

Ana Beatriz Vasconcelos Aniceto

Avaliação do efeito da restrição do empenamento na análise de estabilidade para flambagem global

Ouro Preto

2023

# Avaliação do efeito da restrição do empenamento na análise de estabilidade para flambagem global

Ana Beatriz Vasconcelos Aniceto

Trabalho Final de Curso apresentado como parte dos requisitos para obtenção do Grau de Engenheiro Civil na Universidade Federal de Ouro Preto.

Data da aprovação: 01/09/2023

Área de concentração: Estruturas

Orientador: Prof<sup>a</sup>. D.Sc. Arlene Maria Cunha Sarmanho- UFOP

Orientador: Prof. D.Sc. Luiz Henrique de Almeida Neiva-UFBA

Ouro Preto

2023



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO REITORIA ESCOLA DE MINAS DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL



#### FOLHA DE APROVAÇÃO

#### Ana Beatriz Vasconcelos Aniceto

#### Avaliação do efeito da restrição do empenamento na análise de estabilidade para flambagem global

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Engenheira Civil

Aprovada em 01 de setembro de 2023

Membros da banca

Profa. DSc. Arlene Maria Cunha Sarmanho - Orientadora (Universidade Federal de Ouro Preto) Prof. D.Sc. Luiz Henrique de Almeida Neiva - Orientador (Universidade Federal da Bahia) MSc. Juliane Aparecida Braz Starlino (Universidade Federal de Ouro Preto)

Arlene Maria Cunha Sarmanho, Orientadora do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 18/09/2023



Documento assinado eletronicamente por **Arlene Maria Cunha Sarmanho**, **PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 18/09/2023, às 22:06, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do <u>Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015</u>.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <u>http://sei.ufop.br/sei/controlador\_externo.php?</u> <u>acao=documento\_conferir&id\_orgao\_acesso\_externo=0</u>, informando o código verificador **0591475** e o código CRC **B40E1008**.

Referência: Caso responda este documento, indicar expressamente o Processo nº 23109.012537/2023-12

# **A**GRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela vida.

Aos meus pais, Róger e Lúcia, pelo amor incondicional e apoio sempre.

A toda a minha família pela união e amparo.

Ao Igor pelo companheirismo e compreensão.

Aos amigos da graduação, Maryane, Tayanne, Gisele e Chrystian, por facilitarem o caminho até aqui.

Aos meus orientadores, Luiz e Arlene pela paciência, suporte e por me ensinarem muito.

#### Resumo

Os perfis formados a frio (PFF) são obtidos através da dobragem ou perfilamento de chapas de aço de espessura reduzida à temperatura ambiente. Em função da elevada esbeltez (razão largura/espessura), tais perfis são bastante suscetíveis aos fenômenos de instabilidade, tais quais: flambagem local, distorcional e global. É possível avaliar os modos de flambagem de um elemento estrutural através da análise de estabilidade, onde são consideradas as propriedades do material e suas condições de contorno. O objetivo deste trabalho é investigar a influência da restrição do empenamento na carga crítica de flambagem de colunas de seção U enrijecido através da análise de estabilidade destes elementos estruturais. Para isto, foram analisados 21 comprimentos em dois diferentes programas computacionais, o Ansys e o FSTr, e foi observado que para condições de empenamento livre o valor das cargas críticas de flambagem do elemento diminui consideravelmente, enquanto para condições de empenamento restringido, o valor das cargas críticas de flambagem da coluna é mais elevado.

Palavras-chaves: Perfis formados a frio, análise de estabilidade, restrição do empenamento.

## ABSTRACT

Cold formed steel (CFS) is obtained by bending or profiling thin steel sheets at room temperature. Due to the high slenderness (width/thickness ratio), such profiles are quite susceptible to instability phenomenon, such as: local, distortional and global buckling. It is possible to evaluate the buckling modes of a structural element through the stability analysis, where the material properties and its boundary conditions are considered. The aim of this work is to investigate the influence of the warping restraint on the column buckling critical loads of stiffened U-section columns through the stability analysis of these structural elements. For this, 21 lengths were analyzed in two different computer programs, Ansys and FSTr, and it was observed that for boundary conditions of free warping the value of the element's critical buckling loads decreases considerably, while for restricted warping conditions, the value of the column buckling critical loads is higher.

Keywords: Cold formed Steel, stability analysis, warping restraint.

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplos de seções comuns em PFF.	1
Figura 2 – Flambagem local de placa.	5
Figura 3 – Flambagem distorcional de uma seção tipo rack ( NBR 14762(2010)).	ABNT 5
Figura 4 – Flambagem global (a) por flexão; (b) por flexo-torção (C 2015).	Garcia, 6
Figura 5 – Empenamento causado por tração (Silva, Pierin e Silva, 2014).	10
Figura 6 – (a) Discretização de um elemento em faixas finitas; (b) Gra liberdade de uma faixa do elemento; (c) Tensões iniciais aplicada extremidades de cada faixa (Li e Schafer, 2009).	aus de s nas 13
Figura 7 – Interface do programa FSTr.	17
Figura 8 – Seção estudada.	18
Figura 9 – Condições de contorno simulando empenamento livre.	19
Figura 10 – Condições de contorno simulando empenamento restringido.	20
Figura 11 – Deformação para o comprimento de 2000 mm com (a) empena restringido e (b) empenamento livre.	mento 21
Figura 12 – Deformação para o comprimento de 2500 mm com (a) empena restringido e (b) empenamento livre.	mento 22
Figura 13 – Deformação para o comprimento de 3000 mm com (a) empena restringido e (b) empenamento livre.	mento 23
Figura 14 – Deformação para o comprimento de 3500 mm com (a) empena restringido e (b) empenamento livre.	mento 23
Figura 15 – Deformação para o comprimento de 4000 mm com (a) empena restringido e (b) empenamento livre.	mento 24

Figura 16 – Divisão da seção em faixas para aplicação do MFF.	25
Figura 17 – Análise de estabilidade com empenamento restringido.	25
Figura 18 – Análise de estabilidade com empenamento livre.	26
Figura 19 – Cargas críticas de flambagem da coluna obtidas pelo Ansys e FSTr.	epelo 28
Figura 20 – Diferença da carga crítica de flambagem entre as duas condiçõ	es de
contorno analisadas.	29

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados das análises de estabilidade realizadas nos programas Ansys e FSTr 25

# SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1	Objetivo	2
1.1.1	l Objetivos específicos	2
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
2.1	Fenômenos de flambagem	4
2.2	Métodos de dimensionamento	6
2.2.2	l Método da Largura Efetiva	6
2.2.2	2 Método da Seção Efetiva	7
2.2.3	3 Método da Resistência Direta	8
2.3	Cargas críticas de flambagem	8
2.4	Condições de contorno	9
2.5	Método dos Elementos Finitos	11
2.6	Método das Faixas Finitas	12
2.7	Softwares para o cálculo das cargas críticas de flambagem	14
2.7.′	I GBTUL	14
2.7.2	2 CUFSM	15
2.7.3	3 Ansys	16
2.7.4	4 FSTr	17
3.	METODOLOGIA	18
3.1	Condições de contorno	19
3.1.1	l Coluna com empenamento livre	19
3.1.2	2 Coluna com empenamento restringido	20
3.2	Modos de flambagem obtidos pelo Ansys	21
3.3	Análise de estabilidade realizada pelo FSTr	24
4.	RESULTADOS	26
5.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	30
5.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	30
REF	ERÊNCIAS	31

## 1 INTRODUÇÃO

Estruturas metálicas são soluções eficientes e que apresentam rápida execução aliada a elevados níveis de controle em comparação a outros métodos construtivos e por isso a sua utilização no mercado da construção civil vem aumentando ao longo dos anos. Dentro deste tipo de construção, encontram-se os Perfis de aço Formados a Frio (PFF). Esse tipo de elemento estrutural pode ser fabricado a partir de dois modos distintos, o primeiro é através do dobramento das chapas de paredes finas utilizando prensas dobradeiras. O segundo modo de fabricação de PFF é o perfilamento das chapas utilizando rolos. Os dois processos ocorrem a temperatura ambiente.

O processo de fabricação, diferente do processo de formação de perfis de aço laminados a quente, confere aos PFFs algumas vantagens como: maior leveza nas estruturas aliada a uma boa capacidade resistente, maior variabilidade de seções e maior facilidade de transporte. As seções mais comuns são apresentadas a seguir na Figura 1.



Figura 1 - Exemplos de seções comuns em PFF: (a) Seção U; (b) Seção U enrijecido; (c) Seção rack.

O emprego dos perfis formados a frio pode ser observado tanto dentro de escala industrial como no setor da construção civil, sendo amplamente utilizado para a construção de galpões ou sistemas de armazenamento.

Dentro da variabilidade de aplicação dos perfis formados a frio, encontram-se as colunas, elementos estruturais submetidos a solicitações de compressão que submetem o elemento a fenômenos de instabilidade como a flambagem por flexão ou a flambagem lateral por torção. Somado aos fenômenos de instabilidade causados pelas solicitações às quais uma coluna está submetida, a característica necessária para a conformação dos perfis formados a frio de possuir paredes finas resulta em uma elevada relação entre as dimensões desses elementos estruturais (largura/espessura), o que caracteriza uma grande esbeltez e ocasiona variados fenômenos de instabilidade estruturais, como os fenômenos de flambagem.

#### 1.1 Objetivo

O objetivo do presente trabalho é avaliar o efeito da restrição do empenamento em colunas tipo U enrijecidos sujeitos a flambagem global através de dois diferentes softwares de análises numéricas: o Ansys, programa comercial que utiliza o Método dos Elementos Finitos e o Finite Strip Computer Application, (FSTr), software gratuito que utiliza o Método das Faixas Finitas.

#### 1.1.1 Objetivos Específicos

 Determinar a carga crítica de colunas com diferentes restrições de empenamento;

 Realizar a análise de estabilidade do elemento através do Método das Faixas Finitas;

• Comparar resultados das análises de cargas críticas do software comercial Ansys aos resultados obtidos pelo software FSTr.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A crescente utilização de perfis formados a frio na construção civil faz com que seja necessária a realização de estudos sobre a estabilidade de seus elementos estruturais. A seguir serão apresentados alguns estudos utilizados para o desenvolvimento do presente trabalho, nos quais foram realizadas análises de comportamento e estabilidade dos elementos metálicos.

Souza (2013) analisou teórica e experimentalmente a influência de perfurações na ocorrência e na interação dos modos de flambagem através da Teoria Generalizada de Vigas (GBT) e do Método dos Elementos Finitos (MEF). Foram analisados modelos numéricos com a aplicação de carga centrada e condições de contorno de extremidades rotuladas. A simulação via MEF foi validada através da comparação dos resultados obtidos numericamente e experimentalmente com dispersão máxima de 5,3%.

Neiva (2017) avaliou a influência de perfurações e de excentricidade na aplicação da carga em colunas de seção rack através do Método dos Elementos Finitos. Foram analisados diferentes tamanhos e inclinações de furos e variou-se também o comprimento da alma da seção. Além disso foi avaliada a influência da excentricidade do carregamento através do arranjo dos furos. Ao final, foi proposta uma nova formulação de cálculo de força resistente de compressão.

Elias (2018) analisou teórica e experimentalmente a influência da utilização de contraventamentos em sistemas de armazenagem em comparação com a utilização de colunas isoladas. Foram avaliadas diferentes seções transversais e comprimentos e observou-se que o comprimento total da coluna e o comprimento destravado influenciam nos modos de flambagem, e que se faz necessária uma atualização das curvas de flambagem para que sejam consideradas possíveis perfurações e a ampliação das formas de seção transversal consideradas bem como da junção de diferentes modos de flambagem.

Coimbra (2021) analisou através do Método das Faixas Finitas e do Método da Resistência Direta colunas de seção rack com e sem enrijecedores e com diferentes condições de restrições de utilização a fim de otimizar a escolha de seções com maior tensão resistente. Foi observado que o processo de otimização está relacionado ao comprimento destravado da coluna e às restrições de utilização impostas ao modelo numérico.

Starlino (2023) avaliou o comportamento de colunas com perfurações considerando o travamento da seção transversal de forma intermitente ao longo de seu comprimento. Foram avaliados diferentes comprimentos via Método dos Elementos Finitos (MEF) e via Teoria Generalizada de Vigas (GBT). Também foram comparados os resultados obtidos para forças axiais de flambagem com e sem o travamento da seção transversal. Observou-se que os travamentos são responsáveis por aumentar o valor das forças axiais de flambagem e a resistência das colunas e que as formulações previstas normativamente estão alinhadas aos resultados obtidos através de análises numéricas.

#### 2.1 Fenômenos de flambagem

De acordo com Zieman (2010), o fenômeno da flambagem ocorre quando o elemento perde seu formato original como resultado de uma deformação elástica ou inelástica. Existem diferentes tipos de flambagem, entre eles a flambagem local, a flambagem global e a flambagem distorcional.

O fenômeno da flambagem local de placa (Figura 2) caracteriza-se pela deformação apenas das paredes da seção, que perdem estabilidade. Neste caso, os ângulos internos permanecem indeslocáveis.



Figura 2 - Flambagem local de placa. (Garcia, 2015).

A flambagem distorcional (Figura 3) ocorre mais comumente em perfis com enrijecedores de borda e é caracterizada pelo deslocamento de pelo menos um dos vértices da seção. De acordo com Schafer (2000), esse fenômeno também pode apresentar rotação no encontro alma-flange em algumas seções típicas como a seção rack.



Figura 3 - Flambagem distorcional em uma seção tipo rack (ABNT NBR 14762 (2010)).

Por sua vez, a flambagem global pode ocorrer de duas formas. A primeira é denominada flambagem global por flexão e é caracterizada por um deslocamento causado pela flexão que ocorre pela compressão do elemento, sem que sua seção transversal seja modificada. A segunda forma da flambagem global denomina-se flambagem global por flexo-torção e caracteriza-se pela junção dos fenômenos de flexão por compressão e por torção. Essa combinação de fenômenos de instabilidade provoca o deslocamento da seção do elemento sem que ocorra deformação na mesma, como pode ser visto na Figura 4.



Figura 4 – Flambagem global: (a) Por flexão; (b) Por flexo-torção (Garcia, 2015).

#### 2.2 Métodos de dimensionamento

A norma brasileira que rege o dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio é a ABNT NBR 14762:2010. De acordo com Rodrigues e Barros (2001), sua primeira versão, vigente a partir de 2001, teve como referência os requisitos do American Iron and Steel Institute (AISI) que propunha o Método dos Estados Limites para o dimensionamento. A primeira versão da ABNT NBR 14762 ainda trazia algumas recomendações de outras normas internacionais, como do European Committee for Standardization (EN) e da norma australiana AS/NZS 4600:1996.

Atualmente, a versão vigente da norma traz em seu escopo três métodos de dimensionamento distintos para PFF.

#### 2.2.1 Método da Largura Efetiva

De acordo com a ABNT NBR 14762 (2010), o Método da Largura Efetiva (MLE) considera a flambagem local através da redução das dimensões da seção transversal de uma barra total ou parcialmente comprimida. Em sequência, é considerado também o efeito de flambagem distorcional para barras submetidas a flexão ou a compressão.

Se uma chapa é submetida à compressão uniforme, as tensões longitudinais tendem a se distribuir de maneira uniforme pelo elemento até atingir-se o ponto de flambagem local elástica, que ocasiona o surgimento de distribuição não uniforme de tensões longitudinais no elemento (Costa, 2012).

A reorganização das tensões no elemento se dá devido ao surgimento de deformações causadas pela flambagem local que diminui a rigidez da chapa. Essa diminuição da rigidez da chapa é simulada no método através da substituição da largura original do elemento por uma largura efetiva, menor que a original.

A norma traz ainda uma consideração sobre as bordas das seções dos elementos em PFF, que podem ser consideradas Apoiada-Apoiada (AA) ou Apoiada-Livre (AL). Assim, para uma seção U enrijecida tem-se que a alma é um elemento AA e as mesas podem ser consideradas elementos também AA, a depender das dimensões dos enrijecedores. Esses, por sua vez, são considerados elementos AL.

#### 2.2.2 Método da Seção Efetiva

No método da seção efetiva, a flambagem local é considerada reduzindo as dimensões da seção inteira a fim de se obter a seção efetiva.

Esse método possibilita obter os valores de força axial e flambagem elástica local sem a utilização de programas numéricos. A flambagem local elástica é obtida através da seguinte equação:

$$N_{l} = k_{\ell} \frac{\pi^{2} E}{12(1-\nu^{2})(b_{w}/t)^{2}} A$$

Onde  $k_{\ell}$  é o coeficiente de flambagem local para a seção completa que pode ser obtido de duas formas apresentadas na norma brasileira ABNT NBR 14762 (2010).

#### 2.2.3 Método da Resistência Direta

O Método da Resistência Direta considera os modos de flambagem global, distorcional e local para o dimensionamento quanto à compressão centrada ou à flexão simples.

Inicialmente, é necessário determinar os modos de flambagem elástica local e distorcional e as forças axiais ou momentos fletores associados a estes fenômenos de instabilidade. Para o fenômeno de flambagem global da barra os valores correspondentes às forças/momentos fletores responsáveis pela instabilidade são obtidos através da formulação apresentada nos itens 9.7.2 e 9.8.2.2 da ABNT NBR 14762 (2010).

Os modos de flambagem local e distorcional podem ser determinados através de soluções numéricas que realizem análise de estabilidade, a exemplo do Método das Faixas Finitas ou o Método dos Elementos Finitos.

Apesar de possibilitar a análise de qualquer combinação de tensões axiais, o método da resistência direta clássico possui algumas deficiências, como não possibilitar a previsão direta do dimensionamento de elementos submetidos a combinação de força axial e momento fletor, como é o caso de vigas-colunas.

#### 2.3 Cargas críticas de flambagem

Como visto anteriormente, o Método da Resistência Direta necessita que seja realizada uma análise de estabilidade para obter as cargas críticas de flambagem resultando na associação entre a capacidade resistente do elemento estudado e o seu modo de instabilidade.

A partir dos resultados obtidos na análise de estabilidade, é possível obter um gráfico denominado curva de assinatura que relaciona os comprimentos que a coluna pode assumir aos seus valores de carga crítica de flambagem. Ainda através da curva

de assinatura, é possível obter as cargas elásticas mínimas associadas a cada modo de flambagem.

De acordo com Savoyat, Gilbert e Teh (2012), a carga crítica de flambagem de cada faixa é calculada de maneira que sua deformação ocorra dentro de um comprimento de onda de meio seno que é chamado de comprimento de meia onda.

Ainda segundo Savoyat, Gilbert e Teh (2012), uma curva de assinatura ideal possui dois pontos de mínimo correspondentes às tensões local e distorcional, respectivamente, entretanto, uma análise pode resultar em um único ponto mínimo ou nenhum.

A análise de estabilidade pode ser realizada através de diferentes métodos numéricos, como o Método dos Elementos finitos (MEF), o Método das Faixas Finitas (MFF) e a Teoria Generalizada de vigas (GBT).

#### 2.4 Condições de contorno

As condições de restrição dos nós das extremidades do elemento estudado são determinantes para os resultados das análises estruturais. Neste trabalho serão avaliadas duas situações, a primeira situação representa extremidades sujeitas ao empenamento livre. A segunda situação considera as extremidades com empenamento restringido.

O empenamento é um fenômeno que ocorre quando um elemento de seção não tubular está submetido à torção e pode ser definido como uma deformação fora do plano da seção transversal causada por deslocamentos axiais não uniformes ao longo do contorno dessa seção. Na Figura 5 é apresentado um exemplo de empenamento devido à tração, onde pode ser observado a distribuição não uniforme das tensões.





O empenamento livre representa uma condição de contorno ideal onde as extremidades da coluna não estão presas a nada, o que torna viável que a solução analítica seja aplicada. Isso diminui a complexidade do problema e simplifica a análise. Neste caso, as seções das extremidades da coluna são livres para se deslocarem livremente e, portanto, são livres também para se deformar. Assim, a coluna passa a ser um elemento bi rotulado e as paredes das extremidades são consideradas rotuladas localmente. Os carregamentos axiais devem causar uma deformação uniforme no plano XY ao longo do eixo longitudinal do elemento estudado.

De acordo com Silva, Pierin e Silva (2014) quando o empenamento do elemento estudado não for impedido, as tensões que surgem ao aplicar o carregamento são parte de um estado de tensões de cisalhamento puro caracterizando um fenômeno de torção uniforme.

O empenamento restringido simula uma situação mais próxima à realidade, onde a coluna estará fixada em outros elementos estruturais, o que não permite que o elemento se desloque no plano em que se encontra sua seção transversal e, diferente do que ocorre no empenamento livre, as seções das extremidades não se deformam, o que simula que as extremidades da coluna estejam globalmente rotuladas.

Segundo Silva, Pierin e Silva (2014) quando ocorre a restrição do empenamento surgem no elemento tensões de tração e compressão e tensões de cisalhamento, o que caracteriza um fenômeno de torção não uniforme que precisa ser resolvido em duas etapas. A primeira etapa considera a torção uniforme e a segunda etapa, denominada torção com flexão, considera os efeitos causados pela restrição do empenamento.

Este tipo de condição de contorno, no entanto, requer soluções numéricas mais complexas e trabalhosas em termos de viabilidade computacional.

#### 2.5 Método dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) consiste em discretizar o problema estudado em elementos de tamanho e complexidade menores ligados através dos nós de contato entre eles com graus de liberdade definidos. Assim, a interação entre os elementos é analisada por um conjunto de equações algébricas com soluções numéricas encontradas através de métodos de otimização juntamente a algoritmos matriciais.

Dessa maneira, a modelagem numérica utilizando o MEF se inicia ao aplicar uma malha geométrica sobre o elemento estudado. A malha é responsável pela discretização do elemento que passa a se dividir em elementos menores interconectados por nós. Em seguida, são definidas as equações sobre as quais o sistema algébrico seja solucionado numericamente. Da mesma maneira, são definidas as condições de contorno do elemento estudado bem como os graus de liberdade dos nós da malha geométrica.

#### 2.6 Método das Faixas Finitas

O MEF pode ser aplicado a qualquer geometria, aceita a variação de materiais e quaisquer condições de contorno, entretanto, é um método que exige maior capacidade computacional para ser aplicado, o que o torna inviável na análise linear de elementos estruturais isotrópicos de uma única seção e com condições de contorno simplesmente apoiadas. No caso da discretização utilizando o Método das Faixas Finitas (MFF), o elemento estudado é dividido em faixas de igual largura que se estendem por todo o comprimento do elemento. Essas faixas conectam-se através do contato entre suas laterais, o que garante que essas subdivisões não apresentarão movimentos independentes.

De maneira geral, o MFF utiliza funções de forma polinomiais na análise da direção transversal e funções de forma trigonométricas para a análise da direção longitudinal do elemento, o que simplifica o processo de análise e torna a análise da carga crítica de flambagem mais rápida e mais viável.

Entretanto, segundo Lazzari e Batista (2021), apesar dessa discretização ser suficiente para satisfazer condições de contorno de um elemento prismático, o método apenas se aplica em casos em que ocorram pequenos deslocamentos. Por possuir menos graus de liberdade em sua formulação, o MFF não pode ser utilizado para o cálculo de grandes deslocamentos ou para o cálculo de tensões em sistemas estruturais.

O Método das Faixas Finitas foi inicialmente desenvolvido por Cheung (1976) e utiliza a Teoria de Placas Finas de Kirchoff, no qual cada faixa apresenta 8 graus de liberdade, onde 4 graus de liberdade estão em cada linha nodal, porém Li e Schafer (2009) ampliaram a formulação do MFF para que o método tivesse aplicação em problemas com condições de contorno diferentes de extremidades simplesmente apoiadas.

De acordo com Lazzari e Batista (2021), inicialmente determina-se a formulação matricial através do campo de deslocamento para, em seguida, determinar as

matrizes de rigidez geométrica e elástica para a flexão de placa e para as membranas. Depois das determinações iniciais, são montadas as matrizes globais, responsáveis pelos resultados de cargas críticas e dos modos de flambagem que surgem através de um problema de autovalor generalizado.

Na Figura 6 é apresentado um esquema onde são mostrados a discretização de um elemento através do MFF, a maneira como as faixas se conectam através do contato lateral, os graus de liberdade de uma faixa e as tensões iniciais de superfície que são aplicadas em cada uma das extremidades de cada faixa, impostas pelas condições de contorno às quais o elemento está submetido.



Figura 6 – (a) Discretização de um elemento em Faixas Finitas; (b) Graus de liberdade de uma faixa do elemento; (c) Tensões iniciais aplicadas nas extremidades de cada faixa (Li e Schafer, 2009).

A versão mais atual do MFF é o Método das Faixas Finitas Restringidas (MFFr), onde é possível aplicar restrições especificas às faixas do elemento a fim de obter os modos de deformação pré-definidos que sejam correspondentes aos modos típicos de instabilidade (flambagem global, distorcional e local de placa). Através disso, é possível investigar qual a participação de cada fenômeno de flambagem na instabilidade do elemento.

#### 2.7 Softwares para o cálculo das cargas críticas de flambagem

Existem alguns softwares capazes de calcular as cargas críticas de flambagem de um elemento estrutural utilizando diferentes métodos numéricos. Neste trabalho serão apresentados os programas gratuitos GBTul, que utiliza a Teoria Generalizada de Vigas (GBT); o CUFSM, que utiliza o Método das Faixas Finitas Restringido (MFFr); o FSTr que utiliza o Método das Faixas Finitas (MFF) e o software comercial Ansys.

#### 2.7.1 GBTUL

O software GBTul foi desenvolvido na Universidade de Lisboa por Bebiano et al (2010) e é baseado na Teoria Generalizada de Vigas (GBT), que, segundo Mesacasa (2016) consiste, de maneira sucinta, na aproximação do campo de deslocamentos por uma combinação linear de modos de deformação, assim os fatores de participação de cada modo de deformação se tornam os graus de liberdade do problema.

Basaglia (2010) define a Teoria Generalizada de Vigas como uma teoria que integra alguns conceitos da Teoria de Placas, os quais tratam a deformação da seção transversal como uma combinação linear de funções de forma, o que permite que a GBT seja utilizada para a análise de sistemas estruturais.

O Software gratuito GBTul permite o input de dados para a definição do material, como o Módulo de Young, o coeficiente de Poisson e o Módulo de Elasticidade Tenasversal, bem como para a definição das propriedades geométricas do elemento.

O programa disponibiliza a visualização dos nós principais e intermediários, dos materiais, das paredes do elemento e do sistema de coordenadas utilizado. Em seguida, são apresentados os possíveis modos de deformação do elemento estudado e as propriedades geométricas da seção transversal. Também é possível definir as condições de contorno do problema e o número de semi-ondas utilizado na análise.

Os resultados são apresentados através de uma curva de assinatura, onde se assimilam os comprimentos da viga/coluna às suas cargas críticas e aos seus modos

de flambagem. Também são apresentadas as porcentagens de influência de cada modo de flambagem a cada modo de instabilidade.

#### 2.7.2 CUFSM

O software CUFSM (Schafer, 2020) utiliza o Método das Faixas Finitas restringidas nas últimas versões para realizar a análise de estabilidade. De acordo com Coimbra (2021), essa atualização do MFF adiciona as equações de restrições aos campos de deslocamentos. As equações de restrições possibilitam que o resultado da análise de estabilidade apresente as porcentagens de influência de cada modo de flambagem ou, ainda, que o resultado seja decomposto para apresentar apenas um modo de flambagem.

Apesar das últimas atualizações, o CUFSM apresenta apenas a curva de assinatura para condições de contorno em que as extremidades estão simplesmente apoiadas, pois o deslocamento longitudinal pode ser representado por uma função seno de comprimento de meia onda.

O software pode ser utilizado através da interface gráfica do usuário (GUI) ou através da linguagem computacional MATLAB.

Através da GUI é possível definir as propriedades do material, como coeficiente de Poisson, Módulo de Young e Módulo de Estabilidade Transversal. Também é possível definir os pontos que vão formar a seção transversal e as divisões das faixas para a análise de estabilidade, bem como a espessura das paredes da seção.

Em seguida, é possível adicionar a tensão de escoamento e o programa calcula inicialmente valores para cargas axiais e momentos que o elemento pode suportar. Depois são aplicadas as condições de contorno do problema e é possível adicionar vetores de base dos modos de flambagem para a realização da análise de estabilidade.

Os resultados são apresentados no gráfico que representa a curva de assinatura, relacionando as cargas críticas de flambagem aos seus respectivos comprimentos e

apresentando os modos de flambagem correspondentes a esses comprimentos. Também é possível identificar a participação de cada modo de instabilidade nos comprimentos apresentados.

#### 2.7.3 Ansys

O software comercial Ansys utiliza o Método dos Elementos Finitos para a análise de estabilidade, o que possibilita que sejam realizadas análises de primeira e segunda ordem, também chamadas de análise linear e análise não linear.

A análise linear é um problema de autovalor que tem como resultado o modo de flambagem, apresentado graficamente e a carga crítica associada a ele.

O programa pode ser utilizado através de sua interface ou através de uma linguagem de programação própria, chamada Ansys Parametric Design Language (APDL), onde é possível definir qualquer geometria de seção pois os pontos que formam a seção transversal podem ser inseridos um a um. Também é possível inserir todas as propriedades do material, bem como é possível definir a malha de discretização que será utilizada na resolução do problema.

É possível, ainda, adicionar as condições de contorno, aplicar acoplamentos a nós para que respondam da mesma maneira aos deslocamentos ou restrições, aplicar forças em pontos escolhidos do elemento e definir quantos modos de flambagem serão apresentados na solução de cada comprimento.

O programa realiza uma análise de estabilidade por vez, portanto, faz-se necessário a utilização de um comando que automatize o aumento do comprimento em determinado acréscimo para que seja possível coletar as cargas críticas como resultado e associá-las aos comprimentos analisados. Também é possível salvar as imagens do elemento estudado deformado após a análise.

## 2.7.4 FSTr

O software gratuito Finite Strip Computer Application (FSTr) (Lazzari, 2020) está disponível no site do Centro Brasileiro da Construção em Aço (CBCA) e utiliza o Método das Faixas Finitas para a análise de estabilidade. O programa possui uma interface simples onde em apenas uma janela podem ser inseridos os dados da geometria estudada e as condições de contorno e quantidades de comprimentos de onda longitudinais utilizados na análise.

Na mesma janela, apresentada na Figura 7, são apresentados os resultados da análise de estabilidade através de uma curva de assinatura que relaciona os comprimentos do elemento às suas cargas críticas. Também é possível visualizar a deformação de cada comprimento em 2D ou em 3D.



Figura 7 – Interface do programa FSTr.

# 3. METODOLOGIA

Para realizar uma análise de cargas críticas e relacioná-las aos seus respectivos modos de flambagem foi realizada uma análise linear através do software comercial Ansys a fim de construir a curva de assinatura do elemento estudado.

A análise numérica foi realizada através da linguagem de programação do Ansys, a APDL (Ansys Parametric Desing Languange). A seção analisada possui alma de 100mm, mesas de 50mm, enrijecedores de 17mm e espessura de 3,5 mm, enquanto o comprimento do elemento variou de 2000mm a 4000mm. Essa geometria foi escolhida por ser uma seção comercial e está apresentada abaixo na Figura 8.



Figura 8 – Seção estudada.

O elemento utilizado para representar o modelo numérico foi o SHELL 181, um elemento de casca que possui quatro nós e seis graus de liberdade, sendo eles três translações e três rotações. Além disso, foram admitidos os seguintes parâmetros para o aço, segundo a NBR 14762 (2010):

- Módulo de elasticidade (E) igual a 200 GPa;
- Módulo de elasticidade transversal (G) igual a 77 GPa;
- Coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) igual a 0,3.

# 3.1 Condições de contorno

Foram analisadas duas situações distintas para as condições de contorno. Na primeira situação, é simulada uma coluna rotulada com empenamento restringido através acoplamento dos nós das seções de extremidades da coluna a um nó mestre. A segunda situação simulada foi uma coluna com empenamento livre, onde a análise foi realizada sem o acoplamento dos nós das extremidades do elemento estudado.

# 3.1.1 Coluna com empenamento livre

A fim de simular uma coluna simplesmente apoiada, os nós das extremidades da coluna tiveram seus deslocamentos restringidos nas direções de X e Y, que representam o plano da seção transversal. A força unitária foi dividida pelo número de nós da seção da extremidade da coluna, onde o carregamento foi aplicado.

Além disso, restringiu-se um ponto na metade do comprimento da coluna para impedir que ocorresse o deslocamento de corpo rígido, como apresentado na Figura 9 e a malha utilizada teve o espaçamento uniforme de 4 mm.



Figura 9– Condições de contorno simulando empenamento livre.

#### 3.1.2 Coluna com empenamento restringido

Os nós das extremidades da coluna foram acoplados em todas as direções para que respondessem ao deslocamento da mesma maneira, assim, simulando uma condição de empenamento restringido. A força foi aplicada em um nó de um dos enrijecedores da seção de maneira a simular a aplicação de um carregamento centrado à coluna. A malha utilizada na coluna teve espaçamento uniforme de 4 mm.

A força foi aplicada nas duas extremidades da coluna e nos dois pontos de aplicação, os graus de liberdade do elemento foram restritos em duas direções, conforme ilustrado na Figura 10. Além disso, também houve a restrição de um ponto na metade do comprimento da coluna a fim de evitar o deslocamento de corpo rígido.



Figura 10 – Condições de contorno simulando empenamento restringido.

#### 3.2 Modos de flambagem obtidos pelo Ansys

Foram realizadas 42 análises no software Ansys a fim de obter as cargas críticas de flambagem da coluna entre os comprimentos de 2000mm a 4000mm. Das análises realizadas, 21 foram feitas considerando o empenamento restringido pela utilização dos acoplamentos dos nós das extremidades. As 21 análises restantes foram feitas considerando o empenamento do elemento livre, portanto, não foram utilizados os acoplamentos dos nós das extremidades a um nó mestre.

O comprimento variou com o acréscimo de 100 mm e resultado associado ao primeiro modo de flambagem de cada comprimento foi armazenado para que fosse traçada a curva de assinatura do elemento.

Na Figura 11 é possível ver o resultado de uma das análises correspondente ao comprimento de 2000mm. É possível observar que nas duas situações o modo de flambagem que ocorre é o global.



Figura 11 – Modos de flambagem para o comprimento de 2000 mm com (a) empenamento restringido e (b) empenamento livre.

Como esperado, é possível observar que nas extremidades da coluna que teve o empenamento restringido não ocorreu deformação, ou seja, as seções das extremidades da coluna permaneceram indeformadas, enquanto nas seções das extremidades da coluna com o empenamento livre foi possível observar que ocorreu deformação. O mesmo comportamento pode ser observado para os comprimentos: 2500 mm, apresentado na Figura 12, 3000 mm, apresentado na Figura 13, 3500 mm, apresentado na Figura 14 e 4000 mm, apresentado na Figura 15. Nas imagens apresentadas a seguir, apesar da variação do comprimento, é possível observar que nas colunas em que o empenamento foi restringido, as seções das extremidades permaneceram indeformadas, enquanto nas colunas que tiveram o empenamento livre como condição de contorno, as seções das extremidades se deformaram.



Figura 12– Modos de flambagem para o comprimento de 2500 mm com (a) empenamento restringido e (b) empenamento livre.



Figura 13 – Modos de flambagem *para o comprimento de 3000 mm com* (a) empenamento restringido e (b) empenamento livre.



Figura 14 – Modos de flambagem *para o comprimento de 3500 mm com* (a) empenamento restringido e (b) empenamento livre.



Figura 15 - Deformação para o comprimento de 4000 mm com (a) empenamento restringido e (b) empenamento livre.

# 3.3 Análise de estabilidade realizada pelo FSTr

Inicialmente, definiu-se a seção utilizada na análise para que fosse coincidente com a geometria analisada pelo Ansys.

Foram definidas as dimensões da seção, bem como o coeficiente de Poisson e o Módulo de Young do elemento, 0,3 e 200 GPa, respectivamente. Também foi aplicado um carregamento centrado unitário nas duas extremidades da coluna, que foram consideradas engastadas. O comprimento de onda utilizada para a análise longitudinal do elemento foi de meia onda de seno.

Para a aplicação do Método das Faixas Finitas a alma da seção foi dividida em 9 faixas, as mesas foram divididas em 6 faixas e os enrijecedores foram divididos em 3 faixas, como pode ser visto na Figura 16.



Figura 16 - Divisão da seção em faixas para aplicação do MFF.

A análise de estabilidade feita pelo FSTr para as extremidades com empenamento restrito gerou a curva de assinatura apresentada na Figura 17, e a análise para as condições de contorno de empenamento livre está apresentada na Figura 18.



Figura 17 – Análise de estabilidade com empenamento restringido.



Figura 18– Análise de estabilidade com empenamento livre.

## 4. **RESULTADOS**

Os resultados obtidos nas análises de estabilidade realizadas pelo Ansys e pelo FSTr para as duas condições de contorno analisadas estão apresentados na Tabela 3, onde L representa o comprimento das colunas e PCr representa a carga crítica de flambagem.

Para os valores obtidos pelo FSTr, foi necessário realizar uma interpolação de dados realizada através de uma regressão linear pelos pontos obtidos na curva de assinatura gerada pelo software pois o programa não possibilita a escolha de comprimentos para além dos pré-definidos.

Empenamento restrito			
Ansys		FSTr	
L (mm)	PCr (kN)	L (mm)	PCr (kN)
2000	396,7	2000	379,1
2100	364,9	2100	355,3
2200	337,2	2200	332,5
2300	313,0	2300	306,7
2400	291,7	2400	285,9
2500	272,8	2500	270,0
2600	256,0	2600	251,2
2700	241,0	2700	233,4
2800	227,6	2800	218,6
2900	215,5	2900	203,8
3000	204,6	3000	194,0
3100	194,7	3100	180,2
3200	185,7	3200	177,4
3300	177,4	3300	179,6
3400	169,9	3400	171,8
3500	163,0	3500	162,0
3600	156,7	3600	153,1
3700	150,8	3700	145,3
3800	145,4	3800	143,5
3900	140,4	3900	139,7
4000	135,7	4000	134,9

Tabela 1 – Resultados das análises de estabilidade realizadas	nos programas Ansys e FSTr
---	----------------------------

Empenamento livre				
Ansys		FS	FSTr	
L (mm)	PCr (kN)	L (mm)	PCr (kN)	
2000	119,2	2000	129,0	
2100	111,9	2100	119,0	
2200	105,5	2200	109,8	
2300	99,9	2300	100,7	
2400	95,0	2400	86,4	
2500	90,6	2500	78,1	
2600	86,6	2600	70,2	
2700	83,1	2700	67,8	
2800	77,7	2800	60,7	
2900	72,5	2900	59,0	
3000	67,7	3000	52,7	
3100	63,5	3100	49,9	
3200	59,6	3200	46,4	
3300	56,0	3300	41,3	
3400	52,8	3400	40,7	
3500	49,8	3500	40,4	
3600	47,1	3600	37,5	
3700	44,6	3700	35,1	
3800	42,3	3800	32,0	
3900	40,2	3900	29,3	
4000	38,2	4000	27,0	

A partir dos resultados das análises obtidas nos programas Ansys e FSTr para as condições de empenamento livre e restringido foi traçada a curva de assinatura para a coluna estudada. O gráfico está apresentado na Figura 19.



Figura 19 – Cargas críticas de flambagem da coluna obtidas pelo Ansys e pelo FSTr.

Observa-se que as curvas com as mesmas condições de contorno, mesmo que os resultados tenham sido obtidos através de métodos computacionais diferentes, se aproximam. Isso pode ser explicado pela baixa complexidade do problema, onde foi utilizada uma seção simples e sem perfurações.

Nas curvas com o empenamento restringido é possível observar que os valores obtidos pelo Ansys foram sempre superiores, mas essa diferença se afunilou perto do comprimento de 3500mm. Como o Método dos Elementos Finitos é mais preciso que o Método das Faixas Finitas, era esperado que as análises feitas pelo MFF fossem mais conservadoras.

Também é possível observar que a restrição do empenamento acrescenta muito no valor da carga crítica de flambagem da coluna, o que pode ser explicado pela distribuição complexa de tensões normais e transversais que surge ao acrescentar elementos nas extremidades que impeçam essas seções de deformarem para além de seu próprio plano. Além disso, ao comparar as curvas geradas pelo FSTr entre si e as curvas geradas pelo Ansys entre si observa-se que ao aumentar o comprimento da coluna, a diferença do valor da carga crítica de flambagem entre as análises realizadas com restrição de empenamento e sem restrição de empenamento decai, como pode ser observado na Figura 20. Isso pode ser visto pela aproximação das curvas que representam a análise via MEF e pela aproximação das curvas que representam a análise via MFF, que se aproximam ao atingir o comprimento de 4000mm e se afastam próximas ao comprimento de 2000mm.



# Figura 20 – Diferença da carga crítica de flambagem entre as duas condições de contorno analisadas.

Ao analisar os valores obtidos pelo Ansys, para o comprimento de 2000 mm, a diferença entre as duas condições de contorno analisada foi de aproximadamente 277 kN, enquanto para o comprimento de 4000 mm a diferença é de aproximadamente 97kN. A diferença entre as duas condições de contorno obtidas pelo FSTr para o comprimento de 2000mm foi de aproximadamente 250 kN, enquanto para o comprimento de 4000mm, a diferença foi de 108 kN.

# 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo avaliar a influência da restrição do empenamento em colunas de Perfil Formado a Frio de seção U enrijecido através de análises computacionais.

Foram realizadas duas análises computacionais pelo Ansys através de um modelo numérico no MEF a fim de simular duas situações. A primeira situação simula condições reais, onde as extremidades da coluna estariam presas a outros elementos estruturais. A segunda situação simula condições ideais, onde o elemento estaria livre para empenar, o que simplifica a análise. Foram avaliadas colunas com comprimentos de 2000 mm a 4000 mm a fim de avaliar a influência da restrição do empenamento no modo de flambagem global e na carga crítica de flambagem das colunas.

Além disso, as duas condições de contorno citadas também foram analisadas através do software FSTr, que utiliza o MFF para a análise computacional a fim de validar os resultados obtidos via MEF.

Foi possível perceber que apesar de as condições de contorno que possibilitam o empenamento simplificarem as análises, elas simulam algo muito diferente da realidade e diminuem consideravelmente a carga crítica de flambagem das colunas.

#### 5.1 Sugestões para trabalhos futuros

 Análise da aplicação dos Métodos de Elementos Finitos e de Faixas Finitas para a construção de uma curva de assinatura de uma coluna em Perfil Formado a Frio;

 Verificação da influência da excentricidade na capacidade resistente de uma viga-coluna através do Método da Resistência Direta.

# Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 14762 -

Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio, (2010).

ANSYS, Ansys program version 18.1. Finite Element Software. Ansys Incorporation. (2018).

AS/NZS 4600:1996. Cold Formed Steel Structures Standards Australia & Standard New Zealand. Australian/New Zealand Standard, 2016.

BASAGLIA, Cilmar Donizeti. Análise não linear de barras e pórticos metálicos utilizando a Teoria Generalizada de Vigas. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, Lisboa: (2010).

BEBIANO R., Stability and Dynamics of Thin-Walled Members: Application of Generalised Beam Theory, Ph.D. Thesis, IST, Technical University of Lisbon, 2010.

CHEUNG, Y.K. Finite Strip Method in Structural Analysis.1 <sup>a</sup> edição - January 1, 1976.

COSTA, A. A. R. Estudo da Flambagem Local de Perfis U Enrijecidos em Situação de Incêndio. Dissertação de mestrado. UFMG, 2012.

COIMBRA, K.F. Otimização de colunas em perfis formados a frio de seção transversal tipo rack. Tese apresentada para obtenção de mestrado. UFOP, 2021.

ELIAS, G.C. Análise de painéis contraventados de sistemas de armazenagem industriais. Dissertação de Mestrado, Ouro Preto: PROPEC-UFOP, 2018.

FSTr, Finite Strip Computer Application version FSTr140. Finite Strip Software. COPPE/UFRJ.

GARCIA, RAFAELA ALVES SANCHES. Behaviour and DSM desing of cold-formed steel web/flange stiffened lipped channel columns experiencing distortional failure.2015. Tese – COOPE UFRJ, Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia, Rio de Janeiro, 2016.

LAZZARI, J.A.; BATISTA, E.M. Finite strip method computer application for buckling analysis of thin-walled structures with arbitrary cross-sections. REM - International Engineering Journal 3 <sup>a</sup> edição, páginas 334-344, 2021.

LAZZARI, J.A. Distortional-global interaction in cold-formed steel lipped channel columns: buckling analysis, structural behavior and strength. Tese apresentara para obtenção de mestrado. COPPE, UFRJ, 2020.

LI, Z.; SCHAFER, B. Finite strip stability solutions for general boundary conditions and the extension of the constrained finite strip method. Johns Hopkins University, 2009.

MESACASA JÚNIOR, E.C. Aplicação da teoria generalizada de vigas à análise de pórticos metálicos planos com ligações semirrígidas. Tese apresentada para obtenção de doutorado. USP Campus São Carlos, 2016.

NEIVA, L. H. d. A., Análise da influência da variação de perfurações no comportamento e capacidade de carga de perfis formados a frio de seção tipo rack. Dissertação de Mestrado: PROPEC - UFOP (2017).

RODRIGUES, F. C. E BARROS JR, P. P., Dimensionamento de Estruturas de Perfis Formados a Frio Segundo o AISI-96 e a Norma Brasileira. XXIX Jornadas Sudamericanas de Ingenieria Estrutural, 2000.

SAVOYAT, T. J. M.; GILBERT, B. P.; TEH, L. H. Self-shape optimisation of coldformed steel columns. Research Report CIEM/2012/R01, 2012.

SCHAFER, B. Distortional buckling of cold-formed steel columns. Final report- The American Iron and Steel Institute, 2000.

SCHAFER, B. W. Constrained and unconstrained finite strip method (CUFSM). Version 5.04, Johns Hopkins University, 2020. Disponível em: <a href="https://www.ce.jhu.edu/cufsm/">https://www.ce.jhu.edu/cufsm/</a>

SILVA, E. L.; PIERIN, I.; SILVA, V. P., 2014. Estruturas Compostas por Perfis Formados à Frio: Dimensionamento pelo Método das Larguras Efetivas e Aplicação Conforme ABNT NBR 14762:2010 e ABNT NBR 6355:2012. Rio de Janeiro: Instituto Aço Brasil.

SOUZA, F. T., Análise Teórico-Experimental da Estabilidade de Colunas Perfuradas em Perfis de Aço Formados a Frio em Seções Tipo Rack. Ouro Preto: Tese de Doutorado, PROPEC - UFOP (2013).

STARLINO, J.A.B. Estudo do comportamento de colunas de sistemas de armazenagem considerando o fechamento intermitente da seção transversal. Ouro Preto: Tese de mestrado, PROPEC – UFOP (2023).

ZIEMIAN, R.D., 2010. Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 6th Edition, John Wiley & amp; Sons, New York.