

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E APLICADAS  
CAMPUS JOÃO MONLEVADE

**ALOCAÇÃO ÓTIMA DE PMUs EM SISTEMAS DE  
POTÊNCIA UTILIZANDO O ALGORITMO DE COLÔNIA DE  
FORMIGAS**

RENATO BATISTA DE CARVALHO

JOÃO MONLEVADE/ MG

2023

RENATO BATISTA DE CARVALHO

**ALOCAÇÃO ÓTIMA DE PMUs EM SISTEMAS DE  
POTÊNCIA UTILIZANDO O ALGORITMO DE COLÔNIA DE  
FORMIGAS**

Trabalho de Conclusão de curso apresentado à Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Elétrica pelo Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas da Universidade Federal de Ouro Preto.

Orientador: Prof<sup>o</sup> Dr. Wilingthon Guerra Zvietcovich

JOÃO MONLEVADE / MG

2023

## SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

C331a Carvalho, Renato Batista de.  
Alocação ótima de PMUs em sistemas de potência utilizando o algoritmo de colônia de formigas. [manuscrito] / Renato Batista de Carvalho. - 2023.  
62 f.: il.: , gráf., tab..

Orientador: Prof. Dr. Willington Guerra Zvietcovich.  
Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto.  
Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas. Graduação em Engenharia Elétrica .

1. Algoritmos. 2. Energia elétrica - Transmissão. 3. Medidores elétricos. 4. Redes elétricas. 5. Sistemas de energia elétrica. I. Zvietcovich, Willington Guerra. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 621.31

Bibliotecário(a) Responsável: Flavia Reis - CRB6-2431



## FOLHA DE APROVAÇÃO

**Renato Batista de Carvalho**

### **Alocação Ótima de PMUs em Sistemas de Potência utilizando o Algoritmo de Colônia de Formigas**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Elétrico

Aprovada em 28 de Março de 2023

#### Membros da banca

Dr. Wilingthon Guerra Zvietcovich - Orientador (Universidade Federal de Ouro Preto)  
Dr. Francisco Ricardo Abrantes Couy Baracho (Universidade Federal de Ouro Preto)  
Dra. Wendy Yadira Eras Herrera (Universidade Federal de Ouro Preto)

Wilingthon Guerra Zvietcovich, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 08/03/2023



Documento assinado eletronicamente por **Wilingthon Guerra Zvietcovich, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 08/03/2023, às 10:27, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [http://sei.ufop.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0486110** e o código CRC **0FABE141**.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus Pais por sempre darem o máximo na realização dos meus objetivos.

Agradeço a aquele que sempre esteve ao meu lado para me proteger, Jesus Cristo.

Ao meu orientador Wilingthon Guerra Zvietcovich, por me apresentar ao mundo da pesquisa científica. Agradeço por todas as oportunidades a mim concedidas e por compartilhar comigo o seu conhecimento.

Aos professores do DEELT por terem contribuído com minha formação profissional.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação e justificativa .....	4
1.2 Objetivos.....	5
1.3 Divisão do trabalho .....	5
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>6</b>
<b>3 MODELAGEM DO PROBLEMA .....</b>	<b>12</b>
3.1 Problema de recobrimento.....	12
3.2 Analogia entre Problema de Recobrimento e o Problema de Alocação de PMUs .....	12
3.3 Formulação Matemática do Problema de Alocação de PMUs .....	15
3.4 Formulação Matemática do Problema de Alocação de Monitores .....	19
3.5 Exemplos de Redes de Energia Elétrica.....	22
3.6 Construção da Matriz de Densidade através das matrizes auxiliares.....	26
3.7 Exemplos utilizando a nova matriz de densidade D .....	28
3.8 Comparação entre os métodos de construção da Matriz de Densidade .....	33
<b>4 IMPLEMENTAÇÃO DA METODOLOGIA ACO AO PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE PMUs.....</b>	<b>35</b>
4.1 Otimização por Colônias de Formigas .....	35
4.2 ACO Aplicado ao Problema do Caixeiro Viajante .....	40
4.3 ACO aplicado ao Problema de Alocação de PMUs.....	47
<b>5 RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>53</b>
5.1 Análises de Resultados .....	53
5.5 Comparação dos resultados .....	56
<b>6 CONCLUSÕES .....</b>	<b>57</b>
<b>7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>58</b>
<b>APÊNDICE .....</b>	<b>60</b>

## RESUMO

A proposta deste trabalho é a de apresentar a implementação e a aplicação da técnica de Colônia de Formigas (ACO, do inglês *Ant Colony Optimization*) para resolver o problema de alocação ótima de Unidades de Medidas Fasoriais (PMU, do inglês *Phasor Measurement Units*) em sistemas de transmissão de energia elétrica, tendo foco a observabilidade direta (via medição) ou indireta (via cálculos elétricos) das tensões em todos os barramentos. O objetivo do algoritmo é minimizar o custo do investimento na instalação de PMUs em uma rede elétrica. Para validação da metodologia foram realizadas simulações em redes elétricas de diferentes tamanhos e os resultados comparados com outras técnicas de otimização encontradas na literatura.

**Palavras-chave:** PMUs; Monitoramento; Colônia de Formigas; Sistemas Elétricos.

## **ABSTRACT**

The purpose of this work presents the implementation and application of the “ACO-Ant Colony Optimization” technique to solve the problem of optimal allocation of “Phasor Measurement Units” (PMUs) in electric power transmission systems, focusing on direct (via measurement) or indirect observability (via electrical calculations) of the voltages on all buses. The objective of the algorithm is to minimize the investment cost of installing PMUs in an electrical network. To validate the methodology, simulations were carried out in electrical networks of different sizes and the results were compared with other optimization techniques found in the literature.

**Keywords:** PMUs; Monitoring; Ant Colony; Electrical Systems.

## LISTA DE FIGURAS

1.1: Estrutura básica de um SMFS.....	02
3.1: Mapa de uma cidade dividida em quatro bairros.....	13
3.2: Instalação no bairro 1, atendendo os bairros 2,3 e 4.....	13
3.3: Instalação no bairro 3, atendendo os bairros 1,2 e 4.....	14
3.4: Instalação nos bairros 2 e 4, atendendo os bairros 1 e 3.....	14
3.5: Rede Esquemática.....	22
3.6: Diagrama unifilar de 3 barras.....	23
3.7: Sistema elétrico com 7 barras e 8 linhas.....	24
3.8: Diagrama unifilar de 3 barras.....	29
3.9: Sistema elétrico de 6 barras.....	30
4.1: Formigas numa trilha de feromônio entre o formigueiro e o alimento.....	36
4.2: Cidades do PVC.....	42
4.3: Formiga k escolhendo as rotas nas cidades do PVC.....	44
5.1: Desempenho da metodologia para as redes do IEEE.....	55
A.1: Rede IEEE 14.....	61
A.2: Rede IEEE 30.....	61
A.3: Rede IEEE 118.....	62

## LISTA DE TABELAS

3.1:Dados de topologia para uma rede de 3 barras e 2 linhas de transmissão.....	23
4.1:Tabela 4.1: Distância entre as cidades do PVC.....	40
4.2:Quantidade de feromônio inicial nas arestas.....	41
4.3:Probabilidade de transição- Passo 1.....	44
4.4:Probabilidade de transição- Passo 2.....	44
4.5:Probabilidade de transição- Passo 3.....	44
4.6:Probabilidade de transição- Passo 4.....	45
4.7:Solução completa com o término da primeira iteração.....	45
4.8: Feromônio inicial associado $\tau_0$ .....	48
4.9: Quantidade de feromônio inicial nas arestas.....	48
4.10: Formiga (k) distribuída randomicamente.....	49
4.11: Caminho percorrido pelas formigas (lista tabu).....	49
5.1: Parâmetros Heurísticos de Entrada.....	53
5.2:Resultados da simulação para os SEPs analisados.....	54
5.3: Comparação dos resultados com a literatura.....	56

## LISTA DE ABREVIATURAS

PMUs - *Phasor Measurement Units* (Unidades de Medidas Fasoriais)

MQEE - Medidores de Qualidade de Energia Elétrica

ACO - *Ant Colony Optimization* (Colônia de Formigas)

EE- Energia Elétrica

EE- Estimação de estado

D- Densidade

GPS- Sistema de Posicionamento Global

IEEE - *Institute of Electrical and Electronics Engineers*

PAOM - Problema de Alocação Ótima de Medidores

PDC- *Phasor Data Concentrator*

PCV- Problema do Caixeiro Viajante

QEE - Qualidade de Energia Elétrica

SEP - Sistema Elétrico de Potência

SCADA- *Supervisory Control and Data Acquisition*

SMFS- Sistema de Medição Fasorial Sincronizada

FO - Função Objetivo

PR - Problema de Recobrimento

VTCD - Variação de Curta Duração

CEMIG - Companhia Energética de Minas Gerais S.A.

MQP- Mínimos Quadrados Ponderados

WECC- *Western Electric Coordinating Council*

EIPP - *Eastern Interconnection Phasor Project*

## 1 INTRODUÇÃO

Desde a instalação dos primeiros geradores e linhas de transmissão até os dias atuais, os Sistemas Elétricos de Potência (SEPs) têm se tornado mais interligados e extensos, abrangendo grandes áreas e atendendo demandas cada vez maiores. A intensificação deste processo, somado a fatores como regulamentação cada vez mais rigorosa do setor e a contínua incorporação de novas tecnologias de equipamentos, têm aumentado de sobremaneira a complexidade operacional dos SEPs. Surge então a necessidade de um constante aprimoramento dos métodos e instrumentos dedicados à monitoração e controle da operação destes, em tempo real.

O monitoramento da Qualidade da Energia Elétrica (QEE) é uma das questões modernas tratadas no mercado de energia elétrica, havendo a necessidade de dimensionar índices comuns de QEE, e quais são resultado da síntese, redução ou extração de um grande volume de dados de medição de QEE.

Um SEP é constituído por usinas geradoras, linhas de transmissão de energia e sistema de distribuição de energia elétrica. Estes sistemas têm se tornando cada vez mais extensos e interligados, abrangendo grandes áreas e atendendo as demandas cada vez maiores. Um SEP deve ser monitorado e conseqüentemente analisado visando garantir uma operação dentro de faixas de segurança e atender as normas de QEE. Neste processo, torna-se importantíssimo o monitoramento do SEP, que é o foco deste trabalho, o qual consiste na alocação da mínima quantidade de PMUs visando garantir o monitoramento do SEP.

A intensificação deste processo, somado a fatores como a regulamentação mais estrita do setor, envelhecimento da infraestrutura e a necessidade de melhores ferramentas para monitoração e controle, aumentam a confiabilidade e segurança da operação, além da contínua incorporação de novas tecnologias de equipamentos. São fatores que têm aumentado imensamente a complexidade operacional dos sistemas de energia elétrica.

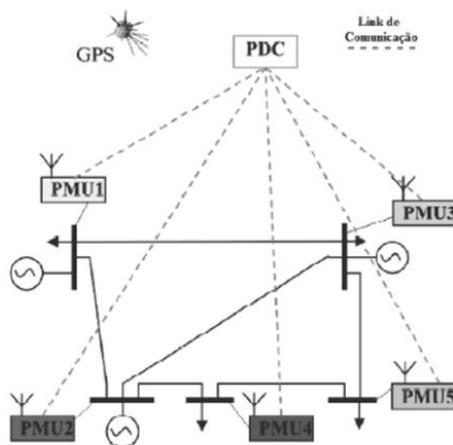
Para monitorar um SEP, são utilizados diferentes tipos de medidores. Antigamente se utilizava medidores que registravam valores eficazes das grandezas elétricas. Por exemplo, utilizar esses valores nos relés de proteção e disjuntores para proteger o SEP frente a uma falta elétrica. No entanto, as faltas ocultas do sistema de proteção têm sido muitas vezes os principais suspeitos de parcial ou blecautes generalizados (DOBAKSHARI; RANJBAR, 2014).

Surge então a necessidade de um constante aprimoramento dos métodos e instrumentos dedicados à monitoração e controle da operação destes, em tempo real (EHRENSPERGER, 2003).

Com o tempo, foram utilizados medidores que registram além do valor eficaz, valores dos ângulos das grandezas elétricas e conhecidas como PMUs.

A PMU é um dispositivo de medição dos valores de tensão e corrente, com uma referência temporal comum, que provém dos sinais obtidos via satélite, por utilizarem uma fonte eficaz de sincronização, fornecida pelo GPS (Sistema de Posicionamento Global). As PMUs viabilizam a realização da medição de grandezas fasoriais em instalações geograficamente distantes, com taxas de amostragem superiores ao sistema SCADA (*Supervisory Control and Data Acquisition*) tradicional e com precisão angular adequada aos requisitos da maioria das aplicações de monitoração e controle. As medidas são processadas e convertidas em fasores, com informações de magnitude e fase, pela PMU e assim enviadas ao concentrador de dados. O *Phasors Data Concentrator* (PDC) é uma unidade lógica que coleta os dados fasoriais e os dados de eventos discretos dos PMUs. A Figura 1.0 mostra a estrutura simplificada de um Sistema de Medição Fasorial Sincronizada:

Figura 1.1 - Estrutura básica de um SMFS.



Fonte: ANDRADE (2008)

Segundo Guerra (2009), atualmente o sistema de medição utilizado é implementado com base de dados provenientes de um conjunto de tele medidas redundantes, digitais e analógicas, que compõem o sistema SCADA. Esses dados, obtidos em intervalos regulares de

tempo, são recebidos e processados através de ferramentas computacionais chamadas Configurador de Rede e Estimador de Estado, para que se conheça a configuração do sistema e o perfil das tensões complexas nas barras.

A partir de um monitoramento eficiente, é possível estimar o estado do SEP. Em seguida, toma-se as medidas necessárias para otimizar a operação da rede, visando principalmente o aumento da confiabilidade (ABUR & EXPÓSITO, 2004; CHEN & ABUR, 2006; ZHAO, 2017; ZHAO ET. AL., 2015).

A estimação de estado é uma das funções mais importantes dos sistemas de gerenciamento de energia, visto que, ela está inclusa em um conjunto de funções, que busca simular a rede elétrica em tempo real para garantir a operação do sistema de energia elétrica. O processo de estimação de estado aplicado a sistemas elétricos de energia tem como objetivo fornecer uma imagem confiável, coerente e completa da operação do sistema, permitindo um monitoramento eficiente.

Essencialmente, o estimador processa tele medidas redundantes (magnitude de tensões nas barras, injeções de potência nas barras, fluxo de potência e/ou de corrente nos circuitos), corrompidas por erros diversos, para estimar valores de módulo e fase de tensões em todas as barras, isto é, o estado do sistema em regime permanente. A partir do estado é possível determinar outras variáveis necessárias para a análise e monitoramento do SEP.

Com a tecnologia da PMU, o processo de estimação de estado teve avanços significativos, uma vez que, existe a possibilidade de aquisições das medições equivalentes em tempo real.

Atualmente, observa-se que um dos principais objetivos de melhorar o perfil da monitoração em sistemas de energia elétrica seria através da utilização de somente PMUs no processo de estimação de estado, entretanto, o custo desse equipamento torna-se um fator preponderante.

Equipamentos de medições são instalados visando monitorar alguns parâmetros dos SEPs, os quais auxiliam os operadores na tomada de decisões. Na literatura, encontram-se trabalhos que indicam que, através das informações obtidas destes medidores, informações próprias do sistema de potência é possível monitorar a rede toda através de conceitos de Energia Elétrica EE e, desta forma, atender exigências de segurança e de QEE. Então, se cria a motivação para o estudo e desenvolvimentos de técnicas e metodologias que procuram minimizar os custos

de um sistema de monitoramento de um SEP (ALMEIDA ET AL.,2005,2007);(ATÂNÃSOAE; PENTIUC, 2014; MADTHARAD ET AL.,2005; AMMER & RENNER,2004).

## 1.1 Motivação e justificativa

Devido às novas características do setor de energia elétrica, a QEE se tornou um fator de elevada importância tanto para os consumidores e fabricantes de equipamentos quanto para as concessionárias de energia. Sendo assim, a QEE é um fator crucial para praticamente todos os setores industriais e de serviço.

Um monitoramento total de um sistema elétrico é consideravelmente caro, uma vez que o custo de medidores e sua devida instalação têm o preço elevado assim como a manutenção de cada equipamento de medição.

Valores estimados de tensão e corrente são obtidas por meio de medidores instalados na rede do SEP. Tendo em vista o alto custo de implementação dos medidores de QEE e as crescentes pesquisas para diminuição de gastos nos projetos de engenharia, pesquisadores apontam técnicas para determinar o número mínimo de medidores e sua melhor localização de alocação com a garantia do monitoramento da área de cobertura. A partir disso, cria-se a motivação para o desenvolvimento de técnicas que visam minimizar o custo total do sistema de monitoramento (ALMEIDA ET AL., 2005, 2007; AMMER & RENNER, 2004; MADTHARAD ET AL.,2005).

Um dos desafios encontrados pelos pesquisadores é reduzir o número de medidores instalados na rede elétrica, assim como a sua localização, garantindo a observabilidade total dos parâmetros do sistema elétrico.

Diante dos trabalhos pesquisados, surgiu-se a ideia de resolver esse problema utilizando-se novas técnicas de aplicação, neste caso, o Algoritmo Colônia de Formigas (ACO, do inglês *ant colony optimization algorithm*), pois tem sido usado para produzir soluções quase ótimas para problemas de recobrimento e também o algoritmo pode ser executado continuamente e se adaptar às mudanças em tempo real.

Desde a década 90, esse fenômeno do comportamento das formigas inspirou os meios acadêmicos e profissionais da área computacional na resolução de problemas de otimização, e a metodologia do ACO é a de mais sucesso e a de maior reconhecimento entre as

técnicas que se baseiam em comportamento real de formigas, já que pode ser utilizado com alta performance em vários tipos de problemas o (DORIGO; BLUM, 2005).

## 1.2 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é a aplicação da técnica de otimização chamada Algoritmo Colônia de Formigas, para resolver o problema de alocação de PMUs.

Já os objetivos secundários são apresentar trabalhos encontrados na literatura atual sobre o tema de alocação de PMUs visando apontar os avanços neste tema; apresentar a teoria sobre PMUs e da técnica ACO; construir o modelo matemático do problema e finalmente testar este modelo através da implementação computacional da metodologia e comparar com os resultados encontrados na literatura utilizando diferentes redes elétricas.

## 1.3 Divisão do trabalho

O trabalho está dividido em 6 capítulos. O capítulo 1 – “*Introdução*” descreve a motivação e justificativa do problema, destacando os objetivos, importância no meio acadêmico e o seu contexto na engenharia elétrica.

O capítulo 2 – “*Revisão Bibliográfica*” aborda os trabalhos recentes encontrados na literatura que tratam do tema de Alocação de PMUs.

O capítulo 3 – “*Modelagem do Problema*” apresenta a metodologia utilizada para a formatação de minimização do custo do sistema de monitoramento de QEE e as topologias das redes simuladas.

O capítulo 4 – “*Solução do Problema*” ilustra a técnica de otimização desenvolvida para a resolução do problema através do Algoritmo Colônia de Formigas.

O capítulo 5 – “*Resultados e Discussões*” apresenta os resultados obtidos utilizando diferentes redes elétricas.

Finalmente, o capítulo 6 – “*Conclusão*” apresenta a conclusão destacando a relevância do estudo para o sistema de energia elétrica e o meio acadêmico.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo tem como objetivo apresentar trabalhos encontrados na literatura que tratam sobre o tema deste trabalho, alocação de PMUs nos SEPs e temas relacionados como Estimação de Estado.

Algumas das técnicas estão baseadas em otimização clássica que buscam soluções exatas as quais estão limitadas ao tamanho das redes elétricas. A escolha de qual método aplicar na otimização de processo se dá por importantes fatores, tais como, o problema de explosão combinatorial, a impossibilidade da completa ou correta formulação matemática e algoritmo do problema, a capacidade computacional de processamento e memória, o tempo de processamento requerido, dentre outras (MONTICELLI, 1983; MATHIAS-NETO et al., 2000).

Em Olguinet *al* (2006), os autores apresentam um estudo sobre o problema de monitoramento ótimo para caracterização de variação de tensão de curta duração (VTCD) em sistemas de transmissão, no qual o objetivo é solucionar um problema de otimização inteira possibilitando encontrar um número mínimo de medidores e também a sua melhor alocação no SEP a fim de minimizar os custos do sistema de monitoramento, garantindo assim, a observabilidade dos eventos. As restrições do problema de recobrimento são retratadas através de simulações prévias de faltas em cada barra do sistema e a sensibilidade em perceber quedas de tensão causadas por essas faltas. O problema de otimização inteiro é resolvido com um algoritmo do tipo B & B e, em seguida, é utilizado um algoritmo genérico que avalia entre todas as soluções encontradas, quais são as mais indicadas para a avaliação dos afundamentos de tensão.

Almeida et al. (2005,2007), propõe um algoritmo para alocação ótima de medidores de QEE, em que o objetivo é identificar variações de tensão de curta duração (VTCD) causadas por curto circuito. A metodologia apresentada usa Algoritmos Genéticos e Lógica Nebulosa (Fuzzy) para determinar o número ótimo de medidores e sua localização ideal garantindo a observabilidade de todo o sistema elétrico. São simuladas faltas monofásicas e trifásicas em cada barra e trecho do sistema, de forma a se criar um método específico para realizar o monitoramento da QEE. Foram utilizadas três redes elétricas a fim de calcular o número mínimo de medidores necessários para toda a observabilidade do SEP, calculando os níveis de redundância e observabilidade. É feita a avaliação dos resultados fornecidos pela metodologia para uma rede de transmissão real de 154 barras. A metodologia também é aplicada na rede teste

de 30 barras do IEEE, de modo a permitir a comparação da mesma com trabalhos semelhantes na área.

Em Abur e Maganno (1999, 2001), foi realizada uma análise de alocação de medidores em relação a segurança estática do sistema. Os autores consideram contingências no SEP, como perdas de medidas, as quais alteram a observabilidade do sistema em estudo. O problema de otimização se trata do recobrimento, o qual leva em consideração as contingências. Foi implementado um algoritmo no qual minimiza o custo total do sistema de monitoramento e determina o número ótimo e a localização dos medidores. Esse trabalho foi de muita importância para o tema de QEE, pois foi um dos pioneiros ao resolver o problema de alocação de medidores em uma rede através de otimização linear inteira  $0-1$ , no qual depende fortemente da topologia da rede. São apresentados estudos de casos em redes de teste IEEE e uma rede de transmissão real da CEMIG. Os resultados são validados com a estimação das tensões e correntes na rede, a partir de grandezas monitoradas.

Schweppe et al. (1970) apresentaram um algoritmo de otimização, denominado EE, que tomando por base a redundância existente no sistema de medição, fazia uma filtragem nas medidas coletadas pelo SCADA e produzia a melhor estimativa possível para o estado do sistema. A EE necessita de um conhecimento prévio da topologia da rede e de medidas provenientes do sistema de monitoramento. O critério de filtragem escolhido foi o dos Mínimos Quadrados Ponderados (MQP). O conceito de redundância do sistema de medição pode ser definido como o excesso de medidas em relação ao mínimo que seria necessário para estimar o estado do sistema.

Singh (2009) apresenta uma avaliação de algumas metodologias de EE em redes de distribuição. É proposto um algoritmo de alocação de medidores que minimize a probabilidade do erro relativo entre os valores verdadeiros e estimados das grandezas elétricas. Segundo o estudo, a metodologia que envolve a minimização da soma ponderada dos valores absolutos dos resíduos, assim como outra metodologia estudada para a estimação generalizada de Schweppe-Huber ou Estimador SHGM, não pode ser aplicada em sistemas de distribuição. A fim de obter estimações consistentes e de boa qualidade, seriam necessárias modificações significativas nesses algoritmos. Já o estimador baseado no MQP apresentou um desempenho confiável e foi considerável aplicável para os sistemas de distribuição, funcionando bem quando as

características dos ruídos são conhecidas. Contudo, na ausência dessas informações o autor destaca que o método precisa ser modificado.

Conforme propuseram Bananomi e Gramberg (2014), um estimador de estado baseado na técnica de busca de grafos. O método consiste em um cálculo sequencial das magnitudes e módulos de tensão das barras feitas através de uma busca em largura num grafo de rede. Os fluxos de potência são calculados através das leis de Kirchhoff para corrente e tensão. A validação dos dados é feita através de testes de consistência utilizando as leis de Kirchhoff para corrente e tensão sobre valores medidos que não foram utilizados nos cálculos de tensão, fluxo de potência e correntes, isto é, sobre medidas redundantes.

No trabalho de Oliveira (2015), o autor apresenta uma metodologia para estimação estática de estados em sistema de distribuição elétrica que estima as correntes nos ramos como variáveis de estado utilizando medições de tensão e corrente de ramo fasoriais oriundas de PMUs. A metodologia consiste em resolver um problema de otimização não linear, minimizando uma função objetivo quadrática associada com as medições e estados estimados sujeitos às restrições de carga das barras da rede que não apresentam PMUs instaladas baseadas em dados históricos. Uma proposta de alocação de PMUs apresentada consiste em alocar duas unidades em cada ramificação do sistema, uma no começo e outra no final do trecho, procurando utilizar o menor número possível e que não comprometa a qualidade da EE. A resolução do problema de otimização é realizada através da ‘toolbox fmincon’ do software Matlab através da implementação computacional do Método de Pontos Interiores com Barreira de Segurança proposto na literatura utilizada. Foram analisados um sistema de distribuição tutorial de 15 barras e três sistemas encontrados na literatura contendo 33, 50 e 70 barras respectivamente. Assim os resultados obtidos foram validados usando um programa de fluxo de potência convencional e apresenta boa precisão com valor de função objetivo baixo mesmo na presença de ruídos nas medidas, refletindo de maneira confiável o real estado do sistema de distribuição, o que torna a metodologia proposta interessante.

Em Shelokar (2004), foi utilizado um algoritmo que emprega agentes distribuídos que imitam a maneira como as formigas reais encontram o caminho mais curto de seu formigueiro até a fonte de alimento e vice-versa. O algoritmo foi implementado e testado em vários conjuntos de dados simulados e reais. O desempenho desse algoritmo foi comparado com outros métodos estocásticos/ heurísticos populares.

Kao Cheng (2006) trata de um algoritmo para agrupamentos de dados inspirados no modelo do ACO. O algoritmo possui como modelo de espaço de solução um grafo que representa a matriz de objetos que devem ser agrupados. No grafo, cada formiga se movimenta em trechos, depositando feromônio neles e construindo uma solução. Os trechos que contém mais feromônios são mais atrativos para as outras formigas.

Em Dias (2011), foi realizada a técnica da ponte binária para analisar o comportamento das formigas. No início, as formigas escolhem aleatoriamente o caminho a ser percorrido, quando ainda não há feromônios pela trilha, assim com o decorrer do tempo um determinado trecho terá mais feromônios, assim atrai um maior número de formigas, até que unifiquem uma trilha e optam pelo trecho que possui uma distância menor. O método tratado possui atualização de feromônios, local e global. A atualização do feromônio local realiza a abertura/fechamento das chaves, determina a posição da chave. Já quando a formiga encontra uma solução é efetuada a atualização global. Ao aplicar o algoritmo ACO no problema de restauração é construída uma lista com as chaves de manobras que foram consideradas no processo de otimização. Inicialmente, se considerar todas as chaves fechadas, o rastro do feromônio é igual a zero. Conseqüentemente, ao abrir aleatoriamente as chaves e tornar sua topologia radial, começa então a surgir o rastro do feromônio (vetor feromônio). Ao iniciar o processo de otimização, considera-se que o processo se finaliza quando todas as formigas encontram o mesmo caminho, ou seja, o processo se encerra quando é alcançado o número máximo de iterações pré-definidas. A função objetivo busca minimizar o número de consumidores fora de serviço e a minimização do número de chaveamento para restabelecer a rede. Pelos resultados, observa-se que foram reduzidos as perdas elétricas e o número de chaveamentos, obtendo-se soluções de boa qualidade.

Em Kinawy (2014), é proposta uma abordagem para o posicionamento ideal de PMUs para observabilidade completa em condições normais e condições de emergência. Considerou-se perda de comunicação de algum PMU no algoritmo ACO. A função objetivo foi encontrar os locais ideais de PMUs e o número mínimo de canais de PMU, otimizando a lógica decisão de variáveis de controle, sob a restrição de observabilidade. O algoritmo ACO foi aplicado ao padrão IEEE 14 barramentos, 30 barramentos e em um sistema de 39 barras da Nova Inglaterra. Além disso, uma aplicação do algoritmo proposto a um sistema de energia real no Egito é apresentada. Os resultados obtidos são comparados com os obtidos por outras técnicas.

Os resultados da simulação mostram que o algoritmo ACO proposto é mais preciso e eficiente para a obtenção e posicionamento ideal de PMUs com número mínimo de canais de PMU, especialmente com o aumento do tamanho do sistema.

Em Carvalho (2015), o autor apresenta o desenvolvimento da técnica ACO para resolver o problema de reconfiguração de redes elétricas de distribuição. A fim de garantir que as formigas construam soluções sempre radiais, utilizou-se o critério encontrado em (Souza et al. 2010), o qual aplica a estratégia dos agentes, de estabelecer as melhores trilhas na busca de uma fonte de alimento, com as formigas se deslocando das fontes para as barras terminais. Na construção de uma configuração radial, é assumido que um nó pode estar ligado ou desligado, enquanto uma ligação pode ser desativada, ativável e ativada. Com a chegada de uma formiga, o nó torna-se ligado, caso contrário, esse nó permanece desligado. Uma ligação está ativada, quando seus dois nós estiverem necessariamente ligados. Uma ligação está desativada, quando seus dois nós estiverem necessariamente desligados. Por fim, se uma ligação é dita ativável, um dos seus nós deve estar ligado e o outro desligado. O algoritmo foi testado em sistemas de 33 e de 69 barras. Os resultados foram satisfatórios segundo os autores.

Quanto à tecnologia dos equipamentos PMUs, o primeiro protótipo foi desenvolvido pela Universidade Virgínia Tech, nos Estados Unidos, como resultado de pesquisas realizadas no sentido de implementar um relé de distância por componentes simétricos. Entretanto, apesar de ter sido concebida ainda em meados da década de 80, já existiam iniciativas no sentido da aplicação da medição fasorial sincronizada no monitoramento do sistema elétrico americano através do WECC – Western Electric Coordinating Council e do EIPP – Eastern Interconnection Phasor Project. Foi só a partir do apagão de 14 de agosto de 2003 que atingiu a Interconexão Leste dos Estados Unidos se estendendo até o Canadá (nordeste e meio oeste dos EUA e Ontário no Canadá) é que se intensificou o investimento na pesquisa e desenvolvimento desta tecnologia.

Este trabalho de TCC foi baseado no trabalho de Reis (2012), porém este foi adaptado ao problema de alocação de monitores de QEE utilizando o método do ACO. Foram comparados os resultados da literatura com a finalidade de validar esses resultados. A implementação desse algoritmo permitiu a criação de diversos cenários bem como um domínio completo de cada etapa de solução do problema. Diferentemente de vários autores, não foram usados pacotes comerciais de otimização combinatória para buscar solução ótima do problema.

Procurou-se obter uma maior autonomia de programação e melhor entendimento dos procedimentos matemáticos.

### **3 MODELAGEM DO PROBLEMA**

Este capítulo tem como objetivo apresentar a modelagem matemática implementada para a solução do problema de alocação de PMUs a partir do problema clássico de recobrimento.

#### **3.1 Problema de recobrimento**

O problema de Alocação de PMUs consiste em determinar uma quantidade mínima de medidores e onde esses devem ser instalados em um SEP, sendo que cada medidor monitorará (observará) um grupo de barras com a finalidade de estimar valores de tensão nas barras, seja de forma direta (medição direta) ou de forma indireta (via aplicação de cálculo de teoria de circuitos) (BALU,1992).

Na literatura, encontra-se um problema clássico, chamado de Problema de Recobrimento (PR) e aplicado em diferentes áreas do conhecimento, tendo o objetivo geral a alocação de objetos e/ou recursos. Vários problemas como roteamentos, entregas e localizações podem ser modelados como problema de recobrimento, uma vez que é garantido uma análise de toda a área monitorada (HOFFMAN & PADBERG, 2007).

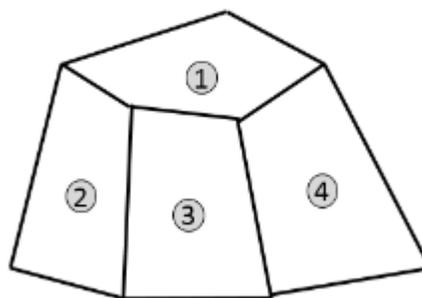
Na literatura, ambos os problemas são resolvidos utilizando técnicas meta-heurísticas, pois resolver estes problemas via técnicas exatas demandaria tempos inviáveis para redes elétricas reais. Em termos de otimização, o número de soluções cresce de forma exponencial com o tamanho de casos em problemas desta natureza.

#### **3.2 Analogia entre Problema de Recobrimento e o Problema de Alocação de PMUs**

Um problema encontrado na literatura é a instalação de postos de atendimento de bombeiros que atende o modelo de PR, apresentado por Raggi (2004), o qual supõe que todos os bairros de uma região devem ser atendidos pelo menos por um local de corpo de bombeiros localizado como máximo em um bairro vizinho. Colocar um posto de bombeiros em cada bairro representaria um custo elevado e muitas vezes desnecessário.

A premissa para o modelo do problema é que cada posto de bombeiro instalado em uma região atende ao próprio bairro e a todos os bairros vizinhos (adjacentes), como ilustrado abaixo:

Figura 3.1: Mapa de uma região dividida em quatro bairros.

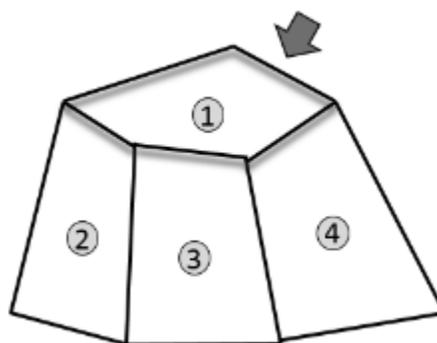


Fonte: AUTOR (2023)

No exemplo da figura 3.2, indica-se o local 1 como sendo neste instalado o corpo de bombeiros. Os bairros 2, 3 e 4 são atendidos pelo corpo de bombeiros, pois as mesmas são vizinhas (adjacentes).

Já para o problema de Alocação de PMUs, a região será igual ao SEP e os bairros são as barras do SEP. Instalar um PMU na barra 1 significa que este medidor monitora a barra 1 (medição direta) e as barras 2, 3 e 4 (medição indireta).

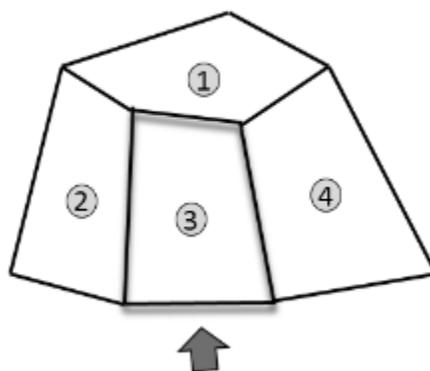
Figura 3.2: Instalação no bairro 1, atendendo os bairros 2,3 e 4.



Fonte: AUTOR (2023).

Outra opção, como mostrada abaixo, seria instalar o posto de bombeiro no bairro 3 e os bairros 1, 2 e 4 seriam atendidos.

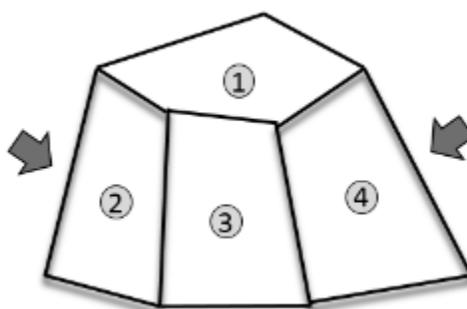
Figura 3.3: Instalação no bairro 3, atendendo os bairros 1,2 e 4.



Fonte: AUTOR (2023)

Conforme a figura 3.4, também seria possível a instalação de dois postos, um em 2 e outro em 4, sendo assim todos os bairros seriam atendidos, porém essa opção seria de um custo maior.

Figura 3.4: Instalação nos bairros 2 e 4, atendendo os bairros 1 e 3.



Fonte: AUTOR (2023)

Através desse exemplo é possível verificar as possíveis localizações para alocação, porém para problemas de maior porte fica muito complexo o modelo e os resultados não satisfatórios.

### 3.3 Formulação Matemática do Problema de Alocação de PMUs

O problema de Alocação de PMUs pode ser formulado matematicamente utilizando a otimização combinatória, pois este se encaixa como um PR explicado anteriormente. A continuação é definida pelas variáveis do problema.

#### Vetor de Existência

O Vetor Existência,  $x$ , recebe valores binários que representam a instalação ou não dos de postos de bombeiros no bairro  $j$ . Seus elementos são definidos como:

$$x(j) = \begin{cases} 1, & \text{se o posto de bombeiro for instalado no bairro } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.1)$$

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n]^t \quad (3.2)$$

Onde:

$x$ : Vetor de existência;

$n$ : Número de barras (bairros) da rede elétrica (região);

$x_j$ : Variável binária associada à instalação ou não do PMU (posto em cada bairro).

#### Vetor de Custo

O vetor de custos representa o valor da instalação do sistema de monitoramento (postos de bombeiros), cuja dimensão é  $(1 \times n)$ , em que  $n$  representa o número total de barras (bairros) da rede elétrica (região). Os elementos são definidos como:

$$c(j) = \text{custo de instalação do posto de bombeiro no bairro } j \quad (3.3)$$

$$c = [c(1) \quad c(2) \quad \dots \quad c(n)] \quad (3.4)$$

Onde:

$c$ : Vetor de custos;

$n$ : Número total de barras (bairros) nas quais poderão ser instaladas as PMUs (posto de bombeiros).

### Função Objetivo

A função objetivo tem a finalidade de minimizar o custo da instalação do sistema de corpo de bombeiros instalado em uma região. A função é dada por:

$$\min z = \sum_{j=1}^n c_j \cdot x_j \quad (3.5)$$

Onde  $n$  é o número total de barras (bairros) da rede elétrica (região).

Na forma matricial, a função objetivo fica da seguinte forma:

$$\min z = c \cdot x \quad (3.6)$$

Onde o resultado é o produto do vetor de custo pelo vetor existência.

ou seja:

$$\min z = c \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

## Restrições

É necessário garantir que todas as barras (bairros) da rede elétrica (da região) sejam monitoradas (atendidas) pelo menos com um PMU (posto de bombeiro). Para isso, é utilizado uma matriz chamada **Matriz de Densidade [D]**, de dimensão quadrada ( $n \times n$ ), onde as linhas e colunas dessa matriz representam o número de barras (bairros) e seus elementos preenchidos por zero ou um. A modo de exemplo, o elemento  $d_{27}$  preenchido com “um” significa que, dada a instalação de um PMU (posto de bombeiros) na barra (bairro) 2. Este PMU monitora (atende) a barra (bairro) 7.

Sendo assim, pode-se criar a **Matriz de Densidade [D]**, de dimensão quadrada ( $n \times n$ ).

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Em que:

$$d_{(i,j)} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 1, & \text{se } i \text{ for adjacente a } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.8)$$

É possível realizar a montagem de um vetor de restrições  $\mathbf{u}$ , em que cada elemento deve ser maior ou igual a 1 para atender a restrição (todos os bairros devem ser atendidos). Dessa forma, é construída a equação 3.9.

$$u_i = \sum_{j=1}^n d_{ij} \cdot x_j \geq 1 \quad (3.9)$$

Na forma matricial, temos o vetor de restrições  $\mathbf{u}$  como:

$$\mathbf{u} = \mathbf{D} \cdot \mathbf{x} \geq 1 \quad (3.10)$$

Onde:

$D$ : Matriz densidade

$x$ : Vetor existência

### 3.3.1 Exemplo Básico

A continuação é ilustrada na construção das variáveis do problema explicados no item 3.3 e aplicado à região ilustrada da Figura 3.1. A Matriz de Densidade  $D$  é construída e ilustrada na equação 3.11.

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Após a construção da matriz densidade, é construído o vetor de existência (eq. 3.12) o qual possui 4 elementos, pois o exemplo possui 4 bairros.

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]^t \quad (3.12)$$

O vetor custo  $C$  é construído na equação 3.13 com valores iguais a um para efeito de simplicidade.

$$C = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1] \quad (3.13)$$

O objetivo deste problema (exemplo) é minimizar o custo total (número de postos de bombeiros) dado pela soma do custo de instalação de cada um dos medidores. Assim, a equação 3.14 representa a função a minimizar e a equação 3.15 a restrição.

$$\text{Minimizar } z = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1] \cdot [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]^t \quad (3.14)$$

Sujeito a:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \geq 1 \quad (3.15)$$

Equacionando a matriz acima, temos:

$$\text{Minimizar } z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \quad (3.16)$$

Sendo assim:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &\geq 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 &\geq 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &\geq 1 \\ x_1 + x_3 + x_4 &\geq 1 \end{aligned}$$

Sendo assim, obtemos o modelo principal para aplicações em que seja necessário garantir o recobrimento de todo o espaço com uma solução ótima, neste exemplo, aplicado a alocação de postos de bombeiros.

### 3.4 Formulação Matemática do Problema de Alocação de Monitores

Esta seção detalha a modelagem proposta para o problema de alocação de MQEE/PMU proposta por Eldery et al. (2004, 2006) dentro dos problemas de Recobrimento detalhado no item 3.3. A formulação do problema baseia-se na topologia da rede e nas leis de Ohm para circuitos elétricos. A seguir serão detalhadas algumas definições cruciais para o entendimento do problema de alocação dos monitores de QEE, sendo similares ao problema de recobrimento como detalhado no item 3.3.

## **Locais de instalação**

Os PMUs são instalados nas barras do SEP, os quais medem tensões fasoriais na barra e correntes fasoriais nas saídas das linhas.

## **Variáveis de estado**

São as tensões fasoriais em cada barra.

## **Observabilidade**

Uma variável de estado é dita como observável se ela é medida pelos menos por um MQEE/PMU de forma direta (medição) ou de forma indireta (via cálculo de circuitos elétricos). É importante que todos os seus estados sejam medidos ou calculados a qualquer instante de tempo.

## **Monitores de QEE/PMU**

São equipamentos compostos por um sistema de aquisição que mede as tensões e correntes fasoriais na barra de instalação.

Como mencionado no item 3.2, o problema da alocação de MQEE/PMU pode ser descrito como um problema de recobrimento. Dada uma solução, ou seja, as localizações dos PMUs e o custo de instalação de cada medidor pode-se determinar custo de todo o SEP, uma vez que se garante toda a observabilidade. A solução do problema deve determinar o número mínimo necessário de PMUs e os locais de instalação destes.

A seguir, é feita a representação dos vetores matrizes para a formulação completa do problema.

### 3.4.1 Vetor de Existência

O vetor existência  $x$  tem dimensão  $(n \times 1)$  e cada um dos seus elementos representa a existência ou não de PMU. A equação 3.17 define este vetor  $x$ :

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^t \quad (3.17)$$

### 3.4.2 Vetor de Custo

Cada elemento do vetor de custo define o valor do custo do PMU instalado (equação 3.3) e definido a seguir e considerando um SEP de  $n$  barras.

$$c = [c(1) \quad c(2) \quad \dots \quad c(n)] \quad (3.18)$$

### 3.4.3 Função Objetivo

O objetivo deste problema é minimizar o custo total do sistema de monitoramento. Assim, a equação é a mesma como descrito no item 3.5 e 3.6, porém  $n$  é o número total de barras e os custos seriam das instalações dos PMUs nas barras do SEP.

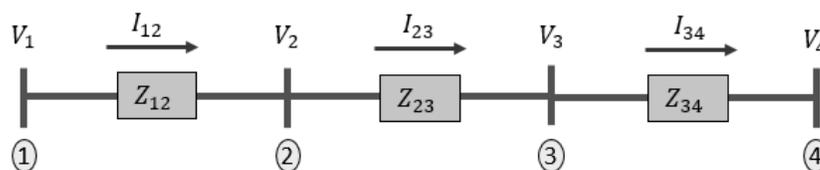
$$\min z = \sum_{j=1}^n c_j \cdot x_j \quad \Rightarrow \quad \min z = \mathbf{c} \cdot \mathbf{x} \quad (3.19)$$

### 3.4.4 Restrições do Problema

A restrição do problema é garantir a observabilidade de todas as barras do SEP, que no caso do problema de Recobrimento foi indicado nas equações 3.8 e 3.9.

A modo de exemplificar, é utilizado o diagrama ilustrado na figura 3.5. As tensões nas barras são simbolizadas por  $v_i$ , onde  $i$  indica o número da barra, as correntes das linhas são simbolizadas por  $i_{ij}$  e as impedâncias por  $z_{ij}$ , em ambos os casos a letra  $i$  representa a barra de origem e a letra  $j$  a barra de chegada da corrente.

Figura 3.5- Rede esquemática



Fonte: AUTOR (2023)

Dada a instalação de um PMU na barra 2 (figura 3.5) que mede  $V_2, i_{21}$  e  $i_{23}$  é possível calcular  $V_1$  e  $V_3$  utilizando a seguinte primeira lei de Kirchhoff através da seguinte expressão:

$$V_1 = V_2 + Z_{12} * I_{12} \quad (3.20)$$

$$V_3 = V_2 - Z_{23} * I_{23} \quad (3.21)$$

Desta forma, o PMU instalado na barra 2 monitora as barras 1, 2 e 3.

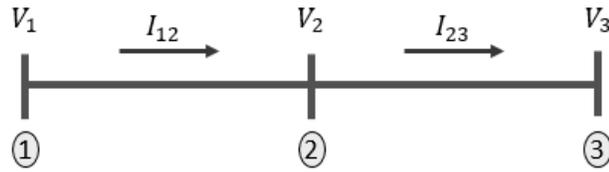
### 3.5 Exemplos de Redes de Energia Elétrica

Nesta seção será utilizada a modelagem apresentada na seção anterior para a resolução dos exemplos aqui mostrados, não sendo preciso conhecer os parâmetros de carga ou geração da rede. Primeiramente, será solucionado o PR de um sistema mais simples e, posteriormente, sistemas mais complexos. Para a montagem da matriz de densidade foi utilizado o software Matlab e para realizar o cálculo dos vetores de observabilidade foi usada uma matriz de entrada de dados, contendo em cada linha da matriz o número das barras que conectava cada uma das linhas de transmissão.

#### 3.5.1 Sistema de 3 barras

A figura 3.6 mostra um sistema com três barras e duas linhas de transmissão que será usado como exemplo para a construção da matriz observabilidade e o modelo matemático de otimização.

Figura 3.6: Diagrama unifilar de 3 barras.



Fonte: AUTOR (2023)

Tabela 3.1: Dados de topologia para uma rede de 3 barras e 2 linhas de transmissão.

Linha de origem	Linha de chegada
1	2
2	3

Fonte: AUTOR (2023)

O sistema é composto por  $n = 3$  barras e  $L = 2$  linhas, então o número de variáveis de estado é  $m=5$ . Sendo assim, o vetor de existência é:

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^t \quad (3.22)$$

O vetor custo é dado por:

$$c = [c(1) \quad c(2) \quad c(3)] \quad (3.23)$$

A matriz  $D$  pode ser escrita como:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

É possível observar que a solução será instalar um monitor na barra 2, uma vez que todas as barras do sistema se tornam observáveis por este monitor.

Sendo assim, o problema de alocação se torna:

$$\min z = [c_1 \ c_2 \ c_3] \cdot [x_1 \ x_2 \ x_3]^t \quad (3.25)$$

Sujeito a:

$$u = D \cdot x \geq 1 \quad (3.26)$$

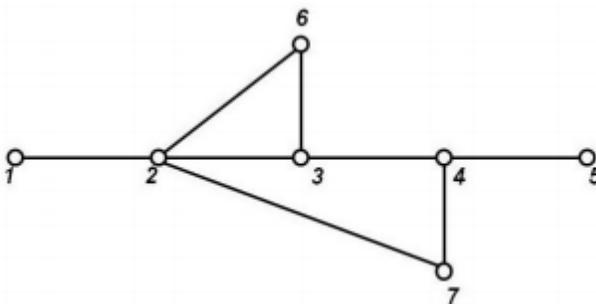
$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right. \quad (3.27)$$

Conhecendo-se este modelo, na próxima seção será apresentado o algoritmo desenvolvido para encontrar as soluções ótimas e o menor custo total do sistema de monitoramento.

### 3.5.1 Sistema de 7 barras

A figura abaixo exemplifica um sistema elétrico de 7 barras e 8 linhas, para a qual será feita a modelagem do problema.

Figura 3.7: Sistema elétrico com 7 barras e 8 linhas.



Fonte: GOU, B. (2008).

Inicialmente é realizada a construção da matriz Densidade  $D$ , conforme procedimento descrito nessa seção, pelas equações (3.7) e (3.8):

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

O Vetor existência,  $x$ , recebe valores binários que representa a instalação ou não dos PMUs, como se segue:

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7]^t \quad (3.29)$$

Considerando que o custo de instalação de cada PMU é o mesmo, o vetor custo (equação 3.4) é dado por:

$$c = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5 \ c_6 \ c_7] \quad (3.30)$$

A função objetivo (equação 3.5) é dada pela seguinte expressão:

$$\min z = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7]^t \cdot [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5 \ c_6 \ c_7] \quad (3.31)$$

Sujeito a:

$$u = D \cdot x \geq 1 \quad (3.32)$$

$$u = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

### 3.6 Construção da Matriz de Densidade através das matrizes auxiliares

Eldery et al. (2004, 2006) propõem uma nova maneira de construir a matriz Densidade, utilizando as leis de Ohm. Para isso, é considerado os seguintes dois lemas:

**Lema 1 (Tensão):** *Se a tensão em uma barra e a corrente através da linha que sai dela são observáveis, então a tensão na outra barra (barra remota) também é observável.*

Assim, é definida a **matriz de conectividade**, **A**, utilizada para representar a observabilidade das variáveis de estado correspondentes à tensão nas barras. Cada elemento da matriz pode ser definido como:

$A_{rk} = 1$ , se a variável de estado é observada pelo monitor K;

$A_{rk} = 0$ , caso contrário.

É feita a definição de um vetor de **observabilidade**, **u**, relativo às restrições decorrentes do Lema 1, que indica a quantidade de vezes que cada tensão é observada. Os elementos desse vetor podem ser representados como:

$$u_r = \sum_{k=1}^n a_{rk} \cdot x_k \quad (3.34)$$

O vetor representado, **u**, é resultado da multiplicação da matriz conectividade **A** pelo vetor existência **x**:

$$u = A \cdot x \quad (3.35)$$

**Lema 2 (Corrente):** *Se a tensão nos extremos da linha é observável, então a corrente através da linha é observável.*

Assim, é definida a **matriz de co-conectividade**  $B$ , utilizada para representar a observabilidade das variáveis de estado que correspondem às correntes nas linhas do sistema de transmissão. A matriz  $B$  é dividida em duas submatrizes, sendo elas,  $B_j$  e  $B_k$ , possuindo a mesma dimensão da matriz  $A$ . Sua coluna  $\rho$  representa o monitor instalado na barra  $\rho$  e sua linha  $r$  representa a variável de estado  $r$  referente à corrente  $ijk$  na linha. A formação de cada elemento dessas matrizes se dá a partir dos vetores  $a_j$  e  $a_k$ , que correspondem respectivamente às linhas  $j$  e  $k$  da matriz de conectividade  $A$ ; onde:

$B_j = a_j$ , se representa  $i_{jk}$  e as barras  $k$  e  $j$  são conectadas;

$B_j = 0$ , caso contrário;

$B_k = a_k$ , se representa  $i$  e as barras  $k$  e  $j$  são conectadas;

$B_k = 0$ , caso contrário.

Os vetores de observabilidade são definidos, a fim de saber quantas vezes cada corrente são observadas,  $w_j$  e  $w_k$ , relativos às restrições do lema 2. Onde:

$$w_j = b_j \cdot x w_k \quad (3.36)$$

$$w_k = b_k \cdot x w_k \quad (3.37)$$

O vetor  $w$  é dado por:

$$w_j = w_j^t \cdot w_k \quad (3.38)$$

Destaca-se que os vetores  $B_k$  e  $B_k$  são definidos para as variáveis de estado que representam corrente. As matrizes  $A$ ,  $B_j$  e  $B_k$  são escritas de forma que: as tensões nas barras se apresentem em forma crescente de numeração das mesmas e a corrente se apresente em forma crescente.

Agora que as matrizes auxiliares foram apresentadas, a matriz de densidade  $D$  pode ser construída, a qual terá dimensão equivalente ao número de barras ou variáveis de tensão,  $n$ , mais duas vezes o número de linhas  $2L$ , para representar as variáveis de corrente que dependem

da tensão nos dois barramentos,  $j$  e  $k$ , genericamente. Isso significa que a dimensão da nova matriz densidade será  $((n + 2L) \times n)$ . Como podemos ver abaixo:

$$D = \begin{bmatrix} A_{(1:n)n} \\ A_{(L:m)n} + B_j_{(L:m)n} \\ A_{(L:m)n} + B_k_{(L:m)n} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Em que  $A_{(1:n)n}$  é a submatriz obtida a partir da matriz de conectividade das linhas 1 até  $n$  e todas as colunas,  $A_{(L:m)n}$  é a submatriz obtida a partir da matriz de conectividade das linhas  $L$  até  $m$  e todas as colunas,  $B_j_{(L:m)n}$  e  $B_k_{(L:m)n}$  são as submatrizes obtidas a partir das matrizes de co-conectividade das linhas  $L$  até  $m$  e todas as colunas.

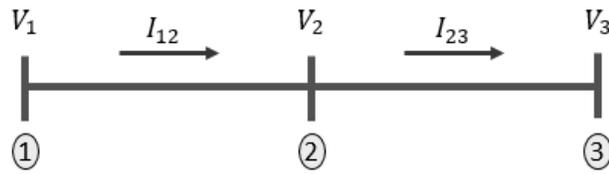
### 3.7 Exemplos utilizando a nova matriz de densidade D

Uma vez conhecendo a formulação matemática de construção da matriz densidade, utilizando suas matrizes auxiliares, é possível refazer, por exemplo, o sistema de 3 barras descrito anteriormente por meio das novas restrições, assim como a implantação de um novo sistema de seis barras.

#### 3.7.1 Sistema de 3 barras

As Matrizes  $A$ ,  $B_j$ ,  $B_k$  foram construídas elemento a elemento, suas linhas representam as variáveis de estado, tensão ou corrente e as suas colunas representam os possíveis locais em que os medidores podem ser instalados, ou seja, as três barras do sistema da figura 3.8.

Figura 3.8: Diagrama unifilar de 3 barras.



Fonte: AUTOR (2023)

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ i_{12} \\ i_{23} \end{matrix} \end{matrix} \quad (3.40)$$

$$B_j = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ i_{12} \\ i_{23} \end{matrix} \end{matrix} \quad (3.41)$$

$$B_k = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ i_{12} \\ i_{23} \end{matrix} \end{matrix} \quad (3.42)$$

Definidas as matrizes, podemos agora construir a matriz de densidade D e formular o PR para o sistema da figura 3.8. Sendo a matriz definida como:

$$1 \quad 2 \quad 3$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ i_{12} \\ i_{23} \\ i_{12} \\ i_{23} \end{matrix} \quad (3.43)$$

A modelagem matemática do PR se dá na forma matricial como:

$$\min z = [c_1 \ c_2 \ c_3][x_1 \ x_2 \ x_3]^t \quad (3.44)$$

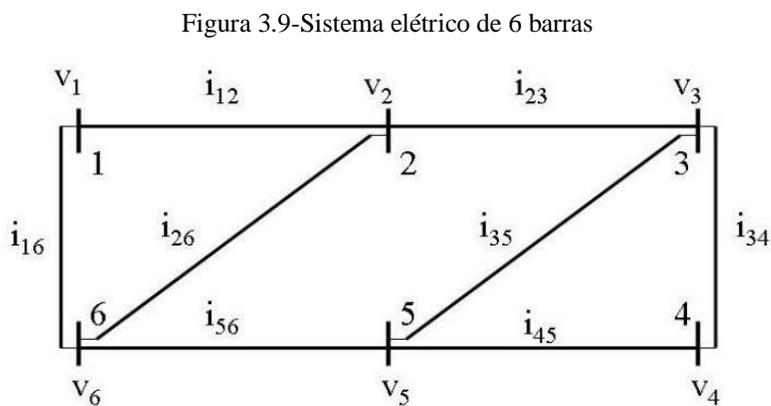
Sujeito a:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Sendo que  $x_j \in \{0,1\}$ ,  $\forall j = 1,2,3$ .

### 3.7.2 Sistema de 6 barras

O PR da figura 3.9 apresentado por Eldery et al. (2004, 2006) pode ser modelado como:



Fonte: ELDERY ET AL. (2004, 2006).

O sistema é composto por  $n= 6$  barras e  $L= 8$  linhas, sendo assim o número de variáveis de estado  $m= 14$ . Sendo assim, os vetores de existência e custo são:

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^t \quad (3.46)$$

$$c = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5 \ c_6] \quad (3.47)$$

### Matrizes de restrição

Como foi apresentado na Seção 3.6, foi criado as matrizes  $A, B_j$  e  $B_k$  elemento a elemento. As linhas da matriz representam as variáveis de estado, tensão ou corrente e as colunas os locais possíveis de instalação dos medidores.

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ i_{12} \\ i_{23} \\ i_{34} \\ i_{45} \\ i_{56} \\ i_{61} \\ i_{62} \\ i_{53} \end{matrix} \end{matrix} \quad (3.48)$$

1 2 3 4 5 6

$$B_j = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix} & \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ i_{12} \\ i_{23} \\ i_{34} \\ i_{45} \\ i_{56} \\ i_{61} \\ i_{62} \\ i_{53} \end{matrix} \end{matrix} \quad (3.49)$$

$$B_k = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ i_{12} \\ i_{23} \\ i_{34} \\ i_{45} \\ i_{56} \\ i_{61} \\ i_{62} \\ i_{53} \end{matrix} \end{matrix} \quad (3.50)$$

### Formatação Final do Problema

Como mostrado na equação 3.31, calcula-se a nova matriz densidade e obtêm o seguinte PR:

$$\min z = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5 \ c_6] [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^t \quad (3.51)$$

Sujeito a:



possuem tempos computacionais ligeiramente menores, mas que de forma geral, não afetam o desempenho dos mesmos. Sua vantagem está apenas na simplicidade em que ela é construída. Como forma de elucidar-se melhor a comparação entre as matrizes D utilizadas, pode-se tomar como exemplo o caso IEEE 14 barras, no qual em ambos os métodos de construção da matriz D, obteve-se como função objetivo quatro monitores, como também, em relação à redundância, foram encontradas 12 barras observadas por apenas um monitor, duas barras observadas por dois monitores e nenhuma barra observada por mais de dois monitores. A única diferença observada foi no tempo computacional, que ao utilizar-se a matriz D construída por meio de matrizes auxiliares, o algoritmo foi executado em 0,0796 segundos, já quando se utilizou a matriz D simplificada, o algoritmo foi resolvido em 0,0639 segundos. Ou seja, embora o algoritmo executado com a matriz D simplificada tenha demonstrado ser mais eficiente, a diferença de tempo foi muito pequena. Portanto pode-se dizer, que a escolha do método de construção da matriz de densidade fica dessa forma, a critério do projeto. Para redes com um número muito elevado de barras, certamente sugere-se que se utilize a matriz D simplificada. Os resultados obtidos para cada caso de rede da literatura será mostrado na seção 5.

## 4 IMPLEMENTAÇÃO DA METODOLOGIA ACO AO PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE PMUs

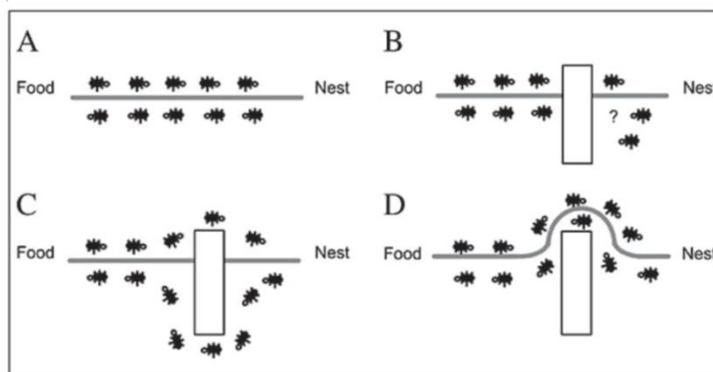
Neste capítulo é apresentada a técnica ACO para resolver o problema de Alocação de PMUs, o qual pertence ao grupo de problemas de otimização combinatória e segundo Garey e Johnson (1979) pertencem à classe NP difícil, no qual na medida que cresce o problema, a solução procurada demanda tempos inviáveis quando se utilizam técnicas exatas, surgindo a necessidade de tratar estes problemas utilizando técnicas não exatas como são as técnicas meta-heurísticas.

### 4.1 Otimização por Colônias de Formigas

O ACO é o primeiro algoritmo de otimização que surgiu inspirado no comportamento de uma Colônia de Formigas (do inglês: *Ant Colony Optimization*, ACO) e proposto por Marco Dorigo no início da década de 1990. A sua vez, ACO é uma técnica meta-heurísticas baseada na população e inspirada no comportamento forrageiro das formigas. Quando uma formiga descobre uma fonte de alimento, as demais formigas descobrem o caminho mais curto (formando assim uma trilha) através do feromônio depositado mais vezes no caminho mais curto. Essa substância atrai outras formigas do formigueiro para a coleta do alimento, as quais seguem e reforçam a quantidade de feromônios na trilha. Quando há várias trilhas conduzindo a uma dada fonte de alimento, as formigas escolhem de maneira probabilística, baseado na quantidade de feromônios deixados sobre a trilha (DORIGO et al, 2002).

A figura abaixo mostra a movimentação da colônia de formiga sob trilhas diferentes ao longo de um tempo.

Figura 4.1: A. Formigas numa trilha de feromônio entre o formigueiro e o alimento; B. Um obstáculo interrompe a trilha; C. Formigas encontram dois caminhos para passar pelo obstáculo; D. Uma nova trilha de feromônio é formada ao longo do caminho mais curto.



Fonte: ELDERY ET AL. (2004, 2006).

Usando trilhas diferentes, as formigas convergem para o caminho mais curto, pois as formigas que percorrem a menor trilha até o alimento retornam ao formigueiro antes daquelas que escolheram trilhas mais cumpridas. Sendo assim, a trilha de menor distância terá uma concentração maior de feromônio e conseqüentemente atrai um maior número de formigas. Desta forma, as formigas conseguem saber qual será o menor caminho até a fonte de alimento. As trilhas mais longas são desconsideradas com a evaporação dos feromônios.

Toda vez que se inicia um novo ciclo, os agentes são distribuídos, aleatoriamente, sobre pontos. Sendo assim, é gerada para cada agente uma lista individual dos pontos a serem visitados. A transição de um ponto ao outro leva três aspectos (BONABEAU; DORIGO; THERAULAZ, 1999):

- a) Se um ponto já foi visitado: Para evitar que o agente passe pelo mesmo ponto mais de uma vez, os pontos visitados são retirados da lista;
- b) Distância entre os pontos: O inverso da distância entre os pontos é utilizado como uma heurística para orientar os agentes durante o processo da construção do trajeto a ser percorrido;
- c) Quantidade de feromônio virtual: O feromônio virtual é alterado de acordo com os agentes que vão passando pelas rotas. O feromônio sofre alterações de seus valores a fim de mostrar a experiência adquirida pelos agentes durante a construção do trajeto.

Uma característica do problema de Alocação de PMUs é que possui variáveis inteiras no Vetor Existência. Isso faz com que seja aplicado o ACO para variáveis discretas, sendo na continuação descrito o algoritmo.

---

**ALGORITMO 1: ACO PADRÃO PARA OTIMIZAÇÃO DISCRETA**


---

**Entrada:**  $max_{it}$ ,  $N$ ,  $\tau_0$   
**Saída:**  $best$

```

1  início;
2  | inicializa_trilha_de_feromônio ( $\tau_0$ );
3  | inicializa  $best$ ;
4  | coloca cada formiga K em uma aresta selecionada randomicamente;
5  |  $t \leftarrow 1$ ;
6  |   para k: = 1 to m faça;
7  |   | tabu [ s ] = posição inicial[ k ];
8  |   | repita até que tabulist esteja completa;
9  |   | enquanto  $t < max_{it}$  faça (condição não satisfeita);
10 |   |   para i = 1 até N faça;
11 |   |   | constrói uma solução aplicando a regra de transição;
12 |   |   | probabilística ( $e - 1$ ) vezes
13 |   |   fim;
14 |   |   calcula o custo de cada solução construída;
15 |   |   se uma solução melhor for encontrada então;
16 |   |   | atualiza a melhor solução encontrada ( $best$ );
17 |   |   fim;
18 |   |   atualiza as trilhas de feromônio( $\tau_{min}$ ,  $\tau_{max}$ );
19 |   |    $t \leftarrow t + 1$ ;
20 |   |   se (estagnado);
21 |   |   | Inicializa_trilha_de_feromônio ( $\tau_{max}$ );
22 |   |   fim se;
23 |   fim enquanto;
   retorna  $best$ ;

```

---

O parâmetro  $max_{it}$  determina o critério de parada do algoritmo,  $N$  o número de formigas,  $\tau_0$  é a intensidade inicial de feromônio nas trilhas e  $best$  é a melhor solução encontrada. O número de arestas do grafo é representado pela constante  $e$ .

Os primeiros algoritmos desenvolvidos foram nomeados como Sistema de Formigas (Ant System – AS), tendo como principal aplicação ao Problema do Caixeiro Viajante (PCV) (DORIGO et al., 1996). Baseadas nesses algoritmos, várias melhorias foram propostas visando uma melhor convergência durante o processo iterativo (GAMDARDELLA & DORIGO, 1995, 1997; STUTZLE & HOSS, 1999).

### 4.1.1 Equações do ACO

As equações do ACO são definidas em Dorigo & Blum (2005). Na linha 2 do algoritmo 1, inicializa\_trilha\_de\_feromônio ( $\tau_0$ ) deve se construir um vetor, em que os valores deste são a quantidade de feromônio que cada formiga deposita no seu percurso. Para o problema de alocação de PMU, cada formiga terá um vetor com tamanho (Trilha) do número de barras. Cada vez que se aloque um PMU em alguma barra esse reescreverá feromônio utilizando a eq. (4,1).

$$\tau_i(t + 1) = (1 - \rho) \cdot \tau_i(t) + p \cdot Q / N_{bestZeros} \quad (4.1)$$

Em que:

O fator  $\rho$  é conhecido como coeficiente de evaporação que simula a evaporação do feromônio deixado pela formiga no caminho; O feromônio adicional é compreendido pelo total de feromônio fixado na barra  $i$  durante o intervalo de tempo de  $t+1$ . Apenas a formiga que possui temporariamente a melhor solução deposita essa quantidade adicional. Fazendo assim um caminho por todas as barras que ela visitou.

O fator  $Q$  é definido pelo usuário como dado de entrada e  $N_{bestZeros}$  é o número de zeros do Vetor restrição que corresponde ao melhor caminho produzido pelas formigas, ou seja,  $N_{bestZeros}$  é a distância entre a solução ótima e a melhor solução. Se esse valor for 0 significa que o grau de observabilidade é máximo e maior a quantidade de feromônio depositadas nas barras.

Na linha 14 do algoritmo, uma vez completada a trilha (construída uma solução) deverá efetuar se uma evaporação do feromônio com a finalidade de evitar que o feromônio acumulado cresça indefinidamente.

Outro fator importante é a atualização dos rastros dos feromônios deixados pelas formigas. Toda vez em que a formiga move para a próxima barra do sistema, o traço evapora um pouco, fazendo assim com que as próximas formigas não sejam tão influenciadas, fazendo com que elas possam visitar as barras que ainda não foram visitadas. A evaporação é fundamental para o algoritmo ACO, pois a evaporação evita que o algoritmo fique tendencioso a uma solução ótima local.

$$\tau_{ij} = (1 - \xi) \cdot \tau_{ij} + \xi \cdot \tau_0 \quad (4.2)$$

Onde  $\xi$  representa o fator de evaporação do feromônio deixado na trilha percorrida pela formiga, onde  $0 < \xi \leq 1$ . A seguir  $i$  e  $\tau_0$  representam valores bem baixos, que é também o valor inicial dos feromônios nas trilhas (depósito).

Na linha 6 do algoritmo, constrói-se uma solução criando uma lista tabu, que consiste em uma listagem com o registro de todas as barras que cada formiga artificial percorreu a fim de evitar que a mesma barra seja visitada por mais de uma vez.

A próxima barra a ser escolhida para a instalação de do PMU é realizada por uma regra pseudo-aleatória (*proportional pseudo-random rule*) definida na equação abaixo:

$$J = \begin{cases} \arg \max \{ \tau_r(t) \cdot \eta_r^\beta \} r \in N_k & q \leq q0 \\ \text{Equação (4.4)}, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.3)$$

Onde a barra escolhida é representada por  $\mathbb{J}$ , *arg Max* é a barra  $r$  para qual o argumento  $\tau_r(t) \cdot \eta_r^\beta$  é máximo,  $N_k$  é o conjunto das barras que ainda não foram visitadas pela formiga  $K$ ,  $q$  é uma variável uniformemente distribuída entre 0 e 1 e  $q0$  é uma constante que define a exploração do conhecimento.

Em outras palavras, com probabilidade  $q0$ , a formiga  $K$  se move para o melhor vértice possível de acordo com o que as trilhas de feromônio e a informação heurística indicam.

A equação (4.3) formula a decisão de cada formiga. São necessárias duas informações:

A intensidade de feromônio na trilha e da observabilidade associada à barra. Se a barra já tiver sido visitada pela formiga então a probabilidade de retornar a mesma barra tem que ser zero.

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_j(t)^\alpha \cdot \eta_j^\beta}{\sum_{r \in N_k} \tau_r(t)^\alpha \cdot \eta_r^\beta} & \text{se } j \in N_k \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.4)$$

Na equação (4.4)  $P_{ij}^k(t)$  retrata a probabilidade da formiga  $k$  escolher a barra  $j$  como destino no instante de tempo  $t$ , uma vez situada na barra  $i$ .  $N_k$  retrata o conjunto das barras que

não foram visitadas ainda pela formiga  $k$ . As letras  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes que representam, respectivamente, o grau de importância do feromônio e da heurística.

## 4.2 ACO Aplicado ao Problema do Caixeiro Viajante

O problema do caixeiro viajante é um dos mais conhecidos na área de otimização. Trata-se de um vendedor ambulante que deve visitar um conjunto de cidades, partindo de uma cidade inicial, passando por todas as demais, uma única vez, e retornar a origem percorrendo a menor distância possível. Cada cidade deve ser visitada somente uma única vez.

Na prática, um problema com  $n$  cidades tem seu espaço de busca definido pela permutação:

$$S = (n - 1)!/2 \quad (4.5)$$

Onde  $S$  é o número de possíveis rotas que podem ser percorridas, o que dá um número formidável mesmo para poucas cidades. Para  $n = 30$ , por exemplo, há um total de  $4,42 \times 10^{30}$  rotas distintas. Com um computador capaz de analisar um milhão de rotas por segundo, a busca exaustiva levaria o equivalente a  $10^7$  vezes a idade do universo (TANOMARU, 1995).

Problemas de Otimização Combinatória segundo Garey e Johnson (1979) pertencem à classe NP difícil, inclusive o PCV, o que significa na prática que dificilmente existirão algoritmos polinomiais que os solucionem, fazendo surgir a necessidade das meta-heurística para resolução em tempo viável.

### 4.2.1 ACO Aplicado ao Problema do Caixeiro Viajante

A construção das soluções para este problema é baseada em um grafo, onde as formigas realizam movimentos entre os nós dos grafos. O percorrido do vendedor é realizado através da equação 4.1, a qual se exemplifica a continuação.

Tem-se a Matriz de distâncias  $(d_{ij})$  indicada na tabela abaixo, a qual indica a distância entre cidades e para o exemplo se considera 5 formigas:

Tabela 4.1: Distância entre as cidades do PVC.

Cidades	1	2	3	4	5
1	0,0	1,0	2,2	2,0	4,1
2	1,0	0,0	1,4	2,2	4,0
3	2,2	1,4	0,0	2,2	3,2
4	2,0	2,2	2,2	0,0	2,2
5	4,1	4,0	3,2	2,2	0,0

Fonte: AUTOR (2023)

Podemos então aplicar os dados desse problema no algoritmo e descrevê-lo passo a passo conforme apresentado abaixo:

**Entrada:**  $max_{it} = 50$  iterações,  $N = 05$  formigas,  $\tau_0 = \text{zeros}$

**Saída:** *best*

Após o preenchimento dos dados de entrada é então inicializado a construção dos caminhos em que as formigas artificiais irão percorrer:

1. **Início;**
2. **Inicializa\_trilha\_de\_feromônio ( $\tau_0$ ).**

Nessa etapa se inicia a formação da trilha do feromônio. Deverá criar-se uma matriz  $\tau_{ij}$ , a qual indica a quantidade de feromônio associado a cada trecho entre a cidade  $(i, j)$ . Inicialmente é preenchida por zeros ou valores muito baixos, como ilustrado abaixo:

Tabela 4.2: Quantidade de feromônio inicial nas arestas.

Cidades	1	2	3	4	5
1	$\infty$	0,30	0,25	0,20	0,30
2	0,30	$\infty$	0,20	0,20	0,30
3	0,25	0,20	$\infty$	0,10	0,15
4	0,20	0,20	0,10	$\infty$	0,45
5	0,30	0,30	0,15	0,45	$\infty$

Fonte: AUTOR (2023)

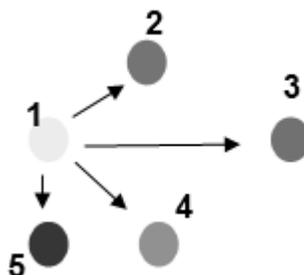
3. **Inicializa *best*:**

Aqui será armazenado o caminho realizado por cada formiga.

**4. Coloca cada formiga K em uma aresta selecionada randomicamente:**

No início, cada formiga é colocada em uma cidade de forma diferente. Por exemplo, abaixo observa-se 5 cidades que constituem o problema do PVC. Caso a formiga 1 saia da cidade 1, poderá visitá-la na próxima cidade, a 2, 3, 4 ou 5:

Figura 4.2: Cidades do PVC



Fonte: AUTOR (2023)

5.  $t \leftarrow 1$
6. **para**  $k: = 1$  **to**  $m$  **faça**
7. **tabu** [  $s$  ] = **posição inicial**[  $k$  ]:

É criada uma lista tabu, com registro de todas as cidades que cada formiga percorreu, com a posição inicial da formiga em determinada cidade. Essa lista é essencial para que a mesma cidade não seja visitada por mais de uma vez.

8. repita até que tabulist esteja completa
9. **enquanto**  $t < max_{it}$  **faça:** (condição não satisfeita)
10. **para**  $i = 1$  **até**  $N$  **faça**
11. Constrói uma solução aplicando a regra de transição **probabilística**  $(e - 1)$  **vezes:**

As linhas 8 a 11 do algoritmo tem como objetivo determinar qual cidade a formiga visitará, sendo assim é construída uma lista de probabilidade de transição indicada abaixo, estes valores são calculados de acordo com a equação 4.4. Os valores de  $\alpha = \beta = \rho = 0,5$  são definidos inicialmente:

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}(t)^\alpha \cdot \eta_{ij}^\beta}{\sum_{r \in N_i^k} \tau_{ij}(t)^\alpha \cdot \eta_{ij}^\beta} & \text{se } j \in N_i^k \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.4)$$

Onde,

$P_{ij}^k(t)$ : Retrata a probabilidade da formiga  $k$  escolher a barra  $j$  como destino no instante de tempo  $t$ , uma vez situada na barra  $i$ ;

$N_i^k$ : vizinhança factível da formiga  $k$  (isto é, o conjunto das cidades ainda não visitadas pela formiga  $k$ );

$\tau_{ij}(t)$ : Quantidade de feromônio presente no caminho  $(i,j)$ ;

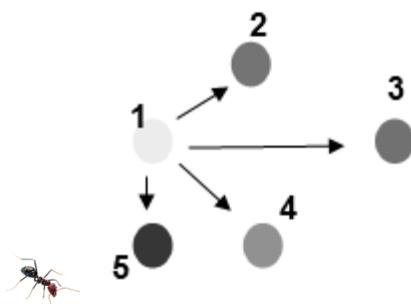
$n_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$ : Visibilidade da cidade  $j$  em relação a cidade  $i$ ;

$\alpha$  e  $\beta$ : parâmetros para determinar a influência do feromônio e da informação heurística.

Associada a aresta  $(i, j)$  existe um valor heurístico dado por:

$$n_{ij} = 1/d_{ij}$$

que representa a atratividade da formiga visitar a cidade  $i$  depois de visitar a cidade  $j$ . O valor de  $n_{ij}$  é inversamente proporcional a distância  $d_{ij}$  entre as cidades  $i$  e  $j$ .

Figura 4.3: Formiga  $k$  escolhendo as rotas nas cidades do PVC

Fonte: AUTOR (2023)

Conforme Carabetti et al. (2010), se a formiga  $k$  está na cidade  $i$ , a probabilidade de ir para a cidade  $j$  é pseudo aleatória (parte determinística e aleatória juntas).

Tabela 4.3: Probabilidade de transição- Passo 1

Formiga	Candidatos/ pro. de transição	Solução parcial
1	2(45%), 3(21%), 4(23%), 5(11%)	1-2
2	1(41%), 3(30%), 4(19%), 5(10%)	2-1
3	1(23%), 2(37%), 4(23%), 5(16%)	3-4
4	1(27%), 2(24%), 3(24%), 5(24%)	4-5
5	1(19%), 2(20%), 3(25%), 4(36%)	5-2

Fonte: AUTOR (2023)

A escolha do candidato é de acordo com a probabilidade de transição. É feita de forma similar ao algoritmo da roleta dos algoritmos genéticos.

Tabela 4.4: Probabilidade de transição- Passo 2

Formiga	Candidatos/ pro. de transição	Solução parcial
1	3(50%), 4(32%), 5(18%)	1-2-3
2	1(38%), 3(42%), 4(20%)	2-1-4
3	1(35%), 2(32%), 4(32%)	3-4-5
4	1(30%), 2(31%), 3(39%)	4-5-2
5	1(46%), 2(33%), 3(21%)	5-2-1

Fonte: AUTOR (2023)

Tabela 4.5: Probabilidade de transição- Passo 3

Formiga	Candidatos/ pro. de transição	Solução parcial
1	4(59%), 5(41%)	1-2-3-5
2	3(50%), 5(50%)	2-1-4-5
3	1(49%), 2(51%)	3-4-5-1
4	1(58%), 3(42%)	4-5-2-1

5	3(48%), 4(52%)	5-2-1-4
---	----------------	---------

Fonte: AUTOR (2023)

Tabela 4.6: Probabilidade de transição- Passo 4

Formiga	Candidatos/ pro. de transição	Solução parcial
1	4(100%)	1-2-3-5-4
2	3(100%)	2-1-4-5-3
3	2(100%)	3-4-5-1-2
4	3(100%)	4-5-2-1-3
5	3(100%)	5-2-1-4-3

Fonte: AUTOR (2023)

Tabela 4.7: Solução completa com o término da primeira iteração

Formiga ( $k$ )	Solução Completa	Comprimento da viagem ( $L_k$ )
1	1-2-3-5-4	9,8
2	2-1-4-5-3	9,8
3	3-4-5-1-2	10,9
4	4-5-2-1-3	11,6
5	5-2-1-4-3	12,4

Fonte: AUTOR (2023)

## 12. Fim

Ocorre quando as formigas percorrem seus caminhos e realizam todas suas iterações.

## 13. Calcula o custo de cada solução construída

Depois que todas as formigas construíram suas rotas, calcula-se o custo de cada solução de acordo com a equação (3.4).

## 14. Se uma solução melhor for encontrada então

## 15. Atualiza a melhor solução encontrada (*best*):

Verificamos se uma solução melhor foi encontrada e então atualizamos a melhor solução encontrada.

## 16. Fim

## 17. Atualiza as trilhas de feromônio ( $\tau_{min}, \tau_{max}$ )

O próximo passo é a atualização das trilhas de feromônio ( $\tau_{min}, \tau_{max}$ ), conforme descrito pela equação 4.2.

É realizado, por exemplo, a atualização do feromônio nas arestas (3,5). Apenas as formigas 1,2 e 5 depositam feromônio nas arestas. Suponha que  $Q = 1,0$  (Constante). A contribuição de cada formiga será:

$$\Delta_{\tau_{3,5}}^{(1)} = 1/L_1 = 0,102$$

$$\Delta_{\tau_{3,5}}^{(2)} = 1/L_2 = 0,102$$

$$\Delta_{\tau_{3,5}}^{(5)} = 1/L_3 = 0,081$$

Suponha  $\rho = 0,5$  (Constante heurística)

$$\begin{aligned}\tau_{3,5} &= (1 - \rho)\tau_{3,5} + \Delta_{\tau_{3,5}}^{(1)} + \Delta_{\tau_{3,5}}^{(2)} + \Delta_{\tau_{3,5}}^{(5)} \\ \tau_{3,5} &= (1 - 0,5)1,0 + 0,102 + 0,102 + 0,081 \\ \tau_{3,5} &= 0,785\end{aligned}$$

**18.**  $t \leftarrow t + 1$

**19. Se** (estagnado)

**20.** Inicializa\_trilha\_de\_feromônio ( $\tau_{max}$ )

**21. Fim se**

**22. Fim enquanto**

**23. Retorna** *best*

As trilhas do feromônio são reinicializadas até  $\tau_{max}$  sempre que ocorrer estagnação, linha 19 do algoritmo ou quando uma solução melhor for encontrada para garantir a diversidade das soluções. A estagnação é causada pelo excessivo crescimento de feromônio nas arestas de uma viagem subótima (BONABEAU; DORIGO; THERAULAZ, 1999).

Os critérios de paradas são:

- Número máximo de iterações
- Estagnação ou Convergência
- Situação na qual todas as formigas seguem sempre o mesmo percurso

- A estagnação é causado pelo excessivo crescimento de feromônio nas arestas de uma viagem sub-ótima.

A ideia de “estagnação” é quando o algoritmo termina quando nenhuma melhoria foi encontrada na população depois de várias gerações consecutivas (TANOMARU, 1995; MICHALEWICS, 1997).

### 4.3 ACO aplicado ao Problema de Alocação de PMUs

Com a finalidade de mostrar um melhor entendimento sobre a implementação do ACO no problema de alocação de PMUs, é explicado através de um exemplo, o qual desenvolve o algoritmo 1 indicado no item 4.1. Será utilizado o exemplo da rede ilustrada na figura 3.7.

O algoritmo ACO é aplicado para resolver o problema com restrição de observabilidade. O objetivo é minimizar o número total de PMUs, conforme descrito em (3.5) com restrição de observabilidade em (3.9).

Considerando que serão alocados quatro PMUs, tem-se:

Inicialmente é construída a matriz densidade  $D$ , ordenada ascendentemente pelo número de barras vizinhas que as barras analisadas observam, conforme procedimento descrito na seção 3, pelas equações (3.7) e (3.8). O resultado é a matriz  $D$  (3.28).

Logo após, são definidas as informações heurísticas de acordo com a tabela 5.1, nessa situação o valor de  $N$  (número inicial de PMUs) é definido como sendo 4.

Entrada:  $max_{it} = 10$  iterações,  $N = 4$  formigas,  $\tau_0 = \text{zeros}$

Saída: *best*

#### 1. Início

**2. inicializa\_trilha\_de\_feromônio ( $\tau_0$ ):** Nessa etapa se inicia a formação da trilha (trechos) do feromônio. Deverá criar-se uma matriz  $\tau_{ij}$  (ver tabela 4.9) a qual indica a quantidade de feromônio associado a cada trecho (caminho) entre os nós  $(i, j)$ . Inicialmente é preenchida por zeros (Tabela 4.8) e depois por números aleatórios.

Tabela 4.8: Feromônio inicial associado  $\tau_0$ 

Formiga	$\tau_0$
1	0
2	0
3	0
4	0

Fonte: AUTOR (2023)

Tabela 4.9: Quantidade de feromônio inicial nas arestas.

Barras	1	2	3	4	5	6	7
1	$\infty$	0,30	0,25	0,20	0,30	0,40	0,50
2	0,30	$\infty$	0,20	0,20	0,30	0,40	0,50
3	0,25	0,20	$\infty$	0,10	0,15	0,38	0,45
4	0,20	0,20	0,10	$\infty$	0,45	0,36	0,42
5	0,30	0,30	0,15	0,45	$\infty$	0,33	0,40
6	0,40	0,40	0,38	0,36	0,33	$\infty$	0,35
7	0,50	0,50	0,45	0,42	0,40	0,35	$\infty$

Fonte: AUTOR (2023)

3. **inicializa *best***

4. **Coloca cada formiga  $K$  em uma aresta (barra) selecionada randomicamente**

Cada formiga é colocada em uma barra (cidade) de forma aleatória. Considere-se que a formiga 1 sai da barra 3 e poderá visitar as barras 1, 2, 4, 5, 6 e 7, como pode ser verificado a seguir.

É realizada a alocação inicial dos medidores nas barras através da criação de um vetor aleatório da quantidade de medidores (ver tabela 4.10 – coluna 2) e em cada iteração é alterado os locais (barras) nas quais serão alocados os PMUs.

Para cada alocação de PMUs deve-se avaliar a função objetivo descrita pela equação 3.5 e logo após verificar as restrições de observabilidade na equação 3.9.

Na tabela abaixo, visualiza-se as quatro formigas ( $n=4$ ), os quais constituem o ponto de partida:

Tabela 4.10: Formiga (k) distribuída randomicamente.

Formiga (k)	Barra de início
1	3
2	2
3	7
4	6

Fonte: AUTOR (2023)

5.  $t \leftarrow 1$
6. **Para  $k := 1$  to  $m$  faça**
7.     **Tabu [ s ] = posição inicial[ k ]**
8.     **Repita até que tabulist esteja completa**

A solução é construída aplicando a equação 4.4 que calcula a probabilidade da formiga  $K$  escolher a barra  $J$  como destino no instante de tempo  $t$ , uma vez situada na barra  $i$ . Feito isso, é escolhido à próxima posição de acordo com a tabela abaixo:

Tabela 4.11: Caminho percorrido pelas formigas (lista tabu).

Formiga (k)	Caminho Percorrido
<b>1</b>	<b>3-2-4-1-5-7-6-3</b>
2	5-2-3-4-6-1-7-5
3	7-1-3-2-4-6-5-7
4	6-4-5-2-1-7-3-6

Fonte: AUTOR (2023)

9. **enquanto  $t < \max_{it}$  faça(condição não satisfeita)**
10. **para  $i = 1$  até  $N$  faça**
11. **Constrói uma solução aplicando a regra de transição probabilística ( $e - 1$ ) vezes**
12. **Fim**

Cada formiga possui uma lista tabu, como ilustrado na Tabela 4.11, que armazena as localizações já utilizadas e para a formiga quando essa encontra uma solução. Uma vez que um ciclo é completado, esta lista é esvaziada, para que a formiga possa ir em busca de novas soluções.

Para fim de ilustração, será descrito o passo a passo da trajetória da formiga 1 até encontrar as condições que solucionem o problema de recobrimento.

De acordo com a Tabela 4.11, a formiga 1 começa sua trajetória pela barra de número 3. É aplicada a equação (3.5) com restrição de observabilidade pela equação (3.9).

$$u = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Verifica-se que a condição não é satisfeita, sendo assim é realizado o mesmo procedimento adicionando mais um medidor na barra 2.

$$u = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Novamente verifica-se que a condição não é satisfeita, sendo assim de acordo com a regra aplicada descrita acima é alocada um novo medidor na barra 4.

$$u = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Após a formiga 1 instalar 3 medidores sucessivamente nas barras 3, 2 e 4, é satisfeita a condição descrita pela fórmula (3.5).

Observando agora a formiga 2, temos uma outra rota percorrida. A formiga começa pela barra 5, conforme podemos observar na equação abaixo:

$$u = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

É possível observar que a condição da equação (3.9) não foi satisfeita, sendo assim um outro medidor deverá ser alocado na barra 2.

$$u = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

A formiga 2 encontrou a solução mais rapidamente que a formiga 1. É possível observar que foi necessário apenas a instalação de 2 PMUs para a observabilidade total do SEP.

Outra análise importante é o vetor redundância, na formiga 1, apesar de ter utilizado três PMUs, é possível observar uma maior robustez do sistema quando se trata de confiabilidade de observabilidade do sistema, pois várias barras são analisadas por mais de um PMU.

- 13. Calcula o custo de cada solução construída**
- 14. Se uma solução melhor for encontrada então**
- 15. Atualiza a melhor solução encontrada (*best*)**
- 16. Fim**

Após o processo descrito acima é realizada a atualização da lista tabu e a atualização da rota da formiga atual, é calculada a função de custo de cada iteração, equação 3.30, para decidirmos se houve uma melhora ou não do custo da solução.

**17. Atualiza as trilhas de feromônio** ( $\tau_{min}, \tau_{max}$ )

O próximo passo é a atualização das trilhas de feromônio ( $\tau_{min}, \tau_{max}$ ) conforme descrito pela equação 4.2. A trilha do feromônio artificial muda dinamicamente durante a execução do programa com o objetivo de refletir sobre a experiência já adquirida durante as buscas anteriores.

**18.  $t \leftarrow t + 1$**

**19. Se (estagnado)**

**20. Inicializa\_trilha\_de\_feromônio** ( $\tau_{max}$ )

**21. Fim se**

**22. Fim enquanto**

**23. Retorna *best***

Se o algoritmo encontrar uma configuração de melhor qualidade que a solução atual esta será a nova solução atual e a busca será reiniciada novamente. Caso não se encontre uma melhor solução, é impresso o número de medidores do problema e o vetor solução com as barras nas quais devem ser alocados os medidores.

No exemplo de 7 barras foram encontrados um número mínimo de 2 medidores e foram sugeridos a instalação nas barras 4 e 2 ou nas barras 5 e 2. O vetor redundância mostra que 5 barras são monitoradas por um PMU e as outras 2 barras são monitoradas por 2 PMUs.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesse trabalho foi implementado metodologia computacionalmente no software MATLAB Versão (R018b) e foram realizados testes em diversos SEPs. A primeira é uma rede simples de 7 barras, depois utilizaram-se redes do IEEE de 14, 30 e 118 barras. Os resultados vão ser discutidos neste capítulo.

### 5.1 Análises de Resultados

Foram utilizados diferentes SEPs, desde um de 7 barras até um de 118 barras do IEEE. Estes SEPs foram encontrados na literatura e os diagramas destas redes encontram-se no Anexo A.

Em Dorigo (1996) o autor apresenta os dados contidos na tabela 5.1, que ilustra os valores dos diferentes parâmetros iniciais do problema provenientes de testes e análises realizadas em sua pesquisa:

Tabela 5.1: Parâmetros Heurísticos de Entrada

<b>Parâmetros Iniciais</b>	<b>Valores</b>
<b>Número de formigas</b>	<b>número de barras</b>
$Q$	$10^8$
$\tau_0$	$10^{-2}$
$eq_0$	0.4
$\rho$	0,2
$\xi$	0.1
$\alpha$	3
$\beta$	1

Fonte: DORIGO (2000)

Em que:

$\alpha$  e  $\beta$ : são os parâmetros de influência do feromônio e da observabilidade.

$\rho$  e  $\xi$ : representam as taxas de evaporação.

$Q$ ,  $\tau_0$ , e  $q_0$ : são constantes heurísticas.

Os resultados encontrados são mostrados na tabela 5.2. Cada coluna é detalhada a continuação:

**Quantidade inicial de PMUs:** Número inicial de PMUs instalado no SEP para realização dos testes.

**Quantidade de PMUs encontrado:** Número mínimo de PMUs necessário para garantir toda a observabilidade do SEP.

**Barras onde os PMUs estão instalados:** Número das barras sugeridas para que fossem alocados os PMUs garantido observabilidade total do SEP.

**Número percentual (%) de tentativas que encontra o resultado procurado:** Porcentagem que avalia o resultado encontrado.

**Tempo computacional (s) utilizado:** Tempo de execução da análise realizada.

**Redundância:** Indica a quantidade de PMUs que cada barra é monitorada.

Tabela 5.2- Resultados da simulação para os SEPs analisados.

Redes Elétricas	Quantidade inicial de PMUs	Quantidade de PMUs encontrado	Barras onde os PMUs estão instalados	Número percentual (%) de tentativas que encontra o resultado procurado	Tempo computacional (s) utilizado	Redundância		
						b=1	b=2	b≥3
7	3	2	2,4	70	0.0193	5	2	0
7	4	2	5,2	30	0.0197	5	2	0
IEEE14	5	4	2,7,11,13	50	0.0593	11	3	0
IEEE 14	5	4	2,6,8, 9	30	0,0594	11	3	0
IEEE14	5	5	5,4, 7,11,13	10	0.0594	11	3	0
IEEE 14	5	5	2, 7,9,19,12	10	0.0639	12	2	0
IEEE30	15	10	1,6,7,9,10,12,15,19,25,27	60	0.6312	21	9	0
IEEE30	15	10	2,4,6,10,11,12,18,23,25,27	30	0.4958	17	8	5
IEEE30	15	11	2,3,6,9,10,12,15,20,22,25,27	10	0.3902	17	9	4
IEEE 118	38	35	1,5,10,11,12,19,21,25,29,32,34,37,30,40,45,49,53,56,62,64,72,73,75,77,80,83,85,87,90,94,102,105,110,115,116	60	23.74	85	27	6
IEEE 118	38	37	2,5,9,12,15,19,22,24,25,27,31,32,35,37,38,42,44,47,48,50,51,53,59,63,71,75,77,80,87,90,94,101,105,116,119	20	24.28	78	33	7
IEEE 118	38	38	2,5,10,12,15,17,20,23,29,30,35,37,41,43,46,49,52,55,57,58,61,62,64,68,71,74,76,78,85,87,90,92,96,100,107,109,110,115	20	24.31	77	29	12

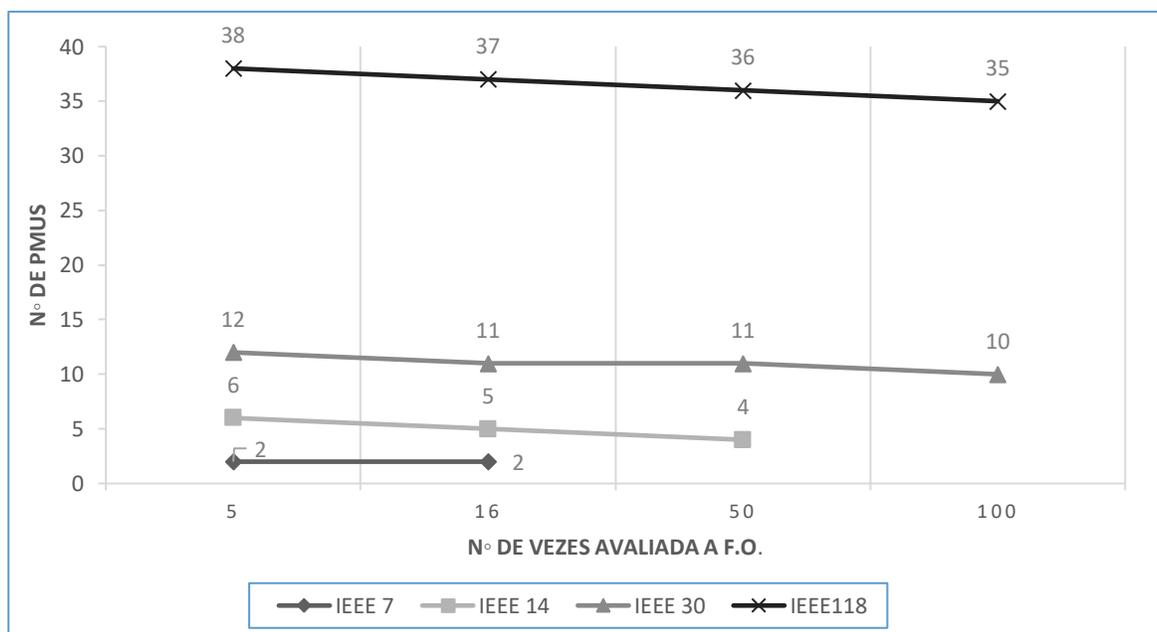
Fonte: AUTOR (2023)

Ao analisar a tabela 5.2, observa-se que os números de PMUs da F.O. encontrados (Coluna 3) é bem inferior ao número de barras em todas as redes elétricas (Coluna 1), o que indica que a solução ótima encontrada foi satisfatória para a otimização da alocação de monitores.

Um importante parâmetro de comparação é o vetor redundância (ver tabela 5.2), no qual indica com que quantidade de PMUs cada barra é monitorada. Com essas informações é possível verificar a robustez do SEP, uma vez que foi respeitado todo o critério da observabilidade. Por exemplo, no sistema de 30 barras temos 2 respostas (configurações de PMUs) com o mesmo número de monitores (10 monitores). A diferença está no número no vetor redundância “b”. A segunda resposta é melhor (ver linha 9 da Tabela 5.2), porque 8 barras são monitoradas por 2 PMUs e 5 barras por mais de 2 PMUs, o que torna o SEP mais robusto e resistente a falhas nos medidores.

A figura abaixo ilustra o desempenho da metodologia para um grupo de redes avaliadas, que se ilustra o número de PMUs versus o Número de vezes (iterações) que se avalia a F.O. Observe que quanto maior é a rede, mais vezes é avaliada a F.O.

Figura 5.1- Desempenho da Metodologia para as redes do IEEE.



Fonte: AUTOR (2023)

## 5.5 Comparação dos resultados

A seguir, são comparados os valores obtidos de literaturas diferentes; são metodologias distintas que visam resolver o mesmo tipo de problema. É possível observar que quando foi possível se comparar, os valores da ACO metodologia foram idênticos aos casos com menor número de barras no SEP; para sistemas maiores foram observados valores diferentes. Os campos em que estão marcados com a letra ‘x’ significam que não contém informação para a rede na metodologia em questão:

Tabela 5.3- Comparação dos resultados com a literatura

<b>REDES ELÉTRICAS</b>	<b>IEEE 14</b>	<b>IEEE 30</b>	<b>IEEE 118</b>	<b>IEEE 300</b>
<b>ACO METODOLOGIA.</b>	4	10	35	90
<b>PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA METODOLOGIA. Manousakis(2017)</b>	4	X	32	X
<b>POROGRAMAÇÃO DINÂMICA APROXIMADA METODOLOGIA. F.O Reis. (2012)</b>	4	10	32	87
<b>PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA GENERALIZADA METODOLOGIA. Gou B (2008)</b>	4	10	X	X
<b>ALGORITMOS GENÉTICOS METODOLOGIA. F.O Silva et. Al.(2000)</b>	4	X	X	X

Fonte: AUTOR (2023)

## 6 CONCLUSÕES

O algoritmo do Sistema de Colônia de Formigas foi implementado num ambiente de programação Matlab e verificou-se a capacidade de solucionar o problema de alocação ótima de PMUs.

A técnica implementada representa uma contribuição na literatura porque faz uma aplicação do ACO para resolver o problema de Alocação Ótima de PMUs.

Dos resultados obtidos, pode-se concluir que o ACO é um método eficiente, já que encontrou resultados satisfatórios, similares à técnicas de otimização encontradas na literatura, e em redes de maior porte encontrou resultados parecidos.

O ACO proporcionou resultados satisfatórios e ótimos, como vistos no capítulo 5, sem um esforço computacional muito grande, resolvendo o problema em um tempo razoável.

O feromônio conduz as formigas a uma busca racional, caso contrário, o número de combinações seria de  $2^N$ , fazendo assim um grande esforço computacional e um tempo muito mais elevado para a solução do problema, que em grandes redes o processo se tornaria inviável.

Como sugestão para trabalhos futuros, a metodologia e os métodos de otimização aplicados neste trabalho podem ser aplicados a redes maiores, como algumas redes do sistema de transmissão brasileiro.

Algumas melhorias podem ser desenvolvidas para garantir melhor desempenho do algoritmo, assim como novos métodos de buscas da meta-heurística para tornar os resultados mais eficientes.

Uma outra possibilidade de trabalho futuro seria a inclusão de um mecanismo inteligente para ajuste de parâmetros automáticos. Nesta abordagem seria criado um banco de dados para guardar os valores de parâmetros, onde cada registro desta base de dados corresponderia a um conjunto de parâmetros do ACO. Esta base de informações poderia ser os dados de entrada para uma rede neural artificial que seria treinada para apresentar uma solução de parâmetros ao algoritmo ACO.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, C. F. M. and KAGAN, N. (2001). **Using Genetic Algorithms and Fuzzy Programming to Monitor Voltage Sags and Swells**. IEEE Intelligent System, Vol.26, No.2; PP.46-53.
- AMMER, C., RENNER, H. “**Determination of the optimum measuring positions for power quality monitoring**”, Harmonics and Quality of Power, 2004. 11th International Conference on, pp. 684 – 689, Sept. 2004. doi: 10.1109/ICHQP.2004.1409435.
- ANEEL. “**Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional, Módulo 8 - Qualidade da Energia Elétrica**”. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/area.cfm?idArea=82&idPerfil=2>, 2011>. Acesso em: 05 de agosto de
- CHAKRABARTI, S., KYRIAKIDES, E. “**Optimal Placement of Phasor Measurement Units for Power System Observability**”, Power Systems, IEEE Transactions on, v. 23, n. 3, pp. 1433 –1440, aug. 2008. ISSN: 0885-8950. doi: 10.1109/TPWRS.2008.922621.
- DORIGO, M., MANIEZZO, V. and COLORNI, A. (1996). **The Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents**. IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetcs- Part B, Vol.26, No.1; PP.29-42.
- DA SILVA R. P. M.; BRANCO H. M G. C., OLESKOVICZ, M., et al. **Algoritmos Genéticos Aplicados à alocação de Medidores de Qualidade de Energia Elétrica em Sistemas de Transmissão**. IEEE/PES Transmission & Distribution Conference and Exposition Latin America, 2010.
- ELDEY, M. A. et al. **A Novel Power Quality Monitoring Allocation Algorithm**. IEEE Transactionson Power Delivey, Vol.21, No.2, PP. 768-777, 2006.
- FERRIGNO, L., LANDI, C., LARACCA, M. “**FPGA-based Measurement Instrument for Power Quality Monitoring according to IEC Standards**”, pp. 906 –911, maio 2008. ISSN: 1091-5281. doi: 10.1109/IMTC.2008.4547165.
- GUERRA W., SILVA T., JESUS B. **Allocation of power quality monitors by Clonal Algorithm Paulo Estevão Teixeira Martins**; 17th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP), pp: 980 – 985, 2016.
- GOLDBARG M. C., LUNA H. P. L. **Otimização Combinatória e Programação Linear**. Ed. Elsevier, 2005.
- IEEE. “**IEEE 1159 Monitoring Electric Power Quality**”. Disponível em: <<http://www.powerstandards.com/IEEE.htm>, 2021>. Acesso em: 22 de dezembro de 2022.

KLARIC, I., SAGOVAC, G. **“Building permanent PQ monitoring system on MV network in Elektra Zagreb, Croatia”**, Electrical Power Quality and Utilisation, 2007. EPQU 2007. 9th International Conference on, pp. 1 –4, Oct. 2007. doi: 10.1109/EPQU.2007.4424234.

MATHWORKS. **“Matlab - Product Documentation - Bintprog”**.  
<http://www.mathworks.com/help/toolbox/optim/ug/bintprog.html>, April 2021.

MLADENOVIC N. **Variable Neighborhood Algorithm: A New Metaheuristic for Combinatorial Optimization**. Abstracts of papers presented at Optimization Days, 1995.

ONS. **“ONS - Procedimentos de Rede - Módulo 25.6 - Indicadores de Qualidade de Energia”**. <http://www.ons.org.br/procedimentos/index.aspx>, 2021.

OLGUIN, G., VUINOVICH F., BOLLEN M. H. J. **An optimal monitoring program for obtaining voltage sag system indexes**. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 21, pp 378-384, 2006.

REIS, D. C. S. **Um Algoritmo BranchandBound para o Problema da Alocação Ótima de Monitores de Qualidade de Energia Elétrica em Redes de Transmissão**. Tese de Mestrado, Universidade Federal de Juiz de Fora, 2007.

XU, B., ABUR, A. **“Observability analysis and measurement placement for systems with PMUs”**. In: Power Systems Conference and Exposition, 2004. IEEE PES, pp. 943 – 946 vols.2, 2004. doi: 10.1109/PSCE.2004.1397683.

XU B., ABUR A. **Obsevability analysis and measurement placement for system with PMUs**. IEEE PES Power Systems Conference and Exposition, Vol.2, PP: 943 – 946, 2014.

ZHAO J. B., ZHANG G. X., SCALA M. L. **PMU based robust dynamic state estimation method for power systems**. Proc. IEEE Power Eng. Soc. General Meeting, Vol. 20, pp. 26-30, 2015.

## APÊNDICE

### ANEXO A - MATRIZES DENSIDADE UTILIZADAS NA SEÇÃO 5

Matriz densidade do sistema de 7 barras utilizada em

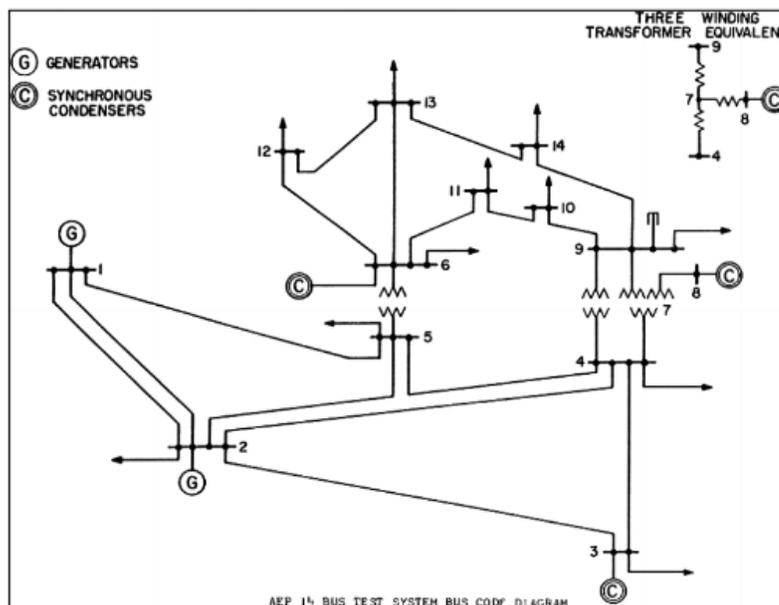
$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriz densidade do sistema de 14 barras utilizada em

$$D = \begin{bmatrix} 11001000000000 \\ 11111000000000 \\ 01110000000000 \\ 01111010100000 \\ 11011100000000 \\ 00001100001110 \\ 00010011100000 \\ 00000011000000 \\ 00010010110001 \\ 00000000111000 \\ 00000100011000 \\ 00000100001110 \\ 00000100001111 \\ 00000000100011 \end{bmatrix}$$

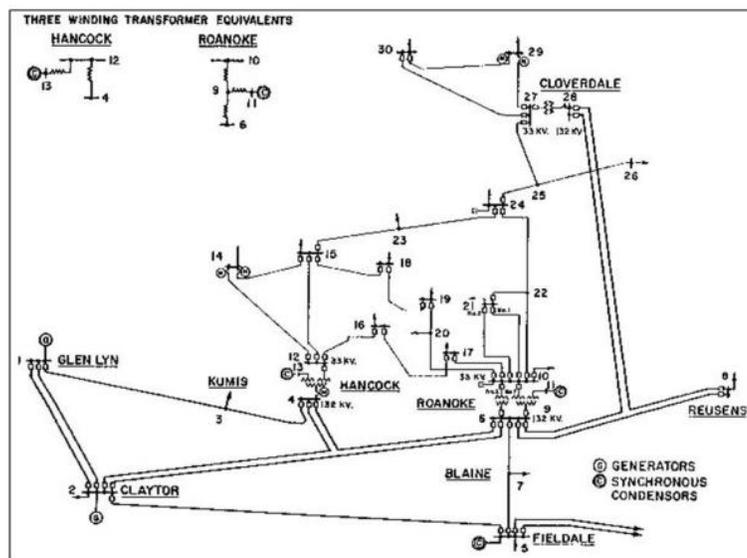
## ANEXO B - TOPOLOGIAS DAS REDES ELÉTRICAS UTILIZADAS NESTE TRABALHO

Figura A.1- Rede IEEE 14:



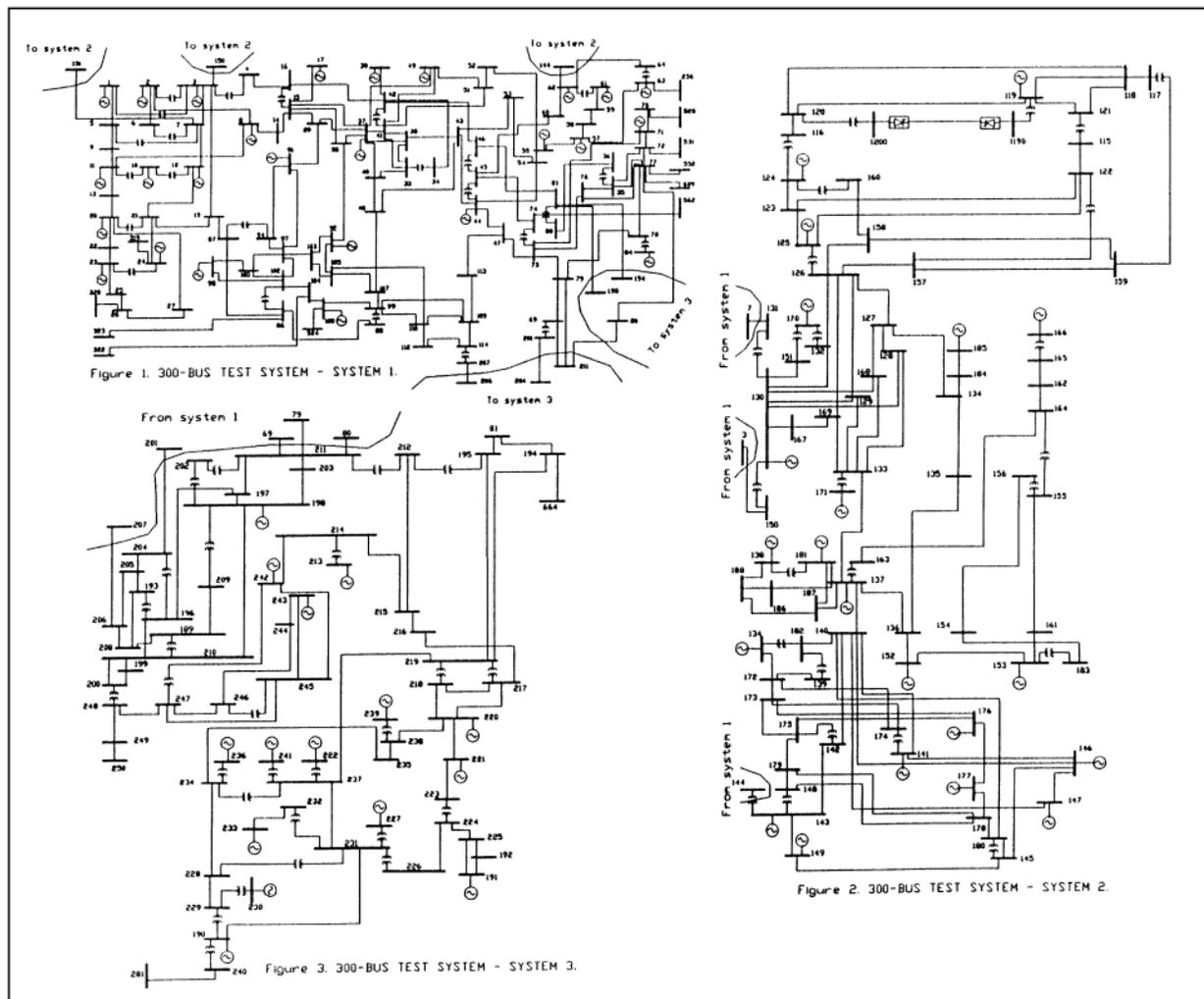
Fonte: UNIVERSIDADE DE WASHINGTON (2007)

Figura A.2 – Rede IEEE 30:



Fonte: UNIVERSIDADE DE WASHINGTON (2007)

Figura A.3 – Rede IEEE 118:



Fonte: UNIVERSIDADE DE WASHINGTON (2007)