



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
ESCOLA DE MINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO,  
ADMINISTRAÇÃO E ECONOMIA

YARA SILVA TOMÉ

SIMULAÇÃO DE TRÁFEGO URBANO COM VEÍCULOS REGULARES E  
CONECTADOS USANDO MODELAGEM NUMÉRICA SIMPLES

Ouro Preto  
2024

Yara Silva Tomé

**Simulação de tráfego urbano com veículos regulares e conectados usando a modelagem numérica simples**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para a obtenção do Grau de Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Dr. Davi Neves Pavanelli

Ouro Preto

2024



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
REITORIA  
ESCOLA DE MINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO,  
ADMINISTRAÇÃO E ECON



## FOLHA DE APROVAÇÃO

Yara Silva Tomé

### Simulação de tráfego urbano com veículos regulares e conectados usando modelagem numérica simples

Monografia apresentada ao Curso de **Engenharia de Produção** da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de **Engenheira de Produção**

Aprovada em 31 de Janeiro de 2024

#### Membros da banca

**Orientador:** Me. Davi Neves Pavanelli (Universidade Federal de Ouro Preto)  
Me. Cristiano Luis Turbino de Franca e Silva (Universidade Federal de Ouro Preto)  
Dra. Clarisse da Silva Vieira Camelo de Souza (Universidade Federal de Ouro Preto)

O professor Davi Neves Pavanelli, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 31/01/2024



Documento assinado eletronicamente por **Davi Neves Pavanelli, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 31/01/2024, às 09:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [http://sei.ufop.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0661019** e o código CRC **6831CE82**.

## **Agradecimentos**

Primeiramente, gostaria de agradecer a Deus: pela vida, por me dar forças, ser meu alicerce em todos os momentos, por me abençoar em conseguir desfrutar desta oportunidade, com muito amor e cuidado.

Agradeço à minha mãe, Silvana Aparecida da Silva, por me dar total apoio, por cuidar de mim ao longo desses anos, e por ser uma mulher sinônimo de força, amor, resistência e valores, obrigada por tudo mãe, sem você eu não teria chegado até aqui, eu te amo além do universo.

Ao meu pai, Reinaldo Custódio Tomé, que, apesar de sua partida precoce, sei que estaria muito orgulhoso de mim. Obrigada por todos os momentos que pudemos compartilhar juntos, por todos os ensinamentos, aprendizados e amor, eu te amo muito.

Agradeço agora, a duas pessoas que eu amo imensamente, e que me apoiaram muito até aqui: Marcilene Moura de Freitas e Fabricio de Freitas Aguiar, sou grata por ter vocês em minha vida, obrigada por todo carinho, motivação, força, amor e paciência que tiveram comigo, sou eternamente grata por tudo que vocês fazem por mim, eu amo vocês.

Por fim, agradeço aos Professores Davi Neves Pavanelli e Clarice da Silva Vieira Camelo Souza, por todos os ensinamentos, aprendizados, e trabalho constante, vocês são pessoas incríveis, e atuam com excelência na profissão, e que mais pessoas possam ter o privilégio de trabalhar com vocês, meu muito obrigada.

## Resumo

O crescente fluxo de veículos nas grandes cidades representa um desafio significativo para a mobilidade urbana, qualidade de vida e meio ambiente. Este trabalho aborda a complexidade do tráfego urbano, identificando suas causas e consequências, bem como as medidas adotadas pelas cidades para mitigar tais problemas. Destaca-se a importância da modelagem de tráfego, com ênfase em simulações computacionais envolvendo veículos regulares e conectados. Focando em modelos microscópicos, a pesquisa compara o *Intelligent Driver Model* (IDM) e o *Cooperative Adaptive Cruise Control* (CACC). O IDM descreve o comportamento de veículos autônomos, enquanto o CACC envolve um sistema centralizado de controle. O objetivo principal é desenvolver uma metodologia computacional para modelar o tráfego urbano em diversos cenários, implementando os modelos IDM e CACC em *Python*, utilizando o *software* SUMO para simulações. Os objetivos específicos incluem a implementação dos programas, a realização de simulações em diferentes cenários e a análise dos dados resultantes para avaliação e comparação dos modelos. A justificativa do estudo reside na necessidade de desenvolver estratégias eficientes de gerenciamento de tráfego, aproveitando a simplicidade do IDM e a complexidade do CACC de forma integrada. A metodologia abrange revisões bibliográficas, implementação computacional, simulações, análise de resultados, considerações éticas e limitações, seleção de parâmetros, validação da implementação, estratégias de otimização e visualização de dados.

**Palavras-chave:** tráfego urbano; modelagem computacional; IDM; CACC; simulações; gestão de tráfego.

## Abstract

The increasing flow of vehicles in big cities represents a significant challenge for urban mobility, life quality and the environment. This research addresses the intricacies of urban traffic, identifying its causes and consequences, as well as the measures adopted by cities to mitigate such problems. The emphasis is given to traffic modeling, particularly on computer simulations involving regular and connected vehicles. Focusing on microscopic models, the research compares the Intelligent Driver Model (IDM) and Cooperative Adaptive Cruise Control (CACC). IDM describes the behavior of autonomous vehicles, while CACC involves a centralized control system. The main objective is to develop a computational methodology to model urban traffic in diverse scenarios, implementing IDM and CACC models in Python, utilizing the SUMO software for simulations. Specific objectives include program implementation, carrying out simulations in different scenarios and analyzing the resulting data to evaluate and compare the models. The study's justification lies on the need to develop efficient traffic management strategies, taking advantage of the simplicity of IDM and the complexity of CACC in an integrated way. The methodology encompasses literature reviews, computational implementation, simulations, results analysis, ethical considerations and limitations, parameter selection, implementation validation, optimization strategies and data visualization.

**Keywords:** urban traffic; computational modeling; IDM; CACC; simulations; traffic management.

## SUMÁRIO

|   |    |
|---|----|
| <b>1 INTRODUÇÃO</b> .....   | 5  |
| 1.1 Contextualização do tema.....   | 5  |
| 1.2 Objetivos .....   | 6  |
| 1.3 Justificativa e relevância do estudo.....   | 7  |
| 1.4 Metodologia adotada.....  | 7  |
| <b>2 TEORIAS EM MOVIMENTO: DESVENDANDO OS FUNDAMENTOS PARA<br/>MODELOS DE TRÁFEGO</b> ..... | 8  |
| 2.1 Explorando a bibliografia essencial.....  | 8  |
| 2.2 Congestionamentos e suas consequências .....  | 9  |
| 2.3 Elementos para a modelagem do tráfego .....   | 11 |
| 2.4 Representações gráficas na modelagem do tráfego.....                                    | 15 |
| <b>3 MODELOS PARA SIMULAÇÃO DE TRÁFEGO</b> .....  | 20 |
| 3.1 Modelos macroscópicos.....  | 20 |
| 3.2 Modelos microscópicos.....  | 22 |
| 3.3 O modelo de tráfego IDM.....  | 24 |
| 3.4 O modelo de tráfego CACC .....  | 28 |
| <b>4 RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....  | 31 |
| 4.1 Análise do comportamento do tráfego .....   | 31 |
| 4.2 Simulação de um modelo de tráfego baseada em agentes .....                              | 34 |
| 4.3 Simulação do modelo IDM .....   | 36 |
| 4.4 Comportamento de veículos com um modelo simplificado do IDM.....                        | 37 |
| <b>5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES</b> .....   | 39 |
| <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....   | 5  |

## ÍNDICE DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 1 - Congestionamento por pedágio .....  | 10 |
| Figura 2 - Ciclo para a modelagem do fluxo do tráfego.....   | 11 |
| Figura 3 - Resultado de Greenshields, velocidade versus espaçamento entre veículos<br>.....  | 12 |
| Figura 4 - Gráfico que representa maneiras de observar o tráfego .....   | 13 |
| Figura 5 - Área constituída pela observação durante um intervalo $dt$ num espaço $dx$<br>.....   | 14 |
| Figura 6 - Principais diagramas fundamentais usados nos modelos de tráfego.....  | 16 |
| Figura 7 - Diagrama principal do fluxo versus a densidade.....   | 17 |
| Figura 8 - (a) Representação das trajetórias de 15 veículos numa pista circular com<br>800 m. (b) Mapa térmico das densidades, proveniente das trajetórias referidas ..... | 18 |
| Figura 9 - Análise do tráfego pela formulação Euleriana.....   | 21 |
| Figura 10 - Ilustração de uma fila de veículos, ilustrando o modelo <i>car-following</i> .....   | 23 |
| Figura 11 - Redução da aceleração devido a aproximação à velocidade máxima, para<br>variados $\delta$ .....  | 25 |
| Figura 12 - Ilustração da ideia fundamental para o controle da aceleração no CACC<br>.....   | 29 |
| Figura 13 - Figura que representa o diagrama fundamental (fluxo). .....  | 32 |
| Figura 14 - Figura que representa o diagrama fundamental (velocidade).....   | 32 |
| Figura 15 - Gráfico da aceleração de um veículo em uma rodovia, em função da<br>velocidade do veículo e do parâmetro delta. ....   | 33 |
| Figura 16 - Gráficos gerados pelo código da tabela 3. ....   | 35 |
| Figura 17 - (A) mapa de calor; (B) gráfico de espaço de estados. ....  | 37 |
| Figura 18 - Gráficos da visão geral do comportamento dos veículos em uma via<br>circular.....  | 38 |



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Contextualização do tema

O tráfego urbano é um problema complexo que afeta a mobilidade, a qualidade de vida e o meio ambiente (THOMSON, 1978). Como mencionado por Thomson, o aumento do fluxo de veículos nas grandes cidades é resultado de uma série de fatores, incluindo o crescimento natural da população, o aumento do poder aquisitivo das pessoas e a expansão das áreas urbanas.

De acordo com Ichikawa et al. (2002), a transformação ao longo do tempo afeta a população, as atividades econômicas e as facilidades de transporte, resultando em alterações nos estados, configurações e valores de atributo. Ainda conforme o autor, Esse fenômeno confere um caráter dinâmico às atividades humanas, e, por conseguinte, a dinâmica dessas atividades exerce influência direta na variabilidade espacial e temporal dos deslocamentos urbanos.

A compreensão contínua dessa dinâmica urbana desempenha um papel crucial na administração eficiente e eficaz do tráfego urbano (STATHOPOULOS; KARLAFTIS, 2001). No entanto, o diagnóstico do comportamento do tráfego urbano demanda esforços periódicos para coleta e tratamento dos dados, o que implica em consideráveis investimentos financeiros e na necessidade de mão de obra especializada (MENESES, 2003).

O aumento do fluxo de veículos nas grandes cidades traz uma série de problemas, como o congestionamento, a poluição e a insegurança no trânsito (THOMSON, 1978). Como efeitos secundários dos congestionamentos é possível citar apenas consequências negativas, como atrasos, estresse e perda de produtividade, reduzindo a qualidade de vida da população afetada (LITMAN, 2008). Ainda segundo o mesmo autor, esse aumento de fluxo de veículos acarreta na insegurança no trânsito, o que causa acidentes, ferimentos e mortes. Por outro lado, ainda há a poluição, causada pela forte emissão de gás carbônico gerada pelo trânsito, que é um problema que afeta a saúde da população e do meio ambiente (MATTHIES; BLÖBAUM, 2007).

Como mencionado por Banister (2015), na tentativa de resolver essas questões, as instituições responsáveis das cidades têm adotado uma série de medidas, como a construção de novas vias, a implementação de sistemas de

transporte público e a adoção de políticas de mobilidade urbana. No entanto, ainda segundo o autor, além de dispendiosas, estas medidas ainda não são suficientes para resolver o problema de forma definitiva.

A modelagem de tráfego urbano propicia aos pesquisadores a possibilidade de analisar diferentes cenários e deste modo, avaliar os efeitos de diferentes políticas e intervenções. Dito isso, uma área de pesquisa ativa na modelagem de tráfego urbano é a simulação computacional com veículos regulares e conectados (CAO et al. 2021).

Estudos recentes, como o de Fagnant e Kockelman (2015) e Cao et al. (2021), destacam que a comunicação entre veículos em ambientes urbanos tem potencial para melhorar a eficiência do tráfego, reduzir congestionamentos e aumentar a segurança. Conforme esses estudos, simulações com veículos regulares e conectados têm sido fundamentais para analisar esse impacto, reforçando a perspectiva de seus benefícios no cenário do tráfego urbano. Para fins de contextualização, é importante acrescentar que veículos regulares são veículos que se comunicam entre si ou por meio de uma infraestrutura, enquanto que os regulares referem-se aos meios de transporte tradicionais.

Os modelos de tráfego podem ser classificados em dois tipos principais: macroscópicos e microscópicos. Os modelos macroscópicos descrevem o tráfego em termos de agregados, como a velocidade média do tráfego ou o número de veículos por quilômetro. Os modelos microscópicos descrevem o tráfego em termos de indivíduos, como a posição e a velocidade de cada veículo. Neste trabalho, o foco será dado a dois modelos microscópicos, realizando uma comparação entre estes: IDM (*Intelligent Driver Model*) e CACC (*Cooperative Adaptive Cruise Control*).

IDM é um modelo microscópico que descreve o comportamento de veículos autônomos, levando em consideração o comportamento estímulo-resposta dos motoristas; em complementação, o CACC é um modelo microscópico que descreve uma conjuntura, na qual os veículos são controlados por um sistema central de informações. A partir destas simulações, poderemos avaliar a eficácia dos métodos de controle para o planejamento do tráfego urbano.

## 1.2 Objetivos

O objetivo principal desse trabalho será a elaboração de uma metodologia computacional para modelagem do tráfego urbano em diversos cenários, utilizando bibliotecas da linguagem Python na implementação dos modelos IDM e CACC, como foram elucidados por Cao et al. (2021).

Para concretizar o objetivo proposto, será então necessário a realização dos seguintes objetivos específicos:

- i. Implementar os programas condizentes com os referidos modelos (IDM e CACC) na linguagem *Python*.
- ii. Realizar simulações para diversos cenários, utilizando os programas elaborados e o software SUMO.
- iii. Ajustar e analisar os dados provenientes das simulações, propiciando deste modo uma maneira para avaliação e comparação dos modelos.

### **1.3 Justificativa e relevância do estudo**

A elaboração de modelos computacionais é primordial no desenvolvimento de estratégias para o gerenciamento de tráfego. O modelo IDM é simples e robusto, propiciando assim um modo para descrever distintos comportamentos no tráfego. Já o modelo CACC é mais complexo, porém permite descrever situações em que há um sistema centralizado de informações. Com esse trabalho, será desenvolvida uma metodologia computacional, na qual ambos serão associados, possibilitando assim a realização de modelagens mais eficientes.

### **1.4 Metodologia adotada**

Para a realização dessa pesquisa, foi primeiramente necessária a realização de uma revisão bibliográfica, a fim de detalhar e entender melhor o tema. A partir disso, foi feita a implementação computacional, usando *Python*, dos modelos IDM e CACC. Os softwares implementados foram utilizados para realizar simulações, e, a partir da análise desses resultados, foram necessárias considerações éticas e limitações. Em seguida, foi realizada a seleção de parâmetros e configurações e a validação da implementação, possibilitando estratégias de otimização. Por fim, realizou-se a análise dos dados obtidos.

## 2 TEORIAS EM MOVIMENTO: DESVENDANDO OS FUNDAMENTOS PARA MODELOS DE TRÁFEGO

Nesse capítulo serão abordadas as características e desafios correspondentes ao tráfego urbano. Isso que aventa a premência dos modelos utilizados nas respectivas simulações, suscitando, assim, uma introdução às suas variáveis fundamentais e, por conseguinte, à ilustração gráfica das mesmas, propiciando análises mais acuradas.

### 2.1 Explorando a bibliografia essencial

Nesta seção será abordado o referencial teórico que foi base fundamental para essa pesquisa. Ao aprofundar nas bibliografias, será delineada uma abordagem estratégica, indo além de uma simples lista de referências. Cada escolha reflete uma parte do estudo, um garimpo literário que destaca o fundamento da construção teórica.

O artigo fundamental para esse trabalho foi: *"Modeling and Simulating Urban Traffic Flow Mixed With Regular and Connected Vehicles"* de Cao et al. (2021). O tema central do artigo é de grande relevância, abordando o impacto dos veículos conectados no fluxo de tráfego misto em vias urbanas.

A tese principal defendida pelos autores é instigante, propondo que os veículos conectados podem melhorar significativamente o fluxo de tráfego, especialmente quando a taxa de penetração no mercado é alta. Essa tese se conecta diretamente com o tema desse trabalho, oferecendo uma solução potencial para o problema do congestionamento urbano, um desafio eminente em todo o mundo.

A publicação em 2021 demonstra sua atualidade inserindo-se em um contexto de crescente interesse em tecnologias inteligentes de transporte para aliviar os problemas de congestionamento e segurança no trânsito. Ainda segundo o que trabalha o artigo de Cao et al., o tema se justifica pela importância crucial de otimizar o fluxo de tráfego nas cidades, especialmente em grandes centros urbanos, onde o congestionamento gera impactos negativos na qualidade de vida da população e na economia.

O impacto potencial na área de estudo é significativo, pois oferece insights valiosos para o desenvolvimento de políticas públicas e soluções tecnológicas para o gerenciamento de tráfego urbano, com potencial para contribuir para a construção de

idades mais inteligentes e eficientes. A combinação de modelagem matemática e simulação computacional utilizada pelos autores é uma abordagem robusta e adequada para analisar o impacto dos veículos conectados no fluxo de tráfego.

A modelagem baseada em modelos de seguimento de carros para veículos regulares e conectados demonstra um bom nível de detalhamento e permite considerar diferentes cenários de penetração no mercado. A simulação em um cenário de via urbana com trechos congestionados é relevante para a análise do problema em questão e permite avaliar o comportamento do sistema em condições realistas.

O estudo mencionado contribui significativamente para a literatura a respeito do impacto dos veículos conectados no fluxo de tráfego, expandindo o entendimento do tema e oferecendo insights valiosos para futuras pesquisas. Suas implicações práticas são relevantes para o planejamento e desenvolvimento de sistemas de transporte urbano mais eficientes e seguros, com potencial para melhorar a qualidade de vida da população e reduzir os impactos negativos do congestionamento.

É importante ressaltar que, assim como o artigo que serviu como base, existem outros estudos atuais que trabalham com a mesma linha de raciocínio, para melhor aprofundamento, como Gutiérrez, I.; Hernández, C. (2021) e Ye, L.; Yamamoto, T. (2018).

## **2.2 Congestionamentos e suas consequências**

Um dos maiores problemas do tráfego urbano atualmente é o congestionamento. Segundo o dicionário on-line brasileiro da Língua Portuguesa Michaelis, congestionamento pode ser definido como “a acumulação de pessoas ou de trânsito, dificultando a circulação em determinada área” (CONGESTIONAMENTO, 2023). Essa aglomeração faz com que os de veículos se movam lentamente, atrapalhando o fluxo contínuo do trânsito, gerando diversos transtornos no dia-a-dia da população, como com atrasos, dispêndios e assaltos, por exemplo.

Uma causa comum para o congestionamento é a colisão entre os veículos durante o fluxo do tráfego. Normalmente, os veículos circulam livremente, respeitando os limites de velocidade estabelecidos, porém, mesmo respeitando estes limites, colisões e acidentes podem ocorrer, ocasionando, deste modo, a redução da velocidade ou até mesmo a interrupção do fluxo de veículos numa via (THOMSON, 1978).

Com o congestionamento aumenta-se também a poluição proveniente dos motores de combustão, acarretando em consequências que impactam negativamente a qualidade de vida nas áreas urbanas. Além da poluição do ar, que contribui para o efeito estufa, deve-se também considerar que o congestionamento propicia o aumento significativo da poluição sonora urbana, devido aos ruídos provenientes dos carros e pessoas, irritadas e presas nas vias congestionadas (MATTHIES; BLÖBAUM, 2007). Como exemplo, a Figura 1, abaixo, ilustra um congestionamento causado por pedágio, impedindo o fluxo normal de veículos.

Figura 1 - Congestionamento por pedágio



Fonte: Rede Brasil Atual, 2011.

O aumento do fluxo de veículos nas vias urbanas contribui diretamente para diversos problemas de saúde, além daqueles referentes à poluição, cabe salientar os distúrbios psicológicos em sobrevivente de acidentes de trânsito, como ansiedade, depressão e estresse pós traumático (GUDMUNDSDOTTIR, 2004).

Os atrasos no tráfego urbano também são uma preocupação econômica, pois, além dos maiores custos em combustível, o tempo perdido impacta na logística e consequentemente nos custos das mercadorias. Para os trabalhadores, estes atrasos podem significar a perda de oportunidades ou custos adicionais relacionados ao transporte público (WEISBROD et al. 2003).

Outras causas e consequências referentes ao congestionamento poderiam ainda ser citadas, porém deve-se evitar demasiados desvios do escopo deste trabalho, retornando, logo, à discussão sobre às consequências econômicas,

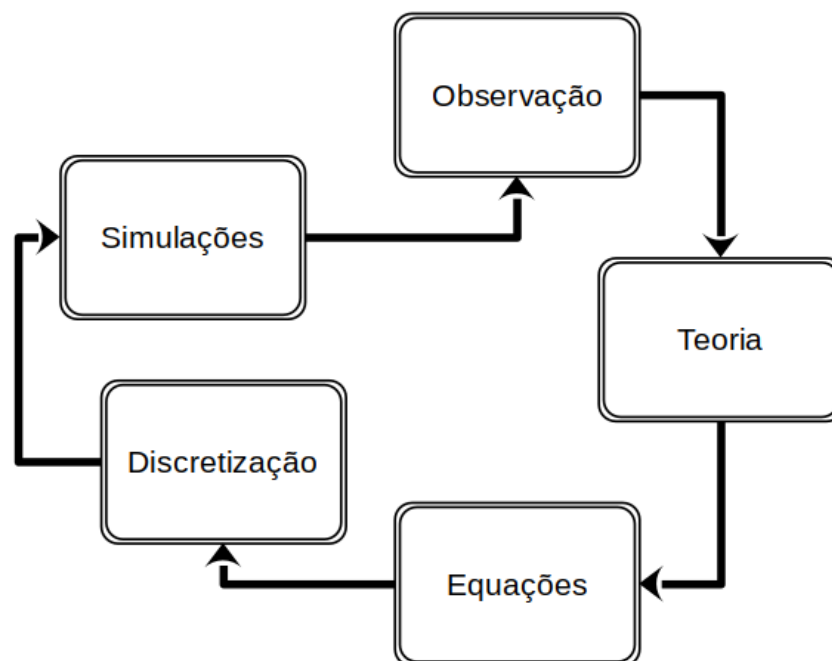
evidencia-se a questão primordial desta pesquisa: a importância da modelagem e simulação do tráfego.

### 2.3 Elementos para a modelagem do tráfego

Os problemas que foram expostos na seção anterior, especialmente os referentes à economia, requisitam soluções normalmente infraestruturais, as quais demandam um planejamento bem elaborado, atentando-se aos inúmeros cenários possíveis. O estudo desses cenários pode ser realizado por meio da análise de dados coletados, ou por simulações que descrevem o comportamento do sistema, com custos e performances melhores quando comparadas com as metodologias semiempíricas.

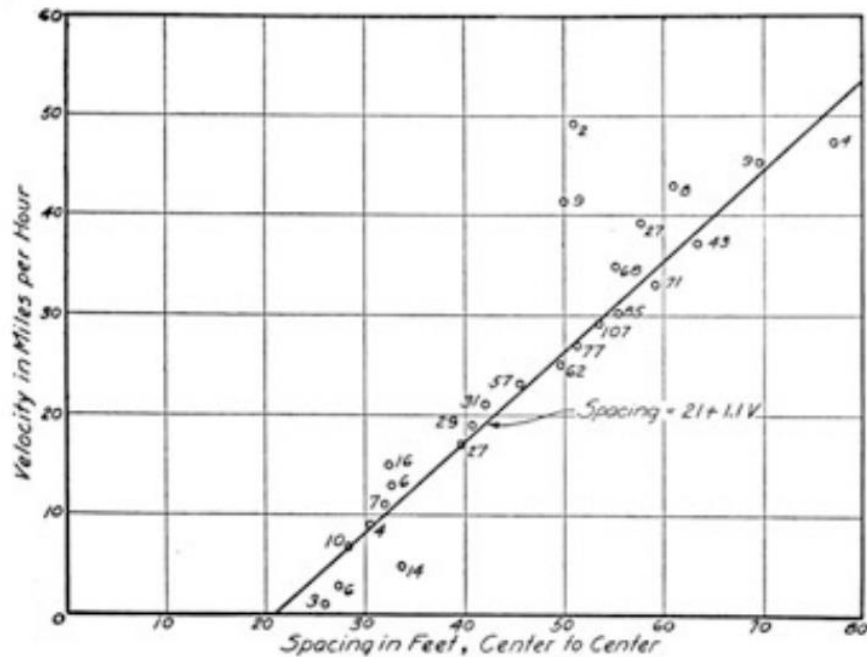
A elaboração de um modelo para simular o tráfego urbano deve incluir, nesta ordem, a observação dos veículos nas vias; a utilização da teoria físico-matemática mais adequada; a construção de equações (modelo) que expressem as observações feitas; a discretização das equações para implementá-las computacionalmente; e a execução das simulações. Estes passos constituem o que é denominado como: ciclo de modelagem do fluxo do tráfego, representado abaixo (Figura 2).

Figura 2 - Ciclo para a modelagem do fluxo do tráfego



Com base nesse ciclo, no início da década de 1930, Greenshields (1935) observou e fez registros fotográficos dos veículos que passavam por uma rodovia, anotando a velocidade e o espaçamento entre eles, realizando o primeiro estudo sobre tráfego realizado. Os resultados foram ilustrados na figura 3, abaixo.

Figura 3 - Resultado de Greenshields, velocidade versus espaçamento entre veículos



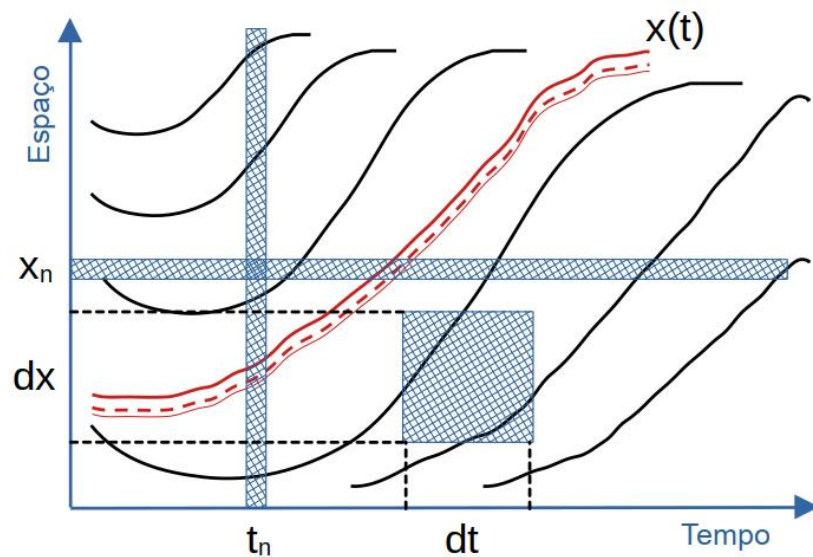
Fonte: KESSELS, F. 2019.

A partir do trabalho de Greenshields, milhares de estudos sobre o tráfego foram realizados, nos quais foram estabelecidas as variáveis essenciais para a modelagem e os propósitos mais pertinentes. Na elaboração destes modelos, é importante observar e registrar os intervalos temporais e espaciais entre os veículos, para que indiretamente seja possível determinar o fluxo, a densidade e a velocidade. Estas são as variáveis essenciais para a construção de um modelo.

Cabe salientar que as observações que principiam estes estudos podem ser realizadas num instante ( $t_n$ ), num local ( $x_n$ ), em ambos ( $dx$ ,  $dt$ ) ou seguindo uma trajetória ( $x(t)$ ), vide figura 4.



Figura 4 – Gráfico que representa maneiras de observar o tráfego



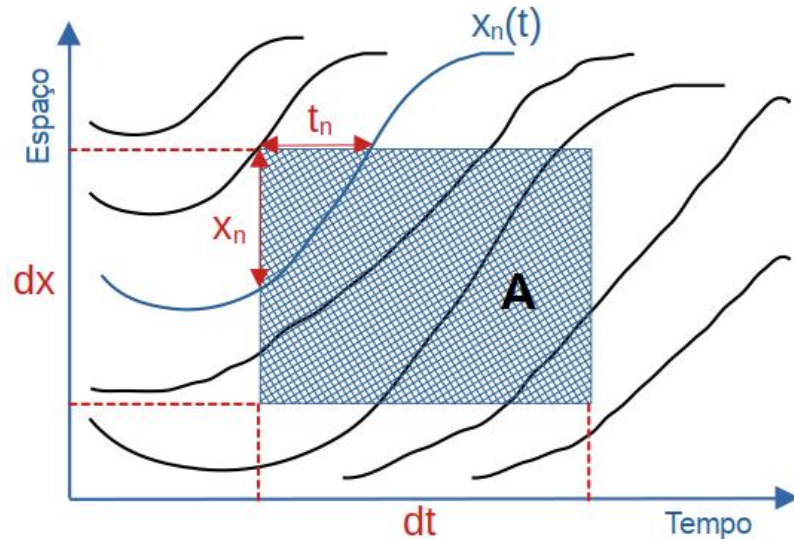
Fonte: PAVANELLI, D. 2023.

De acordo com a figura 4, é possível discorrer a respeito cada uma das maneiras de observação do tráfego. A observação em um local ( $x_n$ ) corresponde ao registro de veículos que passam por um espaço minimamente delimitado, quase um ponto, durante um grande intervalo de tempo. A observação instantânea ( $t_n$ ) remete à contagem dos veículos que estão em toda a via em um determinado instante.

Na observação local pode-se determinar facilmente (ilustrado na figura 4) a quantidade de linhas (igual ao número de veículos) que cruzam a linha correspondente a  $x_n$ . Concomitantemente, estima-se o intervalo temporal entre dois veículos quaisquer, denominado pelo termo em inglês *time headway*. A observação de uma trajetória é comum em modelos macroscópicos e, utilizando uma área ( $A = dx \times dt$ , representada na figura 5), pode-se definir as demais variáveis essenciais: fluxo, densidade e velocidade.

Na observação instantânea, determina-se a quantidade de carros que estão na via num dado momento, de maneira similar à observação local. Esse valor é definido pela quantidade de linhas que cruzam  $t_n$ , então, o espaço entre dois veículos quaisquer será facilmente determinado, aferindo a distância entre as linhas correspondentes, que neste caso é denominado pelo termo em inglês *space headway*.

Figura 5 - Área constituída pela observação durante um intervalo  $dt$  num espaço  $dx$



Fonte: PAVANELLI, Davi. 2023.

Analisando a figura 5, pode-se definir o fluxo de veículos, que se dá pela quantidade ( $N$ ) de carros que passa pela área  $A$ , formada por intervalos de tempo ( $dt$ ) e espaço ( $dx$ ). A formulação matemática desta variável deve considerar sua dimensão física [v/s] (veículo por segundo), logo, estendendo a explicação da observação instantânea [s] para um intervalo temporal maior, temos a equação 1:

$$\phi = \sum_{n=1}^N \frac{x_n}{dx \cdot dt} \quad (1)$$

$$\sum_{n=1}^N \frac{x_n}{dx} \quad (2)$$

O termo na equação 1 representa uma soma ponderada de  $N$  valores entre 0 e 1, determinados por  $x_n$ , a distância do ponto de cruzamento da  $n$ ésima linha de trajetória ( $x_n(t)$ ) e a aresta de  $A$  semelhante à observação instantânea. Dividindo  $x_n$  por  $dx$ , normaliza-se os valores e, por conseguinte, o resultado denota uma relação com o espaçamento médio (*space headways*) entre os carros.

Como essa razão ( $x_n/dx$ ) não possui unidade física [m/m] distinta, esse resultado pode também ser associado à contagem dos veículos que, ao ser dividida pelo intervalo de tempo  $dt$ , propicia a unidade do fluxo de veículos: veículos por segundo.

A densidade de veículos pode ser formulada com um raciocínio semelhante ao que foi desenvolvido para o fluxo, mas, neste caso, a aresta de referência será a horizontal de saída, enquanto, para o fluxo, utilizou-se a vertical de entrada. Neste caso, ainda a respeito da figura 5, anteriormente citada, o ponto de cruzamento será designado pelo ponto  $t_n$ , que deve ser dividido pelo intervalo temporal  $dt$ . Estas razões estão relacionadas aos valores de *time headway* dos veículos, e sua soma indica o valor médio deste parâmetro.

Analogamente, a razão  $t_n/dt$  não possui unidade física [s/s] distinta, então, essa soma ilustra novamente um processo de contagem dos veículos, que, ao ser dividida pelo espaço definido por  $dx$ , resulta na unidade da densidade de veículos: veículos por metro. Assim, para esta variável, temos a equação 3, abaixo:

$$\rho = \sum_{n=1}^N \frac{t_n}{dt \cdot dx} \quad (3)$$

Ainda, por meio de uma análise dimensional trivial, pode-se definir a velocidade dos veículos pela expressão na equação 4, abaixo:

$$v = \frac{\phi}{\rho} \quad (4)$$

Com o domínio destas variáveis, é possível concretizar diversos propósitos, como por exemplo: prever o tráfego para a gestão; auxiliar as decisões de dispositivos autônomos; reestruturar as normas das vias urbanas, executar um processo de evacuação, e outros. Em qualquer um destes casos torna-se pertinente a ilustração gráfica de correlações entre estas variáveis, o que remete aos diagramas fundamentais e aos mapas térmicos das variáveis.

## 2.4 Representações gráficas na modelagem do tráfego

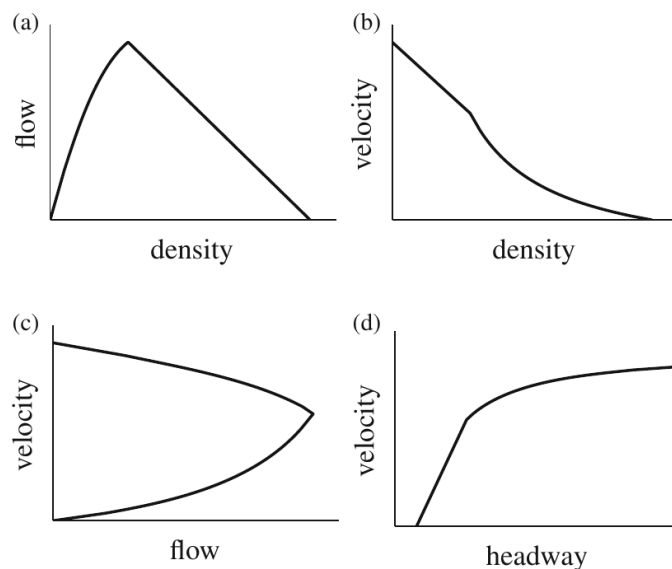
A ilustração de qualquer evento dinâmico, ou fenômeno físico, é geralmente construída em um diagrama no qual posições e tempos são retratados. No caso dos modelos de tráfego, essa representação é muito usada, conforme ilustrado pelas figuras já mencionada, 3, 4 e 5. No estudo de sistemas dinâmicos, o espaço de fases

é frequentemente utilizado para analisar a evolução dos estados do sistema. Nesse caso, os estados podem ser representados por pontos em um diagrama que esboça as velocidades e posições, sendo também denominado como espaço de estados.

Nos modelos de tráfego, espaços de fases, assim como outros diagramas nos quais são representadas as variáveis denominadas como essenciais ( $x, t, v, \phi, \rho$ ), são usados para identificar as causas e consequências dos congestionamentos. Esses diagramas normalmente são denominados diagramas fundamentais, e sua ilustração nos permite determinar os atributos primordiais para análises procedentes, propiciando, deste modo, desenvolvimentos e aprimoramentos dos modelos.

Em pesquisas da área, os diagramas fundamentais mais comuns são aqueles que contrastam, como representado na figura 6, na qual: (a) representa fluxo versus densidade, (b) velocidade versus densidade, (c) velocidade versus fluxo e (d) velocidade versus *headway*. O formato da curva da velocidade versus um dos *headway* (espacial ou temporal), justifica-se pelo fato de que a velocidade aumenta até que o distanciamento entre os veículos exija cautela, o que acarreta na redução da derivada desta curva (aceleração).

Figura 6 - Principais diagramas fundamentais usados nos modelos de tráfego

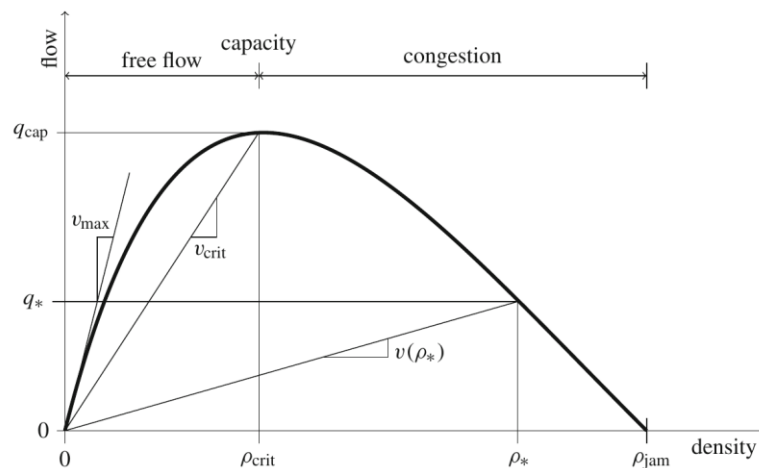


Fonte: KESSELS, F. 2019.

A curva da velocidade versus o fluxo (c) deveria ser invertida, para representar o fluxo versus a velocidade, o que a tornaria semelhante à curva do fluxo versus a densidade (a), que normalmente é usada. Nesse último caso, no gráfico (a),

representando na figura 6, pode-se observar que o fluxo cresce até um valor crítico da densidade, no qual se inicia o surgimento de congestionamentos, exemplificado pela figura 7. A partir deste ponto, o fluxo de veículos cai até ser suprimido (anulado). Uma análise semelhante pode ser realizada para a curva do fluxo versus a velocidade, no gráfico (c), da figura 6.

Figura 7 - Diagrama principal do fluxo versus a densidade



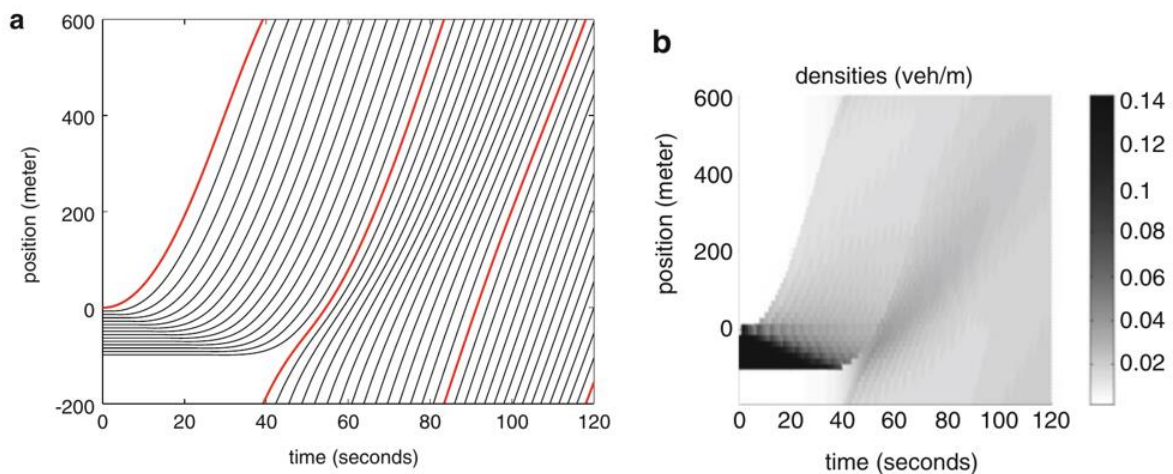
Fonte: KESSELS, F. 2019.

A figura 7, acima, ilustra com detalhes uma análise realizada sobre o diagrama de fluxo versus densidade, que é o mais usados em trabalhos afins. Nessa figura pode-se observar que o ponto crítico da densidade separa duas regiões antagônicas: na primeira, é observado o fluxo livre de veículos e, na segunda, observa-se congestionamentos, definindo, deste modo, a capacidade das vias urbanas em termos do fluxo ( $q_{cap}$ ). Ainda cabe destacar que as velocidades (crítica, máxima e instantânea) podem ser determinadas pela tangente da reta que liga a origem do sistema ao ponto correspondente na curva.

Por último, a curva de velocidade versus a densidade, representada pelo gráfico (b), na figura 6, ilustra a proporcionalidade inversa entre estas grandezas, ou seja, quando a velocidade aumenta a densidade diminui, e vice-versa. Esse comportamento se justifica porque numa via com pouco veículos (densidade baixa) pode-se dispor de uma velocidade alta, enquanto que, numa via com alta densidade de veículos, velocidades baixas são aferidas. Vale notar que aumentos na derivada destas curvas indicam congestionamentos.

Além dos diagramas fundamentais, outra ilustração importante para analisar modelos de tráfego são os mapas térmicos de densidades, fluxos ou velocidades; para manter o escopo desse texto, será elucidado apenas o mapa das densidades, representado pela figura 8, abaixo.

Figura 8 - (a) Representação das trajetórias de 15 veículos numa pista circular com 800 m.  
(b) Mapa térmico das densidades, proveniente das trajetórias referidas



Fonte: KESSELS, F. 2019.

Na figura 8, no gráfico (a), as trajetórias de 15 veículos que percorrerão uma pista circular com 800 metros de comprimento são representadas, neste caso, a separação entre as linhas remetem aos *headways*, indicando conseqüentemente as densidades; essa figura ilustra os primeiros 120 segundos do evento, e a linha vermelha corresponde à trajetória do primeiro veículo.

Já o mapa térmico de densidades, na figura 8 (b), pode ser montado a partir do diagrama de trajetórias, uma vez que a separação das linhas é inversamente proporcional às densidades, ou seja, quanto menor a distância entre duas linhas em um ponto, maior será a densidade de veículos neste. Assim, para o cenário refletido na figura 8 (a), elabora-se o mapa de densidades ilustrado na figura 8 (b).

Com um mapa térmico, semelhante ao exposto pela figura 8, em (b), é possível determinar os pontos críticos em uma via, ou seja, os locais e instantes mais prováveis para ocorrer os congestionamentos. Neste exemplo específico, as regiões mais escuras indicam altos valores para as densidades ( $> 0,11$  veículo/metro), ou seja, mais

que um veículo a cada 10 metros, o que já implica numa redução do fluxo, indicando desta forma obstruções no tráfego.

Nos artigos utilizados na revisão bibliográfica há inúmeros gráficos e figuras como os que foram elucidados, além do mais, a compreensão das variáveis essenciais e do problema primordial para os modelos de tráfego são fundamentais para a realização deste trabalho, logo, torna-se pertinente a elucidação dos modelos que serão explorados: IDM e CACC.

### 3 MODELOS PARA SIMULAÇÃO DE TRÁFEGO

Neste capítulo, serão apresentados sucintamente os modelos utilizados nas simulações de tráfego, iniciando pelos modelos macroscópicos, nos quais o tráfego é analisado como um fluido, em seguida serão discutidos os modelos microscópicos, cujo a abordagem remete à análise particular de cada veículo; dentre os modelos microscópicos, serão destacados o IDM e o CACC, cada um deste em uma seção distinta.

#### 3.1 Modelos macroscópicos

Embora os modelos macroscópicos não façam parte do escopo desse trabalho, uma sucinta introdução a estes modelos será apresentada nesta seção, devido à sua relevância. Modelos macroscópicos normalmente remetem a um olhar mais amplo do sistema analisado, ou seja, não focam nos elementos particularmente, a abordagem deve abranger todo o sistema, avaliando seu comportamento no decorrer de um evento.

No que concerne os modelos de tráfego, a terminologia macroscópica remete àqueles que descrevem o tráfego como um fluido, acarretando desta maneira a equações semelhantes às elaboradas na mecânica dos fluidos. Em mecânica dos fluidos, há duas formas para análises: a denominada Euleriana, na qual as observações (presente no diagrama da figura 2, anteriormente citada) são realizadas em algum local por um intervalo de tempo; e a denominada Lagrangiana, na qual as observações são realizadas por meio das trajetórias de algumas partículas. A partir destas duas formulações elaborou-se os principais modelos macroscópicos para o tráfego.

Com base na formulação Euleriana, podemos afirmar que o fluxo (do tráfego) através de uma área qualquer será constante (conservação da matéria), em outras palavras, tudo que entra deverá sair. Utilizando um diagrama fundamental da posição versus o tempo, como o que está ilustrado na figura 9, é trivial formular a equação de balanceamento, normalmente denominada como equação da continuidade:

$$\phi_{entra} \cdot \Delta t + \rho_{entra} \cdot \Delta x = \phi_{sai} \cdot \Delta t + \rho_{sai} \cdot \Delta x \quad (5)$$



De modo que:

$$\Delta\phi = \phi_{entra} - \phi_{sai} \quad (6)$$

$$\Delta\rho = \rho_{entra} - \rho_{sai} \quad (7)$$

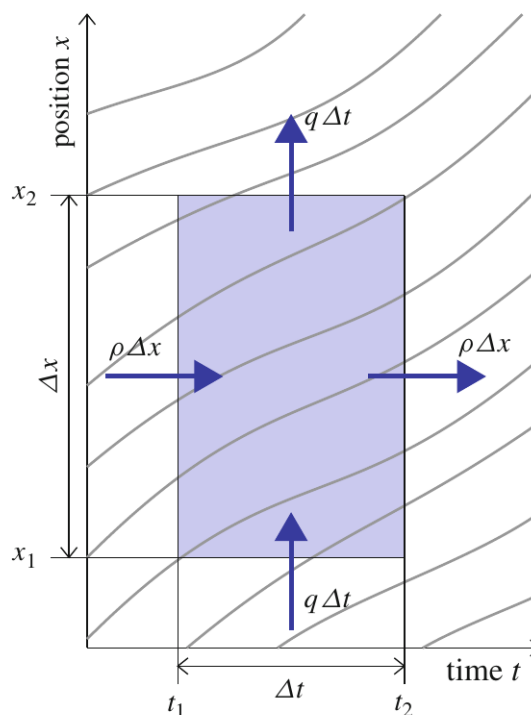
Pode-se rearranjar os termos da equação 5 na seguinte forma:

$$\Delta\phi \cdot \Delta t = -\Delta\rho \cdot \Delta x \quad (8)$$

Por fim, colocando todos os termos do mesmo lado da equação, dividindo tudo por  $\Delta x \cdot \Delta t$  e aplicando os limites  $\Delta x \sim 0$  e  $\Delta t \sim 0$ , define-se a forma diferencial:

$$\frac{d\phi}{dx} + \frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (9)$$

Figura 9 - Análise do tráfego pela formulação Euleriana



Fonte: KESSELS, Fermke. 2019.

Os modelos macroscópicos utilizam a equação 9, em conjunto com as definições dadas pelas equações 1 e 3, pra simular o tráfego em vias urbanas e rodovias. Esta é a equação primordial mesmo na formulação Lagrangiana, porém

suas variáveis incógnitas são distintas pois deve-se amentar que os fundamentos neste caso são também distintos. Evitando digressões, basta afirmar que, na formulação de Lagrange, tais variáveis são a velocidade e a posição, que representam os estados do sistema numa trajetória; neste caso, a equação da continuidade será:

$$\frac{ds}{dt} + \frac{dv}{dn} = 0 \quad (9)$$

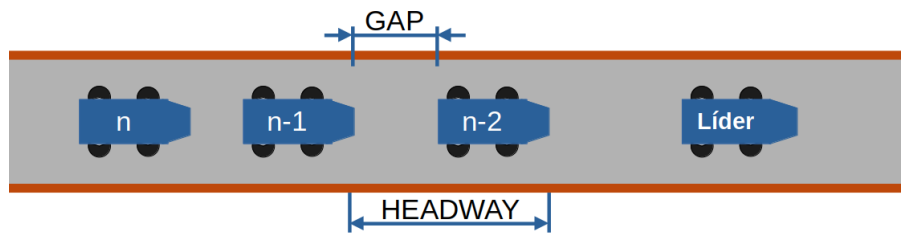
Na equação 9, a variável independente  $n$  designa o vetor normal a curva da trajetória para cada estado (ponto  $-s,v$ ). Mais detalhes sobre esses modelos podem ser encontrados no artigo de Kessels, de 2019. Nesse trabalho, abordaremos somente os modelos microscópicos, no entanto, para conferir a ao texto uma capacidade referencial, optou-se por essa sucinta exposição.

### 3.2 Modelos microscópicos

Os modelos microscópicos, também denominados como modelos baseados em agentes, são frequentemente considerados mais intuitivos que os macroscópicos, pois, nestes modelos, os veículos são descritos particularmente como agentes autônomos, que podem se movimentar longitudinal e lateralmente. Nessa pesquisa serão analisados apenas modelos que abordam movimentos longitudinais, modelos que consideram os movimentos laterais descrevem as ultrapassagens entre os veículos, para maiores detalhes pode-se recomendar a leitura do livro *Traffic Flow Dynamics*, de Treiber e Kesting (2013).

Em um dado modelo microscópico cada veículo será estudado de modo individual, descrevendo, assim, o comportamento do motorista que, normalmente, pretende acelerar até a velocidade máxima permitida, preservando-se de colisões ou qualquer outro revés. A partir destas considerações, o modelo para simular o tráfego longitudinal mais comum, ilustrado na figura 10, é o denominado como *car-following* (carreata), no qual um veículo (motorista) lidera uma fila com  $N$  veículos. Esse modelo possui três ramificações referentes ao propósito de qualquer motorista: evitar revés.

Figura 10 - Ilustração de uma fila de veículos, ilustrando o modelo *car-following*



Fonte: Elaborada pelo orientador, 2023.

A primeira ramificação dos modelos *car-following* retrata o cuidado de um motorista com a distância entre seu veículo e o que está na sua frente (denominado *gap* em inglês, podendo ser traduzido livremente como lacuna, representado na figura 10), estabelecendo, assim, uma distância segura. Logo, a posição de um veículo  $n$  qualquer deve ser proporcional à posição do veículo  $n-1$  (à frente) e sua velocidade instantânea  $v$ :

$$s_n(t) = s_{n-1}(t) - v_n \cdot t - s_{jam} \quad (10)$$

Na equação 7 o termo  $s_{jam}$  refere-se à distância mínima entre dois veículos em um congestionamento. O aprimoramento deste modelo incrementa um tempo de relaxação ( $\tau$ ), que corresponde ao atraso entre a velocidade de  $n-1$  e a reação de  $n$ , logo, a equação 10 se torna o demonstrado na equação 11:

$$s_n(t + \tau) = s_{n-1}(t) - v_n \cdot t - s_{jam} \quad (11)$$

A segunda ramificação dos modelos *car-following* descreve o comportamento de um motorista correspondente à aceleração segura, proporcional ao seu estímulo-resposta, que, por sua vez, concilia termos que concernem à velocidade instantânea ( $v$ ), distância relativa ( $\Delta s$ ) e velocidade relativa ( $\dot{s}_n$ ), designada como estímulo, desta forma, temos o apresentado na equação 12:

$$a_n(t) = \gamma \frac{[v_{n-1}(t)]^c}{[\Delta s_n(t - \tau)]^b} \cdot \dot{s}_n(t - \tau) \quad (12)$$

Resposta Estímulo  
Sensibilidade

O termo que segue (13) é designado como sensibilidade. O representado por  $\gamma$ ,  $a$  e  $b$  são parâmetros do sistema.

$$\gamma \frac{[v_{n-1}(t)]^c}{[\Delta s_n(t-\tau)]^b} \quad (13)$$

O terceiro ramo dos modelos *car-following* é denominado por pontos de ação, pois remete ao rastreamento dos veículos em pontos preponderantes, distinguindo-se por considerar que os motoristas reagem apenas quando percebem a aproximação de outros veículos, requerendo um limiar perceptível na taxa de aproximação para qualquer resposta.

Esses modelos se destacam ao abordar duas situações cruciais: primeiro, em grandes intervalos, o comportamento de condução não é afetado pela presença de outros veículos; segundo, em intervalos menores, apenas mudanças significativas na velocidade relativa e no avanço dos veículos vizinhos influenciam a resposta do condutor. Quando há influência mútua entre veículos, os modelos prévios de distância segura ou estímulo-resposta podem ser aplicados para descrever essa interação de forma quantitativa.

Ainda, deve-se enunciar uma metodologia atual que cresce continuamente: os autômatos celulares, utilizados na simulação de tráfego, segmentando a via em células discretas. Cada veículo é representado por uma célula e segue regras simples baseadas na interação com os veículos vizinhos. Esses modelos permitem reproduzir fenômenos de tráfego complexos, como congestionamentos e fluxos de tráfego, fornecendo *insights* úteis para o planejamento de sistemas de transporte.

### 3.3 O modelo de tráfego IDM

A denominação do modelo IDM, conforme foi elucidado na introdução, remete ao motorista inteligente, ou seja, um condutor prudente que considera as regras estabelecidas para a via e a interação com os outros veículos. Na conjuntura desse trabalho a interação é específica ao veículo precedente e, em vista disto, pode-se então definir uma expressão para descrever este comportamento, evidenciado pela aceleração do referido veículo, na equação 14:

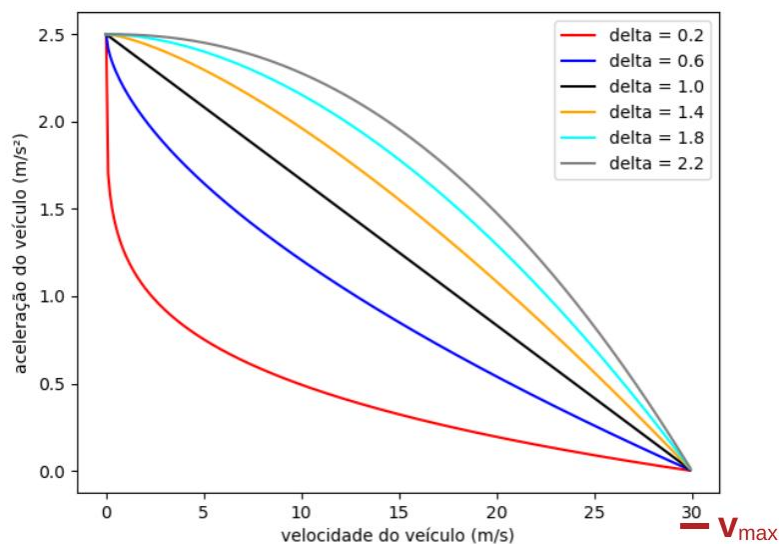
$$a_n(t) = a_{Rodovia} + a_{Interação} \quad (14)$$

Observando a formulação 14, anterior, cabe ressaltar que o termo referente à rodovia deve considerar a velocidade instantânea ( $v_i$ ) do veículo e a velocidade máxima ( $v_{max}$ ) da via, o que pode ser expresso como na equação 15, a seguir:

$$a_{Rodovia} = a_{max} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{v_i}{v_{max}} \right)^\delta \right] \quad (15)$$

A razão contida na equação 15 expressa, de certo modo, a redução na aceleração do veículo, pois, conforme a velocidade instantânea aproxima-se da velocidade limite, este valor deverá tender a um e, conseqüentemente, o termo entre parêntese irá propender a zero. O parâmetro  $\delta$ , nesse caso, corresponderá à suavização deste processo, corroborando com o comportamento instintivo do motorista inteligente, vide figura 11, abaixo.

Figura 11 - Redução da aceleração devido a aproximação à velocidade máxima, para variados  $\delta$



Fonte: PAVANELLI, D. 2023.

O termo referente à interação considera sobretudo a distância de segurança almejada que, por sua vez, deverá incluir a distância instantânea ( $s_i$ ) entre os dois veículos observados e a distância segura ( $s_0$ ), definida de acordo com as regras da via. Com base na discussão anterior, para este termo há a equação 16:

$$a_{Interação} = a_{max} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{S_i}{S_0} \right) \right] \quad (16)$$

Para o aprimoramento desse modelo, deve-se estender a formulação correspondente à distância instantânea que, de acordo com a cinemática, teria o seguinte aspecto da equação 17:

$$S_i = S_{min} + v_i \cdot t + \frac{a_i \cdot t^2}{2} \quad (17)$$

Na equação 17, anterior,  $s_{min}$  é a distância mínima pretendida,  $v_i$  é a velocidade instantânea,  $a_i$  é a aceleração instantânea e  $t$  é o tempo, que, no último termo desta expressão, está elevado ao quadrado, o que imprime nesta expressão um caráter não linear, indesejado.

Para eliminar a não linearidade desta expressão, pode-se substituir o último termo por outro, derivado da equação cinemática 18:

$$v = v_o + a \cdot t \rightarrow a \cdot t = \Delta v \quad (18)$$

Então, realizando esta substituição, infere-se a seguinte equação 19:

$$S_i = S_{min} + v_i \cdot t + \frac{\Delta v \cdot t}{2} \quad (19)$$

Atualmente, os modelos substituem  $t$ , no último termo, usando a definição de aceleração, equação 20:

$$a = \frac{v}{t} \rightarrow t = \frac{v}{a} \quad (20)$$

Logo, obtém-se a equação 21:

$$S_i = S_{min} + v_i \cdot t + \frac{v \cdot \Delta v}{2 \cdot a} \quad (21)$$

Para mais, deve-se incluir o ajuste proposto por Treiber et al. (2000), no qual a aceleração foi decomposta em dois termos, o primeiro condiz com a aceleração instantânea do veículo ( $a_i$ ) e o segundo remete à desaceleração instantânea ( $b_i$ ), logo, este ajuste resulta na equação 22:

$$s_i = s_{min} + v_i \cdot t + \frac{v_i \cdot \Delta v}{2 \cdot \sqrt{a_i \cdot b_i}} \quad (22)$$

Definida a expressão (22) para a distância instantânea, pode-se também construir a fórmula mais adequada para a distância segura, que descreve a distância esperada entre os veículos antes de uma colisão, ou seja:

$$s_0 = s_{n-1} - s_n - L_n \rightarrow s_0 = \Delta s - L \quad (23)$$

Nas expressões acima,  $L_n$  e  $L$  representam o comprimento do n-ésimo veículo,  $\Delta s$  é o valor da *headway* em questão (figura 10).

Inserindo as expressões 22 e 23 na equação 16, determina-se a expressão definitiva para o termo que descreve a aceleração instantânea do motorista inteligente:

$$a_{Interação} = a_{max} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{s_{min} + v_i \cdot t + \frac{v_i \cdot \Delta v}{2 \cdot \sqrt{a_i \cdot b_i}}}{\Delta s - L} \right) \right] \quad (24)$$

Então, combinando as equações 15 e 24 no contexto da equação 14, define-se uma expressão realística da aceleração inteligente, que é a base para o modelo IDM. Nesse estudo será usada a equação definida por Cao et al. (2021), colocada da seguinte forma:

$$a_n(t) = a_{max} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{v_i}{v_{max}} \right)^4 - \left( \frac{s_{min} + v_i \cdot t + \frac{v_i \cdot \Delta v}{2 \cdot \sqrt{a_i \cdot b_i}}}{\Delta s - L} \right) \right] + \lambda \cdot (v_n - v_{n-1}) \quad (25)$$

O termo  $\lambda.(v_n - v_{n-1})$  é um ajuste proposto por outros trabalhos antecedentes, que remete ao tempo de relaxação elucidado pela equação 11, portanto, deve-se ressaltar que esse termo ilustra a capacidade de um motorista responder a um estímulo. O parâmetro  $\lambda$  é apenas um peso, ajustado pelas simulações.

Dado ao exposto, cabe salientar que o IDM é baseado em princípios de controle automático. Ele modela o comportamento dos motoristas ao tomar decisões de aceleração e desaceleração levando em consideração a velocidade atual, a velocidade desejada, a distância em relação ao veículo da frente e outros fatores, descritos nas equações anteriores.

Na elaboração do algoritmo, os agentes são implementados com o intuito de manter uma distância segura em relação ao veículo da frente, ajustando a velocidade constantemente para alcançar esse objetivo nas simulações. As simulações, por sua vez, devem considerar os diferentes cenários de tráfego, projetos de estradas, políticas de controle e outras variáveis, relevantes para a fluidez, capacidade da estrada e tempo de viagem. Este modelo é frequentemente usado em combinação com outros, para obter uma representação mais precisa e abrangente do comportamento do tráfego.

### 3.4 O modelo de tráfego CACC

Para o modelo CACC, a equação que descreve o controle da aceleração será o representado em 26:

$$a_n(t) = k_1.\dot{v}_{n-1} + k_2.(\Delta s_n - L - s_0 - v_n.t_g) + k_3.(v_{n-1} - v_n) \quad (26)$$

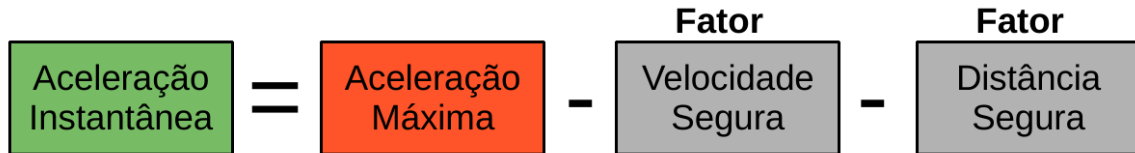
Na equação 26, os termos  $k_i$  são pesos ajustados pela simulação do tráfego,  $L$  é o comprimento do  $n$ -ésimo veículo,  $s_0$  é a distância segura (vide 23),  $\Delta s_n$  é a distância instantânea,  $t_g$  é o *time headway* esperado,  $v_n$  e  $v_{n-1}$  são as velocidades dos veículos  $n$  e  $n-1$ , respectivamente, e  $\dot{v}_{n-1}$  é a aceleração instantânea do veículo  $n-1$ , a frente do  $n$ -ésimo veículo em análise.

Assim como no modelo IDM, a equação do CACC descreve o controle da aceleração do  $n$ -ésimo veículo instantaneamente, contendo termos referentes à distância e à velocidade seguras. Em outras palavras, a aceleração de um veículo



qualquer será controlada subtraindo dois fatores de segurança, um correspondente à distância, e outro à velocidade, da aceleração máxima possível, conforme ilustrado pela figura 12, esboçando deste modo o comportamento prudente do motorista.

Figura 12 - Ilustração da ideia fundamental para o controle da aceleração no CACC



Fonte: PAVANELLI, D. 2023.

O aprimoramento mais comum no CACC concerne a um ajuste realizado no segundo termo da equação 26, em que se considera o *space headway*:

$$h_s = \frac{1 + s_0}{1 - v_n/v_0} \quad (27)$$

Essa parcela deve ser inserida na equação 26 substituindo os elementos negativos do segundo termo  $(-L - s_0 - v_n \cdot t_g)$ , deste modo, a aceleração instantânea no CACC será dada por:

$$a_n(t) = k_1 \cdot \dot{v}_{n-1} + k_2 \cdot \left( \Delta s_n - \frac{1 + s_0}{1 - v_n/v_0} \right) + k_3 \cdot (v_{n-1} - v_n) \quad (28)$$

Vale lembrar que CACC é uma extensão do controle de cruzeiro adaptativo (ACC) tradicional, no qual veículos podem se comunicar entre si para coordenar seus movimentos. Em vez de depender apenas dos sensores a bordo, os veículos equipados com CACC podem trocar informações, como a velocidade atual, a distância para o veículo à frente, e outros parâmetros. Isso permite uma condução mais eficiente e segura, já que os veículos podem ajustar suas velocidades de maneira coordenada, usando as expressões 26 ou 28.

No próximo capítulo, a abordagem se concentrará na elaboração e execução de simulações computacionais que empregam os modelos discutidos anteriormente, com destaque para o IDM e o CACC. Esses modelos serão explorados de forma mais

aprofundada, aplicando-os em simulações que nos permitirão compreender melhor seu funcionamento e impacto em cenários específicos.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo os resultados obtidos serão explorados por meio das simulações realizadas, focando nos modelos IDM (*Intelligent Driver Model*) e CACC (*Cooperative Adaptive Cruise Control*). A análise abrangerá aspectos como limites de tráfego até a ocorrência de congestionamento, com ênfase em dados gráficos que elucidam o desempenho de cada modelo.

### 4.1 Análise do comportamento do tráfego

Nessa seção, foram empregados modelos de rastreamento de carros tanto para veículos conectados quanto para veículos regulares, a fim de determinar o intervalo de equilíbrio espacial. Além disso, o modelo de diagrama fundamental do fluxo de tráfego misto em cenários com diversas taxas de adoção no mercado de veículos CACC foi examinado. Esse modelo leva em consideração a velocidade de fluxo máxima de uma via considerando o caminho livre. O termo  $S_0$  é a distância de segurança,  $X_{n-1}$  posição do veículo e  $L$  o tamanho do veículo. Como é possível observar no código da tabela 1, abaixo.

Tabela 1 - Código que gera duas figuras que representam o diagrama fundamental, na figura 13.

```
import numpy as np
import pylab as pl

def k_density(vN, p):
    v0 = 33.3 # m/s
    s0 = 2.0 # m
    l = 5.0 # m
    T = 1.8 # s
    kd = "Fórmula 4.1"
    return kd

def q_flux(vN, p):
    kd = k_density(vN, p)
    qf = kd*vN
    return qf

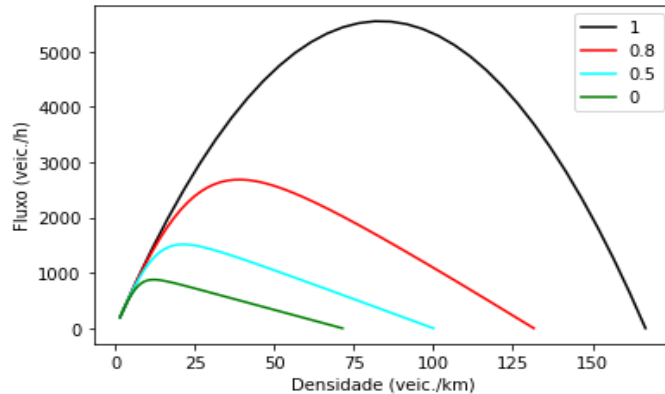
pp = [1, 0.8, 0.5, 0]
cores = ["black", "red", "cyan", "green"]
for n in range(4):
    kk, qq = [], []
    p = pp[n]
    for v in range(0,120):
        kk.append((1000/2)*k_density(v, p))
        qq.append((3600/1.8)*q_flux(v, p))
    cor = cores[n]
    pl.plot(kk, qq, color=cor, label=str(p))
pl.legend(loc="upper right")
pl.xlabel("Densidade (veic./km)")
pl.ylabel("Fluxo (veic./h)")
pl.show()
pl.clf()

for n in range(4):
    kk, vv = [], []
    p = pp[n]
    for v in range(0,120):
        kk.append((1000/2)*k_density(v, p))
        vv.append(3.6*v)
    cor = cores[n]
    pl.plot(kk, vv, color=cor, label=str(p))
pl.legend(loc="upper right")
pl.xlabel("Densidade (veic./km)")
pl.ylabel("Velocidade (km/h)")
pl.show()
pl.clf()
```

Fonte: Autoria própria, 2024.

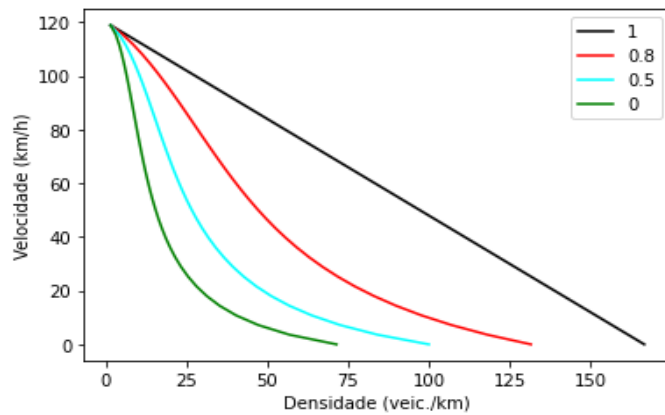
O código na tabela 1, acima, gera duas figuras que representam o diagrama fundamental, nas figuras 13 e 14. À medida que a velocidade se aproxima da velocidade de fluxo livre, os veículos se distanciam, e a densidade do tráfego diminui. Essa relação é representada pelas curvas do diagrama fundamental, que demonstram como a capacidade do fluxo de tráfego aumenta com a penetração de veículos CACC.

Figura 13 - Figura que representa o diagrama fundamental (fluxo).



Fonte: Autoria própria. 2023.

Figura 14 - Figura que representa o diagrama fundamental (velocidade).



Fonte: Autoria própria. 2023.

Durante um congestionamento de tráfego, uma fila de veículos se forma antes do ponto congestionado. Com o tempo, essa fila diminui até que o tráfego volte ao seu fluxo normal. Nessa pesquisa, o interesse é na variação do comprimento máximo dessa fila sob diferentes taxas de penetração de veículos CACC no mercado. Paralelamente, o fluxo de tráfego misto nos diagramas fundamentais das figuras 13 e 14 foi estudado.

O código na tabela 2, a seguir, simula como a aceleração inteligente deve levar em consideração as regras de trânsito, considerando a velocidade instantânea do veículo ( $v_i$ ) e a velocidade máxima da via ( $V_{max}$ ), sendo assim, o parâmetro delta como suavizador da aceleração.

Tabela 2 - Código que calcula e plota a aceleração de um veículo em uma rodovia.

```
import numpy as np
import pylab as pl

vmax = 30 # m/s
cores = ["gray", "cyan", "orange", "black", "blue", "red"]

def acr(v_i, delta, v_max):
    a_max = 2.5 # m/s2
    ai = a_max*(1 - (v_i/v_max)**delta)

    return ai

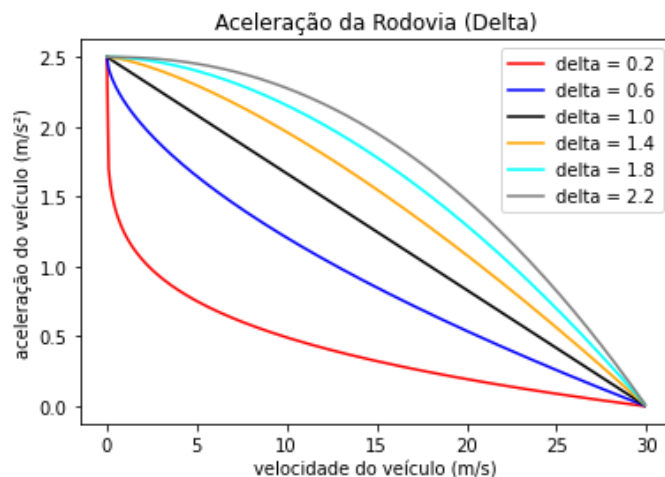
vk = np.arange(0, vmax, 0.1)

for d in np.arange(0.2, 2.4, 0.4):
    d = round(d,1)
    ak = [acr(vi, d, vmax) for vi in vk]
    rotulo = "delta = "+str(d)
    pl.plot(vk, ak, color=cores.pop(), label=rotulo)
pl.title("Aceleração da Rodovia (Delta)")
pl.xlabel("velocidade do veículo (m/s)")
pl.ylabel("aceleração do veículo (m/s2)")
pl.legend()
pl.show()
```

Fonte: Autoria própria. 2023.

O código em questão, na tabela 2, calcula e plota a aceleração de um veículo em uma rodovia, em função da velocidade do veículo e do parâmetro  $\delta$ , como pode ser observado no gráfico da figura 15.

Figura 15 - Gráfico da aceleração de um veículo em uma rodovia, em função da velocidade do veículo e do parâmetro delta.



Fonte: Autoria própria. 2023.

A figura 15 mostra que o valor de *delta* é fundamental quando se fala em aceleração. Na linha vermelha no gráfico, o valor de *delta* é igual a 0.2, dessa forma, percebe-se que a variação da aceleração é mais abrupta. Por outro lado, quando o *delta* é acima de 1.0, ele representa uma aceleração e desaceleração suavizada, ou seja, o esperado para evitar frenagem e acelerações arriscadas.

## 4.2 Simulação de um modelo de tráfego baseada em agentes

Nessa seção, o código em questão é uma simplificação do modelo IDM, no qual os veículos apenas evitam colisões e tentam atingir a velocidade máxima permitida, usando a modelagem baseada em agentes e o ambiente em que ambos interagem. Dessa forma, foi criada uma classe para os veículos (agentes) e o ambiente e, a partir dessas interações, o estado dos agentes será alterado, e o ambiente poderá ser modificado, como detalhado no código da tabela 3.

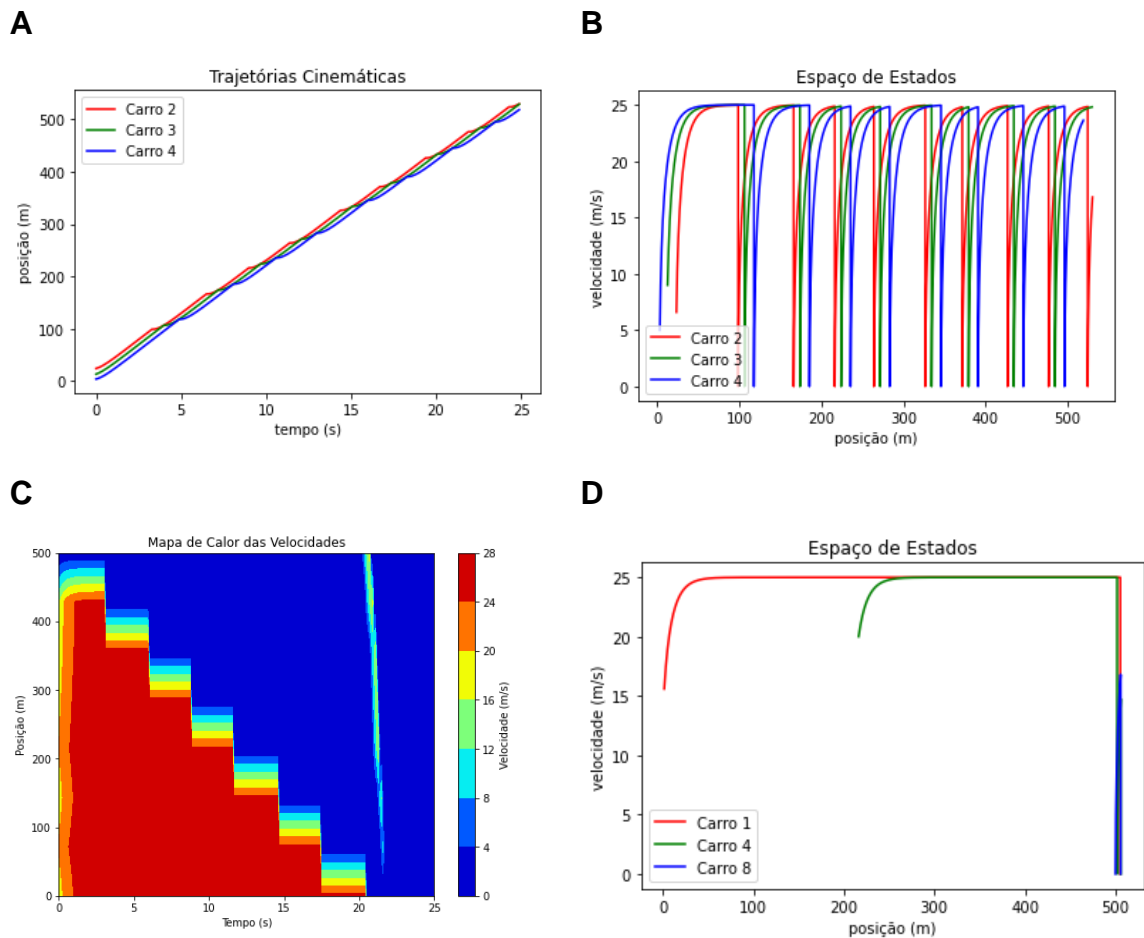
Tabela 3 - Código simplificação do modelo IDM.

|  |   |
|--|---|
| <pre>import numpy as np import pylab as pl  dt, t_sim = 0.1, 25.0 N = int(t_sim/dt)  class Veiculo:     def __init__(self, pos, vel):         self.pos = pos         self.vel = vel     def move(self, adiante):         Ss = 0.5         Vi = 25         delta = 5         dS = adiante.pos - self.pos         if dS &lt;= Ss:             self.dv_dt = -self.vel/dt         else:             self.dv_dt = (Vi-self.vel)/(delta*dt)             self.vel += self.dv_dt*dt             self.pos += self.vel*dt  car1 = Veiculo(32, 15) car2 = Veiculo(23, 2) car3 = Veiculo(12, 5) car4 = Veiculo(3, 0)</pre> | <pre>tempo = [] pos_car2, vel_car2 = [], [] pos_car3, vel_car3 = [], [] pos_car4, vel_car4 = [], []  for i in range(N):     tempo.append(i*dt)     car4.move(car3)     car3.move(car2)     car2.move(car1)     car1.pos += car1.vel*dt + np.random.random()     pos_car2.append(car2.pos)     vel_car2.append(car2.vel)     pos_car3.append(car3.pos)     vel_car3.append(car3.vel)     pos_car4.append(car4.pos)     vel_car4.append(car4.vel)  pl.plot(tempo, pos_car2, color="red", label="Carro 2") pl.plot(tempo, pos_car3, color="green", label="Carro 3") pl.plot(tempo, pos_car4, color="blue", label="Carro 4") pl.title("Trajetórias Cinemáticas") pl.xlabel("tempo (s)") pl.ylabel("posição (m)") pl.legend() pl.show() pl.clf()</pre> |
|--|---|

Fonte: Autoria própria. 2023.

O código da tabela 3, acima, gera quatro gráficos, representados na figura 15 (A, B, C e D). Nessas figuras, é ilustrada a interação entre esses elementos, levando em conta as classes e parâmetros estabelecidos.

Figura 16 - Gráficos gerados pelo código da tabela 3.



Fonte: Autoria própria. 2023.

O código simula o movimento de veículos em duas situações: carros em fila e em movimento circular. No primeiro caso, o líder segue uma trajetória, se movimenta aleatoriamente e tem comportamento refletido nos demais veículos. Um carro sempre se movimenta em função do carro à frente, como mostra o gráfico A da figura 16.

No gráfico da figura 16B, no espaço de estados, o veículo acelera até atingir a velocidade máxima da via, e, quando o veículo se aproxima do outro, ele freia abruptamente, chegando à velocidade 0. Depois ele continua a trajetória, realizando a mesma movimentação, válida também para os demais carros.

No segundo caso, o mapa de calor representado na figura 16C mostra a variação das velocidades ao longo do tempo, no qual a velocidade inicial é consideravelmente alta e, ao longo do tempo, começa a se formar um

congestionamento na posição acima de 200m do gráfico, a partir de 15 segundos. A figura 16D mostra de maneira mais visível esse início de congestionamento.

### 4.3 Simulação do modelo IDM

Nessa seção, o programa tem como objetivo principal fornecer uma compreensão do modelo IDM (*Intelligent Driver Model*), que serve como base para o desenvolvimento do Controle Adaptativo de Cruzeiro Cooperativo (CACC). O IDM é um modelo que descreve o comportamento dos motoristas em situações de tráfego, levando em consideração fatores como a distância entre veículos, as velocidades atuais e desejadas, e as acelerações. O CACC, por sua vez, utiliza informações avançadas de comunicação entre os veículos para otimizar o fluxo de tráfego, melhorar a segurança e reduzir o consumo de combustível, como elucidado no código da tabela 4, abaixo.

Tabela 4 - código que simula o comportamento de um sistema de tráfego.

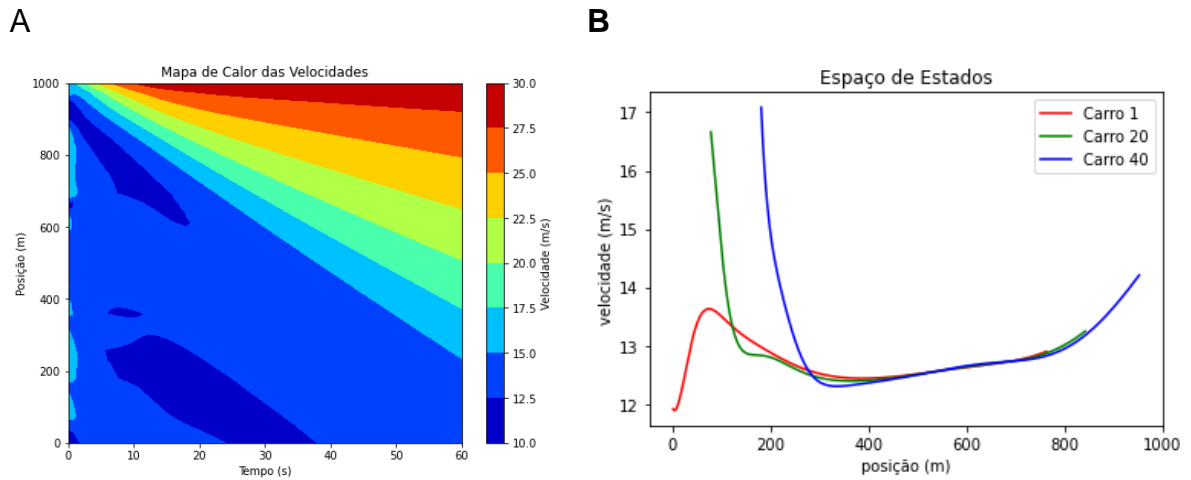
|  |   |
|--|---|
| <pre>import numpy as np import pylab as pl  class Veiculo:     def __init__(self, pos, vel):         self.pos = pos         self.vel = vel      def move(self, dt, veiculo_adiante):          vel_desejada = 30         t_seguro = 2         a_max = 2         b_con = 1.5         delta = 4.0         ds_adiante = veiculo_adiante.pos - self.pos         ds_desejado = (             self.vel*t_seguro +             (self.vel*(self.vel - veiculo_adiante.vel))/(2*np.sqrt(a_max*b_con))         )         a_calc = (             a_max*(1 - (self.vel/vel_desejada)**delta - (ds_desejado/ds_adiante)**2)         )         self.vel += a_calc*dt         self.pos += self.vel*dt  veiculos = [] num_v = 40  initial_pos = np.linspace(0, 1000, num_v) initial_vel = np.random.uniform(10, 20, num_v) for i in range(num_v):     veiculo = Veiculo(initial_pos[i], initial_vel[i])     veiculos.append(veiculo)  dt = 0.1 t_sim = 60.0 N = int(t_sim/dt)</pre> | <pre>pos_r = np.zeros((N, num_v)) vel_r = np.zeros((N, num_v))  for p in range(N):     for i in range(num_v):          veiculo_afrente = veiculos[(i+1)%num_v]         veiculos[i].move(dt, veiculo_afrente)         ## Registra a posição e a velocidade de cada veículo         pos_r[p, i] = veiculos[i].pos         vel_r[p, i] = veiculos[i].vel  x = np.linspace(0, t_sim, N) y = np.linspace(0, 1000, num_v)  pl.figure(figsize=(8, 6)) pl.contourf(x, y, vel_r.T, cmap='jet') pl.colorbar(label='Velocidade (m/s)') pl.xlabel('Tempo (s)') pl.ylabel('Posição (m)') pl.title('Mapa de Calor das Velocidades') pl.show()  pl.plot(pos_r[:,0].T, vel_r[:,0].T, color="red", label="Carro 1") pl.plot(pos_r[:,3].T, vel_r[:,3].T, color="green", label="Carro 20") pl.plot(pos_r[:,7].T, vel_r[:,7].T, color="blue", label="Carro 40") pl.title("Espaço de Estados") pl.xlabel("posição (m)") pl.ylabel("velocidade (m/s)") pl.legend() pl.show() pl.clf()</pre> |
|--|---|

Fonte: Autoria própria. 2023.

O código fornecido na tabela 4 simula o comportamento de um sistema de tráfego formado por 40 veículos. Nos gráficos A e B da figura 17, obtém-se um mapa de calor e um gráfico de espaço de estados para melhor visualização dos resultados.



Figura 17 - (A) mapa de calor; (B) gráfico de espaço de estados.



Fonte: Autoria própria. 2023.

O gráfico gerado pelo código (figura 17A) representa um mapa de calor das velocidades ao longo do tempo e das posições dos veículos em relação às suas velocidades. A análise revela padrões de fluxo de tráfego e interações entre os carros. No mapa de calor, áreas de alta velocidade e congestionamento são visíveis, enquanto o espaço de fases demonstra trajetórias diferentes para veículos individuais. Esses resultados destacam a complexidade do tráfego e a importância de modelos como o IDM e o CACC para entender e controlar o comportamento dos veículos.

#### 4.4 Comportamento de veículos com um modelo simplificado do IDM

Nesta seção, o programa visa elucidar o funcionamento de uma simulação de tráfego baseada no modelo *Intelligent Driver Model* (IDM), com ênfase na prevenção de colisões e na obtenção da velocidade máxima permitida. O programa leva em conta a distância entre veículos e as velocidades atuais e desejadas, calculando a aceleração em cada momento. Através da simulação de vários cenários de tráfego, é possível avaliar o impacto de diferentes fatores no comportamento do tráfego, descritos no código da tabela 5, abaixo.

Tabela 5 - Código de simulação de vários cenários de tráfego.

```

import numpy as np
import pylab as pl
dt, t_sim = 0.1, 25.0
N = int(t_sim/dt)

class Veiculo:

    def __init__(self, pos, vel):
        self.pos = pos
        self.vel = vel

    def move(self, adiante):
        Ss = 0.5
        Vi = 25
        delta = 5
        dS = adiante.pos - self.pos

        if dS < 0:
            self.pos += self.vel*dt
            self.dv_dt = 0
            pass
        elif dS == 0:
            print("Batida!")
            self.dv_dt = 0
            pass
        elif dS <= Ss:
            self.dv_dt = -self.vel/dt
        else:
            self.dv_dt = (Vi-self.vel)/(delta*dt)
            self.vel += self.dv_dt*dt
            self.pos += self.vel*dt
car1 = Veiculo(32, 15)
car2 = Veiculo(23, 2)

car3 = Veiculo(12, 5)
car4 = Veiculo(3, 0)
tempo = []
pos_car2, vel_car2 = [], []
pos_car3, vel_car3 = [], []
pos_car4, vel_car4 = [], []

for i in range(N):
    tempo.append(i*dt)
    car4.move(car3)
    car3.move(car2)
    car2.move(car1)
    car1.move(car4)
    pos_car2.append(car2.pos)
    vel_car2.append(car2.vel)
    pos_car3.append(car3.pos)
    vel_car3.append(car3.vel)
    pos_car4.append(car4.pos)
    vel_car4.append(car4.vel)

pl.plot(tempo, pos_car2, color="red", label="Carro 2")
pl.plot(tempo, pos_car3, color="green", label="Carro 3")
pl.plot(tempo, pos_car4, color="blue", label="Carro 4")
pl.title("Trajetórias Cinemáticas")
pl.xlabel("tempo (s)")
pl.ylabel("posição (m)")
pl.legend()
pl.show()
pl.clf()

pl.plot(pos_car2, vel_car2, color="red", label="Carro 2")
pl.plot(pos_car3, vel_car3, color="green", label="Carro 3")
pl.plot(pos_car4, vel_car4, color="blue", label="Carro 4")
pl.title("Espaço de Estados")
pl.xlabel("posição (m)")

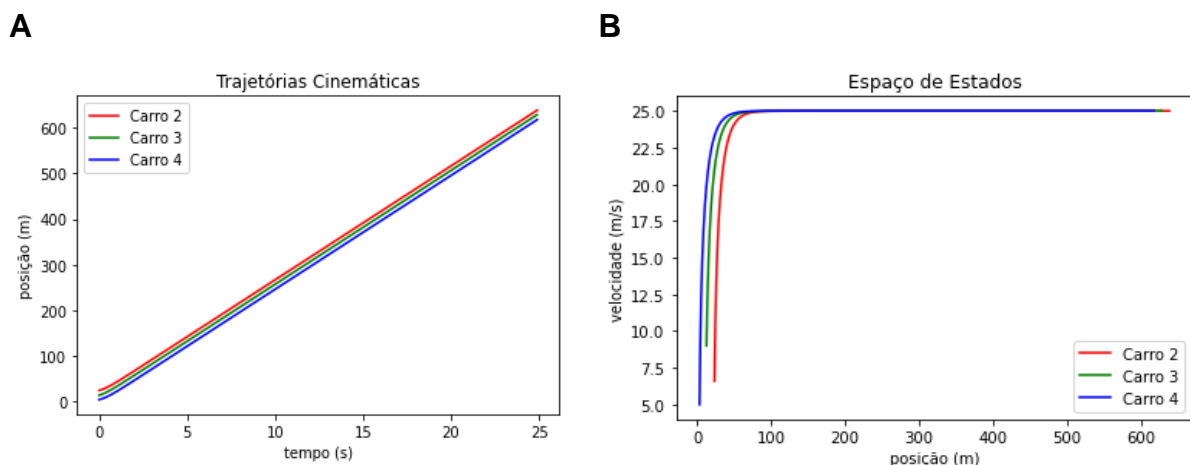
pl.legend()
pl.show()
pl.clf()

```

Fonte: Autoria própria. 2023.

O código acima gera os gráficos das figuras 17 A e B, que fornecem uma visão geral do comportamento dos veículos em uma via circular. Elas podem ser usadas para analisar a influência de diferentes parâmetros do modelo, como a distância segura e a velocidade máxima permitida.

Figura 18 - Gráficos da visão geral do comportamento dos veículos em uma via circular.



Fonte: Autoria própria. 2023.

Os gráficos 18 A e B, gerados pelo código da tabela 5, mostram o comportamento de quatro veículos em uma via circular. Os veículos são inicialmente posicionados em fila, com o primeiro veículo se movendo em uma velocidade constante. Os outros veículos se movem de acordo com o modelo simplificado do IDM. Os veículos se aproximam do veículo à frente à medida que se movem ao longo da via, formando uma fila estável. Nesse caso, o carro líder não se movimenta de forma randômica. Percebe-se que, com este modelo, os veículos tendem a se movimentar de forma mais segura, mantendo a distância, tempo, aceleração e velocidades constantes.

## **5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES**

De acordo com os resultados apresentados no capítulo anterior, com a finalização desse trabalho, é possível extrair conclusões valiosas sobre o comportamento do tráfego em ambientes urbanos, especialmente em situações de congestionamento. A análise, realizada através de simulações utilizando modelos como IDM e CACC, oferece uma compreensão aprofundada das dinâmicas do tráfego rodoviário sob diferentes cenários. A consideração da aleatoriedade na distribuição espacial dos veículos adiciona realismo às simulações, aproximando-as das complexidades encontradas nas vias urbanas.

O foco principal do trabalho recai sobre o comprimento máximo da fila durante períodos de congestionamento, com ênfase nas variações decorrentes da introdução de veículos conectados equipados com CACC. Os resultados obtidos destacam o papel significativo que essa tecnologia pode desempenhar na gestão eficiente do tráfego, influenciando diretamente a dissipação das filas e, conseqüentemente, a fluidez do tráfego urbano.

Em síntese, essa investigação contribui não apenas para a compreensão teórica, mas, também, para a aplicação prática de soluções que visam melhorar a eficiência e a segurança do tráfego nas vias urbanas. Os achados aqui apresentados oferecem uma base sólida para futuras pesquisas e iniciativas voltadas ao aprimoramento dos sistemas de transporte, especialmente no contexto da crescente integração de tecnologias veiculares avançadas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BANISTER, D. *Great Cities and Their Traffic: Michael Thomson Revisited*. **Built environment**, Abington, v. 41 n. 3, p. 435-446. 2015

CAO, Z. et al. *Modeling and Simulating Urban Traffic Flow Mixed With Regular and Connected Vehicles*. **IEEE Access**, v. 9, p. 10392-10399, jan. 2021.

CONGESTIONAMENTO. Dicionário on-line brasileiro da Língua Portuguesa Michaelis, 2023. Disponível em: <https://michaelis.uol.com.br/busca?r=0&f=0&t=0&palavra=congestionamento>. Acesso em: 29 de Fevereiro de 2024.

FAGNANT, D. J.; KOCKELMAN, K. *Preparing a nation for autonomous vehicles: opportunities, barriers and policy recommendations*. **Transportation Research Part A: Policy and Practice**. v. 77, p. 167-181, jul. 2015.

GREENSHIELDS, B. D. *A study of traffic capacity*. **Highway Research Board Proceedings**, v. 14, p. 448-477. 1935.

GUDMUNDSDOTTIR, B. et al. *Quality of life and post trauma symptomatology in motor vehicle accident survivors: the mediating effects of depression and anxiety*. **Depress Anxiety**, v. 20, n. 4, p. 187-189. Dez. 2004.

GUTIÉRREZ, I.; HERNÁNDEZ, C. *Applying Microscopic Simulation Models To Improve Existing Road Transport Infrastructure*. **Proceedings of the International Conference on Industrial Engineering and Operations Management**, São Paulo, p. 3090-3096. 2021. Trabalho apresentado na 2º Conferência Sul-americana de Engenharia Industrial & Gerenciamento de Operações, São Paulo, SP.

ICHIKAWA, S. M. et al. *Aplicação de Minerador de Dados na Obtenção de Relações entre Padrões de Viagens Encadeadas e Características Sócio-Econômicas*. In: Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes, 16, 2002, Natal. **Anais do [...]**. RN, vol. 2, p. 175-186.

KESSELS, F. **Traffic Flow Modelling**. 1 ed. Switzerland: Springer, 2019. 139 p.

LITMAN, T. *Sustainable Transportation Indicators: A Recommended Research Program For Developing Sustainable Transportation Indicators and Data*. In: TRANSPORTATION RESEARCH BOARD ANNUAL MEETING, 90, 2008, Washington DC. **Publicação [...]**. United States. Trabalho 09-3403.

MATTHIES E.; BLÖBAUM, A. *Ecological Norm Orientation and Private Car Use*. In: HOUSE, L.; HILL, J. **Threats from Car Traffic to the Quality of Urban Life**. Oxford: Elsevier, 2007. p. 251-271.

MENESES, H. B. **Interface lógica em ambiente SIG para bases de dados de sistemas centralizados de controle do tráfego urbano em tempo real**. 2003. 204

p. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia de Transportes) - Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Fortaleza, 2003.

PAVANELLI, D. **Ciclo para a modelagem do fluxo do tráfego**. Ouro Preto, 2023.

PAVANELLI, D. **Ilustração da ideia fundamental para o controle da aceleração no CACC**. Ouro Preto, 2023.

PAVANELLI, D. **Redução da aceleração devido a aproximação à velocidade máxima, para variados  $\delta$** . Ouro Preto, 2023.

Rede Brasil Atual. **Pedágio proporcional pode agravar trânsito em cidades paulistas**. 2012. 1 fotografia. 600x400 pixels. Disponível em: <https://www.redebrasilatual.com.br/cidades/sistema-de-pedagio-ponto-a-ponto-e-justo-mas-arrecadacao-resultara-em-pedagio-urbano-dizem-especialistas/>. Acesso em 28 de outubro de 2023.

STATHOPOULOS, A.; M. KARLAFTIS. *Temporal and Spatial Variations of Real-Time Traffic Data In Urban Areas*. **Transportation Research Board**. v. 1768, n. 1, p. 135-140. 2001.

THOMSON, J. M. **Great cities and their traffic**. 1 ed. United Kingdom: Littlehampton Book Services Ltd, 1978. 344 p.

TREIBER, M. et al. *Congested traffic: states in empirical observations and microscopic simulations*. **Physical review E**, v. 62, n. 2, p. 1805-1824, 2000.

TREIBER, M.; KESTING, A. **Traffic Flow Dynamics**. Springer, 1ª edição, 2013.

WEISBROD, G. et al. Measuring Economic Costs of Urban Traffic Congestion to Business. **Transportation Research Record**, Thousand Oaks, v. 1839, n. 1, p. 98-106, jan. 2003.

YE, L.; YAMAMOTO, T. *Modeling connected and autonomous vehicles in heterogeneous traffic flow*. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 490, p. 269-277, 2018.