

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E APLICADAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE APLICADO EM UM
MODELO DE DIMENSIONAMENTO DE LOTE NÃO CAPACITADO
COM SELEÇÃO DE FORNECEDORES EM UMA FARMÁCIA
HOSPITALAR**

ROBSON VIEIRA DE OLIVEIRA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

JOÃO MONLEVADE

Agosto, 2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E APLICADAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE APLICADO EM UM MODELO
DE DIMENSIONAMENTO DE LOTE NÃO CAPACITADO COM SELEÇÃO
DE FORNECEDORES EM UMA FARMÁCIA HOSPITALAR

ROBSON VIEIRA DE OLIVEIRA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Universidade Federal de Ouro Preto, como exigência
parcial para a obtenção do grau de Engenheiro de
Produção.

Orientador: Prof. Dr. Thiago Augusto de Oliveira Silva

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

JOÃO MONLEVADE

Agosto, 2017

TERMO DE RESPONSABILIDADE

O texto do trabalho de conclusão de curso intitulado “**DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE APLICADO EM UM MODELO DE DIMENSIONAMENTO DE LOTE NÃO CAPACITADO COM SELEÇÃO DE FORNECEDORES EM UMA FARMÁCIA HOSPITALAR**” é de minha inteira responsabilidade. Declaro que não há utilização indevida de texto, material fotográfico ou qualquer outro material pertencente a terceiros sem o devido referenciamento ou consentimento dos referidos autores.

João Monlevade, 21 de agosto de 2017.



Robson Vieira de Oliveira



ANEXO VIII – ATA DE DEFESA

Aos 28 dias do mês de agosto de 2017, às 10 horas, na sala D204 deste instituto, foi realizada a defesa do Trabalho de Conclusão de Curso pelo (a) aluno (a) ROBSON VIEIRA DE OLIVEIRA, sendo a comissão examinadora constituída pelos professores: Thiago Augusto de Oliveira Silva (Orientador), Mônica do Amaral, Paganini Barcellos de Oliveira. O (a) aluno (a) apresentou o trabalho intitulado: UTILIZAÇÃO DA DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE PARA MELHORIA DO LIMITE INFERIOR DE UM MODELO MATEMÁTICO DE DIMENSIONAMENTO DE LOTE NÃO CAPACITADO COM SELEÇÃO DE FORNECEDORES EM UMA FARMÁCIA HOSPITALAR. A comissão examinadora deliberou, pela:

- Aprovação
 Aprovação com Ressalva - Prazo concedido para as correções: _____
 Reprovação com Ressalva - Prazo para marcação da nova banca: _____
 Reprovação

do(a) aluno (a), com a nota 10,0. Na forma regulamentar e seguindo as determinações da resolução COEP12/2015 foi lavrada a presente ata que é assinada pelos membros da comissão examinadora e pelo (a) aluno(a).

João Monlevade, 28 de agosto de 2017.

Thiago Augusto de Oliveira Silva
Professor(a) Orientador(a)

Mônica do Amaral
Convidado(a)

Paganini Barcellos de Oliveira
Convidado(a)

Aluno (a): Robson Vieira de Oliveira

Agradecimentos

Aos meus pais e irmãos, que sempre estiveram ao meu lado e me apoiaram diante de todas dificuldades e adversidades, sem eles esta conquista seria impossível.

Agradeço imensamente ao Prof. Dr. Thiago Augusto de Oliveira Silva por sua orientação, que apoiou e foi paciente em todo o tempo de pesquisa. Dificilmente esquecerei de todos os seus ensinamentos.

Aos meus tios Ernandes e Marta, que me acolheram no início da graduação e me deram o suporte necessário para que pudesse dar continuidade aos estudos.

Aos meus amigos de longa data e aos que a UFOP me proporcionou conhecer, vocês também tiveram um papel fundamental nesta conquista, sem vocês o caminho seria muito mais árduo.

Ao corpo docente do ICEA que no qual tive contato e pude criar laços estreitos, transformando os dias exaustivos da graduação em momentos de muito aprendizado com descontração.

Deixo aqui o meu muito obrigado a todos vocês!

Resumo

A natureza delicada das atividades hospitalares e a necessidade de manter altos níveis de serviço exigem uma eficiente gestão dos estoques de medicamentos, uma vez que eles possuem demanda derivada do tratamento de pacientes. Neste contexto, o presente trabalho apresenta uma metodologia para encontrar limites inferiores de um modelo matemático de dimensionamento de lote com seleção de fornecedores em uma farmácia hospitalar. É proposta a implementação da decomposição de Dantzig-Wolfe com um método de geração de colunas para o modelo. Para analisar o desempenho computacional foram geradas 120 instâncias a partir da situação real. Analisando os resultados obtidos pela metodologia empregada, verifica-se a obtenção de limites inferiores melhores do que a relaxação linear do problema em questão.

Palavras-chave: Logística hospitalar, Dimensionamento de lote, Decomposição de Dantzig-Wolfe, Geração de colunas.

Abstract

The highly delicate nature of hospital activities and the necessity to enable hospital activities to be fully performed, demands an efficient management, specially when we are talking about medical supplies, since its demand derives from patient treatment. In this context, this work presents a methodology to find lower bounds of a lot sizing of medical products with selecting suppliers problem in a hospital pharmacy. It is proposed the implementation of the Dantzig-Wolfe decomposition with a method of columns generation for the model. To analyze performance, 120 instances were generated from the real situation. Analyzing the results obtained by the methodology employed, we achieved lower bounds better than the linear relaxation of the problem in question.

Keywords: Hospital logistics, Lot sizing, Dantzig-Wolfe decomposition, Columns generation.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Estruturas de produtos	11
Figura 2 – Fluxograma para geração de colunas.	17
Figura 3 – Fluxograma para geração de colunas da pesquisa.	25

Lista de tabelas

Tabela 1 – Resultados médios para as instâncias de todas dimensões.	27
Tabela 2 – Resultados para as instâncias de todas dimensões com 30 produtos. . .	28
Tabela 3 – Resultados para as instâncias de todas dimensões com 40 produtos. . .	29
Tabela 4 – Resultados para as instâncias de todas dimensões com 50 produtos. . .	30

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Objetivos	3
1.1.1	Objetivos gerais	3
1.1.2	Objetivos específicos	3
1.2	Justificativa	3
1.3	Organização do trabalho	4
2	METODOLOGIA	5
3	REVISÃO DE LITERATURA	6
3.1	Gestão de estoque	6
3.2	Motivações para se manter um estoque	6
3.3	Logística hospitalar	7
3.4	O problema de dimensionamento de lote	8
3.4.1	Modelos matemáticos aplicados ao dimensionamento de lote	8
3.4.1.1	Modelo Não Capacitado de Dimensionamento de Lote (LS-U)	9
3.4.1.2	Modelo Capacitado de Dimensionamento de Lote com Múltiplos Itens e Único Estágio (MCLSP)	10
3.4.1.3	Modelo Capacitado de Dimensionamento de Lote com Múltiplos Itens e Múltiplos Estágios (MSLSP)	11
3.5	Métodos de solução	12
4	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	14
4.1	Decomposição de Dantzig-Wolfe	14
4.2	Geração de colunas	15
5	DESENVOLVIMENTO	18
5.1	Modelagem matemática	18
5.2	Decomposição do problema	20
5.2.1	Formulação do Problema Mestre	20
5.2.2	Formulação do Subproblema	21
5.2.3	Formulação do Problema Mestre Artificial	22
5.2.4	Formulação do Subproblema Artificial	23
6	RESULTADOS COMPUTACIONAIS	26
7	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	31

REFERÊNCIAS	32
-----------------------	----

1 Introdução

As organizações prestadoras de serviços hospitalares possuem alta importância social e econômica. Seus serviços possuem diferenças consideradas fundamentais em relação a outras formas de atividades, principalmente no que se refere a sua atividade fim de preservar e salvar vidas (RAIMUNDO; DIAS; GUERRA, 2015).

Quando comparado a outras organizações, o gerenciamento hospitalar é executado com maior dificuldade por conta de alguns aspectos, tais como sua estrutura organizacional complexa, da natureza de seus serviços e de uma constante necessidade de redução nos custos financeiros (TUCKER, 2004).

Considerar a gestão eficiente dos estoques é um ponto fundamental para reduzir uma parcela dos custos referentes às atividades hospitalares. Pesquisas apontam que os investimentos em estoques no setor de saúde estão entre 10% e 18% das receitas hospitalares (JARRETT, 1998). Sob esta ótica, um grande número de hospitais iniciaram projetos para a gestão de estoques. Estes projetos estão fortemente ligados a automação e sistemas de informação, logística dos pacientes e gestão da cadeia de suprimentos (VRIES, 2011).

A gestão da cadeia de suprimentos hospitalar é muito complexa, pois possui uma grande responsabilidade de garantir que o medicamento será disponibilizado para o paciente certo, no momento certo, para ser eficiente no combate a qualquer enfermidade. Significa que está intrínseca uma alta sensibilidade, tal que um nível de serviço abaixo dos 100% é inaceitável, tendo em vista o impacto direto na saúde do paciente que isso pode acarretar (UTHAYAKUMAR; PRIYAN, 2013).

Diferentemente de muitas indústrias, os gestores responsáveis pela administração das cadeias de suprimento hospitalares se deparam com diversas dificuldades, pois há uma tentativa de gerenciamento sem orientação adequada e incompreensão de práticas eficientes. O motivo é que os administradores são profissionais especializados na área de saúde, não em cadeias de suprimento (WOOSLEY, 2009).

Neste âmbito, a pesquisa operacional fornece opções de metodologias que podem ajudar os hospitais, e outros sistemas envolvidos com a área de saúde, a melhorarem suas operações logísticas (UTHAYAKUMAR; PRIYAN, 2013). Quanto a gestão de estoques, problemas de definição do tamanho de lote (*lot sizing problem*) podem ser utilizados para suprir tal necessidade de gerenciamento.

O Problema de *lot sizing* é bem conhecido e explorado na literatura, sendo que Bitran e Yanasse (1982) demonstram que sua versão capacitada é da classe NP-difícil. Um estudo considerado fundamental, e pioneiro, sobre dimensionamento de lotes foi trabalhado

por Wagner e Whitin (1958). No trabalho elaborado por Glock, Grosse e Ries (2014), descrevem-se os numerosos trabalhos de revisão publicados a partir de 1974 acerca deste problema.

Manne (1958) foi pioneiro no desenvolvimento de métodos de resolução, para o problema de *lot sizing* capacitado. Com seu trabalho surgiram as primeiras propostas de decomposição para o problema. Degraeve e Jans (2007) revisam o método de decomposição desenvolvido por Manne e desenvolvem um algoritmo Branch-and-Price para assegurar uma resposta exata.

O presente trabalho tem ênfase na problemática relacionada ao processo de gestão de estoques em um centro farmacêutico de um hospital de médio porte. Para tanto, a situação é descrita e apresentada através de uma combinação do Problema de *lot sizing* não capacitado para múltiplos produtos com o Problema de seleção de fornecedores.

Basnet e Leung (2005) e Cárdenas-Barrón, González-Velarde e Treviño-Garza (2015) trabalham com a junção do problema não capacitado de definição do tamanho do lote com o problema de seleção de fornecedores (MLSSP). Basnet e Leung (2005) observam que, devido ao elevado número de variáveis binárias, existe a probabilidade de que o problema em questão seja computacionalmente caro e Cárdenas-Barrón, González-Velarde e Treviño-Garza (2015) afirmam que o problema é NP-difícil, sem no entanto fornecer detalhes sobre a questão. Entretanto, é fácil observar que o Problema de Localização de Instalações não capacitado (problema reconhecidamente NP-difícil, ver Cornuéjols, Nemhauser e Wolsey (1983) para a prova) pode ser facilmente reduzido ao LSSP (mono-periódico) com demanda unitária. Aissaoui, Haouari e Hassini (2007) apresentam uma compreensiva revisão sobre problemas de *lot sizing* com seleção de fornecedores.

Desta forma, não existe garantia de se encontrar uma solução ótima para o MLSSP em um tempo computacional viável. Este é um problema de programação linear inteira mista (PPLIM), portanto, a qualidade de seus limites inferiores são cruciais para sua resolução. Onde aumentar a qualidade destes limites podem resultar em melhores intervalos de integralidade e melhores tempos de resolução.

À vista disso, a presente pesquisa busca elaborar um método de resolução que forneça uma solução com limite inferior mais justo para o MLSSP, se comparado ao limite fornecido por sua relaxação linear. Para tal, foi utilizada a decomposição desenvolvida por Dantzig e Wolfe (1960) em conjunto com um algoritmo de geração de colunas.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivos gerais

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver um método tomando como base a Decomposição de Dantzig-Wolfe associadamente a um algoritmo de geração de colunas para a obtenção de um limite inferior para o MLSSP.

1.1.2 Objetivos específicos

Para atender os objetivos gerais descritos anteriormente, foram elencados os seguintes objetivos específicos:

- Propor uma versão do problema baseada no método de Decomposição de Dantzig-Wolfe;
- Analisar a melhor forma de decompor o problema;
- Implementar e testar a abordagem proposta;

1.2 Justificativa

A falta e o uso indevido de medicamentos não acarretam apenas em perdas financeiras, mas também causam impactos significativos aos pacientes. Muitas organizações hospitalares têm dificuldades em estabelecerem altos níveis de serviços, pois não abordam como os medicamentos são gerenciados, fornecidos e usados. Os estudos na área de saúde são essenciais para oferecerem ferramentas de apoio que melhorem a tomada de decisão (UTHAYAKUMAR; PRIYAN, 2013).

Aptel e Pourjalali (2001) afirmam que a logística é uma parte fundamental de um hospital, pois estão intrínsecas a ela as funções de compra, recebimento e gestão dos estoques de remédios, por exemplo. Afirmam também que a gestão de suprimentos médicos é um dos aspectos gerenciais mais importantes na área de saúde, além de proporcionarem oportunidades de redução dos custos relacionadas às atividades hospitalares.

Desta forma, o trabalho é justificável ao contribuir com a gestão de estoque em uma farmácia hospitalar. Visto que, a pesquisa anseia apresentar um limite inferior para o modelo matemático, e, sua resposta apesar de não solucionar o problema, abre precedentes para a implementação de técnicas, que quando trabalhadas em conjunto com a presente pesquisa, podem implicar em encontrar uma solução ótima.

1.3 Organização do trabalho

O presente trabalho está estruturado em sete capítulos. A introdução, apresentada neste capítulo, tem a finalidade de contextualizar, justificar e descrever os objetivos do trabalho. No Capítulo 2 encontra-se a metodologia de pesquisa. O Capítulo 3 apresenta uma revisão bibliográfica acerca da gestão de estoques, das motivações para se manter um estoque, da logística hospitalar, do problema de dimensionamento de lote e sobre métodos de solução empregados para este tipo de problema. O Capítulo 4 apresenta a fundamentação teórica em que se baseia o Princípio da Decomposição Dantzig-Wolfe e a geração de colunas. O desenvolvimento do trabalho é apresentado no Capítulo 5. O Capítulo 6 destina-se à apresentação e discussão dos resultados obtidos. Por fim, no Capítulo 7 são apresentadas as considerações finais e sugestões para trabalhos futuros que sigam esta linha de pesquisa.

2 Metodologia

A pesquisa é de natureza aplicada, pois visa a utilização dos resultados na realidade, ou seja, existe o interesse prático por trás deste trabalho. A metodologia que será abordada é a axiomática com classificação normativa, para o objetivo. A abordagem é de denominação quantitativa, e o método a ser utilizado é de modelagem e simulação, pois tem-se o desejo de experimentação por parte de um modelo (TURRIONI; MELLO, 2011). Essa metodologia tem como objetivo encontrar uma solução ótima para um problema novo ou comparar a performance de estratégias que abordam um mesmo problema. Em geral, são modelos de programação matemática que estão ligados a este tipo de metodologia (MORABITO; PUREZA, 2010).

Modelos de pesquisa operacional podem ser resolvidos por diversas técnicas e métodos que estão disponíveis na literatura. Para modelos de programação inteira, podem-se utilizar de métodos baseados no algoritmo Branch-and-Bound, algoritmos de planos de corte e a combinação destes dois. Porém, quando a dificuldade do modelo aumenta e estes métodos citados anteriormente não conseguem realizar uma performance aceitável, pode-se utilizar de alguns métodos especiais, como o método de geração de colunas, a decomposição do modelo e métodos baseados em relaxações (MORABITO; PUREZA, 2010).

A razão para a utilização desta metodologia é definida no momento em que a pesquisa busca encontrar uma solução ótima, ou heurística, para um novo problema. Elaborado por Silva et al. (2017), o problema não capacitado de definição do tamanho de lote com seleção de fornecedores em um hospital de médio porte foi escolhido como a base da pesquisa. Os métodos escolhidos para sua resolução serão baseados na decomposição de Dantzig-Wolfe com o algoritmo de geração de colunas.

Com o intuito de testar o método em instâncias condizentes com a demanda real da organização hospitalar, foram geradas, de forma aleatória, conjuntos de dados com características semelhantes em termos estatísticos para os preços, demandas e tempo de reposição de estoque para cada fornecedor. Além disso, as dimensões das instâncias foram criadas considerando a curva ABC dos produtos, dos fornecedores e diferentes horizontes de planejamento.

3 Revisão de literatura

3.1 Gestão de estoque

Os estoques são acúmulos de matérias-primas, insumos, componentes, produtos em processo e produtos acabados que estão presentes em diversos pontos, ou em todos, dos canais logísticos e fazem parte de um sistema de transformação. Pode ser encontrado em quaisquer quantidade e conservados de forma improdutiva por algum intervalo de tempo (BALLOU, 2001; CORRÊA; GIANESI; CAON, 1997).

Todas as decisões que estão relacionadas a gestão de estoque envolvem alto risco e alto impacto ao longo da cadeia de suprimentos. Caso não haja uma adequada gestão do estoque, perdas de vendas e a insatisfação do cliente podem resultar em consequências iminentes. A falta de insumos pode acarretar em uma parada na linha de montagem, necessitando de modificações na programação da produção e, conseqüentemente, gerando custos adicionais. Por outro lado, o excesso de materiais aumentam os custos, por exemplo à necessidade de seguros, impostos ou obsolescência de produtos estocados, isto acarreta na redução da lucratividade. O planejamento de estoques é fundamental para a produção (BOWERSOX et al., 2013).

3.2 Motivações para se manter um estoque

Ballou (1993) deixa claro que quando a organização armazena mercadorias pretendendo seu uso futuro, deve-se estar ciente de que será necessário um investimento para sustentar tal decisão. O cenário dito ideal seria onde há a sincronia perfeita entre oferta e demanda, tornando assim a manutenção de estoque totalmente desnecessária. Mas, como as previsões de demanda são incertas, faz-se necessário o acúmulo de materiais, para assegurar a disponibilidade de mercadoria e minimizar custos totais envolvendo produção e transporte.

De acordo com o mesmo autor, os estoques servem para uma série de finalidades, que são: melhorar o nível de serviço, incentivar economias na produção, permitir economias de escala nas compras e nos transportes, agir como proteção contra aumento de preços, proteger a empresa de incertezas na demanda e no tempo de ressuprimento e servir como segurança contra contingências.

3.3 Logística hospitalar

Considerando o contexto hospitalar, gerenciar seus estoques requer maior cautela quando se comparado ao mesmo problema em um contexto industrial, pelo fato de que os produtos estocados são remédios com altos níveis de perecibilidade. Existe uma relação inversa entre os custos e o nível do serviço oferecido ao cliente.

Havendo uma decisão por diminuir os custos com baixos níveis de estoques, existe a possibilidade da insatisfação do cliente, gerada pela possível falta do medicamento. Em um cenário pessimista, tal decisão pode acarretar no agravamento do quadro clínico do paciente ou em uma lesão permanente no momento de sua espera pelo medicamento. Em contrapartida, caso a decisão seja um alto nível de estoque, custos adicionais serão incorridos provenientes de sua depreciação, a possível obsolescência do medicamento ou pelo fato da necessidade de dispêndio de capital para a manutenção do estoque. Por conta de tais motivos, os hospitais estão se deparando com o desafio logístico de fazer o balanço entre as métrica de qualidade e os custos incorridos (VRIES, 2011).

O massivo corpo de conhecimento sobre a gestão de estoques no contexto industrial carece de dados para melhorar sua utilização no contexto hospitalar, algumas lacunas ficam expostas no momento de uma possível tradução. Fica claro o aparecimento de inúmeros problemas quando se transfere as técnicas e abordagens desenvolvidas no contexto industrial para o hospitalar, necessitando, então, de um enfoque específico para tal (VRIES, 2011).

Mesmo os hospitais possuindo uma grande variedade de itens a serem geridos, as organizações hospitalares não tem dado muita atenção para a gestão de estoques (NICHOLSON; VAKHARIA; ERENGUC, 2004). Mas ao mesmo tempo, os hospitais estão se deparando com a necessidade de melhorarem seus desempenhos de serviços internos, e é por este motivo que atualmente o foco na gestão de estoques tornou-se fundamental em muitos hospitais (VRIES, 2011).

Quando a logística hospitalar é utilizada como ferramenta de gestão, os recursos que são necessários para o tratamento dos pacientes podem ser assegurados eficientemente no lugar e momento adequados. Mas, para que isso seja realizado, há uma necessidade de um eficiente esquema de planejamento da compra, armazenagem, gerenciamento dos estoques e de distribuição destes materiais, que são destinados a atividades hospitalares. Consequentemente, um sistema de gerenciamento da logística hospitalar de confiança pode contribuir na minimização dos elevados custos incorridos pela manutenção dos estoques (MEDEIROS et al., 2009).

Em contraste com tais fatos explicitados, os estoques são os principais itens a serem considerados quando o intuito do empreendimento é reduzir custos, pelo fato de possuírem uma relevância nos processos internos. Transferindo tal abordagem para a realidade brasileira, há uma taxa básica de juros fixada pelo governo e outra pelo mercado,

que são significativas e que fazem com que os custos de manutenção dos estoques tenham valores mais altos quando comparados com países desenvolvidos. Assim, níveis de estoques mais baixos são a saída para um ambiente que detém altas taxas de juros (LIMA, 2003).

Considerando a distribuição dos materiais hospitalares a logística se torna mais complexa, tornando-se um dos pontos mais críticos do processo de administração. Se deve ao fato dos estoques de medicamentos possuírem alto grau de flutuação e incerteza em seu ressuprimento, em consequência da dificuldade de previsão da demanda dos materiais necessários (RAIMUNDO; DIAS; GUERRA, 2015).

Diante das evidentes dificuldades enfrentadas pelo contexto hospitalar, há mais de três décadas a pesquisa operacional vem sendo utilizada para seu auxílio, e a comunidade de pesquisa tem se tornado cada vez mais interessada em enfrentar estes tipos de problemas. A utilização da pesquisa operacional tem sido um grande aliado para definição de níveis de estoque e alocação de recursos, efetivando a melhoria do planejamento, entrega e gestão dos serviços na logística hospitalar (RAIS; VIANA, 2011).

3.4 O problema de dimensionamento de lote

Problemas envolvendo o dimensionamento de lote têm sido uma das questões mais estudadas no planejamento da produção. Os primeiros estudos aparecem no ano de 1915 com Ford W. Harris, que foi quem concebeu a política do Pedido de Lote Econômico (BAHL; RITZMAN; GUPTA, 1987). Os problemas sobre o controle de estoque envolvem, basicamente, em decidir quando será a reposição do estoque e o tamanho do pedido, de maneira que há a minimização dos custos sem que ocorra a insatisfação dos clientes perante o serviço oferecido (MORABITO; PUREZA, 2010).

Existem modelos matemáticos propostos na literatura aplicados aos problemas de *lot sizing*. Uma nota que deve ser feita acerca destes modelos é que a modelagem feita para ambientes produtivos, que fizeram a escolha de produzir seus itens, se dá da mesma forma se comparada a modelagem dos agentes que optaram pela compra de seus produtos. Significa dizer que a modelagem referente a opção de se produzir é dada da mesma forma se comparada a opção de comprar.

Por conseguinte, existe a garantia da adaptabilidade dos modelos desenvolvidos no contexto industrial ao contexto hospitalar. Para este último, sua decisão é basicamente determinar a frequência de entrega e tamanho do lote de medicamentos a serem entregues.

3.4.1 Modelos matemáticos aplicados ao dimensionamento de lote

Pochet e Wolsey (2006) classificam os modelos de planejamento da produção como determinísticos e os separa utilizando alguns critérios, sendo: se o processo produtivo tem

restrição de capacidade ou não, se a demanda é variável ou constante e se há a opção de apenas um item ou vários. As formulações que serão descritas estão presentes nos sistemas clássicos de apoio à tomada de decisão, no ambiente produtivo, MRP e ERP.

3.4.1.1 Modelo Não Capacitado de Dimensionamento de Lote (LS-U)

O primeiro modelo, que é abordado por Pochet e Wolsey (2006), é o Modelo Não Capacitado de Dimensionamento de Lote, para apenas um item com único estágio (*single-item single-level uncapacitated lot-sizing model*). Este modelo é o subproblema central no planejamento da produção, ele é resolvido repetidamente para cada item de produtos acabados até a matéria prima no sistema de planejamento que no qual ordena os pedidos de insumos (MRP-I).

Para cada período t , com $1 \leq t \leq n$, os parâmetros P_t , Q_t , H_t e D_t modelam o custo unitário de produção, custo fixo de produção, custo unitário de estocagem e a garantia de satisfação da demanda, respectivamente. Por simplicidade, supõe-se que $D_t \geq 0$ para todos os períodos t . As variáveis de decisão são X_t , Y_t e S_t . Elas representam o tamanho do lote de produção no tempo t , a variável binária indicando se houve produção no período t ($Y_t = 1$ se $X_t > 0$) e o estoque ao final do período t , respectivamente (POCHET; WOLSEY, 2006).

A formulação geral proposta por Pochet e Wolsey (2006), do Modelo LS-U, pode ser visualizada a seguir.

$$\min \sum_{t=1}^n (P_t + Q_t Y_t + H_t S_t) \quad (3.1)$$

$$\text{Sujeito a: } S_{t-1} + X_t = D_t + S_t, \quad \forall t = \{1, \dots, n\} \quad (3.2)$$

$$X_t \leq M_t Y_t, \quad \forall t = \{1, \dots, n\} \quad (3.3)$$

$$X_t \in \mathbb{R}_+, \quad \forall t = \{1, \dots, n\} \quad (3.4)$$

$$S_t \in \mathbb{R}_+, \quad \forall t = \{1, \dots, n\} \quad (3.5)$$

$$Y_t \in \{0, 1\}, \quad \forall t = \{1, \dots, n\} \quad (3.6)$$

Onde M_t é um número muito grande e positivo, sendo o número máximo que o tamanho do lote pode atingir dentro do período t . A expressão (3.1) define a função objetivo, que faz o somatório dos custos fixos unitários de produção, com os custos fixos de produção e com os custos fixos de estocagem. O primeiro conjunto de restrições, expressa através da equação (3.2), garantem o suprimento da demanda a cada período. O segundo conjunto de restrições, expressas através da inequação (3.3), força a variável binária Y assumir o valor 1 quando há uma produção positiva ($X_t > 0$), no período t . As restrições expressas pelas equações (3.4)-(3.6) impõem a não negatividade e indicam a variável binária.

3.4.1.2 Modelo Capacitado de Dimensionamento de Lote com Múltiplos Itens e Único Estágio (MCLSP)

O primeiro modelo capacitado a ser introduzido é o Modelo Capacitado de Dimensionamento de Lote para múltiplos itens com único estágio (*multi item single level capacitated lot-sizing model*). Este modelo corresponde ao problema do plano mestre de produção para produtos terminados (POCHET; WOLSEY, 2006).

Este modelo foi proposto para planejar a produção de um conjunto de produtos, estes sendo muitas das vezes terminados, durante um horizonte de curto prazo e correspondendo em uma quantidade mínima que deve haver no ciclo de produção destes produtos. Para cada item, o modelo funciona da mesma maneira que no modelo LS-U quando se trata de custos e suprimento da demanda. O que diferencia um modelo do outro é a adição da restrição de capacidade, os planos de produção dos diferentes itens são ligados pelas restrições de capacidades provenientes dos recursos em comum que eles utilizam (POCHET; WOLSEY, 2006).

Definem-se os índices i , tal que $1 \leq m$, para representar o conjunto de itens que devem ser produzidos, k , variando de $1 \leq K$, para representar o conjunto de recursos compartilhados com capacidade limitada e t , com $1 \leq t \leq n$, para representar os períodos de tempos. As variáveis x , y e s e os parâmetros p , q , h e d têm os mesmos sentidos para cada item i no modelo LS-U (POCHET; WOLSEY, 2006).

O parâmetro L_t^k representa a disponibilidade de capacidade do recurso k durante o período t . Os parâmetros α^{ik} e β^{ik} representam o quanto de capacidade do recurso k é consumida por cada unidade produzida do item i e o tempo de preparo para o item i , respectivamente. O coeficiente β^{ik} é chamado de o tempo de preparo do item i no recurso k , ou seja, representa quanto tempo é gasto para preparar o recurso k antes de se iniciar um lote de produção do item i . Juntamente com α^{ik} , este pode ser usado para representar algumas economias de escala intrínsecas ao nível de produtividade do item i no recurso k (POCHET; WOLSEY, 2006).

A formulação geral proposta por Pochet e Wolsey (2006) do Modelo MCLSP pode ser visualizada a seguir.

$$\min \sum_{i=1}^m \sum_{t=1}^n (p_i^i x_t^i + q_i^i y_t^i + h_i^i s_t^i) \quad (3.7)$$

$$\text{Sujeito a:} \quad s_{t-1}^i + x_t^i = d_t^i + s_t^i, \quad \begin{array}{l} \forall i=\{1,\dots,m\}, \\ \forall t=\{1,\dots,n\} \end{array} \quad (3.8)$$

$$x_t^i \leq M_t^i y_t^i, \quad \begin{array}{l} \forall i=\{1,\dots,m\}, \\ \forall t=\{1,\dots,n\} \end{array} \quad (3.9)$$

$$\sum_{i=1}^m \alpha^{ik} x_t^i + \sum_{i=1}^m \beta^{ik} y_t^i \leq L_t^k, \quad \begin{array}{l} \forall k \in K, \\ \forall t=\{1,\dots,n\} \end{array} \quad (3.10)$$

$$x_t^i \in \mathfrak{R}_+, \quad \begin{array}{l} \forall i=\{1,\dots,m\}, \\ \forall t=\{1,\dots,n\} \end{array} \quad (3.11)$$

$$s_t^i \in \mathfrak{R}_+, \quad \begin{array}{l} \forall i=\{1,\dots,m\}, \\ \forall t=\{1,\dots,n\} \end{array} \quad (3.12)$$

$$y_t^i \in \{0, 1\}, \quad \begin{array}{l} \forall i=\{1,\dots,m\}, \\ \forall t=\{1,\dots,n\} \end{array} \quad (3.13)$$

Onde as formulações (3.7)-(3.9) e a (3.11) têm o mesmo significado do modelo LS-U, porém a terceira restrição, representada pela inequação (3.10), faz a limitação da capacidade de cada recurso k em cada período t .

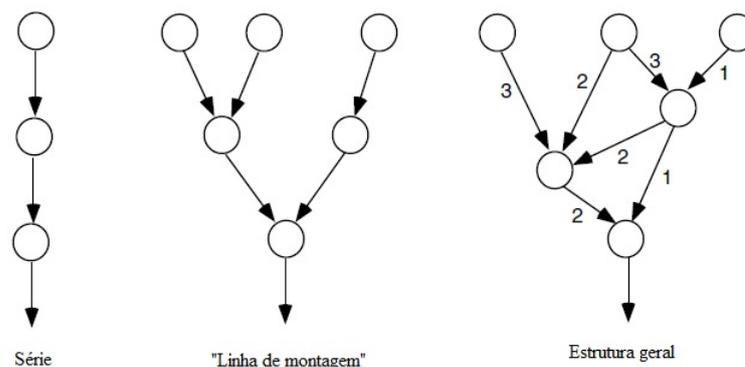
3.4.1.3 Modelo Capacitado de Dimensionamento de Lote com Múltiplos Itens e Múltiplos Estágios (MSLSP)

O ultimo modelo a ser destacado por Pochet e Wolsey (2006) é o Modelo Capacitado de Dimensionamento de Lote com Múltiplos Itens e Múltiplos Estágios (*multi-item, multi-level, capacitated lot-sizing model*). Este modelo faz a integração dos outros dois apresentados anteriormente, que são o Modelo LS-U e o Modelo MCLSP, fazendo parte dos sistemas ERP's.

De acordo com o mesmo autor, a principal finalidade deste modelo é otimizar simultaneamente a produção e a compra de materiais, partindo da matéria prima até os produtos finalizados, de maneira a satisfazer tanto a demanda externa, que provém dos clientes, quanto a demanda interna que provém da produção de outros itens em um horizonte de curto prazo. A dependência existente entre os itens é modelada através da definição de uma estrutura do produto, que é conhecida como lista de materiais (*bill of materials*). A estrutura do produto, existente na lista de materiais, varia de três formas: a primeira sendo uma estrutura em série, a segunda uma estrutura semelhante a uma linha de montagem e a terceira uma estrutura geral. Todas estas estruturas podem ser vistas na Figura 1.

Os índices, as variáveis e os parâmetros continuam sendo os mesmos do primeiro modelo LS-U, porém, por simplicidade, será usado j , para todo $1 \leq j \leq m$, para identificar os itens. Para o item i , será usada a notação $D(i)$, indicando o conjunto dos sucessores diretos de i , isto é, os itens que consomem diretamente uma certa quantidade do item i quando estão em processo de produção (POCHET; WOLSEY, 2006).

Figura 1 – Estruturas de produtos



Fonte: Adaptado de Pochet e Wolsey (2006).

Uma observação a se fazer acerca das estruturas em forma de série e linha de montagem, é que dentro o conjunto $D(i)$ só existem itens de apenas um sucessor, para um produto terminado i , então para essas estruturas o conjunto $D(i) = \emptyset$. Para $j \in D(i)$, denota-se r^{ij} como a quantidade necessária de um item i para produzir uma unidade do produto j . Os valores, como suposição, também são visualizados na Figura 1, contidos nos arcos da estrutura geral do produto (POCHET; WOLSEY, 2006).

A utilização do parâmetro r tem o intuito de identificar a demanda dependente, ou a demanda interna, já o parâmetro d_t^i corresponde a demanda independente, ou seja, a demanda externa. O parâmetro γ^i é utilizado para representar o *lead-time* necessário para a produção ou entrega de um lote do item i . O parâmetro x_t^i representa o tamanho do lote de produção ou compra do item i que deve ser liberado no período t e entregue no período $t + \gamma^i$ (POCHET; WOLSEY, 2006).

A formulação geral, também proposta pelo mesmo autor, do Modelo Capacitado de Dimensionamento de Lote com Múltiplos Itens e Múltiplos Estágios, pode ser vista por meio das expressões (3.14)-(3.20).

$$\min \sum_i \sum_t (p_t^i x_t^i + q_t^i y_t^i + h_t^i s_t^i) \quad (3.14)$$

$$\text{Sujeito a:} \quad s_{t-1}^i + x_{t-\gamma^i}^i = [d_t^i + \sum_{j \in D(i)} r^{ij} x_t^j] + s_t^i, \quad \begin{array}{l} \forall i = \{1, \dots, m\}, \\ \forall t = \{1, \dots, n\} \end{array} \quad (3.15)$$

$$x_t^i \leq M_t^i y_t^i, \quad \begin{array}{l} \forall i = \{1, \dots, m\}, \\ \forall t = \{1, \dots, n\} \end{array} \quad (3.16)$$

$$\sum_i \alpha^{ik} x_t^i + \sum_i \beta^{ik} y_t^i \leq L_t^k, \quad \begin{array}{l} \forall i = \{1, \dots, m\}, \\ \forall k \in K \end{array} \quad (3.17)$$

$$x_t^i \in \mathfrak{R}_+, \quad \begin{array}{l} \forall i = \{1, \dots, m\}, \\ \forall t = \{1, \dots, n\} \end{array} \quad (3.18)$$

$$s_t^i \in \mathfrak{R}_+, \quad \begin{array}{l} \forall i = \{1, \dots, m\}, \\ \forall t = \{1, \dots, n\} \end{array} \quad (3.19)$$

$$y_t^i \in \{0, 1\}, \quad \begin{array}{l} \forall i = \{1, \dots, m\}, \\ \forall t = \{1, \dots, n\} \end{array} \quad (3.20)$$

Se comparado ao modelo MCLSP, a diferença entre eles é na forma que se dá a restrição genérica de satisfação da demanda, representada pela equação (3.15). Onde para cada item i em cada período de tempo t , o tamanho do lote a ser produzido ou ser recebido dos fornecedores é $x_{t-\gamma^i}^i$, ordenado no período $t - \gamma^i$, e o suprimento da demanda é representada pela soma da demanda independente d_t^i com a demanda dependente $\sum_{j \in D(i)} r^{ij} x_t^j$, originada pela produção dos sucessores diretos $j \in D(i)$.

3.5 Métodos de solução

Em relação a problemas de dimensionamento de lote, Manne (1958) é pioneiro no estudo de sua versão capacitada, desenvolvendo um método baseado em decomposição do modelo para resolvê-lo, pois não há garantia de se obter uma solução de forma exata em um tempo computacional viável.

Wagner e Whitin (1958) apresentaram um algoritmo de programação dinâmica

para resolução do LS-U, conhecido como algoritmo de Wagner-Within. Este foi o primeiro modelo de programação inteira para problemas de *lot sizing*. Degraeve e Jans (2007) propuseram uma nova reformulação para o trabalho de Manne (1958), e utilizam um algoritmo de geração de colunas e o *Branch-and-Price* para obter soluções inteiras.

Pimentel, Alvelos e Carvalho (2006) apresentam em seu trabalho duas decomposições baseando-se no trabalho de Dantzig e Wolfe (1960), onde decompõem o modelo por item e por período. Os problemas são resolvidos com a utilização de geração de colunas. Pelo fato da geração de colunas não garantir o retorno de uma solução inteira, propuseram um procedimento do tipo *Branch-and-Price* para obter a solução exata.

Em relação a métodos heurísticos de resolução, Trigeiro, Thomas e McClain (1989) propuseram um método que relaxa as restrições de capacidade (3.10) do MCLSP utilizando a técnica de relaxação lagrangiana. E Araujo e Arenales (2000) propuseram algumas melhorias para o método apresentado por Trigeiro, Thomas e McClain (1989), pois observaram fragilidades em sua heurística de factibilização.

4 Fundamentação teórica

Algumas propostas de decomposição foram desenvolvidas após o trabalho de Manne (1958), e um método foi elaborado por Dantzig e Wolfe (1960), sendo popularizado e conhecido na literatura como decomposição de Dantzig-Wolfe. O que se propõe em seu trabalho é reformular o problema original, dividindo-o em problemas com menores dimensões e, também, representar suas variáveis como uma combinação convexa de pontos e raios extremos de um subconjunto de restrições.

O método é utilizado em modelos de programação linear, onde tenham uma matriz dos coeficientes tecnológicos com estrutura bloco-angular. O princípio desta técnica é reformular o problema em forma de decomposição, onde o problema resultante é nomeado de problema mestre. Cria-se um problema equivalente, mas com um número reduzido de restrições, impactando em uma redução no tamanho da matriz básica. Porém, a grande quantidade de pontos extremos gera um problema maior do que o original (DANTZIG; WOLFE, 1960).

Para resolver a decomposição de Dantzig-Wolfe utiliza-se do método de geração de colunas, que é considerada uma combinação de sucesso, pois permite a obtenção de limites mais justos para o problema. A utilização da geração de colunas, porém, não garante que a solução encontrada seja ótima, o que ocorre é a resolução da relaxação do problema original (BALDO, 2009).

4.1 Decomposição de Dantzig-Wolfe

Toda a forma de desenvolver a decomposição é encontrada em Martin (1999). Considere o seguinte problema linear (PL) em sua forma padrão:

$$\min c^T x \tag{4.1}$$

$$\text{Sujeito a: } Ax \geq b \tag{4.2}$$

$$Bx \geq d \tag{4.3}$$

$$x \geq 0 \tag{4.4}$$

Onde c , x e b são vetores, e A e B são matrizes, que têm dimensões compatíveis uns com os outros. Assumindo $P = \{x \in \mathbb{R}_+^n | Bx \leq d\}$, um poliedro convexo, podemos reescrever o PL (4.1)-(4.4) da forma:

$$\begin{aligned} & \min c^T x \\ \text{Sujeito a: } & Ax \geq b \\ & x \in P \end{aligned}$$

Aplicando o teorema das bases finitas de Minkowski, podemos representar o poliedro P pela soma da combinação convexa de seus pontos extremos com uma combinação não negativa de seus raios extremos, ou seja:

$$P = \left\{ \sum_{i=1}^k \lambda_i x_i + \sum_{j=1}^q \theta_j w_j \mid \lambda_i \geq 0, \forall i; \theta_j \geq 0, \forall j; \sum_{i=1}^k \lambda_i = 1 \right\} \quad (4.5)$$

Onde k é o ' k -ésimo' ponto extremo, e q é o ' q -ésimo' raio extremo. Por simplicidade, considere que P é um politopo, ou seja, o poliedro é fechado em todas as direções. Desta forma, a equação 4.5 assume:

$$P = \left\{ \sum_{i=1}^k \lambda_i x_i \mid \lambda_i \geq 0, \forall i; \sum_{i=1}^k \lambda_i = 1 \right\} \quad (4.6)$$

Se \bar{x} é um ponto pertencente ao politopo $\{x \in \mathfrak{R}_+^n \mid Bx \leq d\}$, então existem $\bar{z}_1, \dots, \bar{z}_k$ tais que:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^k \bar{z}_i x_i, \quad \sum_{i=1}^k \bar{z}_i = 1, \quad \bar{z}_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, k \quad (4.7)$$

Como $x \in P$ e $x = \sum_{i=1}^k z_i x_i$, o PL (4.1)-(4.4) pode ser reescrito da forma encontrada em (4.8)-(4.11), que é equivalente ao problema mestre da decomposição de Dantzig-Wolfe.

$$\min c^T \left(\sum_{i=1}^k z_i x_i \right) \quad (4.8)$$

$$\text{Sujeito a: } A \left(\sum_{i=1}^k z_i x_i \right) \geq b \quad (4.9)$$

$$\sum_{i=1}^k z_i = 1 \quad (4.10)$$

$$z \geq 0 \quad (4.11)$$

4.2 Geração de colunas

Os passos necessários para se elaborar o algoritmo de geração de colunas podem ser encontrados em Martin (1999). O algoritmo irá trabalhar em conjunto com o problema mestre, fornecendo colunas sem enumerá-las explicitamente.

As restrições (4.9) são denominadas restrições de acoplamento, enquanto que as restrições (4.10) são de convexidade. Caso as matrizes A e B , definidas em (4.1)-(4.4), tenham dimensões com m_1 e m_2 linhas, respectivamente, o problema original terá dimensão com $m_1 + m_2$ linhas. Porém, o problema mestre terá $m_1 + 1$ linhas, devido à divisão ocorrida durante o processo de decomposição, pois a matriz B é quem detém a maior quantidade de linhas no problema original. Em contrapartida, o número de variáveis no problema mestre é muito maior se comparado ao problema original, pelo fato da definição de uma variável para cada ponto extremo no politopo $P = \{x \in \mathfrak{R}_+^n \mid Bx \leq d\}$.

Sendo μ e π multiplicadores duais referentes as restrições de acoplamento e convexidade, respectivamente, no problema mestre, obtêm-se $\mu(Ax_i) - c^T x_i + \pi$ como o custo reduzido das variáveis z_i . Caso este custo reduzido tenha valor positivo, a solução corrente do problema de Dantzig-Wolfe é ótima. Busca-se, então, encontrar a coluna que possua um custo reduzido mais negativo, ou seja:

$$\min_{x_i \in P} \{\mu^T(Ax_i) - c^T x_i + \pi \mid i = 1, \dots, k\} \quad (4.12)$$

Observe que a equação 4.12 pode ser reescrita da forma:

$$\min_{x_i \in P} \{(c - A^T \mu)^T x_i \mid i = 1, \dots, k\} - \pi \quad (4.13)$$

Cada coluna gerada é um ponto extremo do politopo, por este motivo x_i deve pertencer a P . Assumindo que sempre exista uma solução ótima gerada por um ponto extremo para um problema linear, quando existe um ótimo, encontrar o menor custo reduzido equivale a resolver o seguinte problema linear:

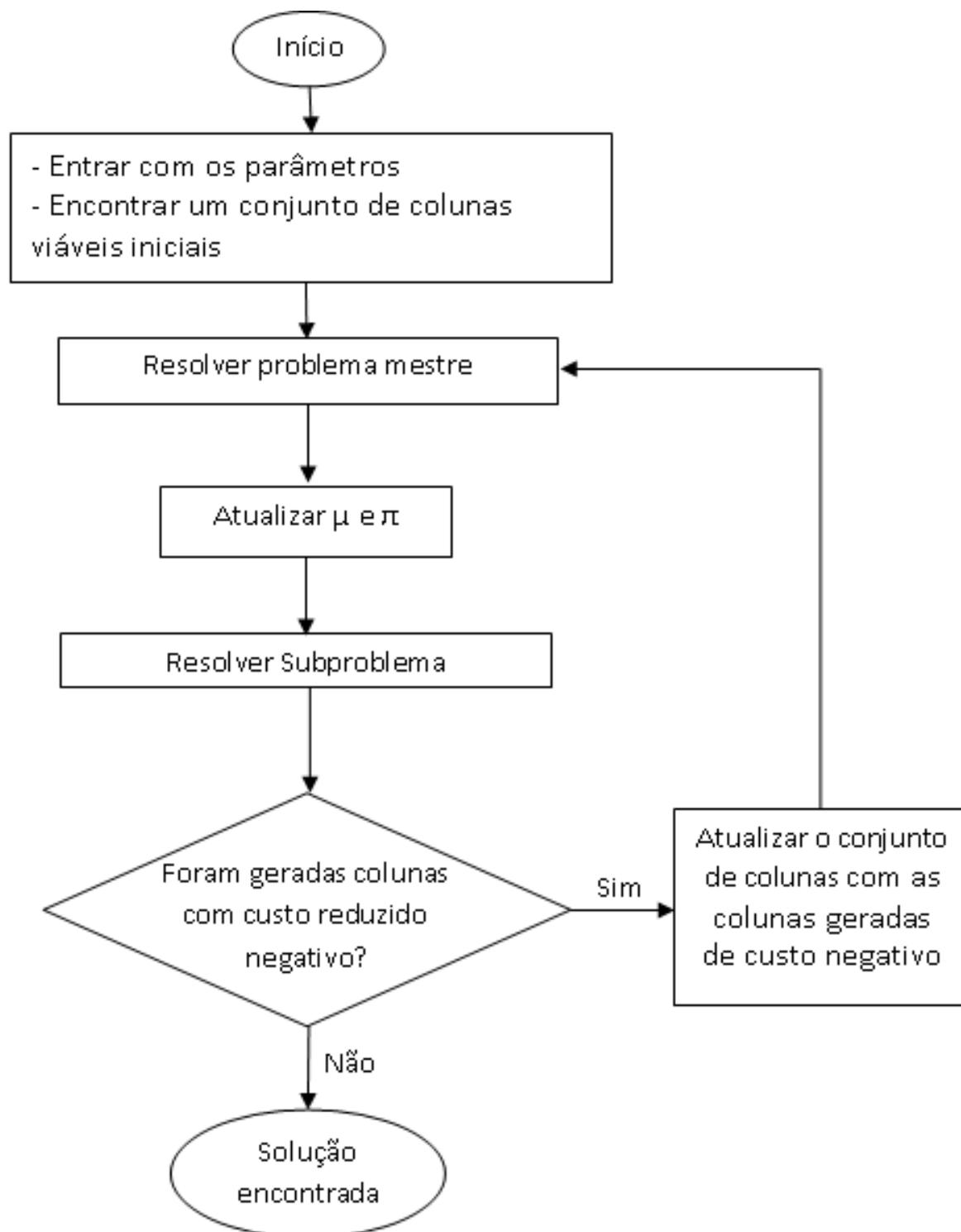
$$\min (c - A^T \mu)^T x - \pi \quad (4.14)$$

$$\text{Sujeito a: } Bx \geq d \quad (4.15)$$

$$x \geq 0 \quad (4.16)$$

O problema descrito pelas equações (4.14)-(4.16) é nomeado subproblema da decomposição de Dantzig-Wolfe. Supondo que o poliedro $\{x \in \mathfrak{R}_+^n \mid Bx \leq d\}$ é limitado, ou seja um politopo, o subproblema não pode ser ilimitado, e caso ele seja inviável o problema original também será. Qualquer método que encontra o custo reduzido de colunas sem enumerá-las explicitamente é chamado de geração de colunas. Os passos que o algoritmo de geração de colunas deve executar são vistos no fluxograma encontrado na Figura 2.

Figura 2 – Fluxograma para geração de colunas.



Fonte: Adaptado de Ho e Loute (1981).

5 Desenvolvimento

Neste capítulo serão apresentados o problema de dimensionamento de lote com seleção de fornecedores em uma farmácia hospitalar utilizado, e a metodologia empregada para sua resolução. O modelo matemático utilizado como base de estudo desta pesquisa considera restrições de fatura e lote mínimos e seleção de fornecedores, com horizonte de planejamento finito e períodos discretos. A abordagem tem como enfoque utilizar o modelo matemático desenvolvido por Silva et al. (2017) para desenvolver a decomposição de Dantzig-Wolfe com o algoritmo de geração de colunas.

5.1 Modelagem matemática

Os elementos centrais deste problema são os produtos e fornecedores, onde são organizados nos conjuntos P e F , respectivamente. Cada fornecedor $f \in F$ oferece várias opções de produtos, que são organizados no conjunto $P_f \subseteq P$. De maneira similar, cada produto $p \in P$ tem seu fornecimento disponibilizado por várias opções de fornecedores, que são organizados no conjunto $F_p \subseteq F$. O horizonte de planejamento discreto é definido por n períodos.

O modelo utiliza seis variáveis, das quais três são binárias, duas contínuas e uma inteira. Para representar a quantidade de caixas de medicamentos ($p \in P$) que serão adquiridas de determinado fornecedor ($f \in F$) em um período de tempo $t \leq n$, foram utilizadas as variáveis inteiras X_{pft} . Duas variáveis binárias estão ligadas às variáveis X_{pft} , e são definidas por Y_{pft} , que indica se o produto ($p \in P$) foi ou não ordenado ao fornecedor ($f \in F$) em t , e Z_{ft} , que indica se um pedido foi realizado ou não ao fornecedor ($f \in F$) em t .

Quando o pedido de medicamentos não ultrapassa o lote mínimo estipulado pelo fornecedor, há a cobrança do frete para a entrega dos produtos. As variáveis binárias FI_{ft} indicam se haverá a cobrança do frete ou não pelo fornecedor ($f \in F$) no período t . Enquanto que as variáveis contínuas positivas L_{ft} assumem o peso, em quilogramas, que foi adquirido com a cobrança de frete do fornecedor ($f \in F$) no período t . Para representar as variáveis contínuas de estoque para cada produto ($p \in P$) a cada período de tempo t utilizou-se S_{pt} .

Considere os seguintes parâmetros do problema: $S0_p$ como o estoque inicial de cada produto ($p \in P$); D_{pt} a demanda de cada produto ($p \in P$) no período t ; LM_{pf} e FM_{pf} são o lote mínimo e a fatura mínima exigidos de cada produto ($p \in P$) por cada fornecedor ($f \in F$); θ_p recebe os valores de estocagem para cada produto ($p \in P$); σ_{pf}

os valores para cada produto ($p \in P$) praticados por cada fornecedor ($f \in F$); δ_f a taxa em R\$/tonelada e δ_f^{fix} uma taxa fixa em R\$, cobradas por cada fornecedor ($f \in F$) para realizar a entrega do medicamento; β_{pf} a quantidade e α_{pf} o peso de cada produto ($p \in P$) existente por embalagem disponibilizada por cada fornecedor ($f \in F$); por fim, γ_{pft} representam constantes do tipo big M. A formulação matemática é representada pelas equações (5.1)-(5.14).

$$\min \sum_{p \in P} \sum_{t=1}^n (\theta_p S_{pt}) + \sum_{p \in P} \sum_{f \in F_p} \sum_{\substack{t=1: \\ t+LT_{pf} < n}}^n (\sigma_{pf} X_{pft}) + \sum_{f \in F} \sum_{t=1}^n (\delta_f L_{ft} + FI_{ft} \delta_f^{fix}) \quad (5.1)$$

$$\text{S.a.:} \quad S_{p1} - \sum_{\substack{f \in F_p: \\ LT_{pf}=0}} (\beta_{pf} X_{pf1}) = S_{0p} - D_{p1}, \quad \forall p \in P \quad (5.2)$$

$$S_{pt} - S_{p(t-1)} - \sum_{\substack{f \in F_p: \\ t-LT_{pf} \geq 0}} (\beta_{pf} X_{pf(t-LT_{pf})}) = -D_{pt}, \quad \begin{matrix} \forall p \in P, \\ \forall t \in \{2, \dots, n\} \end{matrix} \quad (5.3)$$

$$X_{pft} - \gamma_{pft} Y_{pft} \leq 0, \quad \begin{matrix} \forall p \in P_f, \\ \forall f \in F_p, \\ \forall t \in \{1, \dots, n\} \end{matrix} \quad (5.4)$$

$$Z_{ft} - \frac{1}{|P_f|} \sum_{p \in P_f} Y_{pft} \geq 0, \quad \begin{matrix} \forall f \in F, \\ \forall t \in \{1, \dots, n\} \end{matrix} \quad (5.5)$$

$$X_{pft} - LM_{pf} Y_{pft} \geq 0, \quad \begin{matrix} \forall p \in P, \\ \forall f \in F_p, \\ \forall t \in \{1, \dots, n\} \end{matrix} \quad (5.6)$$

$$\sum_{\substack{p \in P_f: \\ t+LT_{pf} < n}} \sigma_{pf} X_{pft} - FM_f (Z_{ft} - FI_{ft}) \geq 0, \quad \begin{matrix} \forall f \in F, \\ \forall t \in \{1, \dots, n\} \end{matrix} \quad (5.7)$$

$$L_{ft} - \sum_{\substack{p \in P_f: \\ t+LT_{pf} < n}} X_{pft} \alpha_{pf} + ((1 - FI_{ft}) \sum_{\substack{p \in P_f: \\ t+LT_{pf} < n}} \gamma_{pft} \alpha_{pf}) \geq 0, \quad \begin{matrix} \forall f \in F, \\ \forall t \in \{1, \dots, n\} \end{matrix} \quad (5.8)$$

$$X_{pft} \in Z_+, \quad \begin{matrix} \forall p \in P, \\ \forall f \in F, \\ \forall t \in \{1, \dots, n\} \end{matrix} \quad (5.9)$$

$$Y_{pft} \in \{0, 1\}, \quad \begin{matrix} \forall p \in P, \\ \forall f \in F, \\ \forall t \in \{1, \dots, n\} \end{matrix} \quad (5.10)$$

$$S_{pt} \geq 0, \quad \begin{matrix} \forall p \in P, \\ \forall t \in \{1, \dots, n\} \end{matrix} \quad (5.11)$$

$$L_{ft} \geq 0, \quad \begin{matrix} \forall f \in F, \\ \forall t \in \{1, \dots, n\} \end{matrix} \quad (5.12)$$

$$FI_{ft} \in \{0, 1\}, \quad \begin{matrix} \forall f \in F, \\ \forall t \in \{1, \dots, n\} \end{matrix} \quad (5.13)$$

$$Z_{ft} \in \{0, 1\}, \quad \begin{matrix} \forall f \in F, \\ \forall t \in \{1, \dots, n\} \end{matrix} \quad (5.14)$$

A expressão (5.1) representa função objetivo do problema, que busca minimizar os custos totais de compra e armazenagem do produto. A primeira parcela da equação representa os custos totais referentes à armazenagem. A segunda parcela representa os custos totais de aquisição dos medicamentos. A terceira parcela é referente aos custos totais de compra com a cobrança de frete.

As restrições (5.2) e (5.3) são referentes ao atendimento a demanda, garantindo que a cada período ela seja satisfeita. Além disso, as mesmas garantem também a relação dos seus níveis de estoque do período atual com o imediatamente anterior. O conjunto de

restrições (5.4) garantem a ligação da variável inteira X_{pft} com a binária Y_{pft} . E por fim, as restrições (5.5) garantem a ligação entre as variáveis binárias Y_{pft} e Z_{ft} .

Mediante ao pedido de compra, pode haver a cobrança de frete ou não, dependerá da quantidade requisitada, pois existe um lote mínimo exigido por fornecedor. As restrições (5.6) estabelecem este número mínimo. Caso haja o pedido ao fornecedor f em um período t , a variável binária Z_{ft} assume valor 1 e, considerando as restrições (5.7), a diferença $(Z_{ft} - FI_{ft})$ assume valor unitário se não houver a cobrança do frete, ou seja FI_{ft} recebe valor 0, contudo estas restrições serão relaxadas sempre que houver a cobrança do frete ($FI_{ft} = 1$). Quando não existir nenhum pedido as restrições (5.5) e (5.6) garantem que $\sum_{p \in P_f} \sigma_{pf} X_{pft}$ seja nulo.

Para completar a lógica da cobrança de frete por parte de um fornecedor, as restrições (5.8) determinam o volume adquirido com o pagamento de frete e as restrições (5.21)-(5.14) estabelecem os domínios das variáveis.

5.2 Decomposição do problema

Diferentes decomposições de Dantzig-Wolfe podem ser empregadas em um problema de programação linear inteira mista (PPLIM), dependendo da estrutura de suas restrições. No problema em questão, foi constatada a possibilidade de desenvolver a decomposição partindo dos fornecedores e dos períodos. Tal fato é facilmente visível quando analisadas as indexações das restrições (5.4)-(5.8). O ponto em comum entre todas estas restrições são as indexações $\forall f \in F$ e $\forall t \in T$.

As restrições de atendimento a demanda (5.3) também possuem uma indexação em f e t , mas estão diretamente ligadas as restrições (5.2), que são consideradas apenas para o período $t = 1$, o que facilitou a visualização da decomposição. As restrições de atendimento a demanda (5.2)-(5.3) irão compor o problema mestre e o subproblema resultante é composto pelas restrições (5.4)-(5.8), com seus pontos extremos representando um plano de compra para cada fornecedor e para cada período de tempo.

5.2.1 Formulação do Problema Mestre

Considere a variável contínua λ_{ft}^c como o peso do plano de compra para cada coluna gerada por fornecedor e por período de tempo, e o conjunto C_{ft} como todas as colunas que foram geradas para cada fornecedor e período de tempo.

Os novos parâmetros do problema são: X_{pft}^c e Y_{pft}^c , que indicam a quantidade ordenada e se houve pedido ou não para cada produto ($p \in P$), de cada fornecedor ($f \in F$), para cada período de tempo t e relativo a cada coluna ($c \in C_{ft}$), respectivamente; Z_{ft}^c indica se houve ou não ordem de pedido para cada fornecedor f , para cada período

de tempo t e relativo a cada coluna c ; FI_{ft}^c e L_{ft}^c se houve ou não ordem de pedido e o volume adquirido com o pagamento de frete para cada fornecedor f , para cada período t e relativo a cada coluna c , respectivamente.

A formulação matemática do problema mestre é representada pelas equações (5.15)-(5.20).

$$\min \sum_{p \in P} \sum_{t=1}^n \theta_p S_{pt} + \sum_{f \in F} \sum_{t=1}^n \sum_{c \in C_{ft}} \left(\sum_{\substack{p \in P_f: \\ t+LT_{pf} < n}} \lambda_{ft}^c (\sigma_{pf} X_{pft}^c) + \lambda_{ft}^c (\delta_f L_{ft}^c + FI_{ft}^c \delta_f^{fix}) \right) \quad (5.15)$$

$$\text{S.a.:} \quad S_{p1} - \sum_{c \in C_{f1}} \sum_{\substack{f \in F_p: \\ LT_{pf}=0}} \lambda_{f1}^c (\beta_{pf} X_{pft}^c) = S_{0p} - D_{p1}, \quad \forall p \in P \quad (5.16)$$

$$S_{pt} - S_{p(t-1)} - \sum_{c \in C_{ft}} \sum_{\substack{f \in F_p: \\ t-LT_{pf} \geq 0}} \lambda_{f(t-LT_{pf})}^c (\beta_{pf} X_{pft}^c) = -D_{pt}, \quad \begin{matrix} \forall p \in P, \\ \forall t \in \{2, \dots, n\} \end{matrix} \quad (5.17)$$

$$\sum_{c \in C_{ft}} \lambda_{ft}^c = 1, \quad \begin{matrix} \forall f \in F, \\ \forall t \in \{1, \dots, n\} \end{matrix} \quad (5.18)$$

$$\lambda_{ft}^c \geq 0, \quad \begin{matrix} \forall f \in F, \\ \forall t \in \{1, \dots, n\}, \\ \forall c \in C_{ft} \end{matrix} \quad (5.19)$$

$$S_{pt} \geq 0, \quad \begin{matrix} \forall p \in P, \\ \forall t \in \{1, \dots, n\} \end{matrix}$$

A função objetivo, representada pela expressão (5.15), tem por finalidade minimizar os custos totais, onde λ_{ft}^c assume a proporção da demanda para o fornecedor f em um período t no plano de compra c . As restrições (5.18) são denominadas de convexidade, ou seja para cada fornecedor e período existe uma restrição de convexidade, o que força a combinação de uma escolha destes planos de compra. As restrições (5.16)-(5.17) asseguram que a combinação dos planos de compra atendam a demanda. As restrições (5.19) garantem a não negatividade das variáveis λ_{ft}^c e as restrições das variáveis de estoque S_{pt} têm funcionamento análogo as restrições (5.11) do problema original.

5.2.2 Formulação do Subproblema

Considere μ_{pt} ($p \in P$, $t = \{1, \dots, n\}$) variáveis duais referentes às restrições de atendimento a demanda (5.16)-(5.17), e π_{ft} ($f \in F$, $t = \{1, \dots, n\}$) as variáveis duais referentes as restrições de convexidade (5.18). A formulação matemática do subproblema, para cada fornecedor f e período t , é representada da forma:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{\substack{p \in P_f: \\ t+LT_{pf} < n}} (\sigma_{pf} + (\beta_{pf} \mu_p(t+LT_{pf}))) X_{pft} + (L_{ft} \delta_f + FI_{ft} \delta_f^{fix}) - \pi_{ft} & (5.20) \\
 \text{S.a.:} \quad & X_{pft} - \gamma_{pft} Y_{pft} \leq 0, & \forall p \in P_f \\
 & Z_{ft} - \frac{1}{|P_f|} \sum_{p \in P_f} Y_{pft} \geq 0 \\
 & X_{pft} - LM_{pf} Y_{pft} \geq 0, & \forall p \in P_f \\
 & \sum_{\substack{p \in P_f: \\ t+LT_{pf} < n}} \sigma_{pf} X_{pft} - FM_f (Z_{ft} - FI_{ft}) \geq 0 \\
 L_{ft} - \sum_{\substack{p \in P_f: \\ t+LT_{pf} < n}} X_{pft} \alpha_{pf} - ((1 - FI_{ft}) \sum_{\substack{p \in P_f: \\ t+LT_{pf} < n}} \gamma_{pft} \alpha_{pf}) \geq 0 \\
 & X_{pft} \in Z_+, & \begin{array}{l} \forall p \in P, \\ \forall f \in F, \\ \forall t = \{1, \dots, n\} \end{array} \\
 & Y_{pft} \in \{0, 1\}, & \begin{array}{l} \forall p \in P, \\ \forall f \in F, \\ \forall t = \{1, \dots, n\} \end{array} \\
 & L_{ft} \geq 0, & \begin{array}{l} \forall f \in F, \\ \forall t = \{1, \dots, n\} \end{array} \\
 & FI_{ft} \in \{0, 1\}, & \begin{array}{l} \forall f \in F, \\ \forall t = \{1, \dots, n\} \end{array} \\
 & Z_{ft} \in \{0, 1\}, & \begin{array}{l} \forall f \in F, \\ \forall t = \{1, \dots, n\} \end{array}
 \end{aligned}$$

A função objetivo, representada pela expressão (5.20), procura o melhor plano de compra associado a cada fornecedor f e período t , que é o de menor custo. As demais restrições têm funcionamento semelhante ao problema original (5.1 - 5.14), porém relacionadas ao subproblema. As variáveis referentes aos valores de estoques no fim de cada período S_{pt} não são consideradas nas restrições do subproblema, isso é necessário para que os problemas resultantes da decomposição não se tornem ilimitados.

5.2.3 Formulação do Problema Mestre Artificial

Para dar início ao processo de resolução da decomposição de Dantzig-Wolfe deve-se encontrar uma coluna base, que servirá de ponto de partida para o problema mestre. Tal coluna pode ser encontrada inserindo variáveis artificiais no problema mestre, buscando minimizá-las. Os próximos tópicos expõem tal método.

Considere $A1_{pt}$ e $A3_{pt}$ ($p \in P, t = \{1, \dots, n\}$) variáveis artificiais com coeficientes positivos e $A2_p$ ($p \in P$) variáveis artificiais com coeficientes negativos. As variáveis $A1_{pt}$ e $A2_p$ são responsáveis por garantirem o atendimento a demanda e as variáveis $A3_{pt}$ por garantirem a combinação de um plano de compra pela restrição de convexidade. A formulação do problema mestre artificial é representado pelas expressões (5.21)-(5.27).

$$\min \sum_{p \in P} \sum_{t=1}^n A1_{pt} + \sum_{p \in P} A2_p + \sum_{f \in F} \sum_{t=1}^n A3_{ft} \quad (5.21)$$

$$\text{S.a.:} \quad -S0_p + S_{p1} + A1_{p1} - A2_p - \sum_{c \in C_{f1}} \sum_{\substack{f \in F \\ LT_{pf}=0}} \lambda_{f1}^c (\beta_{pf} X_{pf1}) = -D_{p1}, \quad \forall p \in P \quad (5.22)$$

$$S_{pt} + A1_{pt} - S_{p(t-1)} - \sum_{c \in C_{ft}} \sum_{\substack{f \in F \\ t-LT_{pf} \geq 0}} \lambda_{f(t-LT_{pf})}^c (\beta_{pf} X_{pf(t-LT_{pf})}^c) = -D_{pt}, \quad \begin{matrix} \forall p \in P, \\ \forall t = \{2, \dots, n\} \end{matrix} \quad (5.23)$$

$$\sum_{c \in C_{ft}} \lambda_{ft}^c + A3_{ft} = 1, \quad \begin{matrix} \forall f \in F, \\ \forall t = \{1, \dots, n\} \end{matrix} \quad (5.24)$$

$$A1_{pt} \geq 0, \quad \begin{matrix} \forall p \in P, \\ \forall t = \{1, \dots, n\} \end{matrix} \quad (5.25)$$

$$A2_p \geq 0, \quad \forall p \in P \quad (5.26)$$

$$A3_{ft} \geq 0, \quad \begin{matrix} \forall f \in F, \\ \forall t = \{1, \dots, n\} \end{matrix} \quad (5.27)$$

$$\lambda_{ft}^c \geq 0, \quad \begin{matrix} \forall f \in F, \\ \forall t = \{1, \dots, n\}, \\ \forall c \in C_{ft} \end{matrix}$$

$$S_{pt} \geq 0, \quad \begin{matrix} \forall p \in P, \\ \forall t = \{1, \dots, n\} \end{matrix}$$

A função objetivo, representada pela expressão (5.21), tem por finalidade minimizar os valores das variáveis artificiais. Busca-se encontrar um valor nulo para a função objetivo, pois assim se garante a viabilidade do problema. Caso seja encontrado valores positivos, significa que uma restrição original não foi satisfeita.

As restrições (5.22) garantem o atendimento a demanda para o período $t = 1$. Estas restrições possuem uma particularidade que é quando o estoque inicial $S0_p$ de algum produto tem valor nulo. Neste caso, o lado direito da equação pode assumir valor negativo, por este motivo foi necessária a utilização de uma variável artificial negativa em conjunto com uma variável artificial positiva, para garantir a igualdade da restrição.

As restrições (5.23) garantem o atendimento a demanda para os demais períodos. As restrições de convexidade (5.24) garantem a combinação de uma escolha de planos de compra. As restrições (5.25)-(5.27) demonstram o domínio das novas variáveis. O restante das restrições têm o mesmo funcionamento das restrições (5.19)-(5.20). De forma análoga ao problema mestre (5.15)-(5.20), faz-se uso de um subproblema artificial para geração de colunas.

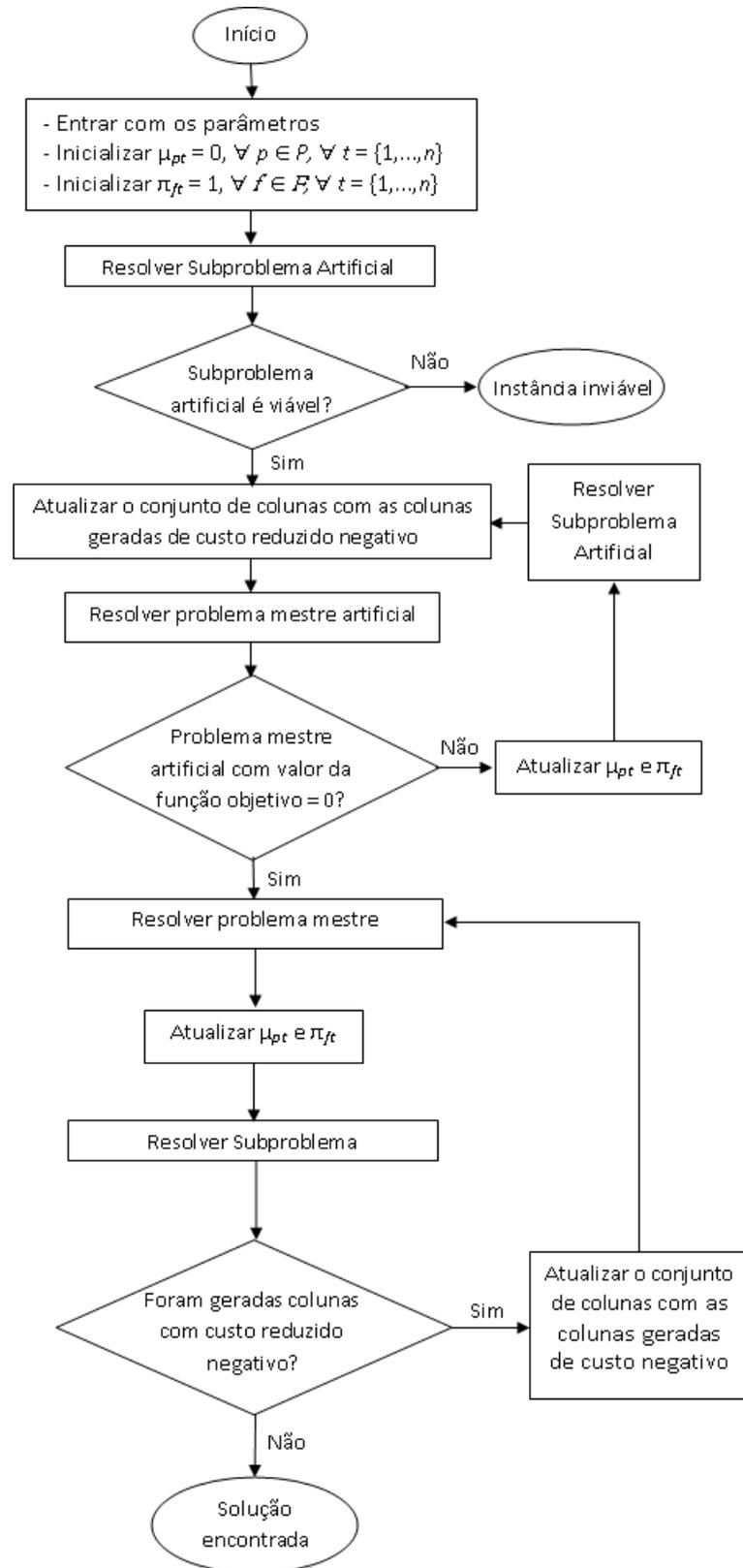
5.2.4 Formulação do Subproblema Artificial

O funcionamento do subproblema artificial se dá de forma semelhante ao subproblema definido na Seção 5.2.2, porém o que se busca é apenas uma coluna inicial que seja válida, não necessariamente a de menor custo. Sua formulação é representada da forma:

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{\substack{p \in P_f: \\ t+LT_{pf} < n}} (\beta_{pf} \mu_p(t+LT_{pf})) X_{pft} + (L_{ft} \delta_f + FI_{ft} \delta_f^{fix}) - \pi_{ft} & (5.28) \\
\text{S.a.:} \quad & X_{pft} - \gamma_{pft} Y_{pft} \leq 0, & \forall p \in P_f \\
& Z_{ft} - \frac{1}{|P_f|} \sum_{p \in P_f} Y_{pft} \geq 0 \\
& X_{pft} - LM_{pf} Y_{pft} \geq 0, & \forall p \in P_f \\
& \sum_{\substack{p \in P_f: \\ t+LT_{pf} < n}} \sigma_{pf} X_{pft} - FM_f(Z_{ft} - FI_{ft}) \geq 0 \\
L_{ft} - \sum_{\substack{p \in P_f: \\ t+LT_{pf} < n}} X_{pft} \alpha_{pf} - ((1 - FI_{ft}) \sum_{\substack{p \in P_f: \\ t+LT_{pf} < n}} \gamma_{pft} \alpha_{pf}) \geq 0 \\
& X_{pft} \in Z_+, & \begin{array}{l} \forall p \in P, \\ \forall f \in F, \\ \forall t = \{1, \dots, n\} \end{array} \\
& Y_{pft} \in \{0, 1\}, & \begin{array}{l} \forall p \in P, \\ \forall f \in F, \\ \forall t = \{1, \dots, n\} \end{array} \\
& L_{ft} \geq 0, & \begin{array}{l} \forall f \in F, \\ \forall t = \{1, \dots, n\} \end{array} \\
& FI_{ft} \in \{0, 1\}, & \begin{array}{l} \forall f \in F, \\ \forall t = \{1, \dots, n\} \end{array} \\
& Z_{ft} \in \{0, 1\}, & \begin{array}{l} \forall f \in F, \\ \forall t = \{1, \dots, n\} \end{array}
\end{aligned}$$

A função objetivo, representada pela expressão (5.28), tem por finalidade encontrar um plano de compra que seja válido para o problema mestre artificial, logo não há a necessidade de penalizar os custos referentes as variáveis X_{pft} . As demais restrições têm funcionamento semelhante ao problema original (5.1) - (5.14), porém relacionadas ao subproblema artificial. Para a primeira iteração do algoritmo, foram parametrizados $\mu_{pt} = 0$ ($\forall p \in P, \forall t \in \{1, \dots, n\}$) e $\pi_{ft} = 1$ ($\forall f \in F, \forall t \in \{1, \dots, n\}$), pois assegura-se que ao menos as colunas de variáveis com valores triviais sejam criadas. A Figura 3 explicita em um fluxograma o procedimento utilizado para a geração de colunas.

Figura 3 – Fluxograma para geração de colunas da pesquisa.



Fonte: Adaptado de Ho e Loute (1981).

6 Resultados computacionais

Neste capítulo são relatados os resultados provenientes da resolução do modelo decomposto e do modelo relaxado, ambos apresentados no capítulo 5.

Ao todo, 120 instâncias foram geradas, considerando 5 replicações de 24 grupos de diferentes dimensões. Foram simuladas situações com 30, 40 e 50 produtos, com 15 e 25 fornecedores e horizontes de planejamento definidos com tamanhos 6 e 12, simulando compras mensais, ou 26 e 52, simulando compras semanais.

Todas as instâncias foram executadas tanto pelo modelo decomposto, quanto pelo modelo relaxado. Os problemas foram implementados na linguagem Python versão 2.7, e resolvidos com o software Gurobi versão 6.5.2 acadêmica. Os testes foram executados em um computador com processador Intel I7 – 4790 com 4 núcleos de 3.6GHz e 16 GB de memória RAM, utilizando sistema operacional Windows 10.

Para ambos os modelos estudados, o parâmetro γ_{pft} foi definido como sendo o máximo entre o lote mínimo do produto p entregue pelo fornecedor f e o teto da divisão do menor valor entre a diferença da demanda total e o estoque inicial de p e a demanda para os períodos futuros para deste mesmo produto dividido pelo número de itens por caixa de p fornecido por f , representado pela equação (6.1). Calculado desta maneira, γ_{pft} representa o número de caixas necessárias para cobrir a demanda de p considerando um fornecimento único e exclusivo de f no período t .

$$\gamma_{pft} = \max \left(LM_{pf}, \left\lceil \frac{\min(\sum_{k=0}^n D_{pk} - S_{p0}, \sum_{k \geq (t+LT_{pf})}^n D_{pk})}{\beta_{pf}} \right\rceil \right) \quad (6.1)$$

Todos os resultados referentes as instâncias estão disponíveis nas Tabelas 2, 3 e 4. As informações estão dispostas da seguinte maneira: A primeira coluna indica a instância resolvida, e cada uma está identificada como $pxfytz-v$, onde x é a quantidade de produtos, y a quantidade de fornecedores, z o horizonte de planejamento e v a variação daquela dimensão simulados. A segunda coluna indica quantos produtos foram considerados naquela instância. A terceira coluna indica quantos fornecedores foram considerados na respectiva instância. A quarta coluna indica qual foi o horizonte de planejamento utilizado. A quinta coluna indica quantas iterações do problema mestre foram necessárias para chegar a solução encontrada. A sexta e sétima colunas indicam os respectivos valores das funções objetivo do modelo decomposto e do modelo relaxado. A oitava, e última, coluna representa o GAP, em porcentagem, entre as soluções encontradas. A equação (6.2) representa o cálculo feito

para encontrar os GAP de cada instância.

$$GAP = \left(\frac{ResultadoDW - ResultadoRelax}{ResultadoDW} \right) * 100\% \quad (6.2)$$

Encontram-se na Tabela 2 os resultados referentes as instâncias que simulam 30 opções de produtos, na Tabela 3 que simulam 40 opções e na Tabela 4 que simulam 50 opções. Em todos os resultados os limites encontrados mediante resolução do modelo decomposto foram melhores do que o relaxado, que era o esperado.

Analisando os resultados das instâncias que simulam 30 opções de produtos, foi constatada uma média de 25 iterações e um GAP médio de 0,089719%. O maior GAP foi encontrado ao resolver a instância p30f25t6-0, com o valor de 0,520696%. Considerando as que simulam 40 opções, foi constatada uma média de 32 iterações e um GAP médio de 0,095454%. Seu maior GAP foi encontrado ao resolver a instância p40f15t6-0, com o valor de 0,684658%, é o maior encontrado dentre todas as instâncias. O último conjunto de instâncias, que simulam 50 opções de produtos, retornou uma média de 40 iterações e GAP médio de 0,070993%. Seu maior GAP foi encontrado ao resolver a instância p50f25t6-1, com valor de 0,564569%. Estas estatísticas são encontradas na Tabela 1.

Tabela 1 – Resultados médios para as instâncias de todas dimensões.

Produtos	Maior GAP	Média iterações	GAP médio
30	0,520696%	25	0,089719 %
40	0,684658%	32	0,095454 %
50	0,564569%	40	0,070993 %

Outras duas análises feitas foram em relação a proporcionalidade entre aumento do número de produtos com o aumento do número de iterações e GAP médio. Verificou-se que o aumento do número de produtos contribuiu para o aumento do número de iterações executadas pelo problema mestre, porém não houve a mesma influência para o GAP médio, que variou sem influência da mudança do número de produtos.

Tabela 2 – Resultados para as instâncias de todas dimensões com 30 produtos.

Instância	Prod.	Forn.	Per.	Iter.	Res. DW	Res. Relax.	GAP
p30f15t6-0	30	15	6	30	46536,638	46493,081	0,093598 %
p30f15t6-1	30	15	6	26	44381,765	44371,416	0,023318 %
p30f15t6-2	30	15	6	30	39115,675	39018,686	0,247955 %
p30f15t6-3	30	15	6	26	50260,920	50155,959	0,208831 %
p30f15t6-4	30	15	6	22	43052,294	43038,231	0,032664 %
p30f15t12-0	30	15	12	34	75612,951	75584,753	0,037292 %
p30f15t12-1	30	15	12	28	74594,923	74577,790	0,022969 %
p30f15t12-2	30	15	12	27	79055,164	79020,602	0,043719 %
p30f15t12-3	30	15	12	24	78388,362	78200,831	0,239232 %
p30f15t12-4	30	15	12	23	77508,098	77485,784	0,028790 %
p30f15t26-0	30	15	26	33	186305,316	186279,641	0,013781 %
p30f15t26-1	30	15	26	29	178043,177	177944,550	0,055395 %
p30f15t26-2	30	15	26	29	171216,815	171123,110	0,054729 %
p30f15t26-3	30	15	26	25	182285,190	182189,945	0,052251 %
p30f15t26-4	30	15	26	27	197029,544	196995,289	0,017386 %
p30f15t52-0	30	15	52	28	312045,171	311975,282	0,022397 %
p30f15t52-1	30	15	52	27	328433,178	328396,268	0,011238 %
p30f15t52-2	30	15	52	37	343736,524	343640,973	0,027798 %
p30f15t52-3	30	15	52	27	374070,764	374006,882	0,017078 %
p30f15t52-4	30	15	52	23	336118,265	335954,445	0,048739 %
p30f25t6-0	30	25	6	28	37969,057	37771,353	0,520696 %
p30f25t6-1	30	25	6	21	38362,922	38268,027	0,247360 %
p30f25t6-2	30	25	6	19	40037,368	40010,073	0,068174 %
p30f25t6-3	30	25	6	27	38043,038	37941,052	0,268081 %
p30f25t6-4	30	25	6	26	43212,930	43076,679	0,315301 %
p30f25t12-0	30	25	12	17	63732,559	63678,231	0,085243 %
p30f25t12-1	30	25	12	19	80120,714	80053,795	0,083522 %
p30f25t12-2	30	25	12	19	75088,188	75060,179	0,037303 %
p30f25t12-3	30	25	12	16	76801,125	76777,759	0,030424 %
p30f25t12-4	30	25	12	21	64445,653	64409,915	0,055454 %
p30f25t26-0	30	25	26	24	167815,986	167544,750	0,161627 %
p30f25t26-1	30	25	26	19	165509,160	165375,046	0,081031 %
p30f25t26-2	30	25	26	24	144588,558	144488,012	0,069540 %
p30f25t26-3	30	25	26	22	168172,425	168133,986	0,022857 %
p30f25t26-4	30	25	26	19	177684,630	177618,678	0,037118 %
p30f25t52-0	30	25	52	21	336069,774	335874,920	0,057980 %
p30f25t52-1	30	25	52	23	333623,385	333579,436	0,013173 %
p30f25t52-2	30	25	52	20	347922,672	347761,230	0,046402 %
p30f25t52-3	30	25	52	25	333492,428	333314,436	0,053372 %
p30f25t52-4	30	25	52	19	306853,518	306746,322	0,034934 %

Tabela 3 – Resultados para as instâncias de todas dimensões com 40 produtos.

Instância	Prod.	Forn.	Per.	Iter.	Res. DW	Res. Relax.	GAP
p40f15t6-0	40	15	6	31	54676,279	54301,933	0,684658 %
p40f15t6-1	40	15	6	34	67438,643	67388,871	0,073804 %
p40f15t6-2	40	15	6	33	65273,250	65265,408	0,012015 %
p40f15t6-3	40	15	6	28	57278,578	57214,381	0,112078 %
p40f15t6-4	40	15	6	46	68247,886	68097,014	0,221065 %
p40f15t12-0	40	15	12	31	128747,980	128705,196	0,033231 %
p40f15t12-1	40	15	12	28	97072,222	97040,314	0,032870 %
p40f15t12-2	40	15	12	39	109456,035	109438,766	0,015778 %
p40f15t12-3	40	15	12	45	113526,126	113512,719	0,011810 %
p40f15t12-4	40	15	12	32	112883,774	112758,555	0,110927 %
p40f15t26-0	40	15	26	35	262348,057	262217,745	0,049671 %
p40f15t26-1	40	15	26	34	221175,862	221129,553	0,020938 %
p40f15t26-2	40	15	26	41	236314,521	236231,440	0,035157 %
p40f15t26-3	40	15	26	33	224169,852	224113,111	0,025312 %
p40f15t26-4	40	15	26	32	246813,932	246758,657	0,022396 %
p40f15t52-0	40	15	52	36	535249,185	535202,033	0,008809 %
p40f15t52-1	40	15	52	36	439842,726	439800,683	0,009558 %
p40f15t52-2	40	15	52	33	505830,500	505797,830	0,006459 %
p40f15t52-3	40	15	52	34	453497,980	453463,760	0,007546 %
p40f15t52-4	40	15	52	41	450984,184	450924,880	0,013150 %
p40f25t6-0	40	25	6	27	59742,520	59520,968	0,370845 %
p40f25t6-1	40	25	6	24	58297,247	58232,718	0,110689 %
p40f25t6-2	40	25	6	22	51296,823	51127,580	0,329929 %
p40f25t6-3	40	25	6	26	55027,965	54782,267	0,446498 %
p40f25t6-4	40	25	6	33	53843,979	53600,287	0,452590 %
p40f25t12-0	40	25	12	26	106691,962	106633,029	0,055236 %
p40f25t12-1	40	25	12	32	91520,969	91459,245	0,067442 %
p40f25t12-2	40	25	12	27	103645,320	103573,790	0,069014 %
p40f25t12-3	40	25	12	23	106028,061	105988,993	0,036847 %
p40f25t12-4	40	25	12	28	94404,934	94385,417	0,020673 %
p40f25t26-0	40	25	26	30	214705,782	214637,319	0,031887 %
p40f25t26-1	40	25	26	31	190925,960	190876,059	0,026137 %
p40f25t26-2	40	25	26	27	224429,989	224308,144	0,054291 %
p40f25t26-3	40	25	26	29	209446,570	209295,949	0,071914 %
p40f25t26-4	40	25	26	26	222320,993	222251,774	0,031135 %
p40f25t52-0	40	25	52	31	371431,558	371235,283	0,052843 %
p40f25t52-1	40	25	52	33	424549,750	424504,645	0,010624 %
p40f25t52-2	40	25	52	24	442208,488	442168,738	0,008989 %
p40f25t52-3	40	25	52	32	415221,898	415093,261	0,030980 %
p40f25t52-4	40	25	52	29	404955,192	404824,100	0,032372 %

Tabela 4 – Resultados para as instâncias de todas dimensões com 50 produtos.

Instância	Prod.	Forn.	Per.	Iter.	Res. DW	Res. Relax.	GAP
p50f15t6-0	50	15	6	45	70869,834	70827,300	0,060017 %
p50f15t6-1	50	15	6	50	62210,947	62194,982	0,025662 %
p50f15t6-2	50	15	6	47	79698,935	79541,728	0,197251 %
p50f15t6-3	50	15	6	51	69377,633	69273,263	0,150439 %
p50f15t6-4	50	15	6	37	65874,303	65728,060	0,222003 %
p50f15t12-0	50	15	12	36	152179,834	152148,083	0,020864 %
p50f15t12-1	50	15	12	50	153149,924	153134,830	0,009856 %
p50f15t12-2	50	15	12	40	148217,022	148196,836	0,013619 %
p50f15t12-3	50	15	12	43	146045,186	146031,636	0,009278 %
p50f15t12-4	50	15	12	42	143947,575	143936,380	0,007777 %
p50f15t26-0	50	15	26	44	281428,248	281383,675	0,015838 %
p50f15t26-1	50	15	26	46	259325,660	259272,550	0,020480 %
p50f15t26-2	50	15	26	44	319589,631	319497,623	0,028789 %
p50f15t26-3	50	15	26	36	301714,565	301685,142	0,009752 %
p50f15t26-4	50	15	26	47	280036,146	279985,514	0,018080 %
p50f15t52-0	50	15	52	55	56875,439	56867,814	0,013407 %
p50f15t52-1	50	15	52	43	56208,919	56201,839	0,012596 %
p50f15t52-2	50	15	52	43	59039,752	59030,936	0,014933 %
p50f15t52-3	50	15	52	36	61944,650	61933,313	0,018302 %
p50f15t52-4	50	15	52	51	52052,275	52040,541	0,022544 %
p50f25t6-0	50	25	6	33	69938,119	69875,234	0,089914 %
p50f25t6-1	50	25	6	36	65148,440	64780,632	0,564569 %
p50f25t6-2	50	25	6	51	57581,570	57368,328	0,370331 %
p50f25t6-3	50	25	6	34	64841,113	64708,432	0,204624 %
p50f25t6-4	50	25	6	40	69444,887	69367,126	0,111976 %
p50f25t12-0	50	25	12	30	135974,720	135930,951	0,032188 %
p50f25t12-1	50	25	12	39	116496,286	116439,390	0,048839 %
p50f25t12-2	50	25	12	32	132702,890	132654,538	0,036437 %
p50f25t12-3	50	25	12	27	120951,381	120893,581	0,047788 %
p50f25t12-4	50	25	12	40	132483,589	132365,709	0,088977 %
p50f25t26-0	50	25	26	29	262572,765	262506,010	0,025423 %
p50f25t26-1	50	25	26	31	292540,141	292453,632	0,029572 %
p50f25t26-2	50	25	26	46	264978,030	264751,910	0,085335 %
p50f25t26-3	50	25	26	36	265070,052	264931,011	0,052454 %
p50f25t26-4	50	25	26	36	298033,361	297922,096	0,037333 %
p50f25t52-0	50	25	52	35	512133,147	512040,259	0,018137 %
p50f25t52-1	50	25	52	39	581195,452	581144,712	0,008730 %
p50f25t52-2	50	25	52	42	554097,228	553831,790	0,047904 %
p50f25t52-3	50	25	52	35	544756,370	544639,631	0,021430 %
p50f25t52-4	50	25	52	32	542255,976	542113,587	0,026259 %

7 Conclusão e Trabalhos Futuros

O presente trabalho apresentou uma decomposição de Dantzig-Wolfe com um método de geração de colunas capaz de apresentar um limite inferior para o MLSSP em uma farmácia hospitalar, melhor do que o limite da relaxação linear do problema. O que é compatível com casos semelhantes na literatura.

Os testes computacionais realizados mostraram que todas soluções obtiveram limites inferiores mais justos que sua relaxação linear, portanto o propósito do trabalho foi auferido. Contudo, mesmo o GAP encontrado sendo positivo sua diferença foi pequena. Baldo (2009) implementa a decomposição de duas formas, uma por itens e outra por período, semelhante ao referente trabalho, e relata que os limites inferiores encontrados para a decomposição por itens foram mais interessantes do que os encontrados por período. Diante disso, mostra-se interessante desenvolver a decomposição por item para o MLSSP como base de comparação.

Os resultados da relaxação linear se mostraram muito insatisfatórios. Em Silva et al. (2017) encontra-se a solução ótima para a instância p50f15t6-2 que foi utilizada nesta pesquisa, com o valor da função objetivo de 84855,151. Utilizando a formula do GAP apresentada no Capítulo 6, obtêm-se um GAP de 6,26%, confirmando o quão inferior é o resultado da relaxação linear.

A utilização do modelo decomposto com variáveis artificiais foi de grande valia para encontrar uma coluna base como ponto de partida para o problema mestre, mesmo que não seja de grande dificuldade encontrar uma solução viável para este problema.

O método de geração de colunas não garante encontrar uma solução para o problema original, visto que não há garantia do retorno de uma solução inteira. Para fazer uso de tais soluções no ambiente real é necessária uma melhoria no algoritmo para obter uma solução inteira.

Como sugestão para trabalhos futuros, uma melhoria no algoritmo seria a implementação do método *Branch-and-Price* para a obtenção de uma solução inteira. Outra sugestão seria a implementação de uma heurística para aproximar a solução encontrada na geração de colunas em uma solução inteira factível para o problema original.

Referências

- AISSAOUI, N.; HAOUARI, M.; HASSINI, E. Supplier selection and order lot sizing modeling: A review. *Computers & operations research*, Elsevier, v. 34, n. 12, p. 3516–3540, 2007.
- APTEL, O.; POURJALALI, H. Improving activities and decreasing costs of logistics in hospitals: a comparison of us and french hospitals. *The international journal of accounting*, Elsevier, v. 36, n. 1, p. 65–90, 2001.
- ARAUJO, S. A. d.; ARENALES, M. N. Problema de dimensionamento de lotes monoestágio com restrição de capacidade: modelagem, método de resolução e resultados computacionais. *Pesquisa Operacional*, SciELO Brasil, v. 20, n. 2, p. 287–306, 2000.
- BAHL, H. C.; RITZMAN, L. P.; GUPTA, J. N. D. Determining lot sizes and resource requirements: A review. *Operations Research*, v. 35, n. 3, p. 329–345, 1987.
- BALDO, T. A. *Geração de colunas para o problema de dimensionamento de lotes de produção com limitações de capacidade*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2009.
- BALLOU, R. H. *Logística empresarial: transportes, administração de materiais e distribuição física*. [S.l.]: São Paulo, Atlas, 1993. v. 1.
- BALLOU, R. H. *Gerenciamento da cadeia de suprimentos: planejamento, organização e logística empresarial*. [S.l.]: Bookman, 2001.
- BASNET, C.; LEUNG, J. M. Inventory lot-sizing with supplier selection. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 32, n. 1, p. 1–14, 2005.
- BITRAN, G. R.; YANASSE, H. H. Computational complexity of the capacitated lot size problem. *Management Science*, INFORMS, v. 28, n. 10, p. 1174–1186, 1982.
- BOWERSOX, D. J. et al. *Gestão logística da cadeia de suprimentos*. [S.l.]: AMGH Editora, 2013.
- CÁRDENAS-BARRÓN, L. E.; GONZÁLEZ-VELARDE, J. L.; TREVIÑO-GARZA, G. A new approach to solve the multi-product multi-period inventory lot sizing with supplier selection problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 64, p. 225–232, 2015.
- CORNUÉJOLS, G.; NEMHAUSER, G. L.; WOLSEY, L. A. *The uncapacitated facility location problem*. [S.l.], 1983.
- CORRÊA, H. L.; GIANESI, I. G.; CAON, M. *Planejamento, Programação e Controle da Produção: MRPII/ERP, conceitos, uso e implantação*. [S.l.]: Atlas, 1997.
- DANTZIG, G. B.; WOLFE, P. Decomposition principle for linear programs. *Operations research*, INFORMS, v. 8, n. 1, p. 101–111, 1960.
- DEGRAEVE, Z.; JANS, R. A new dantzig-wolfe reformulation and branch-and-price algorithm for the capacitated lot-sizing problem with setup times. *Operations research*, INFORMS, v. 55, n. 5, p. 909–920, 2007.

- GLOCK, C. H.; GROSSE, E. H.; RIES, J. M. The lot sizing problem: A tertiary study. *International Journal of Production Economics*, Elsevier, v. 155, p. 39–51, 2014.
- HO, J. K.; LOUTE, E. An advanced implementation of the dantzig—wolfe decomposition algorithm for linear programming. *Mathematical Programming*, Springer, v. 20, n. 1, p. 303–326, 1981.
- JARRETT, P. G. Logistics in the health care industry. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, MCB UP Ltd, v. 28, n. 9–10, p. 741–772, 1998.
- LIMA, M. P. Estoque: custo de oportunidade e impacto sobre os indicadores financeiros. *CEL-Centro de Estudos em Logística-CEL-COPPEAD-UFRJ. Rio de Janeiro, RJ*, 2003.
- MANNE, A. S. Programming of economic lot sizes. *Management science*, INFORMS, v. 4, n. 2, p. 115–135, 1958.
- MARTIN, R. K. *Large Scale Linear and Integer Optimization: A Unified Approach*. [S.l.]: Norwell, Kluwer Academic Publishers, 1999. v. 3.
- MEDEIROS, S. E. R. de et al. Logística hospitalar: um estudo sobre as atividades do setor de almoxarifado em hospital público. *Revista de Administração da UFSM*, v. 2, n. 1, p. 59–79, 2009.
- MORABITO, R.; PUREZA, V. *Metodologia de Pesquisa em Engenharia de Produção e gestão de operações*. [S.l.]: Rio de Janeiro, Campus, 2010. v. 1.
- NICHOLSON, L.; VAKHARIA, A. J.; ERENGUC, S. S. Outsourcing inventory management decisions in healthcare: Models and application. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 154, n. 1, p. 271–290, 2004.
- PIMENTEL, C.; ALVELOS, F.; CARVALHO, J. Algoritmos de partição e geração de colunas para dimensionamento de lotes de produção. *Comissao Editorial*, p. 129, 2006.
- POCHET, Y.; WOLSEY, L. A. *Production Planning by Mixed Integer Programming*. [S.l.]: New York, Springer, 2006. v. 1.
- RAIMUNDO, E. A.; DIAS, C. N.; GUERRA, M. Logística de medicamentos e materiais em um hospital público do distrito federal. *RAHIS*, v. 12, n. 2, 2015.
- RAIS, A.; VIANA, A. Operations research in healthcare: a survey. *International Transactions in Operational Research*, v. 18, n. 1, p. 1–31, 2011.
- SILVA, T. et al. Multi-item lot-sizing and supplier selection with transportation costs and freight discounts problem in a hospital pharmacy. *Working Paper*, p. –, 2017.
- TRIGEIRO, W. W.; THOMAS, L. J.; MCCLAIN, J. O. Capacitated lot sizing with setup times. *Management science*, INFORMS, v. 35, n. 3, p. 353–366, 1989.
- TUCKER, A. L. The impact of operational failures on hospital nurses and their patients. *Journal of Operations Management*, Elsevier, v. 22, n. 2, p. 151–169, 2004.
- TURRIONI, J. B.; MELLO, C. H. P. *Metodologia de pesquisa em engenharia de produção: estratégias, métodos e técnicas para condução de pesquisas quantitativas e qualitativas*. [S.l.], 2011.

- UTHAYAKUMAR, R.; PRIYAN, S. Pharmaceutical supply chain and inventory management strategies: optimization for a pharmaceutical company and a hospital. *Operations Research for Health Care*, Elsevier, v. 2, n. 3, p. 52–64, 2013.
- VRIES, J. D. The shaping of inventory systems in health services: A stakeholder analysis. *International Journal of Production Economics*, Elsevier, v. 133, n. 1, p. 60–69, 2011.
- WAGNER, H. M.; WHITIN, T. M. Dynamic version of the economic lot size model. *Management science*, INFORMS, v. 5, n. 1, p. 89–96, 1958.
- WOOSLEY, J. M. *Improving healthcare supply chains and decision making in the management of pharmaceuticals*. Tese (Doutorado) — nformation Systems & Decision Sciences, Louisiana State University, 2009.