que a tensão é reduzida  $\tilde{v}_{cc}$  (sentido negativo), a potência de entrada diminui, o que obrigatoriamente deve resultar em uma diminuição em  $\tilde{i}_d$  (sentido negativo), de forma a encontrar um novo ponto de operação.

De acordo com a análise anterior, as grandezas  $\tilde{v}_{cc}$  e  $\tilde{i}_d$  devem sempre se mover no mesmo sentido de forma a manter a estabilidade do sistema. Se elas forem movidas em sentidos contrários, o sistema se torna instável e perde a controlabilidade, como na terceira coluna de  $\mathbf{W}(j0)$ .

Seguindo com análise das matrizes, observa-se que, nas duas primeiras colunas de  $\mathbf{W}(j0)$ , a corrente em quadratura  $\tilde{i}_q$  pode ser controlada de forma independente dos sentidos das grandezas  $\tilde{i}_d$  e  $\tilde{v}_{cc}$ . Sendo tais direções sempre as últimos vetores colunas de  $\mathbf{W}(j\omega)$ . Isso pode ser explicado fisicamente pela potência ativa oriunda do lado CC ser, em quase sua totalidade, absorvida pela fonte trifásica CA, dada por:

$$\tilde{p}_t \approx \tilde{p}_{ac} = \frac{3}{2}(v_{g,d} \cdot \tilde{i}_d + v_{g,q} \cdot \tilde{i}_q), \quad (3.17)$$

assim, considerando as variações de tensão da rede do lado CA desprezíveis, isto é:

$$\tilde{v}_{g,q} = 0, \quad (3.18)$$

o que resulta em,

$$\tilde{p}_t \approx \tilde{p}_{ac} = \frac{3}{2}(V_{g,d} \tilde{i}_d). \quad (3.19)$$

Com isso, a potência ativa instantânea no lado CA depende predominantemente de  $\tilde{i}_d$ . Como consequência,  $\tilde{i}_q$  pode ser controlada de forma independente. Essa corrente é utilizada para controlar o fluxo de potência reativa no lado CA, que é de certa forma independente do lado CC.

### 3.3 Matriz de Ganhos relativos

Inicialmente será realizado um estudo baseado na proposta de (BRISTOL, 1966) e (ALBERTOS; ANTONIO, 2014) através da metodologia de matriz de ganhos relativos (RGA), considerada uma ferramenta de triagem ampla, utilizada para determinar se uma entrada ou saída é a melhor escolha para uma malha de controle de um sistema SISO.

A RGA, foi proposta inicialmente por Bristol (1966) como uma medida de interação para controle multivariável, desenvolvida para superar deficiências práticas e teóricas da

representação matricial. Assim tornou-se uma ferramenta bastante comum para análise e realização de projetos, principalmente quando se trata de ganhos estáticos, com propósito de obter uma configuração de controle mais viável com menor número de interações entre as malhas.

Em sistemas MIMO, os acoplamentos existentes entre entradas e saídas fazem com que a função de transferência de malha aberta entre um par de entradas e saídas ( $u_j, y_i$ ) dependa da forma como as outras malhas interagem entre si e com o par. Se um par de entrada e saída é considerado em particular, o ganho entre estas variáveis pode variar com a direção de outros pares de entrada ou saídas. Dessa forma se alterar a primeira entrada,  $u$ , isso geralmente afetará todas as saídas  $y$ , ou seja, há interação entre as entradas e saídas do sistema.

A RGA de uma matriz quadrada de  $G$  é uma matriz quadrada (ALBERTOS; ANTONIO, 2014) definida como:

$$\Lambda(\mathbf{G}(j\omega)) = \mathbf{G}(j\omega) \odot (\mathbf{G}^{-1}(j\omega))^{\top}, \quad (3.20)$$

em que,  $\odot$  representa a multiplicação de elemento por elemento entre as matrizes,  $(j\omega)$  mostra que a função da matriz no domínio da frequência e  $\Lambda$  é um simbolo (Lambda) que representa a matriz de ganhos relativos.

Utilizando-se dessa informação, Bristol (1966) originalmente introduziu a RGA como uma medida de estado estacionário de interações para controle descentralizado. Infelizmente, com base na definição original, muitos pesquisadores descartaram a RGA por acreditarem que ela era significativa apenas em  $\omega = 0$ . Ao contrário, na maioria dos casos é o valor da RGA em frequências próximas ao cruzamento que é o mais importante (ALBERTOS; ANTONIO, 2014; SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

A RGA possui várias propriedades que são úteis para a análise e projeto de controladores para sistemas MIMO. A seguir são apresentadas algumas propriedades:

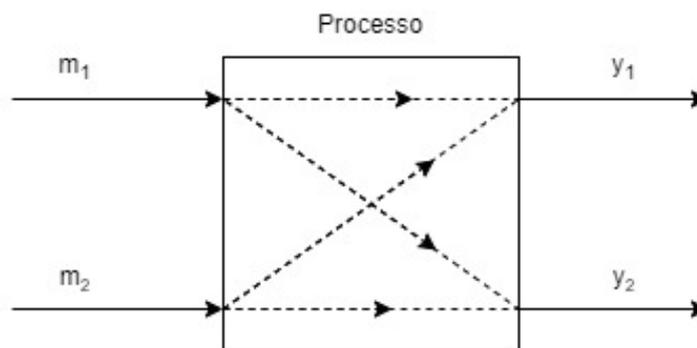
- Sua resposta independe do tamanho dos valores de entrada e saída, e sua norma soma,  $\|\Lambda_{sum}\|$ , é muito próxima do número de condição minimizado. Isso significa que plantas com grandes elementos de RGA são sempre mal condicionadas (com um grande valor de  $\mathbf{G}(j\omega)$ ), mas o inverso pode não ser válido (ou seja, uma planta com um grande  $\mathbf{G}(j\omega)$  pode ter pequenos elementos RGA).
- O soma dos elementos de cada linha ou a soma dos elementos de cada coluna sempre será 1.

- Plantas com elementos de valor elevado para a RGA próximo à frequência de cruzamento de ganho são difíceis de controlar devido à sensibilidade (ou sensibilidade) à incertezas de entrada.
- Se a soma dos elementos de uma coluna da RGA é pequena, («1»), então pode-se deletar a entrada correspondente (isto é, pode-se desconsiderá-la). Se todos os elementos de uma linha da RGA são pequenos (« 1»), então a saída correspondente não pode ser controlada.

Na Figura 7 é apresentado um esquema para exemplificar algumas propriedades da RGA um sistema com 2 entradas e 2 saídas. Considerando  $m_2$  constante e variando  $m_1$  em um grau  $\Delta m_1$ ,  $y_1$  irá variar em um grau  $\Delta y_1$ . Assim, o ganho estático entre  $y_1$  e  $m_1$  quando  $m_2$  é constante é dado por:

$$\left[ \begin{array}{c} \Delta y_1 \\ \Delta m_1 \end{array} \right]_{m_2}, \quad (3.21)$$

Figura 7 – Experimento para cálculo da RGA 2x2



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Agora considere o ganho entre  $y_1$  e  $m_1$  com  $m_2$  variando. Para isso, a malha 2 está fechada através de um controlador que objetiva controlar  $y_2$ . Portanto, se  $m_1$  variar com um grau  $\Delta m_1$  a variação de  $y_1$  será  $\Delta y_1$ . Todavia esta nova variação de  $y_1$  é diferente da obtida na primeira análise uma vez que a malha está sendo controlada. Portanto, o controlador dessa segunda malha faz com que  $m_2$  seja alterado para manter  $y_2$  constante na presença de uma perturbação em  $\Delta m_1$ . Assim, o ganho estático entre  $y_1$  e  $m_1$ :

$$\left[ \begin{array}{c} \Delta y_1 \\ \Delta m_1 \end{array} \right]_{y_2}. \quad (3.22)$$

Assim a razão entre os dois ganhos estáticos definidos acima é, o denominado ganho relativo entre a saída  $y_1$  e a entrada  $m_1$ , definido de forma matemática como:

$$\lambda_{rga} = \frac{\left[ \frac{\Delta y_1}{\Delta m_1} \right]_{m_2}}{\left[ \frac{\Delta y_1}{\Delta m_1} \right]_{y_2}}. \quad (3.23)$$

Dessa forma pode-se analisar o ganho relativo em 4 pontos distintos sendo que:

- Se o resultado do ganho relativo for igual a 0 então o ganho de malha aberta é zero, isto é, a saída não responde as variações da entrada (com a outra malha aberta). Portanto essa entrada não pode ser usada para controlar a saída.
- Já se o ganho relativo for igual a 1 então a entrada  $m_2$  não afeta  $y_1$ , isto é, a razão do ganho com  $m_2$  ou  $m_2$  variando é igual a 1 (numerador = denominador). Portanto a malha de controle entre  $y_1$  e  $m_1$  não interage com a malha entre  $y_2$  e  $m_2$ . Nesse caso tem-se um sistema completamente desacoplado.
- Se  $\lambda_{rga}$  estiver entre 0 e 1, então existe uma interação e variações de  $m_2$  (no sentido de manter  $y_2$  constante) afetam o valor em regime de  $y_1$ . Quanto menor for o valor do ganho relativo, maior será a interação.
- Por fim, se o  $\lambda_{rga}$  for menor que 0 então  $m_2$  influencia fortemente a saída  $y_1$ , em um “sentido inverso” à variação provocada por  $m_1$ . Nesse caso o ganho de malha aberta e o ganho de malha fechada possuem sinais trocados, gerando uma situação indesejável.

A análise realizada acima pode ser generalizada para matrizes não quadradas utilizando a sua pseudoinversa. Portanto, considerando a matriz  $\mathbf{G}$  não quadrada, a sua RGA é definida como:

$$\Lambda(\mathbf{G}(j\omega)) = \mathbf{G}(j\omega) \times (\mathbf{G}^\dagger(j\omega))^\top. \quad (3.24)$$

em que o sobrescrito  $(\dagger)$  representa o operador da pseudoinversa.

### 3.4 Número de Condicionamento

Outra forma também apresentada em que é usada para quantificar o grau de direcionalidade e o nível de interações (bidirecional) em sistemas MIMO é o número de condicionamento.

O número de condição de uma matriz pode ser definido como a razão os valores singulares máximo e mínimo, isto é, quando algumas combinações de entradas tem forte

efeito sobre as saídas temos um número de condicionamento alto, assim chamadas de mal-condicionadas, por outro lado, outras combinações que podem não causar tanto efeito sobre a saída possuem um número de condicionamento baixo. Conforme (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005) "O número de condição depende fortemente da escala das entradas e saídas".

$$\begin{aligned}\gamma(\mathbf{G}(j\omega)) &= \frac{\bar{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega))}{\underline{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega))} \\ \sigma(\mathbf{G}(j\omega)) &= \frac{1}{\bar{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega)^{-1})}\end{aligned}\tag{3.25}$$

Assim um número de condição é grande se  $\mathbf{G}(j\omega)$  e  $\mathbf{G}(j\omega)^{-1}$  tiverem elementos grandes. Em geral a matriz  $\mathbf{G}(j\omega)$  deve ser dimensionada em bases físicas, ou seja, dividindo cada entrada e saída por seu maior valor esperado ou desejado. Também é possível minimizar o número de condição em todas as escalas possíveis. Isso resulta no número de condição minimizado.

### 3.5 Estudo de Caso

Para exemplificar algumas discussões realizadas neste capítulo, considera-se o sistema apresentado na Figura 2. Inicialmente, é preciso expressá-la no modelo básico de função de transferência através de

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{u}(s),\tag{3.26}$$

em que,  $y$  é um vetor  $l \times 1$ ,  $u$  é um vetor  $m \times 1$  e  $G$  é uma matriz de função de transferência  $l \times m$ .

Contudo, como no Capítulo 2 o sistema foi representado somente em espaço de estados, é necessário utilizar a transformada de Laplace em condições iniciais nulas para obter a matriz com as funções de transferência. Considerando somente a entrada  $\mathbf{u}(s)$ ,  $\mathbf{G}(s)$  pode ser calculado por:

$$\mathbf{G}(s) = \frac{\mathbf{y}(s)}{\mathbf{u}(s)} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B},\tag{3.27}$$

Sabendo que a matriz  $\mathbf{G}_{m \times n}$  é não quadrada, a inversa em (3.26) é substituída pela pseudoinversa conforme expressado em (3.24) e proposto por (CHANG; YU, 1990), em sistemas com mais entradas que saídas, pode-se considerar não usar as entradas correspondentes às colunas na RGA, em que a soma dos elementos é muito menor que 1. Assim, conforme exemplificado anteriormente, é válido para o caso do número de saídas medidas ser maior que o número de entradas, isto é, se a soma de todos os elementos

da linha da RGA for muito menor que 1, então a saída correspondente não pode ser controlada.

É possível analisar que este sistema  $3 \times 2$ , possui mais saídas que entradas, isto é, sua matriz de funções de transferência é não quadrada. Neste contexto, através da RGA, é possível definir qual variável de saída é difícil de ser controlada, e, portanto, deve ser descartada da análise. Para visualizar esta característica, inicialmente são considerados os parâmetros dados na Tabela 1 e Tabela 2 (SOUZA et al., 2021).

Tabela 1 – Parâmetros de um VSC conectado à rede de distribuição.

Descrição	Valor
Frequência Fundamental ( $f_1$ )	60 Hz
Frequência de Comutação ( $f_{sw}$ )	20 kHz
Capacitância no Barramento CC ( $C$ )	6 mF
Indutância do Filtro de Saída ( $L$ )	1 mH
Resistência Equivalente de Saída ( $R$ )	0,3 $\Omega$

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Tabela 2 – Ponto de Operação de um VSC conectado à rede de distribuição.

Descrição	Valor
Corrente de Entrada ( $I_{cc}$ )	25 A
Corrente de Eixo q ( $I_q$ )	0 A
Corrente de Eixo d ( $I_d$ )	35 A
Tensão no PAC no Eixo q ( $V_{g,q}$ )	0 V
Tensão no PAC no Eixo d ( $V_{g,d}$ )	180 V
Tensão no Barramento CC ( $V_{cc}$ )	400 V
Modulação de Eixo d ( $M_d$ )	0,952
Modulação de Eixo q ( $M_q$ )	0,066

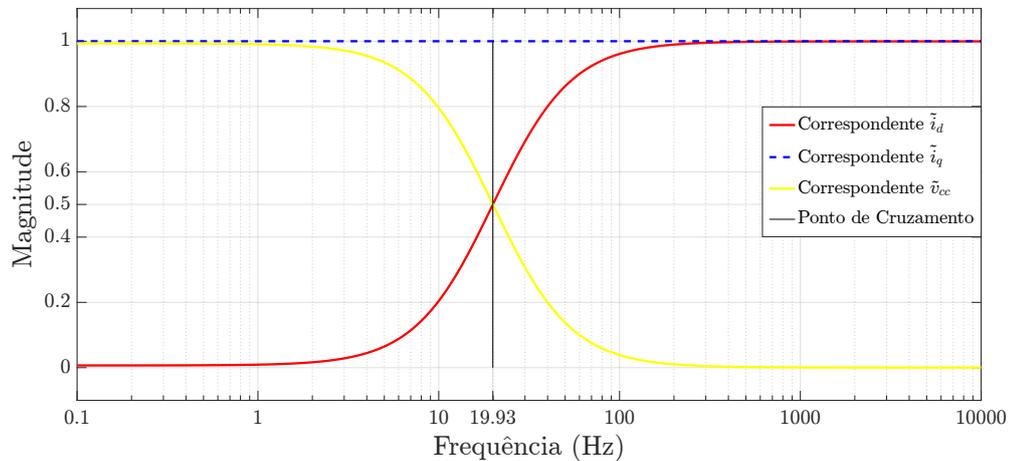
Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Definido os parâmetros e o ponto de operação do VSC conectado à rede de distribuição, foi utilizado do software *Matlab* para obter resposta em frequência x magnitude em valores absolutos da soma dos elementos das linhas da RGA. Além disso, serão realizadas análises variando o ponto de operação e parâmetros do sistema para verificar seu comportamento.

A Figura 8 mostra que há um comportamento antagônico entre a resposta em frequência dos resultados referentes à corrente de eixo direto,  $\tilde{i}_d$ , e a tensão do barramento CC,  $\tilde{v}_{cc}$ . Por conta disso, em aproximadamente 19,93 Hz estas respostas se cruzam em 50% ou 0,5 da magnitude. De acordo com discussões realizadas até o momento, em baixas frequências ( $\leq 1$ hz) as variáveis que podem ser controladas são  $\tilde{i}_q$  e  $\tilde{v}_{cc}$ , enquanto em altas frequências ( $\geq 300$  hz) as variáveis controladas devem ser  $\tilde{i}_q$  e  $\tilde{i}_d$ . Essas bandas, de

certa forma podem ser utilizadas para definir a faixa de passagem máxima ou o tempo de resposta mínima no projeto do respectivo controlador.

Figura 8 – Soma dos elementos das linhas da RGA.

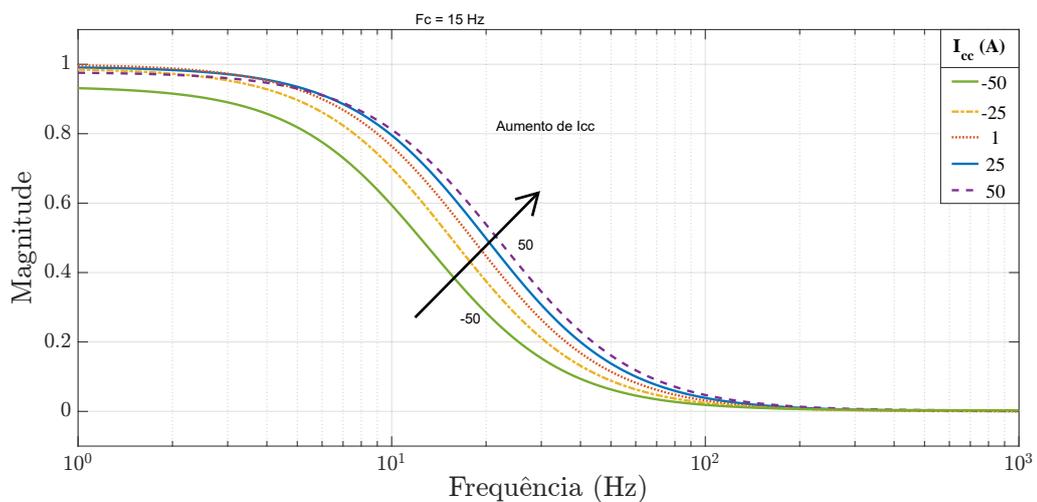


Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

### 3.5.1 Variação de Ponto de Operação

Com base nas discussões anteriores, a soma dos elementos da RGA pode ser utilizada para projetar os controladores SISO para controlar a planta da Figura 2. Todavia, como se trata de um sistema linearizado, a Figura 9 destaca o comportamento da soma do elementos das linhas da RGA correspondente à tensão CC para diversos pontos operação.

Figura 9 – Soma dos elementos da linha da RGA de  $v_{cc}$  para variação de  $I_{cc}$ .



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

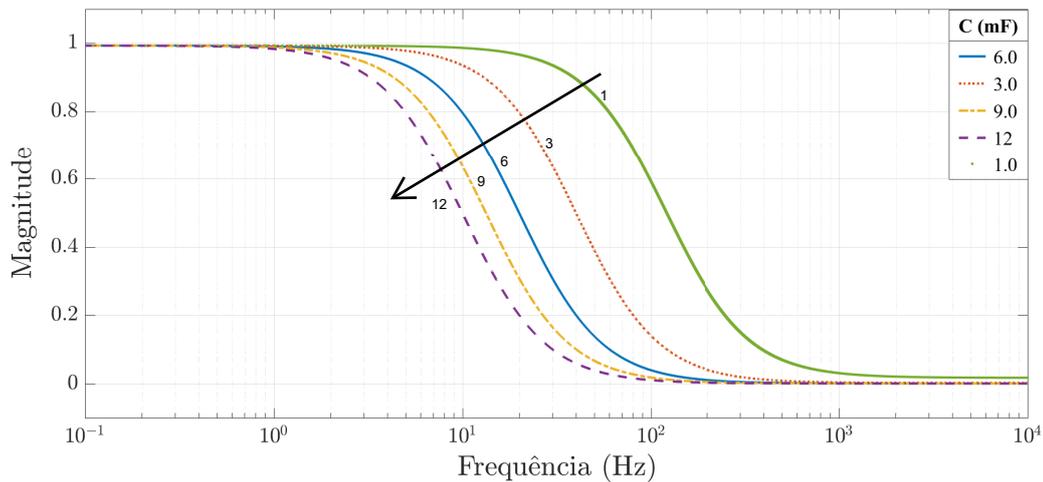
Através da Figura 9, pode ser afirmado que a mudança do ponto de operação movimenta a banda de passagem, assim alterando a velocidade do controlador da tensão

do barramento CC. Conforme a corrente é reduzida a banda de passagem diminui, obrigando ao controlador da tensão do barramento CC ser cada vez mais lento, porém caso seja a vontade do projetista aumentar a faixa de passagem da banda através do controlador, isso aumentará o esforço de controle.

### 3.5.2 Variação Paramétrica

Analisando a Figura 10, pode se observar o comportamento da soma dos elementos da linha de  $\Lambda(G(j\omega))$  correspondente à tensão CC para diferentes valores de capacitância. De forma que, o aumento no valor da capacitância reduz a faixa de passagem, diminuindo conseqüentemente a velocidade do controlador da tensão no barramento CC.

Figura 10 – Soma dos elementos da linha de da RGA correspondente à tensão CC para variação paramétrica.



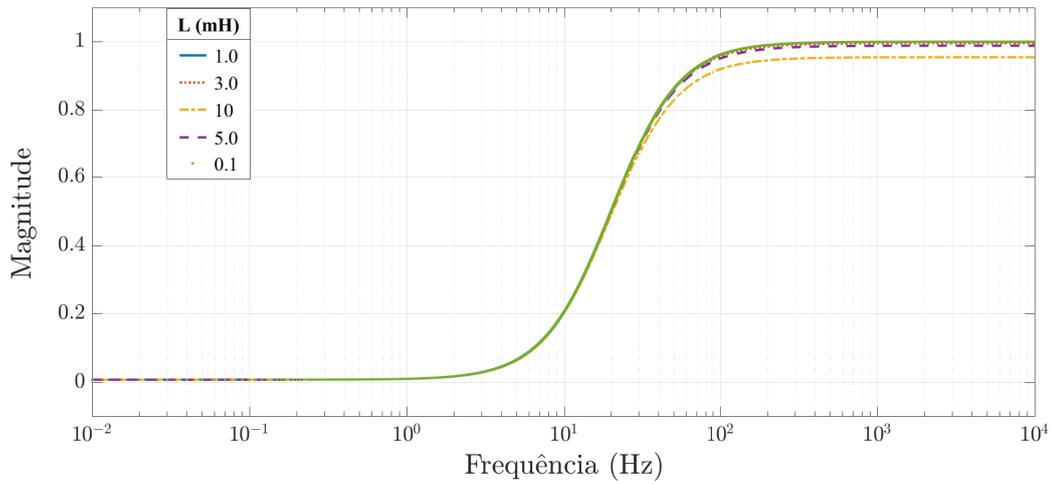
Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Para complementar a análise anterior, pode-se notar na Figura 11, o comportamento dos elementos através da variação da indutância de saída do conversor fonte de tensão. Para esta análise, foi escolhido representar somente a resposta da corrente de eixo direto. Aplicando a variação dos valores de indutância, pode se observar que não há uma movimentação significativa da faixa de passagem das respostas. O efeito que pode ser notado é uma diminuição da magnitude em alta frequência com o aumento da indutância.

## 3.6 Conclusões Parciais

Neste capítulo foi apresentado uma importante diferença entre o sistema SISO e MIMO. Enquanto o SISO lida com grandezas escalares e o ganho depende somente da frequência  $\omega$ , sistemas MIMO trabalham com vetores e matrizes e seus ganhos além de depender da frequência variam conforme a direção do vetor de entrada. Assim, para

Figura 11 – Soma dos elementos da linha de da RGA correspondente à tensão CC para variação paramétrica da indutância.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

o mesma frequência  $\omega$ , o ganho de um sistema MIMO sempre estará entre os valores singulares máximo e mínimo.

Assim a SVD é uma importante ferramenta para auxiliar no projeto do sistema de controle. Através dela, é possível identificar, para uma frequência  $\omega$  específica quais são as direções dos vetores de entradas e saídas atreladas aos valores singulares da planta. Além disso, em plantas não quadradas, com mais saídas que entradas, é possível encontrar quais as  $l - m$  direções de saída nas quais é impossível a planta ser controlada. Sendo tais direções sempre as últimos vetores colunas de  $\mathbf{W}(j\omega)$

Neste sentido, como este trabalho lida com uma planta não quadrada, foi realizado um estudo da SVD na frequência  $\omega = 0$ . Através dos resultado, foi discutido que somente no vetor  $\mathbf{w}_3(j0)$  a tensão CC e a corrente de eixo direto estavam em sentidos opostos entre si. Foi ressaltado que esta condição comprometeria o balanço de potência ativa do sistema e por isso era impossível de controlá-lo

Também foi apresentado o conceito e contribuições da matriz de ganhos relativos. Assim, abordando detalhadamente como os elementos desta matriz são obtidos, e como seus valores podem ser interpretados.

Foi destacado que a RGA, além de indicar do grau de interação entre as variáveis do processo possui outras características interessantes como, determinar em matrizes não quadradas qual saída não pode ser controlada ou, qual entrada pode ser descartada. Além disso, ela auxilia na avaliação de condicionamento do sistema.

Através da obtenção da função de transferência a partir das matrizes em espaço de estados, foi observado que o sistema apresentado na Figura 2 é não quadrado, uma vez

que ele possui 3 saídas e 2 entradas. Dessa forma, a RGA auxilia a definir qual saída é difícil de ser controlada. De posse dos resultados, foi discutido que há uma combinação entre controlar  $\tilde{v}_{cc}$  e  $\tilde{i}_d$ , e que ambos não podem ser controlados diretamente ao mesmo tempo. Em baixas frequência  $\tilde{v}_{cc}$  e  $\tilde{i}_q$  possuem a soma dos elementos mais próximos de 1, enquanto em alta frequência  $\tilde{v}_{cc}$  é substituído por  $\tilde{i}_d$ . Além disso, foi observado que as faixas de passagem obtidas nas respostas em frequência da soma dos elementos das linhas da RGA de  $\tilde{i}_d$ ,  $\tilde{i}_q$  e  $\tilde{v}_{cc}$  podem ser utilizadas nos projetos de seus respectivos controladores.

Dessa forma, utiliza-se a ferramenta de simulação *Matlab*, obtendo três variações no sistema para demonstrar suas características através da resposta em frequência da soma dos elementos das linhas da RGA. Inicialmente, foi realizado a variação do ponto de operação com auxílio da corrente no barramento CC ( $I_{cc}$ ). Nesta análise, notou-se que as faixas de passagem das resposta em frequências variam conforme movimentação deste ponto, o que impacta o projetos dos controladores.

Em um segundo momento, foram variadas a capacitância do barramento CC e a indutância do lado CA. Nestes resultados, enquanto a variação da capacitância causa um efeito significativo nas faixas de passagem, o mesmo não pode ser afirmado para a variação da indutância.

## 4 Projeto de Controle

Os resultados obtidos no Capítulo 4 estão de acordo com as regras práticas usualmente adotadas para o projeto dos controladores convencionais SISO empregados no tipo de plantas estudadas. Todavia, essa proposta matemática utilizando a matriz de ganhos relativos ainda não foi abordada. Logo, este trabalho deve controlar  $\tilde{i}_q$ , o que significa que a potência reativa deve ser mantida em condições desejadas, e também a tensão no barramento CC ( $\tilde{v}_{cc}$ ) e  $\tilde{i}_d$ , de forma que permaneça constante durante todo o processo de controle e funcionamento da planta.

Este capítulo aborda o projeto dos controladores de forma separada, mostrando suas principais características a partir das respostas obtidas com a soma das linhas da RGA.

### 4.1 Controle das Corrente CA

Conforme apresentado em (2.8), há acoplamentos entre as correntes do eixo direto ( $\tilde{i}_d$ ) e de quadratura ( $\tilde{i}_q$ ) no sistema. Assim, para eliminar as interações e compensar o efeito das tensões no PAC, é proposto utilizar as relações

$$m_d = \frac{2}{v_{cc}}(u_d - \omega_1 L i_q + v_{d,t}), \quad (4.1)$$

e

$$m_q = \frac{2}{v_{cc}}(u_q - \omega_1 L i_d + v_{q,t}), \quad (4.2)$$

em que  $u_q$  e  $u_d$  são as novas variáveis de controle.

Com base na análise apresentada em (YAZDANI; IRAVANI, 2010b), observa-se que a estratégia de controle empregada no conversor proporciona uma maior robustez em face dos distúrbios associados à tensão da rede. A multiplicação das variáveis por  $(\frac{2}{v_{cc}})$  desempenha uma função crucial, configurando-se como uma ação de controle *feedforward*, também conhecida como método de alimentação direta. Essa abordagem visa criar uma parcela a partir do sinal indesejado, a qual, por sua vez, neutraliza a ação dos distúrbios que possam eventualmente ocorrer.

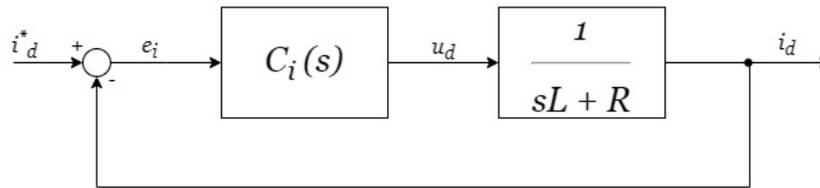
Substituído (4.1) e (4.2) em (2.8) pode-se reescrever o sistema de equações que caracteriza o comportamento dinâmico das correntes CA do conversor, assim:

$$\begin{cases} L \frac{di_d(t)}{dt} = -R_{eq}i_d(t) + u_d \\ L \frac{di_q(t)}{dt} = -R_{eq}i_q(t) + u_q. \end{cases} \quad (4.3)$$

É possível observar que (4.3) é um sistema dinâmico linear, de primeira ordem, cujas variáveis estão totalmente desacopladas. Neste novo sistema as variáveis de estado  $i_q$  e  $i_d$  podem ser controladas diretamente por  $u_q$  e  $u_d$ .

Devido a estratégia adotada para desacoplar as variáveis dos eixos direto e em quadratura, o diagrama de controle de ambos são similares e podem ser representados pela Figura 12. Neste sentido, embora isto não seja uma regra, dois controladores idênticos ( $C_i(s)$ ) podem ser projetados para controlar as correntes tanto para  $i_q$  e  $i_d$  será apresentado o mesmo diagrama de blocos .

Figura 12 – Diagrama de blocos simplificado do controle de corrente de eixo direto/quadratura.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Esse modelo foi escrito utilizando um sistema de coordenadas síncrono, portanto, os controladores projetados relativos às grandezas fundamentais do lado CA devem poder seguir uma referência de valor constante. Conseqüentemente, um controlador PI é suficiente para garantir que a corrente amostrada rastreie o sinal de referência a uma condição de erro nulo em estado permanente. Desse modo, a função de transferência de malha aberta do controlador das correntes  $i_d$  e  $i_q$  é:

$$M_{a,i} = \left( \frac{k_{p,i}}{sL} \right) \frac{\left( s + \frac{k_{i,i}}{k_{p,i}} \right)}{\left( s + \frac{R_{eq}}{L} \right)}, \quad (4.4)$$

em que  $k_{p,i}$  e  $k_{i,i}$  são ganhos proporcional e integral respectivamente.

Dessa forma tem-se que o polo da planta, localizado em  $s = -(R_{eq}/L)$ , fica próximo da origem devido ao valor normalmente baixo da resistência de saída do conversor.

Assim a magnitude e a fase da planta começa a decair a partir de uma frequência muito baixa, o que prejudica a resposta dinâmica da corrente de saída do conversor. Para contornar esse problema pode-se cancelar o polo da planta, que é estável quando o zero

for  $s = -(k_{i,i}/k_{p,i})$  do controlador. Neste caso a função de transferência de malha aberta passa a ser dada por,

$$M_{a,i} = \frac{k_{p,i}}{sL}, \quad (4.5)$$

e a função de transferência de malha fechada é definido como:

$$\frac{\tilde{i}_d^*}{i_d} = M_{f,i}(s) = \frac{1}{1 + \tau_i s}, \quad (4.6)$$

em que  $\tilde{i}_d^*$  é o valor de referência da corrente de eixo direto e  $\tau_i = L/k_{p,i}$  é a constante de tempo do sistema compensador.

Todavia a escolha dos parâmetros do controlador se deve a partir da Figura 13 a fim de garantir uma constante de tempo para o sistema em malha fechada  $1/\tau_i$  de 0,5 ms e 5 ms para que o SGD tenha uma resposta transitória satisfatória. Com base nessa estratégia, é possível obter os ganhos do compensador a partir das seguintes igualdades:

$$k_{p,i} = \frac{L}{\tau_i} \quad , \quad k_{i,i} = \frac{R_{eq}}{\tau_i} \quad , \quad (4.7)$$

$5ms \rightarrow 2.000Hz \quad , \quad 0.5ms \rightarrow 200Hz$

Dessa forma o parâmetro  $\tau_i$  deve ser pequeno o suficiente para garantir uma resposta rápida da planta. Contudo o valor  $1/\tau_i$ , deve ser, por exemplo, 10 vezes menor que a frequência de chaveamento do VSC para garantir uma boa característica de filtragem do sinal da corrente.

$$F_s = 20KHz \quad , \quad \frac{1}{\tau_i} < 10KHz \quad (4.8)$$

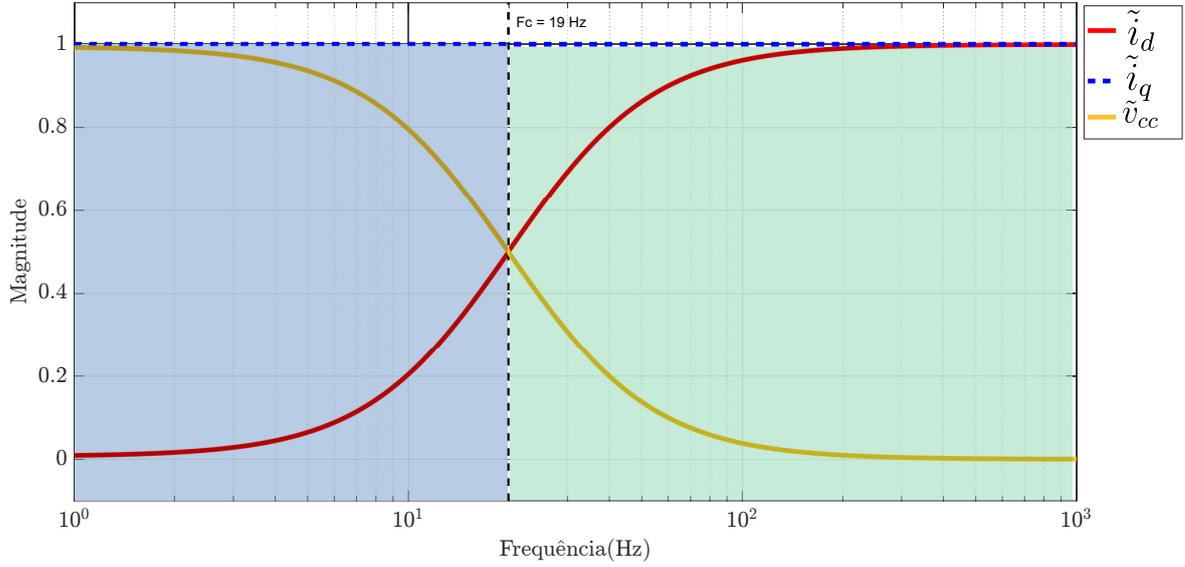
Na Tabela 3 são mostrados os valores dos ganhos do controlador assim como parâmetros do projeto de acordo com a estratégia descrita anteriormente.

Tabela 3 – Parâmetros do controlador de corrente

Descrição	Valor
Constante de tempo de malha fechada ( $\tau_i$ )	1 ms
Ganho proporcional ( $K_{p,i}$ )	1 V/A
Ganho integral ( $K_{i,i}$ )	300 Vs/A

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Figura 13 – Soma dos elementos das linhas da RGA do sistema.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

## 4.2 Controle da tensão CC

A relação (2.15) é não linear e, portanto, foi linearizada conforme apresentado na seção 2.4. Após a linearização, a dinâmica do barramento CC pode ser escrita como:

$$C \frac{d\tilde{v}_{cc}(t)}{dt} = \tilde{i}_{cc} - \frac{3Md}{4C} \tilde{i}_d - \frac{3Mq}{4C} \tilde{i}_q - \frac{3id}{4C} \tilde{m}_d - \frac{3iq}{4C} \tilde{m}_q, \quad (4.9)$$

Sabendo que a corrente  $\tilde{i}_q$  pode ser controlada da forma independente dos sentidos de  $\tilde{v}_{cc}$  e  $\tilde{i}_d$ , que a potências ativa instantânea que é dissipada nas resistências de saída e armazenada no campo magnético dos indutores do filtro são desconsideradas e que o ponto de operação de  $I_q = 0$  A, (4.9) pode ser redefinida como:

$$C \frac{d\tilde{v}_{cc}(t)}{dt} = \tilde{i}_{cc} - \frac{3Md}{4C} \tilde{i}_d - \frac{3id}{4C} \tilde{m}_d, \quad (4.10)$$

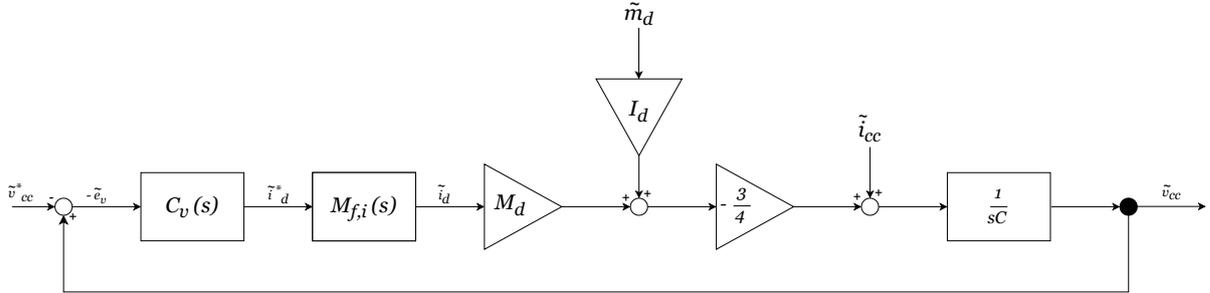
Aplicando a transformada de Laplace em (4.10) e manipulando os termos da expressão resultante pode-se escrever a seguinte função de transferência, que relaciona as pequenas perturbações do quadrado da tensão no barramento CC com as pequenas variações na corrente de eixo direto do conversor:

$$\frac{\tilde{v}_{cc}(s)}{\tilde{i}_d(s)} = -\frac{3Md}{4sC}, \quad (4.11)$$

Considerando os elementos mencionados, é possível elaborar o diagrama de blocos para o controlador da tensão do barramento CC do Conversor de Fonte de Tensão (VSC).

Na Figura 14, observa-se que o esquema de controle é composto pelo compensador externo de tensão  $C_v(s)$ , pelo controlador interno de corrente  $M_{f,i}(s)$  e pela planta.

Figura 14 – Diagrama de blocos simplificado do controle da tensão do barramento CC.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Os termos  $\tilde{i}_{cc}$  e  $\tilde{m}_d$  são tratados como distúrbios no sistema. Notavelmente, o ganho com sinal negativo em  $-\tilde{e}_v$  é empregado para compensar a polaridade negativa da função de transferência, conforme expresso na equação (4.11). É importante ressaltar que a dinâmica da malha interna de corrente pode ser negligenciada durante a análise do controle de tensão, uma vez que, normalmente, é projetada para oferecer uma resposta notavelmente mais rápida.

Baseado no princípio do modelo interno, para controlar a parcela média da tensão do lado CC, um controlador do tipo PI pode ser empregado para rastrear o sinal de referência sem erro de estado estacionário. Logo, pode-se escrever a seguinte função de transferência de malha fechada:

$$\frac{\tilde{v}_{cc}^*}{\tilde{v}_{cc}} = \frac{\frac{3}{4C} M_d K_p s + \frac{3}{4C} M_d K_i}{s^2 + \frac{3}{4C} M_d K_p s + \frac{3}{4C} M_d K_i}, \quad (4.12)$$

que quando comparada com a função de transferência canônica de segunda ordem, isto é:

$$H_s = \frac{2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (4.13)$$

em que  $\zeta$  é o fator de amortecimento e  $\omega_n$  é a faixa de passagem, é possível obter as seguintes relações:

$$K_p = \frac{8\zeta\omega_n C}{3M_d} e K_i = \frac{4\omega_n^2 C}{3M_d}. \quad (4.14)$$

De acordo com (SOUZA, 2021) a faixa de passagem para os controladores de tensão no barramento CC é menor que 100 Hz, por outro lado, conforme pode ser observado na Figura 13, a largura de banda máxima que garante um esforço pequeno do controlador é de aproximadamente 19 Hz conforme já mencionado no seção 3.5, após este valor, o esforço do controlador aumentará muito o que reduz a robustez do sistema frente à perturbações aditivas.

Tabela 4 – Parâmetros do controlador de tensão

Descrição	Valor
Frequência de Corte ( $w_n$ )	$2\pi 15\text{rad/s}$
Fator de amortecimento ( $\zeta$ )	0,7
Ganho proporcional ( $K_{p,v}$ )	1,108
Ganho integral ( $K_{i,v}$ )	74,605

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Baseado nos parâmetros da planta e nos índices de desempenho definidos pelo projetista, dados respectivamente nas Tabela 1 e Tabela 4, pode-se substituir os valores em (4.14) obtendo assim, os ganhos do controlador.

### 4.3 Conclusões Parciais

No decorrer deste capítulo, foi explorado minuciosamente os projetos dos controladores de corrente e tensão do sistema em análise, utilizando como ferramenta essencial a matriz de ganhos relativos.

Conforme apresentado na Figura 2, este trabalho deve controlar a corrente em quadratura e a tensão no barramento CC para atingir um controle eficiente. Para alcançar esse objetivo, foi aplicada uma metodologia para desacoplar as dinâmicas das correntes e compensar o efeito das tensões da rede elétrica. Esta estratégia de controle proporciona maior robustez em relação aos distúrbios relacionados à tensão da rede, além de atenuar os harmônicos indesejáveis presentes na tensão de saída do conversor.

Com base nessa proposta, apresenta-se um sistema dinâmico linear de primeira ordem, no qual as variáveis de estado podem ser controladas diretamente. Dois controladores idênticos podem ser projetados para controlar as correntes de eixo direto e em quadratura. É suficiente utilizar um controlador PI para garantir que a corrente acompanhe o sinal de referência de forma precisa.

Basicamente, o controle da corrente em quadratura garante equilíbrio no fluxo da potência reativa do sistema, enquanto o balanço das potências ativas é assegurado por um controle em malha dupla da corrente de eixo direto (malha interna) e tensão do barramento CC (malha externa). Sabendo que a tensão CC é uma variável contínua, um controlador

PI é satisfatório para garantir o erro nulo em estado permanente no rastreamento da referência. Neste sentido, este capítulo, apresentou o projeto de todos estes controladores com auxílio das ferramentas multivariáveis.

Portanto, com base nos resultados apresentados, a estratégia proposta de controle utilizando a matriz de ganhos relativos mostra-se promissora para obter um controle eficiente da corrente e tensão em um determinado tipo de planta.

## 5 Resultados de Simulação

Neste capítulo, serão expostos os resultados de simulações destinadas a avaliar o projeto de controle delineado no capítulo 5. A análise abrangente destes resultados proporcionará uma visão aprofundada da eficácia e desempenho do sistema sob as premissas estabelecidas. Ao explorar as simulações, visa-se não apenas verificar a robustez do projeto de controle proposto, mas também identificar possíveis melhorias e refinamentos que possam otimizar ainda mais o comportamento do sistema em diferentes cenários.

Para isso foi adotado no controlador de corrente da malha interna os valores da Tabela 3 e no controlador de tensão da malha externa os valores da Tabela 4, contudo para se ter uma melhor resposta do controle foi realizado variações em degrau das constantes de  $\tilde{i}_{cc}$  e  $\tilde{i}_q$  no tempo, conforme Tabela 5.

Tabela 5 – Degraus de corrente.

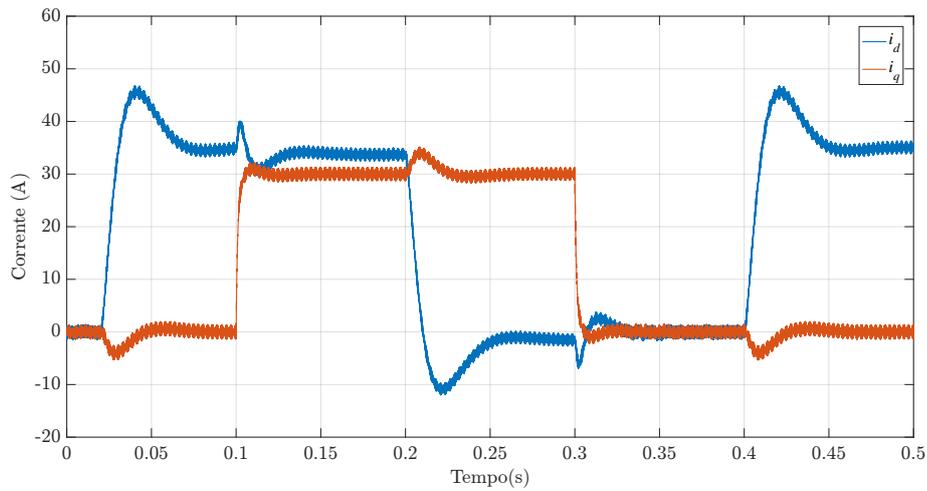
$\Delta$ Tempo (s)	$i_{cc}$ (A)	$\tilde{i}_q$ (A)
0 a 0,02	0	0
0,02 a 0,10	25	0
0,10 a 0,20	25	30
0,20 a 0,30	0	30
0,30 a 0,40	0	0
0,40 a 0,50	25	0

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Dessa forma pode-se observar que em determinados instantes o fluxo será predominantemente de potência ativa, em outros de reativa e entre 0,1 e 0,2 segundos haverá potência ativa e reativa circulando no sistema.

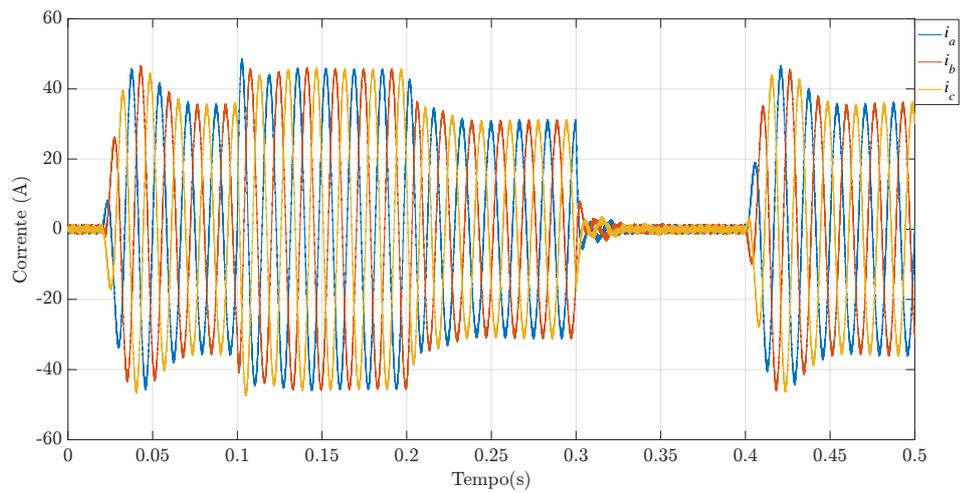
Assim, é possível começar fazendo uma análise sobre comportamento de  $\tilde{i}_d$  e  $\tilde{i}_q$  frente a variação em degrau dos valores apresentados observados na Figura 15. Note que  $\tilde{i}_d$  possui um tempo de resposta de aproximadamente 0,05s que por sua vez é maior que o tempo de resposta de  $\tilde{i}_q$  que é aproximadamente 0,01s para estabilizar seu sinal, isso é devido ao fato da referência de  $\tilde{i}_d$  vir do controlador do barramento CC. Além disso, percebe-se que  $i_q$  reage à variação de potência ativa, isto é, na movimentação de  $i_{cc}$ . Fisicamente isso pode ser explicado pelo fato de que a potência ativa oriunda do lado CC é em quase sua totalidade absorvida pela fonte trifásica CA, contudo, há uma parte dela que é armazenada no campo magnético dos indutores do filtro, que dependem de  $\tilde{i}_q$ .

Já na Figura 16 são apresentadas as correntes trifásicas frente às variações em degrau da Tabela 5. Nela, vale destacar o bom comportamento das formas de onda além da alta qualidade da senoide mesmo frente a degraus de grande magnitude.

Figura 15 – Formas de onda das corrente  $dq$ .

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

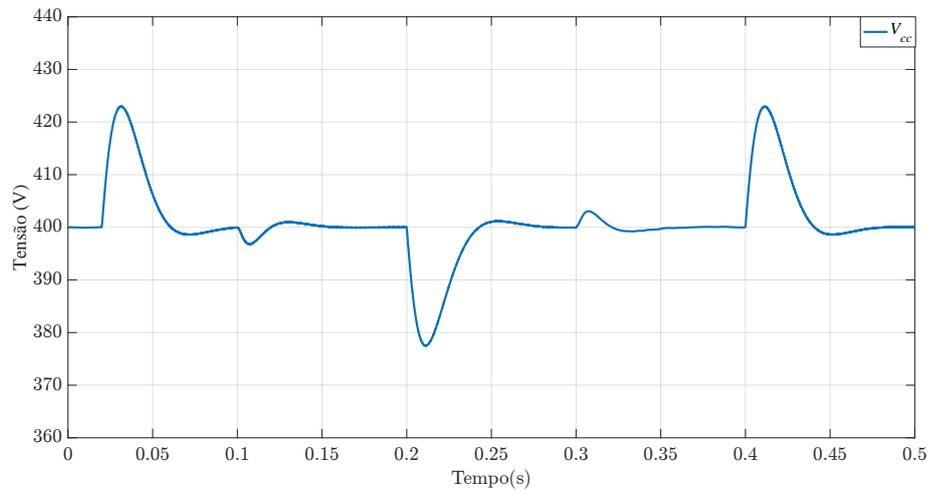
Figura 16 – Formas de onda das corrente trifásicas.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

A Figura 17 ilustra a resposta transitória do barramento CC, em degrau, da potência ativa e reativa. A tensão CC responde à mudança de referência da corrente de entrada do conversor ( $i_{cc}$ ), em 0,02s, 0,2s e 0,4s, com um sobressinal de aproximadamente 5,2%. Já nas variações da potência reativa o barramento CC sofre alterações com sobressinal de aproximadamente 1%.

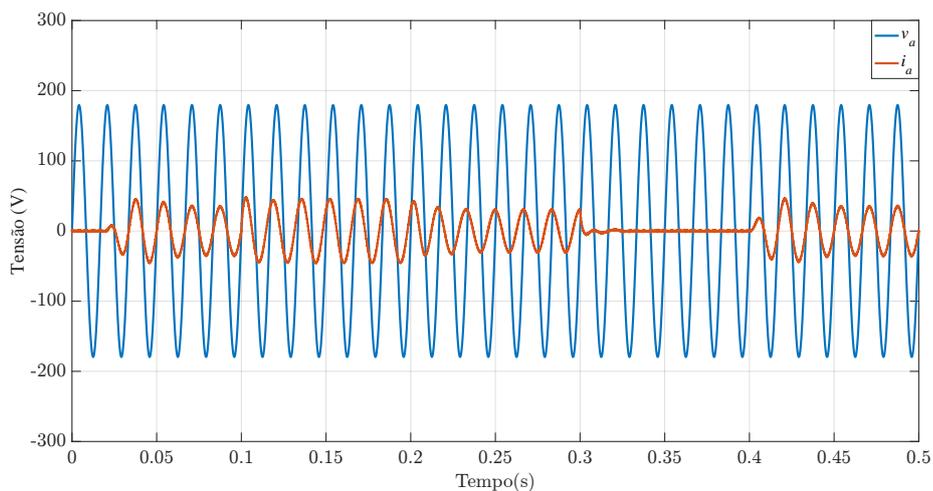
Figura 17 – Forma de onda da tensão do barramento CC.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Já na Figura 18 foi extraído um resultado para melhor visualizar a corrente injetada na rede elétrica. Observe como a corrente da saída do inversor está em fase com a tensão da rede elétrica entre 0,02 e 0,1s e após 0,4s. Passado 0,1s há uma adição de potência reativa e a corrente fica adiantada em relação à tensão. Já entre 0,2 e 0,3s esta defasagem é de aproximadamente  $90^\circ$ , configurando que há uma predominância de circulação de potência reativa no sistema.

Figura 18 – Formas de onda da tensão e corrente de fase 'a' da rede elétrica.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

## 6 Conclusão Final

Esse trabalho busca apresentar ferramentas atreladas a sistemas multivariáveis para auxiliar na realização de um projeto de controlador SISO de âmbito linear aplicado a um VSC com saída RL trifásico. Abordando o aspecto matemático necessário para conversão dos sinais de entrada/saída e análises simulacionais, em busca de apresentar melhor resposta em frequência de forma eficiente.

Assim, foram apresentados os processos da transformada de Clarck e Parck com objetivo de obter as matrizes em espaço de estado que regem o comportamento dinâmico do sistema nas coordenadas síncrono  $dq$ .

Dentre as ferramentas matemáticas multivariáveis destacadas, a RGA é uma das mais importantes. Assim através do sistema da Figura 2 aplicando os conceitos da RGA é possível determinar se o sistema é mal ou bem condicionado, como também, em planta não quadradas com mais saídas que entradas, determinar qual saída é mais difícil de ser controlada. Contudo, em Figura 8 é possível perceber o resultado das somas dos elementos da RGA do sistema no domínio da frequência através do software *Matlab*, é observado que em baixa frequência é viável realizar o controle da tensão CC  $\tilde{v}_{cc}$  e da corrente em quadratura,  $i_q$  já em alta frequência escolho controlar as correntes do eixo direto  $\tilde{i}_d$  e em quadratura  $\tilde{i}_q$ , porque as somas dos elementos da RGA correspondentes as essas variáveis estão mais próximas de 1 nessas frequências conforme apresentado na.

Outra análise realizada conforme Figura 9, foi observado que o somatório das linhas da RGA para variação do ponto de operação faz com que as margens da tensão do barramento CC e da corrente do eixo direto sofram variações, o que conseqüentemente altera os limites de projeto de seus respectivos controladores. Vale destacar que o ponto de operação foi variado por  $I_{CC}$ , isso diretamente impacta na potência ativa do sistema e por conseguinte em  $\tilde{v}_{cc}$  e  $\tilde{i}_d$ . Já a corrente em quadratura se mantém inalterada porque ela controla a potência reativa do sistema que com essa alteração do ponto de operação não sofre alterações.

Na análise feita sobre a SVD de forma a realizar uma avaliação matemática de suas direções. Observou se que não é possível fazer esse controle pois a tensão do barramento CC e a corrente do eixo direto devem ser mantidas no mesmo sentido, o que não ocorre no terceiro vetor coluna de  $\mathbf{W}(j0)$ .

Em busca do controle eficiente, foi utilizado a troca de variáveis  $m_d$  e  $m_d$  no controle do barramento CC, para desacoplar as dinâmicas das correntes e compensar o efeito da tensão sobre planta conforme apresentado na Figura 14, proporcionando assim maior robustez e atenuando efeitos harmônicos indesejáveis sobre a saída de tensão do conversor.

Por se tratar de um sistema dinâmico linear de primeira ordem é proposto cancelar o polo da planta por meio de um zero no controlador, para se ter melhor resposta na corrente de saída do controlador.

Por fim, foi apresentando os resultados através dos softwares *Psim* e *Matlab* em que todas as simulações acompanham o mesmo tempo de aplicação de corrente conforme a Tabela 5, sendo possível avaliar as relações entre  $\tilde{i}_d$  e  $\tilde{i}_d$ ,  $\tilde{i}_a$ ,  $\tilde{i}_b$  e  $\tilde{i}_c$ ,  $V_{cc}$ ,  $V_a$  e  $\tilde{i}_a$ .

Dessa forma, os resultados de simulação demonstraram a eficácia da técnica proposta sob diferentes degraus de potência ativa e reativa, garantindo uma boa resposta transitória da corrente de saída, tensão CC, qualidade de energia e estabilidade.

## 6.1 Trabalhos Futuros

Visando a continuidade do trabalho são listadas a seguir algumas propostas de atividades futuras:

- Verificar experimentalmente o projeto proposto;
- Verificar se os limites apresentados na resposta RGA impactam de alguma forma o projeto dos controladores.
- Desenvolver outro projeto de controle SISO para a planta da Figura 2 observando as características multivariáveis apresentadas.
- Aplicar as análises multivariáveis na planta modelada em um sistema coordenadas estacionárias;

## Referências

- ALBERTOS, P.; ANTONIO, S. *Multivariable Control Systems: An Engineering Approach*. [S.l.]: Springer London, 2014. (Advanced Textbooks in Control and Signal Processing). ISBN 9781447139836. 27, 28, 29, 30, 31
- ALMEIDA, P. M. et al. Comprehensive synchronous reference frame discrete-time modelling of a grid-connected pv for fast dc-side voltage control. *Electric Power Systems Research*, v. 150, p. 162 – 168, 2017. ISSN 0378-7796. 15
- ALMEIDA, P. M. et al. Improvement of pv grid-tied inverters operation under asymmetrical fault conditions. *Solar Energy*, v. 133, p. 363 – 371, 2016. ISSN 0038-092X. 15, 24
- ANJOS, J. N. S. Deborah Almeida dos. Aplicação das técnicas svd e rga no projeto de malhas de controle. Universidade Federal de Campina Grande, Anais I CONAPESC, 2016. 15, 16
- BLAABJERG, F. et al. Overview of control and grid synchronization for distributed power generation systems. *IEEE Transactions on industrial electronics*, IEEE, v. 53, n. 5, p. 1398–1409, 2006. 14
- BORGES, C. *Análise da Operação do Conversor Fonte de Tensão (VSC) em Back-to-Back para Microrredes*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2010. 18
- BRISTOL, E. On a new measure of interaction for multivariable process control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 11, n. 1, p. 133–134, 1966. 30
- BUSO, S.; MATTAVELLI, P. *Digital Control in Power Electronics*. [S.l.: s.n.], 2006. 84–107 p. 23
- CABERO, A. R.; SÁNCHEZ, F. H.; PRODANOVIC, M. A unified control of back-to-back converter. In: *2016 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 1–8. ISSN null. 15
- CHANG, J.-W.; YU, C.-C. The relative gain for non-square multivariable systems. *Chemical Engineering Science*, v. 45, n. 5, p. 1309–1323, 1990. ISSN 0009-2509. 34
- EPE, E. de Pesquisa energética. *Balanco energético nacional -2022*. [S.l.], 2022. Acessado: 19/08/2023. Disponível em: <<https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-601/topico-596/BEN2022.pdf>>. 13
- FOGLI, G. *Integração de um grupo motor gerador diesel em uma rede secundária de distribuição através de um conversor estático fonte de tensão Back-to-Back*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Juiz de Fora, 2014. 19
- FOGLI, G. A. Dispatchable distributed generation using a back-to-back converter for grid-forming improvements based on feed-forward action with load current prediction. *IET Power Electronics*, Institution of Engineering and Technology, August 2020. ISSN 1755-4535. 15

- GOMES, A. C. Microrredes c.c.: distribuição de potência e modelo estático com base no controle por droop e mppt. UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA, 2018. 13
- Liu, Y. H. et al. Converter system nonlinear modeling and control for transmission applications—part i: Vsc system. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 28, n. 3, p. 1381–1390, 2013. 15
- NIKKHAJOEI, H.; IRAVANI, R. Dynamic model and control of ac–dc–ac voltage-sourced converter system for distributed resources. *IEEE Transactions on Power Delivery*, IEEE, v. 22, n. 2, p. 1169–1178, 2007. 15
- OLIVEIRA, F. J. A. de. *O PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO ENERGÉTICA NO SISTEMA INTERLIGADO NACIONAL*. [S.l.]: Artliber Editora Ltda, 2020. 13
- RODRIGUEZ, P. et al. Advanced grid synchronization system for power converters under unbalanced and distorted operating conditions. In: IEEE. *IECON 2006-32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics*. [S.l.], 2006. p. 5173–5178. 15
- SILVA SILVA, N. F. L. A. J. A. Análise de dsogi-pll e dsogi-pll aplicados em um vsc quatro fios conectado á rede elétrica com desequilíbrio de tensão e harmônicos. In: SBA. *Congresso Brasileiro de Automática (CBA) - 2022*. [S.l.], 2022. 24
- SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2005. 27, 28, 31, 34
- SOUZA, I. *Controle Multivariável Aplicado ao Conversor Back-to-Back*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Juiz de Fora, 2021. 18, 45
- SOUZA, I. et al. Multivariable optimal control applied to a back-to-back power converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, p. 1–1, 2021. 35
- TIMBUS, A. V. *Grid Monitoring and Advanced Control of Distributed Power Generation Systems*. [S.l.: s.n.], 2007. 107–137 p. 24
- XU, X.; ZHA, X. Overview of the researches on distributed generation and microgrid. In: IEEE. *2007 International Power Engineering Conference (IPEC 2007)*. [S.l.], 2007. p. 966–971. 13
- YAZDANI, A.; IRAVANI, R. *Grid-imposed frequency VSC system: Control in dq-frame*. [S.l.: s.n.], 2010. 204–244 p. 15, 19
- YAZDANI, A.; IRAVANI, R. *Voltage-sourced converters in power systems: modeling, control, and applications*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2010. 14, 40
- ZHANG, L. et al. Interaction assessment of facts control by rga for the effective design of facts damping controllers. *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, IET, v. 153, n. 5, p. 610–616, 2006. 15
- ZHOU, K.; DOYLE, J. C. *Essentials of robust control*. Upper Saddle River, N.J: Prentice Hall, 1998. ISBN 9780137908745. 28

## 7 Apêndice A - Relação Entre Variáveis de Estado e Função de Transferência

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} \quad (7.1)$$

$$\begin{cases} s\mathbf{X}(s) - \mathbf{x}(0) = \mathbf{A}\mathbf{X}(s) + \mathbf{B}\mathbf{U}(s) \\ \mathbf{Y}(s) = \mathbf{C}\mathbf{X}(s) \end{cases} \quad (7.2)$$

$$(\mathbf{sI} - \mathbf{A})\mathbf{X}(s) = \mathbf{B}\mathbf{U}(s) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{X}(s) = (\mathbf{sI} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}\mathbf{U}(s), \quad (7.3)$$

Logo,

$$\mathbf{G}(s) = \frac{\mathbf{y}(s)}{\mathbf{u}(s)} = \mathbf{C}(\mathbf{sI} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}, \quad (7.4)$$