

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS  
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO

BÁRBARA LETÍCIA RODRIGUES MILAGRES

Orientador: Pedro Henrique Lopes Silva

Coorientadora: Daiane Cristina de Assis Braga Silva

**UMA ABORDAGEM MULTI-OBJETIVO DO PROBLEMA DE  
PLANEJAMENTO DE CARDÁPIOS VOLTADA PARA ESCOLAS DE  
ENSINO BÁSICO DE MINAS GERAIS**

Ouro Preto, MG  
2023

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS  
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO

BÁRBARA LETÍCIA RODRIGUES MILAGRES

**UMA ABORDAGEM MULTI-OBJETIVO DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE  
CARDÁPIOS VOLTADA PARA ESCOLAS DE ENSINO BÁSICO DE MINAS GERAIS**

Monografia apresentada ao Curso de Ciência da Computação da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Ciência da Computação.

**Orientador:** Pedro Henrique Lopes Silva

**Coorientadora:** Daiane Cristina de Assis Braga Silva

Ouro Preto, MG  
2023

## SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

M637u Milagres, Barbara Leticia Rodrigues.

Uma abordagem multi-objetivo do problema de planejamento de cardápios voltada para escolas de ensino básico de Minas Gerais.

[manuscrito] / Barbara Leticia Rodrigues Milagres. - 2023.

50 f.: il.: color., gráf., tab..

Orientador: Prof. Dr. Pedro Henrique Lopes Silva.

Coorientadora: Ma. Daiane Cristina de Assis Braga Silva.

Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto.  
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Graduação em Ciência da  
Computação .

1. Escola. 2. Dieta. 3. Cardápio. 4. Alimentação. I. Silva, Pedro  
Henrique Lopes. II. Silva, Daiane Cristina de Assis Braga. III. Universidade  
Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 613.2

Bibliotecário(a) Responsável: Luciana De Oliveira - SIAPE: 1.937.800



## FOLHA DE APROVAÇÃO

**Bárbara Letícia Rodrigues Milagres**

### **Uma Abordagem Multi-Objetivo do Problema de Planejamento de Cardápios Voltada Para Escolas de Ensino Básico de Minas Gerais**

Monografia apresentada ao Curso de Ciência da Computação da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Ciência da Computação

Aprovada em 06 de Março de 2023.

#### Membros da banca

Pedro Henrique Lopes Silva (Orientador) - Doutor - Universidade Federal de Ouro Preto  
Daiane Cristina de Assis Braga Silva (Coorientadora) - Mestre - Universidade Federal de Ouro Preto  
Dayanne Gouveia Coelho (Examinadora) - Doutora - Universidade Federal de Ouro Preto  
Rodrigo César Pedrosa Silva (Examinador) - Doutor - Universidade Federal de Ouro Preto

Pedro Henrique Lopes Silva, Orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 06/03/2023.



Documento assinado eletronicamente por **Pedro Henrique Lopes Silva, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 07/03/2023, às 18:03, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [http://sei.ufop.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0481598** e o código CRC **31838783**.

*Gostaria de dedicar este trabalho aos meus pais, cujo apoio e incentivo foram fundamentais para que eu chegasse até aqui. Sem eles, esta conquista não teria sido possível. Também gostaria de dedicar aos meus irmãos por sempre estarem presentes em minha vida e me apoiarem em todas as ocasiões. Além disso, não posso deixar de mencionar meus amigos Higor e Alexandro, que estiveram ao meu lado desde a infância até este momento tão importante. Sua amizade e apoio incondicional foram essenciais para que eu chegasse até aqui.*

# Agradecimentos

Gostaria de iniciar agradecendo a Deus, pois sem sua orientação divina eu não teria alcançado esta importante conquista em minha vida. Também quero expressar minha profunda gratidão aos meus pais, Aparecida e Antônio Carlos, pelo incansável apoio e incentivo durante toda a minha jornada acadêmica. Sem o amor, a paciência e o encorajamento deles, eu não teria chegado onde estou hoje.

Além disso, gostaria de estender meus agradecimentos aos meus irmãos, Luís Paulo, Andresa, Luís Antônio e a minha querida irmã Monalisa, por me apoiarem incondicionalmente e por serem uma presença constante em minha vida. Agradeço também ao professor Pedro e Daiane e à professora Dayanne por terem me ensinado tanto e por terem me dado a oportunidade de aprender com eles.

Por fim, mas não menos importante, quero expressar minha profunda gratidão aos meus amigos Higor e Alexandro, por sempre estarem ao meu lado, mesmo nos momentos mais difíceis. Sua amizade foi um verdadeiro presente em minha vida e sou grata por tudo que fizeram por mim. Obrigado a todos vocês, esta conquista não teria sido possível sem o apoio de cada um de vocês.

"Eu venci porque nunca deixei de acreditar que era possível!"

# Resumo

Este trabalho teve como objetivo gerar um conjunto de cardápios para escolas de ensino básico do Estado de Minas Gerais, utilizando o Problema da Dieta Multi-objetivo, o algoritmo *Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm - II* (NSGA-II) e a estratégia  $\epsilon$ -Restrito, a fim de minimizar o custo e o erro nutricional das refeições, atendendo às necessidades nutricionais de adolescentes de 11 a 15 anos. Para alcançar esse objetivo, foram realizados testes utilizando uma base de dados de 97 alimentos obtidos da cartilha de Cardápios da Alimentação Escolar da Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais e seus valores nutricionais foram obtidos através da Tabela Brasileira de Composição dos Alimentos (TBCA). Os custos dos alimentos foram calculados considerando o valor médio praticado por supermercados de varejo do Brasil. A metodologia proposta foi capaz de gerar conjuntos de soluções não-dominadas para o problema, onde cada ponto representa uma solução entre os objetivos considerados. Cada solução não-dominada obtida representa um possível conjunto de cardápios para as escolas. Além disso, as dietas geradas atenderam a todos os valores nutricionais recomendados pelas referências consultadas.

**Palavras-chave:** NSGA-II; Problema da Dieta; Otimização Multi-objetivo, Epsilon-Restrito.

# Abstract

This work had the objective of generating a set of meal plans for primary schools (6th to 9th grade) from Minas Gerais State, using the Multi-objective diet Problem, the Non-Dominated Genetic Algorithm - II (NSGA-II) and the  $\epsilon$ -Constraint strategy, in order to minimize the cost and the nutritional error of meals, besides meeting the nutritional needs of teenagers from 11 to 15 years old. To achieve this objective, tests were performed using a database comprehending 97 foods, obtained from the booklet of the *Cardápios da Alimentação Escolar of the Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais* and their nutritional values were obtained from the table *Tabela Brasileira de Composição dos Alimentos (TBCA)*. The cost values of each food were calculated accounting the medium price charged for brazilian retail supermarkets. The proposed methodology was able to generate sets of non-dominated solutions to the problem, where each point represents a solution among the considered objectives. Each non-dominated solution obtained represents a possible set of meal plans for the schools. Moreover, the generated diets match every nutritional value recommended by the consulted references.

**Keywords:** NSGA-II, Diet Problem, Multi-objective Optimization, Epsilon Constraint

# Lista de Ilustrações

Figura 2.1 – Frente de Pareto. . . . .	6
Figura 2.2 – Frente de Pareto e <i>Ranks</i> . . . . .	11
Figura 2.3 – Crowding Distance. . . . .	12
Figura 2.4 – Funcionamento do NSGA-II. . . . .	13
Figura 2.5 – Ilustração do método Epsilon-Restrito. . . . .	14
Figura 2.6 – Indicador de hiper-volume de um problema com duas funções objetivos. . . . .	15
Figura 3.1 – Representação de uma solução para o problema onde cada cor representa o cardápio para um dia da semana . . . . .	25
Figura 3.2 – <i>Single-point Crossover</i> a partir do centro do vetor. . . . .	26
Figura 3.3 – Mutação a partir de um cromossomo aleatório . . . . .	26
Figura 4.1 – Conjunto de Soluções Não Dominadas de um cardápio para 5 dias, minimizando o custo da refeição ( $f_1$ ), e o erro nutricional, ( $f_2$ ), obtida ao executar o algoritmo NSGA-II . . . . .	29
Figura 4.2 – Conjuntos de soluções não dominadas do algoritmo NSGA-II onde $f_1$ representa a função objetivo que minimiza o custo dos alimentos e a $f_2$ representa a função objetivo que minimiza o erro nutricional . . . . .	30
Figura 4.3 – Conjunto de Pareto �timo de um cardápio para 5 dias, minimizando o custo da refeição ( $f_1$ ) e o erro nutricional ( $f_2$ ) obtida ao executar o algoritmo Epsilon-Restrito . . . . .	31
Figura 4.4 – Conjunto de Pareto �timo de um cardápio para 5 dias, minimizando o custo da refeição ( $f_1$ ) e o erro nutricional ( $f_2$ ) obtida ao executar o algoritmo Epsilon-Restrito . . . . .	32

# Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Resumo dos trabalhos relacionados. . . . .	19
Tabela 3.1 – Valores nutricionais necessários ao ser humano na faixa etária de 11 a 15 anos entre quantidade diária e a quantidade no almoço. . . . .	21
Tabela 3.2 – Tamanho de tamanho das porções de alimentos utilizadas. . . . .	22
Tabela 3.3 – Referências nutricionais para crianças de 11 a 15 anos conforme apresentado em Programa Nacional de Alimentação Escolar – PNAE (2009). . . . .	23
Tabela 4.1 – Parâmetros do algoritmo NSGA-II. . . . .	29
Tabela 4.2 – Uma solução para o problema . . . . .	33
Tabela 4.3 – Solução para o problema obtida a partir do Epsilon-Restrito . . . . .	34
Tabela A.1 – Tabela contendo os alimentos utilizados neste trabalho e seus respectivos custos	43
Tabela B.1 – Tabela contendo os alimentos utilizados neste trabalho e seus respectivos custos	46

# Lista de Abreviaturas e Siglas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
APM	<i>Adaptive Penalty Method</i>
CF	<i>Carbon Footprint</i>
DECOM	Departamento de Computação
DRI	Dietary Reference Intakes
EF	<i>Ecological Footprint</i>
EGP	<i>Extended Goal Programming</i>
FoRC	<i>Food Research Center</i>
GA	<i>Genetic Algorithm</i>
GDE3	<i>Generalized Differential Evolution Algorithm</i>
IBEA	<i>Indicator-based Evolutionary Algorithm</i>
IDE	Integrated Development Environment
ILS	<i>Iterated Local Search</i>
KP	<i>Knapsack Problem</i>
LCA	<i>life cycle assessment</i>
MA	<i>Memetic Algorithm</i>
MGP	<i>Minmax Goal Programming</i>
MMPP	<i>Multi-Objective Menu Planning Problem</i>
MOEA/D	<i>Multi-Objective Evolutionary Algorithm based on Decomposition</i>
MOEA-DLA	<i>Multi-Objective Evolutionary Algorithm with Double-Level Archives</i>
MOEA-NDD	<i>Multi-Objective Evolutionary Algorithm - Nutritional Dietary Decision</i>
MPP	<i>Menu Planning Problem</i>
NDDP	<i>Nutritional Dietary Decision Problem</i>
NSGA	<i>Nondominated Sorting Genetic Algorithm</i>

NSGA-II	<i>Nondominated Sorting Genetic Algorithm II</i>
NSGA-III	<i>Nondominated Sorting Genetic Algorithm III</i>
NP	<i>Non-Deterministic Polynomial time</i>
OMS	Organização Mundial da Saúde
PCV	Problema do Caixeiro Viajante
PNAE	Programa Nacional de Alimentação Escolar
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
SPEA2	<i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm</i>
TI	Tecnologia da Informação
TSP	<i>Traveling Salesman Problem</i>
UFOP	Universidade Federal de Ouro Preto
USP	Universidade de São Paulo
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
TBCA	Tabela Brasileira de Composição dos Alimentos
WF	<i>Water Footprint</i>
WTM	<i>weighted Tchebychef metric</i>

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Justificativa	2
1.2	Objetivos	3
1.3	Organização do Trabalho	3
<b>2</b>	<b>Fundamentação Teórica</b>	<b>4</b>
2.1	Problemas de otimização	4
2.1.1	Fronteira de Pareto e Dominância de Pareto	5
2.1.2	Problema da Mochila 0-1	6
2.2	Problema da dieta	6
2.2.1	Problema de Planejamento de Cardápios	8
2.2.2	Problema de Planejamento de Cardápios Multi-Objetivo	8
2.3	Heurísticas e Metaheurísticas	9
2.3.1	Algoritmo Genético	9
2.4	NSGA-II	10
2.4.1	<i>Non-Dominated Sorting</i>	11
2.4.2	Operador de Preservação de Elite	11
2.4.3	<i>Crowding Distance</i>	11
2.4.4	Operador de Seleção	12
2.4.5	Funcionamento do NSGA-II	12
2.5	Epsilon-Restrito	13
2.6	Hiper-Volume	14
2.7	Trabalhos relacionados	15
<b>3</b>	<b>Metodologia</b>	<b>20</b>
3.1	Cardápios de Alimentação Escolar	20
3.2	Composições Nutricionais dos Alimentos	20
3.3	Recomendações Nutricionais ao Ser humano	21
3.4	Preços dos Alimentos	22
3.5	Erro Nutricional	22
3.6	Modelo Matemático	23
3.7	Algoritmo NSGA-II	25
3.7.1	Representação de uma solução	25
3.7.2	<i>Sampling</i>	25
3.7.3	<i>Crossover</i>	25
3.7.4	Mutação	26
3.7.5	Seleção	27
3.7.6	Parâmetros	27

3.8	Estratégia Epsilon-Restrito . . . . .	27
<b>4</b>	<b>Experimentos e Resultados . . . . .</b>	<b>28</b>
4.1	Parâmetros . . . . .	28
4.2	Conjunto de Soluções Não-Dominadas geradas (NSGA-II) . . . . .	29
4.3	Conjunto Pareto Ótimo . . . . .	30
4.4	Comparando os resultados obtidos pelo NSGA-II com o Epsilon-Restrito . . . . .	31
4.5	Solução . . . . .	32
<b>5</b>	<b>Considerações Finais . . . . .</b>	<b>36</b>
	 <b>Referências . . . . .</b>	 <b>37</b>
	 <b>Anexos</b>	 <b>42</b>
	<b>ANEXO A Tabela de Alimentos . . . . .</b>	<b>43</b>
	<b>ANEXO B Tabela de Nutrientes . . . . .</b>	<b>46</b>

# 1 Introdução

No cotidiano existem muitas tarefas em que o objetivo é encontrar a melhor solução possível entre um conjunto de possibilidades. Por exemplo, escolher um lugar para morar ou comprar o máximo de coisas possíveis pelo menor preço. Problemas desse tipo também estão presentes na ciência e o processo de tentar selecionar o melhor elemento com relação a algum critério em um conjunto de alternativas possíveis recebe o nome de otimização (HOLDER, 2006).

Otimização é um problema matemático que possui muitas aplicações no mundo real (MARTINEZ; SANTOS, 1995). Nesses problemas, a tarefa de encontrar a solução ótima é complexa. Uma solução ótima pode ser vista como aquela que não pode ser melhorada, também chamada de solução ideal para o problema (HOLDER, 2006). O nível de dificuldade de um problema de otimização pode estar atrelado à diversos fatores como a parte financeira ou o tempo computacional inviável necessário para alcançar os resultados.

Um problema de otimização pode ser mono-objetivo ou multi-objetivo. Os problemas mono-objetivo são aqueles que, como o próprio nome sugere, possuem apenas uma função objetivo. Já os problemas multi-objetivos são aqueles que possuem mais de uma função objetivo. A função objetivo é aquela que será otimizada, ou seja, o objetivo principal do problema (HOLDER, 2006).

Existem diversos problemas de otimização e eles podem estar envolvidos em áreas diferentes de estudo. Um problema bastante comum é o Problema da Mochila (*Knapsack Problem*) que, de forma básica, consiste em organizar itens em uma mochila de modo que ao final a mochila possua os itens de maior valor não ultrapassando um peso limite (KRAUSE; CORDEIRO; LOPES, 2013).

O problema neste trabalho trata-se do Problema da Dieta, que nada mais é que um problema da mochila multidimensional mono ou multi-objetivo, dependendo do contexto em que ele é utilizado. O objetivo é gerar um cardápio com o menor custo sujeito a algumas restrições de necessidades nutricionais diárias definidas como limites inferior e superior no elemento nutricional, conforme explicado por Kaldirim e Kose (2006a).

O Problema da Dieta clássico, foi proposto por Stigler (1945) e se tratava de gerar dietas para o exército Americano, nutricionalmente adequadas e com o menor custo possível. Com o tempo, observou-se problemas nesse modelo que mais tarde se tornariam melhorias, como por exemplo a palatabilidade da dieta gerada. Observou-se que a dieta proposta por Stigler (1945) não era palatável, o que dificultava colocá-la em prática. Além disso, o problema passou a ser utilizado em áreas inusitadas, como no planejamento de dietas para animais (SOLEIMANI; GILBERT, 2021a).

Balintfy (1964) formulou o Problema de Planejamento de Cardápios (MPP, do inglês *Menu Planning Problem*) por meio de um modelo que é uma extensão do modelo clássico do problema da dieta. Basicamente, o MPP é o problema da dieta que se estende a criar cardápios com não mais apenas uma refeição e sim muitas (SPAK et al., 2017). Nesse trabalho utilizou-se o MPP.

Em (RAMOS-PÉREZ et al., 2020), utilizou-se o MPP multi-objetivo para geração de cardápios para escolas que tem por objetivo minimizar o custo e o grau de repetição dos cursos e grupos de alimentos em que consiste um plano de refeição. O método proposto visa gerar um plano de refeições que seja acessível, variado e equilibrado do ponto de vista nutricional de acordo com as necessidades de uma criança em idade escolar. O plano é projetado para um determinado número de dias (RAMOS-PÉREZ et al., 2020).

Partindo disso, o presente trabalho visa gerar cardápios para escolas públicas de ensino básico do estado de Minas Gerais que possuam o menor custo e menor erro nutricional possíveis, assim como em como em Moreira et al. (2022). O cálculo do erro nutricional é realizado por meio da soma das diferenças entre o valor do nutriente presente na solução corrente e o valor de referência obtido a partir do Programa Nacional de Alimentação Escolar – PNAE (2009). Os cardápios gerados devem ser nutricionalmente adequados de acordo com as necessidades nutricionais de um adolescente do Ensino Fundamental 2 em idade escolar de 11 a 15 anos, para um total de cinco dias, pretende-se gerar cinco cardápios diferentes.

## 1.1 Justificativa

A nutrição é um fator essencial a todos seres humanos mas, se faz ainda mais necessária nos primeiros anos de vida de uma criança, quando é necessário se preparar uma base sólida para um bom crescimento e desenvolvimento (FROTA et al., 2009). Porém, alguns fatores como crises econômicas e pobreza podem levar à problemas como a desnutrição, que pode ocasionar consequências mais graves em crianças e adolescentes (RAMOS-PÉREZ et al., 2020).

A desnutrição afeta a aprendizagem da criança e até mesmo o ato de conhecer o novo. Conforme explorado por Frota et al. (2009), crianças e adolescentes que possuem uma má alimentação apresentam dificuldades de concentração, problemas com coordenação motora e dificuldades na formulação do conhecimento.

O combate à desnutrição não é uma obrigação da alimentação escolar, o objetivo do Programa Nacional de Alimentação Escolar (PNAE) (Programa Nacional de Alimentação Escolar – PNAE, 2009) é promover hábitos alimentares saudáveis, saúde e aquisição do conhecimento (BRASIL; BRASIL, 2011). Porém, ela ajuda, uma vez que em grande parte das vezes, é a única alimentação que a criança tem no dia (COSTA; RIBEIRO; RIBEIRO, 2001).

Nesse contexto, justifica-se esse trabalho dada a facilitação, através de um algoritmo,

da busca por cardápios que sejam baratos, nutritivos e que ajudem nesse combate à fome e à desnutrição nas escolas públicas. Para tanto, é considerado o almoço como sendo uma refeição que atenda a aproximadamente 35% dos requisitos nutricionais mínimos diários para uma criança (RAMOS-PÉREZ et al., 2020).

Do ponto de vista computacional, é de grande importância estudar esse problema devido à sua complexidade, uma vez que ele pertence à classe NP-Difícil (LEE et al., 2021). Tal fato implica que existem algoritmos exatos para tratar o problema, porém eles não são capazes de encontrar a solução ótima em tempo polinomial. Sendo assim, o uso de heurísticas e meta-heurísticas se mostra indicado para lidar com esse tipo de problema, uma vez que elas são capazes de fornecer soluções aproximadas em tempo computacional razoável.

## 1.2 Objetivos

O objetivo geral desta monografia consiste em gerar cardápios que sejam nutricionalmente adequados, possuam o menor custo possível e menor erro nutricional para o almoço de escolas públicas de ensino básico do estado de Minas Gerais.

- Com base em uma lista de alimentos já ofertados pelas escolas públicas, obtidos a partir de uma cartilha divulgada publicamente pelo Governo de Minas Gerais, selecionar quais alimentos serão utilizados nesse estudo;
- Garantir que os cardápios gerados atendam os requisitos nutricionais necessários ao ser humano, considerando neste trabalho, a faixa etária de 11 a 15 anos, que são adolescentes do Ensino Fundamental 2;
- Gerar cardápios para cinco dias que possuam baixo erro nutricional e o menor custo possível;
- Adaptar o algoritmo multi-objetivo NSGA-II para obter os cardápios;
- Implementar a estratégia do Epsilon-Restrito para obter os cardápios.
- Comparar a eficiência do NSGA-II em relação ao Epsilon-Restrito e avaliar a qualidade das soluções obtidas por cada abordagem.

## 1.3 Organização do Trabalho

Esta monografia se encontra dividida em cinco capítulos, o restante dos capítulos segue a seguinte estrutura: o Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica necessária para o entendimento desse trabalho; o Capítulo 3 apresenta a metodologia e o desenvolvimento; já o Capítulo 4 apresenta os resultados obtidos após a realização dos experimentos; por fim, o Capítulo 5 apresenta a conclusão dessa monografia.

## 2 Fundamentação Teórica

Este capítulo apresenta a fundamentação teórica deste trabalho necessária para melhor entendimento e bom desenvolvimento do mesmo. E encontra-se organizado da seguinte forma: a Seção 2.1 apresenta algumas definições e problemas de otimização; a Seção 2.2 apresenta uma descrição breve do Problema da Dieta e as variações que o mesmo possui; a Seção 2.3 apresenta um pouco sobre os conceitos de Heurística e Metaheurística; a Seção 2.4 uma breve explicação do algoritmo NSGA-II utilizados neste trabalho; a Seção 2.5 descreve o funcionamento da estratégia do Epsilon-restrito, a outra estratégia utilizada nesse trabalho; a Seção 2.6 apresenta a métrica de hiper-volume usada para análise de soluções de problemas multi-objetivo; por fim, a Seção 2.7 apresenta os trabalhos relacionados.

### 2.1 Problemas de otimização

Problemas de otimização podem ser vistos em diversos problemas do cotidiano, desde os mais simples até os mais complexos. De modo geral, um problema de otimização consiste em maximizar ou minimizar uma (mono-objetivo) ou várias (multi-objetivo) funções objetivo que podem possuir uma ou muitas variáveis. Além disso, o problema pode ser restrito ou irrestrito. Problemas restritos são aqueles que possuem condições para que a função objetivo seja satisfeita, eles limitam a região em que a solução ótima será procurada (BORTOLETE, 2016). Já os problemas irrestritos são aqueles que não possuem essas condições, apenas a função objetivo. Um problema de otimização é definido matematicamente por:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } f(x) \\ & \text{sujeita a } x \in \Omega \subset R^n, \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde a função  $f$  é a função objetivo e o conjunto  $\Omega$ , o conjunto de soluções factíveis.

A formulação matemática de um problema de otimização multi-objetivo é dada pela Equação (2.2).

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar ou Maximizar } f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)] \\ & \text{sujeita a } g(x) \leq 0, \\ & \quad \quad \quad h(x) = 0 \end{aligned} \tag{2.2}$$

onde  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  é o vetor de variáveis de decisão,  $f(x)$  é o vetor de funções objetivos,  $g(x)$  é o vetor de restrições de desigualdade e  $h(x)$  é o vetor de restrições de igualdade (DEB, 2011).

De modo geral, problemas restritos são aqueles que possuem restrições. Uma restrição é uma condição que limita as soluções possíveis para o problema. Elas são usadas para representar as restrições do mundo real que devem ser levadas em consideração durante a otimização. Essas restrições podem afetar o valor da função objetivo do problema, bem como as soluções possíveis (WRIGHT; NOCEDAL et al., 1999).

Outra subdivisão dos problemas de otimização é em problemas lineares e não lineares. Otimização linear é aquela constituída apenas por equações lineares em seus objetivos e restrições, além disso a otimização linear pertence à classe dos problemas nos quais bons algoritmos de resolução existem (SANTOS, 2012). De maneira análoga, otimização não linear é constituída por equações não lineares. Problemas não lineares podem possuir equações lineares em sua composição, o contrário não pode acontecer.

Esses problemas também podem ser divididos em três categorias: quando as variáveis assumem valores reais (ou contínuos) - Otimização contínua; quando assumem valores discretos (ou inteiros) – Otimização Combinatória; e quando há variáveis inteiras e contínuas – Otimização Mista (BECCENERI, 2008). Aqui trataremos os problemas de Otimização Combinatória.

A Otimização Combinatória possui todas as variáveis restritas a assumirem apenas valores inteiros, conforme descrito anteriormente. Além disso ela busca alocar, de maneira eficiente, recursos limitados para alcançar seu objetivo (BUENO, 2005). A seguir, após as definições de Fronteira de Pareto e Dominância de Pareto, será apresentado o Problema da Mochila, um problema de otimização combinatória.

### 2.1.1 Fronteira de Pareto e Dominância de Pareto

Ao abordar problemas de otimização multi-objetivo, é fundamental definir o conceito de Conjunto de Pareto. Uma solução em um problema multi-objetivo que não é dominada por nenhuma outra solução viável é chamada solução ótima de Pareto (VERMA; PANT; SNASEL, 2021). As soluções não dominadas são aquelas que superam todas as outras em pelo menos um objetivo, enquanto as dominadas são aquelas que são superadas por pelo menos uma solução. O conjunto de Pareto é o conjunto de todas as soluções ótimas de Pareto, e a frente de Pareto (*Pareto front*) é a representação gráfica do conjunto de Pareto, obtida a partir do vetor objetivo correspondente ao conjunto de Pareto, conforme ilustrado na Figura 2.1 Já a Dominância de Pareto envolve a comparação de soluções com base em múltiplos critérios de desempenho. Uma solução é dita dominar outra solução se ela for igual ou melhor em todos os critérios e estritamente melhor em pelo menos um critério. Em outras palavras, uma solução é dominante se não houver outra solução que seja melhor em todos os critérios de desempenho. (VERMA; PANT; SNASEL, 2021; CASTRO, 2001).

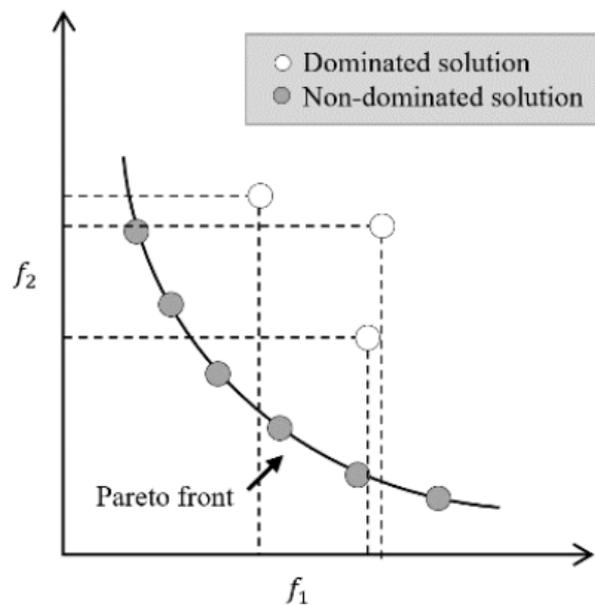


Figura 2.1 – Frente de Pareto.  
Fonte: (VERMA; PANT; SNASEL, 2021).

### 2.1.2 Problema da Mochila 0-1

O Problema da Mochila (do inglês *Knapsack Problem* - KP), é um dos mais conhecidos e estudados problemas de otimização combinatória e NP-Completo (DU et al., 2012). Um problema NP-completo é um problema do subconjunto de NP (*Non-Deterministic Polynomial time*), problemas de decisão cujas soluções podem ser verificadas em tempo polinomial não-determinístico. Os NP-completos são os problemas NP “mais difíceis”, de forma que, se for encontrado um algoritmo eficiente para um NP-Completo, será encontrado para todos os NP também (FORTNOW, 2009). Já um problema NP-Difícil é um problema de decisão que é tão difícil quanto os problemas NP-Completo ou até mais difícil, mas ainda não se sabe se ele é NP-Completo (PAPADIMITRIOU, 2003).

O KP 0-1 é um dos mais importantes e mais estudados problemas dentro das variações do KP. Esse problema consiste em maximizar o valor associado a itens que podem estar na mochila e ao mesmo tempo a soma dos pesos desses itens não podem exceder à capacidade da mochila (BUENO, 2005).

## 2.2 Problema da dieta

O Problema da Dieta, do inglês *Diet Problem*, nada mais é que um problema da mochila multidimensional mono ou multi-objetivo, conforme descrito em (KALDIRIM; KOSE, 2006a). Ele foi proposto inicialmente por Stigler (1945) com o objetivo geral de gerar dietas que possuíssem o menor custo possível e fossem nutricionalmente adequadas. O problema proposto por Stigler (1945) se trata de um problema mono-objetivo do problema da dieta e era direcionado ao

exército americano, com o foco nos dois objetivos gerais descritos (GARILLE; GASS, 2001).

A Equação (2.3), apresentada em Souza (2006), é a formulação do Problema da Dieta proposta por Stigler (1945):

$$\begin{aligned}
 & \text{minimizar } Z = \sum_{i=1}^M c_i x_i \\
 & \text{sujeito a } \sum_{i=1}^M a_{ij} x_i \geq b_j, \\
 & \text{para } j = 1, \dots, N \\
 & \quad x_i \geq 0,
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

onde:

$i$  representa cada um dos  $M$  alimentos selecionados para o problema;

$j$  corresponde a cada um dos  $N$  nutrientes selecionados para o problema;

$c_i$  corresponde ao custo do alimento  $i$ ;

$x_i$  é a quantidade do alimento  $i$ ;

$a_{ij}$  é a quantidade do nutriente  $j$  no alimento  $i$ ;

$b_j$  é a quantidade mínima ou máxima do nutriente  $j$ .

A lista de alimentos inicial de Stigler (1945) possuía 77 alimentos, mas como na época não existiam máquinas para resolver o problema de forma automatizada, Stigler (1945), de forma manual, propôs uma solução a ser obtida com base na substituição de certos alimentos por outros mais nutritivos e de custo inferior aos demais. No fim, a lista foi reduzida a 9 alimentos. Os nutrientes também foram reduzidos, inicialmente eram nove e no fim ficaram apenas cinco (SOUZA, 2006).

Para obter os resultados, Stigler (1945) utilizou uma heurística inteligente e avaliou 510 possibilidades de combinação dos alimentos até então selecionados. Por não haver recursos naquela época, o valor de custo encontrado pelo autor não podia ser considerado o custo mínimo pois não havia como provar tal fato. Apesar de não ter encontrado a solução ótima, mais tarde foi provado que a solução encontrada por Stigler (1945) era apenas 0,6% maior que o custo mínimo (SOUZA, 2006). Porém, a dieta gerada não era palatável pois não havia nenhuma condição para que isso acontecesse. Com isso, novas propostas de melhorias foram sendo apresentadas para o Problema da Dieta, algumas delas, por exemplo, são a dieta restrita em calorias e a maximização de preferência dos usuários (GARILLE; GASS, 2001).

### 2.2.1 Problema de Planejamento de Cardápios

Problema de Planejamento de Cardápios (do inglês *Menu Planning Problem* - MPP), trata-se de uma variação do Problema da Dieta em que não se gera apenas um cardápio e sim vários. Este começou a ser resolvido via computadores no início de 1960 (BALINTFY, 1964). Muitas de suas formulações tratam-se de problemas NP-Completo (GAZAN et al., 2018). O MPP clássico tem por objetivo encontrar uma combinação de cardápios que satisfaçam restrições de custo das refeições, variedade dos cardápios e requisitos nutricionais para  $n$  dias (MARRERO et al., 2020).

Geralmente, as restrições do MPP são baseadas em requisitos nutricionais, porém, existem algumas outras que também são utilizadas como por exemplo a variedade dos cardápios. Algumas das técnicas para lidar com restrições mais utilizadas são fundamentadas na aplicação de métodos de reparo ou funções de penalização. Os métodos de reparo consistem em aplicar os operadores a uma solução inviável até que ela se torne viável. Já as funções de penalização consistem em penalizar, de alguma forma, a função de aptidão de acordo com o grau de inviabilidade da solução correspondente. Com isso, quanto maior o grau de inviabilidade da solução, maior a probabilidade dela ser descartada (MARRERO et al., 2020).

O MPP também pode ser mono-objetivo (SEGURA et al., 2019) ou multi-objetivo (RAMOS-PÉREZ et al., 2020). Geralmente, as formulações de objetivo único consideram o custo como objetivo e as exigências nutricionais como restrições. Já nos problemas multi-objetivo, o custo normalmente é um dos objetivos, os outros variam de acordo com o problema, um exemplo é a maximização das preferências alimentares (KALDIRIM; KOSE, 2006b) e outro é o de erro nutricional (MOREIRA et al., 2022). Além disso, os nutrientes, assim como nas formulações mono-objetivo, geralmente vêm como restrições do problema (MARRERO et al., 2020).

### 2.2.2 Problema de Planejamento de Cardápios Multi-Objetivo

Nesse trabalho será utilizado o Problema de Planejamento de Cardápios Multi-Objetivo (do inglês *Multi-Objective Menu Planning Problem* - MMPP (SEGREDO et al., 2020)). O objetivo geral é gerar planos de alimentação saudáveis, de forma automática, para o almoço de cantinas escolares tendo adolescentes como público-alvo. As funções objetivo consistem em minimizar o custo do plano de alimentação e minimizar o erro nutricional.

O erro nutricional é calculado como o módulo da soma das diferenças entre os valores nutricionais de cada nutriente na solução atual e seus respectivos valores de referência nutricional, os quais são determinados em Programa Nacional de Alimentação Escolar – PNAE (2009).

## 2.3 Heurísticas e Metaheurísticas

Uma Heurística consiste em um método iterativo que procura, na vizinhança da solução corrente, uma nova solução, que nem sempre será melhor que a anterior, com o objetivo de encontrar a solução ótima do problema (MEDEIROS; KRIPKA, 2012).

Heurísticas construtivas são métodos que tem por objetivo a geração de uma solução, elemento por elemento, com base em regras específicas, que variam de acordo com o problema, para um dado problema de otimização (SOUZA, 2000; JÚNIOR, 2011). Por esses métodos serem rápidos, eles são comumente usados para a geração da solução inicial. Essa solução pode não ser satisfatória e, com isso, ela pode requerer um refinamento após sua construção (JÚNIOR, 2011).

As heurísticas de refinamento, também chamadas de métodos de busca local, são métodos de otimização que, como o próprio nome sugere, consistem no refinamento de uma solução. A partir dessa solução é definida uma vizinhança através de uma regra que a modifica (JÚNIOR, 2011). Elas iniciam com uma solução do problema, esta pode ser gerada utilizando heurísticas construtivas ou aleatoriamente. De acordo com Júnior (2011), a partir dessa solução, busca-se, a cada iteração, na sua vizinhança já definida, novas soluções, e espera-se que estas possam melhorar o valor da função de avaliação do problema. A sua eficiência depende da solução inicial e da vizinhança.

Por fim, as metaheurísticas definem estratégias gerais para construção de algoritmos de otimização, em outras palavras, estratégias iterativas que produzem novas soluções de maneira eficiente através do uso de operações e outras heurísticas, podendo estas manipular uma única solução ou várias soluções a cada iteração (VOSS; MANIEZZO; STÜTZLE, 2009; SILVA, 2014).

### 2.3.1 Algoritmo Genético

Os Algoritmos Genéticos (do inglês *Genetic Algorithms* - GAs) são métodos heurísticos que, de forma geral, são uma técnica de busca e otimização inspirado na teoria da evolução das espécies e reprodução genética de Charles Darwin (GOLBERG, 1989; PACHECO et al., 1999). São aplicados nos GAs conceitos como genes, cromossomos, cruzamento, mutação e seleção natural, propostos por Darwin e combinados com a teoria computacional (JÚNIOR, 2011).

Os GAs são uma heurística onde gera-se uma população inicial formada por indivíduos que são combinados entre si gerando novos indivíduos, estes são possíveis soluções no espaço de busca. São utilizados os operadores de cruzamento e mutação para obter uma boa diversidade (JÚNIOR, 2011).

Segundo Pacheco et al. (1999), os GAs apresentam os seguintes conceitos:

- **Gene:** é uma característica do problema.

- **Alelo:** é o valor do gene.
- **Cromossomo:** é uma estrutura de dados que representa uma possível solução. Ele é o que será submetido aos processos evolucionários.
- **Inicialização da População:** Determina o processo de criação dos indivíduos para o primeiro ciclo do algoritmo, geralmente são gerados de forma aleatória, o que pode fazer com que se gerem bons cromossomos que contribui para chegar na solução mais rápido.
- **Avaliação:** é ela que mede a aptidão de cada indivíduo da população corrente e é feita a partir de uma função que melhor.
- **Seleção:** é baseada na aptidão dos indivíduos e seleciona indivíduos para a reprodução, os mais aptos têm maior chance de serem escolhidos.
- **Cruzamento (ou Crossover):** Indivíduos selecionados são recombinados. Para isso, pares de genitores são escolhidos aleatoriamente da população, com base na aptidão, e novos indivíduos são criados a partir da troca de genes entre eles.
- **Mutação:** tem por objetivo aumentar a diversidade da população e basicamente o operador de mutação troca o conteúdo de uma posição do cromossomo, com uma determinada probabilidade de acontecer, geralmente muito baixa.

Os GAs podem ser classificados de duas formas, segundo [Deb e Kalyanmoy \(2001\)](#): elitistas e não elitistas. A estratégia elitista consiste em substituir os piores cromossomos da nova geração pelos melhores da antiga ([BARCELLOS, 2000](#)). Já os não elitistas são os que não utilizam o elitismo em suas iterações ([JÚNIOR, 2011](#)).

## 2.4 NSGA-II

O algoritmo NSGA-II (*Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II*), proposto por ([DEB et al., 2000](#)), é uma variação do Algoritmo Genético e é uma versão melhorada do NSGA ([SRINIVAS; DEB, 1994](#)). Ao longo dos anos, as principais críticas ao NSGA foram: alta complexidade ( $O(MN^3)$ , onde  $M$  é o número de objetivos e  $N$  o tamanho da população), falta de elitismo e necessidade de especificar o parâmetro de compartilhamento, que são mecanismos de garantia da diversidade em uma população ([DEB; KALYANMOY, 2001](#)).

Por outro lado, o NSGA-II possui o uso da propriedade do elitismo. No lugar do parâmetro de compartilhamento, ele utiliza o operador de distância de aglomeração (*Crowding Distance*), para o mecanismo de preservação da diversidade. Além disso, ele é rápido, com complexidade  $O(MN^2)$ , onde  $M$  é o número de objetivos e  $N$  o tamanho da população ([VERMA; PANT; SNASEL, 2021](#)).

O NSGA-II se baseia em quatro princípios principais segundo Verma, Pant e Snaesel (2021): Classificação não dominada (*Non-Dominated Sorting*), Operador de Preservação de Elite, Distância de Aglomeração (*Crowding Distance*) e Operador de Seleção. Nas próximas subseções eles são descritos brevemente.

### 2.4.1 *Non-Dominated Sorting*

Neste método, os membros da população são ordenados em *ranks* utilizando o conceito, visto anteriormente, de dominância de Pareto. Inicia-se então o processo de ordenação não dominado onde é atribuída a primeira classificação, nela são atribuídos os membros não dominados da população inicial. Após feita a atribuição, esses membros são adicionados à primeira frente e retirados da população inicial e o processo é repetido com os demais membros, ordenando-os em ranques conforme mostra a Figura 2.2 (VERMA; PANT; SNASEL, 2021).

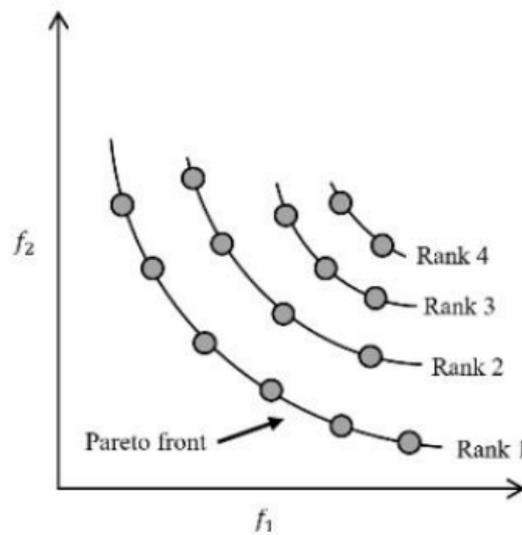


Figura 2.2 – Frente de Pareto e *Ranks*.  
Fonte: (VERMA; PANT; SNASEL, 2021).

### 2.4.2 Operador de Preservação de Elite

De forma resumida, a estratégia de preservação de elite faz com que as soluções não dominadas de uma geração passem para as próximas gerações até o momento em que elas sejam dominadas por alguma solução (VERMA; PANT; SNASEL, 2021).

### 2.4.3 *Crowding Distance*

*Crowding Distance*, ou distância de aglomeração, consiste na média da distância, para todos os objetivos, entre dois indivíduos adjacentes de cada indivíduo da população. Com isso, os indivíduos são classificados de acordo com sua distribuição no conjunto solução e são priorizados

os indivíduos mais espalhados no conjunto solução, o que garante a diversidade das soluções (JÚNIOR, 2011). A Figura 2.3 mostra como funciona o cálculo do *Crowding distance* que, segundo Júnior (2011), representa uma estimativa do tamanho do maior “cubóide”.

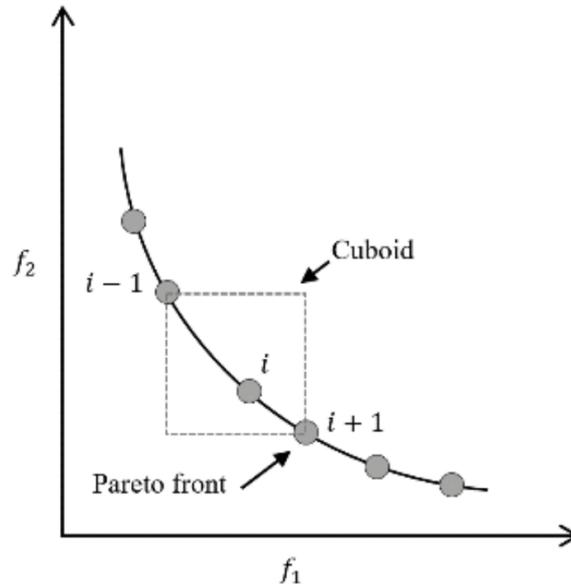


Figura 2.3 – Crowding Distance.  
Fonte: (VERMA; PANT; SNASEL, 2021).

#### 2.4.4 Operador de Seleção

Utiliza-se um operador de seleção de torneio lotado (em inglês, *Crowded Tournament*) para a seleção da próxima geração. Esse método usa a classificação dos membros da população e suas distâncias de aglomeração para a seleção. As regras para a seleção de um membro para a próxima geração é:

- 1 - o indivíduo de melhor *rank* será selecionado para a próxima geração caso os dois sejam de *ranks* diferentes;
- 2 - Se os *ranks* forem iguais, então será selecionado aquele que possui maior distância de aglomeração.

#### 2.4.5 Funcionamento do NSGA-II

O procedimento do NSGA-II se inicia com a geração de uma população inicial  $P_t$  de tamanho  $N$ . Em seguida, uma nova população  $Q_t$  é criada após realizar operações de cruzamento e mutação na população  $P_t$ . Em seguida, as populações  $P_t$  e  $Q_t$  são combinadas para formar uma nova população  $R_t$  e o procedimento de classificação não dominada é realizado em  $R_t$ . Em seguida, os membros da população de  $R_t$  são classificados em diferentes frentes de acordo com

seus níveis de não dominação. O próximo processo é selecionar  $N$  membros de  $R_t$  para criar a próxima população  $P_{t+1}$ . E o processo se repete até que um critério de parada seja atendido, por exemplo, um número de gerações (VERMA; PANT; SNASEL, 2021). O funcionamento do NSGA-II é mostrado na Figura 2.4.

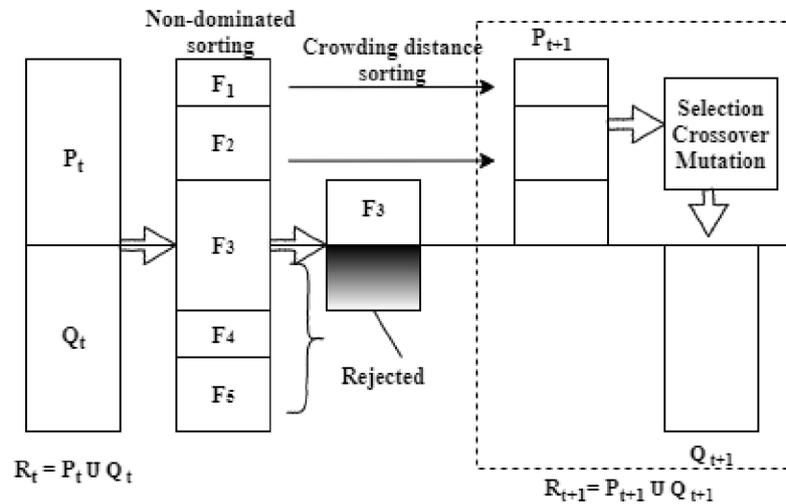


Figura 2.4 – Funcionamento do NSGA-II.  
Fonte: (VERMA; PANT; SNASEL, 2021).

## 2.5 Epsilon-Restrito

A estratégia Epsilon-Restrito foi proposta por Haimes (1971). Ela consiste em otimizar apenas um objetivo e transformar os demais objetivos em restrições. É determinado um valor epsilon ( $\epsilon$ ) para cada função objetivo a ser transformada em restrição (HENRIQUES et al., 2019).

A escolha dos valores de epsilon depende do contexto específico do problema e dos objetivos que se deseja alcançar. Valores maiores permitem que sejam encontradas soluções mais diversas, potencialmente melhores mas com maior propensão a violar os objetivos secundários. Já os valores menores tendem a produzir soluções mais conservadoras, mais restritas mas com menor violação dos objetivos secundários (DEB et al., 2002).

É importante considerar as necessidades do problema ao escolher os valores de epsilon. Por exemplo, para o caso de problemas com alta prioridade, pode ser melhor utilizar um valor de epsilon menor, visando limitar o grau de violação dos objetivos secundários. Já em problemas onde a diversidade de soluções for mais importante, pode ser preferível um valor de epsilon maior, assim haverá maior exploração do espaço de soluções (ISHIBUCHI; TSUKAMOTO; NOJIMA, 2008).

Uma abordagem comum é realizar experimentos com diferentes valores de epsilon e avaliar o desempenho das soluções obtidas em relação aos objetivos do problema. Com base

nesses resultados, pode-se escolher um valor de epsilon que atenda às necessidades do problema (DEB et al., 2002).

O método pode ser formulado conforme a Equação (2.4), retirada de Gomes et al. (2018):

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } f_k(x) \\ & \text{Sujeito a } f_i(x) \leq \epsilon_i \\ & \forall i \in \{1, \dots, m\} \text{ e } i \neq k \end{aligned} \quad (2.4)$$

onde, ao observar a Figura 2.5 e associando-a com a Equação (2.4), nota-se que, a função objetivo  $f_k$ , equivalente ao eixo  $f_2$ , é uma linha horizontal no espaço objetivo para cada valor de  $\epsilon$ . O problema de minimizar  $f_k(x)$  se torna um problema de minimizar  $f_k(f_i)$  e, ao fazer  $f_i = \epsilon$ , a função de minimização no espaço objetivo pode ser escrita como  $P_k(\epsilon)$ .  $P_k(\epsilon)$  equivale a encontrar o menor valor de  $f_k$  da curva AB, que fica dentro da região factível de  $P_k(\epsilon)$ . Para encontrar a fronteira de Pareto basta minimizar  $P_k(\epsilon)$  ao aumentar ou diminuir o valor de  $\epsilon$  (GOMES et al., 2018).

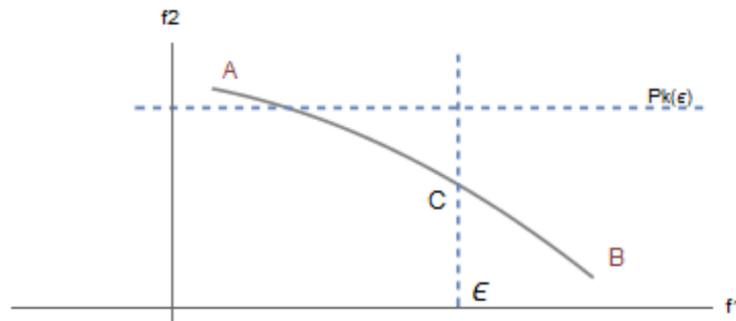


Figura 2.5 – Ilustração do método Epsilon-Restrito.  
Fonte: (GOMES et al., 2018).

Desde que o método utilizado para otimização do problema mono-objetivo seja ótimo/exato, a solução obtida utilizando a estratégia Epsilon-Restrito é Pareto-Ótima (DEB, 2011). Por essa razão, essa estratégia é utilizada para comparar com as soluções obtidas pelo algoritmo NSGA-II, no qual não há como afirmar que o conjunto de soluções não-dominadas encontradas é Pareto-ótima ou não.

## 2.6 Hiper-Volume

Para avaliar o desempenho e a qualidade do conjunto de soluções não-dominadas gerado por métodos multi-objetivo, utiliza-se a métrica de desempenho conhecida como hiper-volume.

O cálculo do hiper-volume de um conjunto  $P$  consiste em determinar o volume da região limitada pelos pontos  $p_i \in P$  e um ponto de referência. Para cada solução do conjunto, um

hipercubo é construído em relação ao ponto de referência. Em problemas de minimização, como no caso abordado neste trabalho, o ponto de referência é um limite superior para cada objetivo. Já em problemas de maximização, o ponto de referência padrão costuma ser (0,0). O hiper-volume de uma estimativa de fronteira de Pareto é a soma dos volumes dos hipercubos que cada conjunto de soluções contém. Essa medida é frequentemente utilizada em algoritmos de otimização multiobjetivo para avaliar a qualidade do conjunto de soluções não-dominadas obtido pelo algoritmo (COTA et al., 2019).

No caso da Figura 2.6, o indicador de hiper-volume é utilizado para avaliar um conjunto de soluções com duas funções objetivos. O conjunto é representado pelos pontos  $p(1)$ ,  $p(2)$  e  $p(3)$ , que compõem a fronteira Pareto ótima. O ponto  $r$  representa uma solução dominada por todas as outras soluções, e é usado como um ponto de referência para definir os limites dos hipercubos utilizados no cálculo do hiper-volume (FONSECA; PAQUETE; LÓPEZ-IBÁÑEZ, 2006)

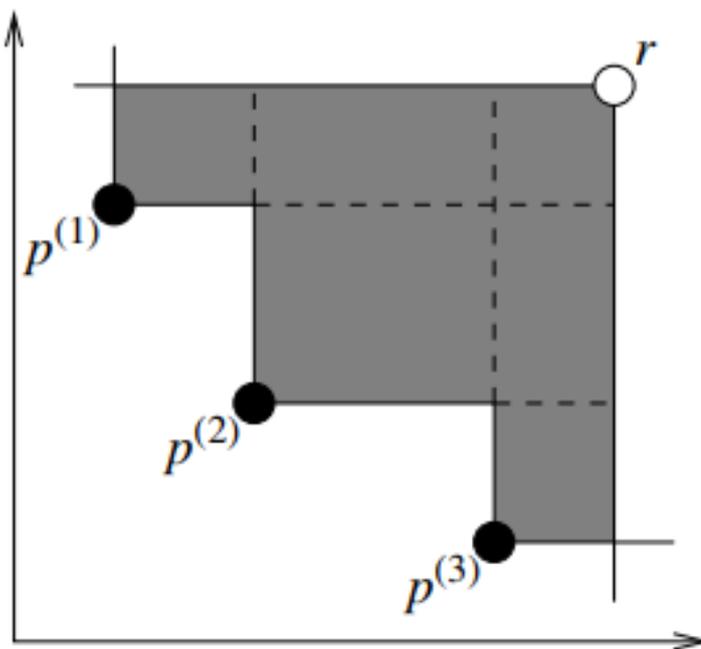


Figura 2.6 – Indicador de hiper-volume de um problema com duas funções objetivos.

Fonte: (FONSECA; PAQUETE; LÓPEZ-IBÁÑEZ, 2006).

## 2.7 Trabalhos relacionados

Esta seção apresenta alguns dos trabalhos recentemente estudados relacionados ao tema proposto nesta monografia.

Os principais objetivos do estudo apresentado por Silva et al. (2017) são minimizar as calorias e maximizar as proteínas, que são conflitantes, uma vez que alimentos ricos em proteínas

geralmente são muito calóricos. Além disso, o modelo proposto segue restrições nutricionais com base em valores mínimos e máximos de nutrientes selecionados. O algoritmo utilizado para resolução deste problema é o GDE3 (do inglês *Generalized Differential Evolution Algorithm*) além da utilização do Método de Penalidade Adaptativo (do inglês *Adaptive Penalty Method*, APM) para violação de restrições. O modelo também apresenta o tamanho da porção dos alimentos selecionados como restrição, variando de 0,5 a 3, onde 1 equivale a uma porção de 100 gramas ou mililitros.

O estudo proposto por [Hernández et al. \(2019\)](#) tem por objetivo fornecer dietas alternativas com relação à dieta atual espanhola de acordo com o padrão mediterrâneo ([HERNÁNDEZ et al., 2019](#)). Como objetivos específicos tem-se a obtenção de soluções o mais próximas possíveis de uma solução corrente fornecida e minimizar o custo. Para a resolução do problema utiliza-se o EGP (*Extended Goal Programming*) para explorar o conjunto de dietas viáveis que estão mais próximas aos hábitos alimentares da população e uma combinação MGP (*Minmax Goal Programming*) e *weighted Tchebychef metric* (WTM) para gerar um conjunto mais amplo de soluções para o problema da dieta ([HERNÁNDEZ et al., 2019](#)). Além disso, as restrições rígidas do problema são as orçamentárias, exigências de macro e micronutrientes e a qualidade da dieta baseada nos padrões mediterrâneos e hábitos de consumo na Espanha.

O objetivo de [Porrás, Fajardo e Medina \(2019\)](#) é encontrar uma combinação de alimentos para adultos com custo mínimo de penalidade. As restrições do problema são os níveis adequados de macro e micronutrientes e restrições de proporção de grupos alimentares apropriados. Para a resolução do problema, [Porrás, Fajardo e Medina \(2019\)](#) utiliza o algoritmo *Particle Swarm Optimization* - PSO. Alguns dos operadores são adaptados para a melhor resolução do problema: Para evitar convergência prematura, o operador de cruzamento é aplicado às partículas no final da execução para evoluir melhor no início de cada iteração, e são utilizadas a Seleção de torneio e Cruzamento de ponto único ([PORRAS; FAJARDO; MEDINA, 2019](#)).

Os objetivos do estudo proposto por [Chen et al. \(2019\)](#) são minimizar a diferença entre a ingestão de nutrientes recomendada e a ingestão real de nutrientes e o custo. Além disso, apresenta a ingestão ideal de nutrientes como restrição do problema. O banco de dados utilizado no estudo é composto por 1282 alimentos distintos onde, cada um possui 18 tipos de nutrientes e preço dos alimentos por 100 gramas. Para a resolução do problema foi proposto um algoritmo, MOEA-NDD (*Multi-Objective Evolutionary Algorithm - Nutritional Dietary Decision*) baseado no MOEA-DLA (*Multi-Objective Evolutionary Algorithm with Double-Level Archives*) e no problema de decisão nutricional dietética (do inglês, *Nutritional Dietary Decision Problem - NDDP*) ([CHEN et al., 2019](#)).

[Delinski et al. \(2019\)](#) propõe a geração de cardápios que possuam o menor preço possível, minimize o colesterol e maximize as preferências dos estudantes da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). As restrições do problema são as exigências nutricionais e o tamanho da porção de cada grupo de alimentos. Para obtenção das preferências foram utilizados

os resultados de um questionário aplicado por Spak et al. (2017) nos alunos da UTFPR. O modelo proposto é baseado no proposto por Balintfy et al. (1978) e utiliza-se métodos exatos para a resolução do problema.

No trabalho proposto por Ramos-Pérez et al. (2020) o objetivo é fornecer planos alimentares saudáveis e equilibrados para grandes grupos de crianças nas cantinas escolares. Para isso, são gerados cardápios, apenas para o almoço, para  $n$  dias, com os objetivos específicos de minimizar o custo e o grau de repetição dos pratos e grupos de alimentos que compõem os cardápios, além de possuírem as quantidades de macro e micronutrientes adequadas. Há também a aplicação de penalidades para a violação de restrições. E, são utilizados os algoritmos NSGA-II, SPEA2 (do inglês *Strength Pareto Evolutionary Algorithm*) e IBEA (do inglês *Indicator-based Evolutionary Algorithm*), a partir deles é analisado o desempenho de cada um para a geração de cardápios em um determinado número de dias. Por fim, chegou-se à conclusão de que o NSGA-II funciona melhor para um período entre 5 e 10 dias e o SPEA2 para um período entre 20 e 40 dias, o IBEA não possuiu desempenho melhor que os outros dois em nenhum dos casos (RAMOS-PÉREZ et al., 2020).

O estudo proposto por Segredo et al. (2020) antecede ao apresentado em Ramos-Pérez et al. (2020). Os objetivos, público-alvo e as restrições do problema são os mesmos, o que difere é que em Segredo et al. (2020) é utilizado apenas o NSGA-II para resolução do problema. Trata-se de um aplicativo para a geração dos cardápios, o usuário entra com os dados, como por exemplo o número de dias que ele deseja que sejam geradas dietas, e um ou vários cardápios são gerados de acordo com as escolhas feitas.

Marrero et al. (2020) buscaram gerar cardápios saudáveis, equilibrados e acessíveis para cantinas de escolas regionais nas Ilhas Canárias. Além disso, visa minimizar o custo da refeição e o nível de repetição dos grupos de alimentos nos cardápios gerados. As restrições do problema são a ingestão de macro e micronutrientes e este possui penalidades para violação de restrições. Para resolução do problema, é utilizado um algoritmo que é, basicamente, o MOEA/D (do inglês *Multi-Objective Evolutionary Algorithm based on Decomposition*) com uma extensão do ILS (Busca Local Iterada, do inglês *Iterated Local Search*) aplicada ao MA (Algoritmo Memético, do inglês *Memetic Algorithm*) e este algoritmo é denominado ILS-MOEA/D. O MA evita a convergência prematura do algoritmo. O ILS-MOEA/D foi proposto pois apenas o MOEA/D, após testes, foi superado pelo NSGA-II e o SPEA2, o que não acontece com ele (MARRERO et al., 2020).

No trabalho de Yin et al. (2020) os objetivos são minimizar o impacto ambiental, minimizando as pegadas de carbono (CF, do inglês *Carbon Footprint*), de água (WF, do inglês *Water Footprint*) e ecológica (EF, do inglês *Ecological Footprint*), além de minimizar o afastamento de determinados grupos de alimentos no padrão alimentar atual, que é feito para respeitar a cultura alimentar local. Ademais, se trata de um estudo de caso em Xinjiang e foi aplicada uma pesquisa por questionário para saber sobre a estrutura do consumo de carne e a disposição dos moradores

para mudar. Para a resolução do problema foi utilizado o algoritmo NSGA-II (YIN et al., 2020).

O estudo de Abejón et al. (2020a) tem por objetivo definir padrões alimentares sustentáveis em conformidade com questões nutricionais, ambientais e econômicas. Especificamente, seus objetivos são a maximização do índice nutricional e minimização dos índices ambientais e econômicos. Para tanto, utilizam-se seis padrões alimentares pré-definidos: padrão de consumo médio atual, diretrizes dietéticas nacionais, dieta mediterrânea, ovolacto-vegetarianas, dieta vegana e dieta de saúde planetária. A dieta gerada pertence a algum dos grupos acima, mas todas possuem a mesma quantidade de ingestão energética. As restrições do problema são restrições nutricionais e uma restrição de aceitabilidade para limitar o desvio dieta de base, a fim de garantir que os produtos alimentares consumidos nas dietas pré-definidas não sejam reduzidos ou aumentados a níveis extremos. Para resolução do problema foi utilizada uma abordagem, baseada em Abejón et al. (2020b), de distância ao alvo (do inglês *distance to target*) (ABEJÓN et al., 2020a).

Minimizar o tempo de preparo dos alimentos também pode ser um dos objetivos do problema da dieta, é o que pode-se ver no trabalho de Türkmenoğlu, Uyar e Kiraz (2021). Os objetivos do problema proposto são minimizar o custo e tempo de preparo e maximizar a preferência, tendo como restrições do problema a ingestão adequada dos nutrientes selecionados. Considerou-se para este estudo um conjunto de dados obtido do departamento de TI (Tecnologia da Informação) da Universidade Técnica de Istambul. Foi utilizado como algoritmo o NSGA-III (do inglês *Nondominated Sorting Genetic Algorithm III*) para obtenção dos resultados (TÜRKMENOĞLU; UYAR; KIRAZ, 2021).

O problema da dieta pode ser utilizado em contextos para ajudar no tratamento de doenças, como é o caso de Ahourag et al. (2022) que propõe a geração de dietas para a nutrição ideal dos diabéticos do Marrocos, onde visa minimizar o custo e a carga glicêmica dos alimentos e utiliza um algoritmo genético elitista variante do NSGA-II para resolução do problema. Outro estudo que visa o tratamento de doenças é o de Yang e Li (2021) que visa ajudar no combate à obesidade. Através do estudo conclui-se que a obesidade causa a probabilidade de morte de pacientes com COVID-19 cerca de três vezes maior que a da população normal e a partir disso propõe-se um modelo que tem os estudantes de faculdades chinesas como objeto de pesquisa e visa maximizar a satisfação com os pratos e minimizar o custo da refeição. As restrições são a quantidade de cada alimento que deve ser ingerida e a ingestão adequada de nutrientes. Para resolução deste problema foi utilizada programação linear multi-objetivo.

O problema da dieta também pode ser aplicado a dietas de animais, é o caso de Soleimani e Gilbert (2021b). O problema proposto trata-se da formulação de dietas com impactos ambientais mínimos adaptados às necessidades nutricionais dos suínos de uma fazenda. Os objetivos do problema são minimizar o custo o impacto ambiental e as restrições do problema são a ingestão de nutrientes de maneira adequada. Para isso, o LCA (do inglês *life cycle assessment*) foi desenvolvido em seis módulos: plano de alimentação, perfil animal, missões, excreção, gasto de

água e gasto de energia. Foi feita também uma combinação entre seleção genética para eficiência alimentar, formulação de dieta sob medida para cada linhagem e otimização ambiental da dieta para alcançar melhor eficiência de produção com impactos ambientais reduzidos. Por fim, o algoritmo utilizado para a realização dos experimentos foi o NSGA-II (SOLEIMANI; GILBERT, 2021b).

Por fim, o estudo proposto por [Moreira et al. \(2022\)](#) tem como objetivo a geração de cardápios destinados a crianças em idade pré-escolar, com 4 e 5 anos, contemplando cinco dias da semana e três refeições diárias: café da manhã, almoço e lanche da tarde. Nesse contexto, busca-se minimizar o custo das refeições e o erro nutricional, que é a soma das diferenças entre o valor médio dos nutrientes a serem consumidos e os nutrientes presentes na refeição gerada. Para atingir esse objetivo, foram estabelecidas restrições relacionadas à cor, consistência, variedade, limite de custo e limite de erro nutricional das refeições. O problema foi resolvido mono-objetivo e multi-objetivo, utilizando o método da soma ponderada com algoritmos genéticos e o NSGA-II, respectivamente.

A Tabela 2.1 apresenta um breve resumo dos trabalhos relacionados apresentados.

Tabela 2.1 – Resumo dos trabalhos relacionados.

Trabalho	Ano	Mono/Multi-objetivo	Algoritmo
<a href="#">Silva et al. (2017)</a>	2017	Multi-objetivo	GDE3
<a href="#">Hernández et al. (2019)</a>	2017	Multi-objetivo	EGP, MGP e WTM
<a href="#">Porras, Fajardo e Medina (2019)</a>	2019	Mono-objetivo	PSO
<a href="#">Chen et al. (2019)</a>	2019	Multi-objetivo	MOEA-DLA e MOEA-NDD
<a href="#">Delinski et al. (2019)</a>	2019	Multi-objetivo	Métodos exatos
<a href="#">Ramos-Pérez et al. (2020)</a>	2020	Multi-objetivo	NSGA-II, SPEA2 e IBEA
<a href="#">Segredo et al. (2020)</a>	2020	Multi-objetivo	NSGA-II
<a href="#">Marrero et al. (2020)</a>	2020	Multi-objetivo	ILS- MOEAD/D
<a href="#">Yin et al. (2020)</a>	2020	Multi-objetivo	NSGA-II
<a href="#">Abejón et al. (2020a)</a>	2020	Multi-objetivo	Distância ao Alvo
<a href="#">Türkmenoğlu, Uyar e Kiraz (2021)</a>	2021	Multi-objetivo	NSGA-III
<a href="#">Yang e Li (2021)</a>	2021	Multi-objetivo	Programação Linear MO
<a href="#">Soleimani e Gilbert (2021b)</a>	2021	Multi-objetivo	NSGA-II
<a href="#">Ahourag et al. (2022)</a>	2022	Multi-objetivo	Variante do NSGA-II
<a href="#">Moreira et al. (2022)</a>	2023	Mono e Multi-objetivo	Soma ponderada com AG e NSGA-II

Fonte: Autora própria.

Observa-se na Tabela 2.1 que, em trabalhos que utilizam métodos heurísticos, o algoritmo mais utilizado é o NSGA-II. Ele apresentou melhores resultados para este tipo de estudo. Em ([RAMOS-PÉREZ et al., 2020](#)), o NSGA-II é o algoritmo que apresenta melhores resultados para o problema MPP com um menor número de dias. Além disso, [Moreira et al. \(2022\)](#) aplicaram o NSGA-II a um problema semelhante ao deste trabalho, o que justifica o seu uso nesta monografia.

Para contextualizar os objetivos abordados neste trabalho, utilizou-se os mesmos objetivos apresentados por [Moreira et al. \(2022\)](#) que foram aplicados em crianças em idade escolar.

## 3 Metodologia

Com o objetivo de encontrar soluções para o problema em questão, foi implementado o algoritmo multi-objetivo *Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm - II* (NSGA-II). Este capítulo apresenta os procedimentos implementados em detalhes. A Seção 3.1 apresenta os cardápios utilizados como base de dados para este projeto. A Seção 3.2 descreve como foram obtidas as composições nutricionais dos alimentos utilizados neste estudo. A Seção 3.3 apresenta os valores nutricionais necessários para o público-alvo deste projeto, que são crianças de 11 a 15 anos. A Seção 3.4 descreve como os preços dos alimentos foram obtidos para este estudo. A Seção 3.5 explica o funcionamento do segundo objetivo do problema, o Erro Nutricional. Na Seção 3.6, é apresentado o modelo matemático adaptado para este problema específico. A Seção 3.7 descreve a implementação do algoritmo NSGA-II, seus parâmetros e operadores. Finalmente, a Seção 3.8 apresenta a estratégia do Epsilon-Restrito e seus parâmetros.

### 3.1 Cardápios de Alimentação Escolar

Os alimentos utilizados nesse trabalho foram obtidos a partir da cartilha de Cardápios da Alimentação Escolar da Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais (MINAS GERAIS, 2021). A cartilha visa seguir as exigências do Programa Nacional de Alimentação Escolar – PNAE do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, disponível em (FNDE, 2020). A definição dos cortes de carnes a serem utilizados foi baseada no trabalho proposto por Delinski et al. (2019) que selecionou os cortes mais baratos do mercado. As receitas dos alimentos preparados são definidas na própria cartilha.

### 3.2 Composições Nutricionais dos Alimentos

Os dados nutricionais dos alimentos foram obtidos a partir da Tabela Brasileira de Composição dos Alimentos - TBCA (USP; FORC, 2022) que vem sendo desenvolvida desde 2013 de forma integrada entre a Rede Brasileira de Dados de Composição de Alimentos (Brasilfoods), Universidade de São Paulo (USP) e *Food Research Center* (FoRC/CEPID/FAPESP).

A versão utilizada nesse trabalho da TBCA possui uma Base de Dados para Avaliação de Ingestão Alimentar - BD-AIN com mais de 3.400 alimentos e esses possuem 34 informações de nutrientes diferentes presentes nos alimentos. Além disso, a tabela é dividida em 16 grupos, sendo eles: Cereais e derivados, Vegetais e derivados, Frutas e derivados, Gorduras e óleos, Pescados e frutos do mar, Carnes e derivados, Leite e derivados, Bebidas, Ovos e derivados, Açúcares e doces, Miscelâneas, Fast food, Alimentos para fins especiais, Alimentos industrializados (sem preparo), Leguminosas e derivados e Nozes e sementes.

Para este trabalho foram selecionados 97 alimentos de diferentes grupos, porém, alguns grupos não foram utilizados por se tratar de alimentos que não fazem parte das refeições propostas, que se tratam de almoços, são eles: gorduras e óleos, bebidas, açúcares e doces, *fast food*, miscelâneas, alimentos industrializados (sem preparo) e nozes e sementes.

Na Tabela B.1, presente no Anexo B, são apresentados os alimentos utilizados e seus respectivos valores nutricionais para uma porção de 100 gramas.

### 3.3 Recomendações Nutricionais ao Ser humano

No presente trabalho foram considerados os seguintes nutrientes: energia, carboidratos, proteínas, cálcio, ferro, magnésio, zinco, vitamina A e vitamina C. Os nutrientes considerados são os mesmos considerados pelo PNAE para as refeições escolares. Os valores mínimos e máximos de consumo diário desses nutrientes, com exceção da energia, foram obtidos a partir do *Dietary Reference Intakes - DRI* (MEYERS et al., 2006). O DRI apresenta valores energéticos e nutricionais para seres humanos, que são geralmente utilizados, por exemplo, em rótulos de produtos (DELINSKI et al., 2019).

O DRI discrimina os valores nutricionais de acordo com o sexo e com a idade. No caso da idade, nessa monografia são considerados estudantes do ensino fundamental 1 que possuem entre 11 e 15 anos, os grupos de idade utilizados foram de 9 a 13 anos e de 14 a 18 anos. Para o cálculo dos valores, utilizou-se a média dos valores mínimos e máximos dos grupos considerados. Segundo Ramos-Pérez et al. (2020), o almoço deve atender à 35% das necessidades nutricionais diárias. Na Tabela 3.1 são apresentados os valores nutricionais diários necessários e os necessários para o almoço.

Tabela 3.1 – Valores nutricionais necessários ao ser humano na faixa etária de 11 a 15 anos entre quantidade diária e a quantidade no almoço.

Nutrientes	Quantidade diária		Quantidade almoço	
	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
Carboidratos (g)	130	-	45,5	-
Proteínas (g)	41,5	-	14,53	-
Cálcio (mg)	1300	2500	455	875
Ferro (mg)	10,5	42,5	3,68	14,88
Magnésio (mg)	312,5	-	109,38	-
Zinco (mg)	9	28,5	3,15	9,9
Vitamina A (mcg)	700	2250	245	787,5
Vitamina C(mg)	57,5	1500	20,13	525

Fonte: Autora própria.

A energia foi obtida a partir do *Recommended Dietary Allowances* (COUNCIL et al., 1989). A média diária de energia para meninos de 9 a 13 anos é de 2500 kcal e para meninos de 14 a 18 anos é de 3000 kcal. Para meninas o valor é o mesmo para ambos grupos de idade, 2200

kcal. Para chegar ao valor final foi calculada primeiro a média para os meninos, que é de 2750 kcal e, por fim, a média entre meninos e meninas, que é de 2475 kcal diárias em média. Para uma refeição que atenda a 35% das necessidades diárias de energia, foi calculado 35% da média dos valores de meninos e meninas, e o valor final foi de 866 kcal.

O tamanho das porções de alimento para geração do cardápio de cada dia da semana foram consideradas porções de 100g por ser o valor médio presente na cartilha [Minas Gerais \(2021\)](#). Os valores são apresentados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Tamanho de tamanho das porções de alimentos utilizadas.

Alimento	Porção (g)
Salada1	100
Salada2	100
Acompanhamento 1	100
Acompanhamento 2	100
Prato proteico	100
Guarnição	100

Fonte: Autora própria.

Os acompanhamentos 1 e 2 referem-se aos tipos de arroz e feijão, respectivamente. É importante destacar que eles não são fixos, pois podem ser preparados de diferentes maneiras, como por exemplo o arroz colorido, que se encontra no grupo do arroz.

### 3.4 Preços dos Alimentos

Os preços dos alimentos foram obtidos a partir de mercados de varejo do Brasil, desconsiderando o custo de preparo. Foi considerado o preço dos alimentos crus. Para o caso de pratos preparados com vários alimentos foram consideradas as receitas apresentadas na cartilha de Cardápios da Alimentação Escolar ([MINAS GERAIS, 2021](#)), que já possuem as quantidades, em gramas, de cada alimento presente na receita. A partir disso, calculou-se o preço do prato de acordo com o preço individual da quantidade de cada alimento da receita. A Tabela A.1 presente no Anexo A contém o preço dos alimentos utilizados nesse estudo.

### 3.5 Erro Nutricional

Um dos objetivos da presente pesquisa consiste em minimizar o erro nutricional por meio da utilização do módulo da soma das diferenças entre a referência nutricional, obtida a partir do [Programa Nacional de Alimentação Escolar – PNAE \(2009\)](#), e o valor nutricional da solução em curso. Tal objetivo se fundamenta no estudo proposto por [Moreira et al. \(2022\)](#).

Para ilustrar um exemplo de erro nutricional, suponha que o cardápio atual, para 5 dias, contenha uma quantidade  $x$  de carboidratos, enquanto a referência nutricional diária é de 123,7 gramas. Se considerarmos uma solução alimentar para 5 dias, o cálculo do erro nutricional para os carboidratos será dado por  $x - 123,7 \times 5$ . O erro nutricional total será obtido pela soma dos erros nutricionais de todos os nutrientes considerados.

As referências nutricionais para crianças na faixa etária das séries escolares, incluindo aquelas com idades entre 11 e 15 anos, foram obtidos a partir de referências da Organização Mundial da Saúde - OMS - e do Instituto de Medicina - IOM -, conforme descrito no Programa Nacional de Alimentação Escolar – PNAE (2009). Estes valores foram utilizados como base para o cálculo do erro nutricional do presente trabalho. Na Tabela 3.3 estes valores são apresentados para a faixa etária considerada neste trabalho.

Tabela 3.3 – Referências nutricionais para crianças de 11 a 15 anos conforme apresentado em Programa Nacional de Alimentação Escolar – PNAE (2009).

Nutriente	Dia (100%)	Almoço (35%)
Energia(kcal)	2175	761,25
Carboidratos(g)	353,43	123,7
Proteínas(g)	67,97	23,79
Cálcio(mg)	1300	455
Ferro(mg)	13	4,55
Magnésio(mg)	385	134,75
Zinco(mg)	10	3,5
Vitamina A (mcg)	800	280
Vitamina C (mg)	70	24,5

Fonte: Autora própria.

## 3.6 Modelo Matemático

A modelagem matemática do problema proposto foi baseada na modelagem proposta no trabalho de Delinski et al. (2019) e Moreira et al. (2022) e é apresentada á seguir:

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^M c_j x_{ij} \quad (3.1)$$

$$\text{Minimizar } \left| \sum_{k=1}^O \sum_{j=1}^M n_{kj} x_{ij} - m_k \right| \quad (3.2)$$

Sujeito a :

$$\sum_{k=1}^O \sum_{j=1}^P n_{ijk} x_{ij} \geq N_{min} \quad \forall i \in \{1, \dots, C\} \quad (3.3)$$

$$\sum_{k=1}^O \sum_{j=1}^P n_{ijk} x_{ij} \leq N_{max} \quad \forall i \in \{1, \dots, C\} \quad (3.4)$$

$$i = \{1, 2, \dots, C\}$$

$$j = \{1, 2, \dots, M\}$$

$$k = \{1, 2, \dots, O\}$$

onde:

$i$  representa cada um dos  $C$  cardápios a serem gerados (para este trabalho  $C = 5$ );

$j$  corresponde a cada um dos  $M$  alimentos de uma solução para um total de 5 dias ou  $P$  alimentos para uma solução de um dia apenas;

$k$  representa cada um dos  $O$  nutrientes utilizados no trabalho;

$x_{ij}$  representa se o alimento  $j$  no cardápio  $i$  faz parte da solução;

$c_j$  corresponde ao custo do alimento  $j$ ;

$m_k$  representa o valor referência do nutriente  $k$ ;

$n_{kj}$  é a quantidade do nutriente  $k$  no alimento  $j$ ;

$n_{ijk}$  é a quantidade do nutriente  $k$  no alimento  $j$  em todos  $i$  cardápios;

$N_{min}$  é a quantidade mínima do nutriente  $k$ ;

$N_{max}$  é a quantidade máxima do nutriente  $k$ .

A função objetivo dada pela Equação (3.1), têm como critério minimizar o custo e, a outra função objetivo, dada pela Equação (3.2), tem por objetivo minimizar o erro nutricional para os cinco dias propostos. As restrições utilizadas na formulação do problema garantem, respectivamente, que os nutrientes não sejam menores que o mínimo recomendado diariamente, Equação (3.3), e os nutrientes não ultrapassem o máximo recomendado diariamente, Equação (3.4).

## 3.7 Algoritmo NSGA-II

Para realização da primeira parte dos experimentos foi utilizado o algoritmo NSGA-II com base no arcabouço *Multi-objective Optimization in Python - Pymoo* (Blank; Deb, 2020). Nele há diversos algoritmos de otimização e exemplos de problemas clássicos como o Problema do Caixeiro Viajante e o Problema da Mochila. Além disso, ele apresenta o funcionamento dos operadores genéticos *Sampling*, *Crossover*, *Selection* e *Mutation*.

São definidos a seguir o que é uma solução para o dado problema e alguns dos operadores que precisaram ser adaptados para o Problema da Dieta.

### 3.7.1 Representação de uma solução

A solução do problema é apresentada a partir de um vetor de inteiros que contem 30 posições, sendo 5 refeições contendo 6 grupos de alimentos diferentes. Para cada grupo foi definido um limite inferior e superior que definem entre quais posições da tabela de alimentos o grupo se encontra. Na Figura 3.1 é possível observar como é o vetor solução do problema, cada cor representa uma refeição e o vetor completo é a solução do problema.



Figura 3.1 – Representação de uma solução para o problema onde cada cor representa o cardápio para um dia da semana

Fonte: Autora própria.

### 3.7.2 Sampling

Para o método *Sampling* (geração da população inicial) foi implementado um método que gera soluções aleatórias para o problema, definindo os limites inferior e superior para cada posição do vetor solução de acordo com a posição de cada grupo de alimentos, gerando assim uma solução aleatória dentro do formato de solução proposto, que é apresentado mais abaixo.

### 3.7.3 Crossover

O *Crossover*, ou Cruzamento, é a recombinação aleatória dos indivíduos e produz seus descendentes com a troca de fragmentos de sequências de cromossomos (DESUKEY et al., 2022). O método de *Crossover* utilizado nesta monografia recebe o nome de *Single-point Crossover* (DESUKEY et al., 2022) por se tratar de um método simples e fácil de ser aplicado. Ele seleciona um ponto de cruzamento aleatório e os filhos gerados são a concatenação da primeira parte de um pai com a última parte do outro pai, conforme exemplificado na Figura 3.2 .

Na Figura 3.2 é possível perceber que o ponto de *crossover* é o centro do vetor e os filhos gerados são a primeira metade do segundo vetor e a segunda metade do primeiro vetor,

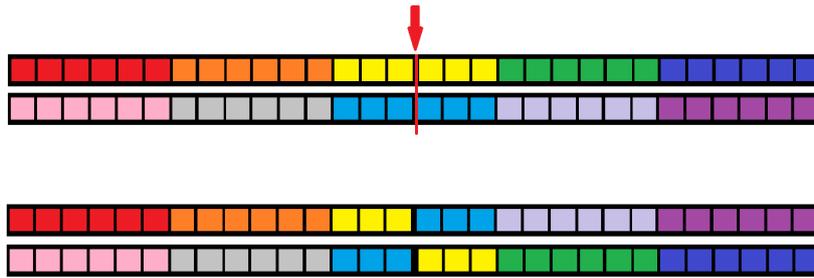


Figura 3.2 – *Single-point Crossover* a partir do centro do vetor.

Fonte: Autora própria.

e a primeira metade do primeiro vetor concatenado com a segunda metade do segundo vetor, respectivamente. Nem sempre o ponto de *crossover* será o centro do vetor, ele pode ser qualquer ponto no vetor.

### 3.7.4 Mutação

O operador de mutação empregado neste estudo consiste em selecionar uma pequena porcentagem de indivíduos da população para ter seu material genético mutado. No caso da mutação utilizada, os indivíduos que sofrem mutação têm apenas um cromossomo aleatório modificado, com a escolha do cromossomo também feita de maneira aleatória. É importante destacar que esta informação deve ser apresentada na seção de experimentos. A Figura 3.3 ilustra o funcionamento da mutação proposta em um vetor de solução, em que o indivíduo em azul claro é aquele que sofreu a mutação. Por exemplo, no caso em que a posição 4 do vetor representa um acompanhamento, a mutação substitui esse acompanhamento por outro, o mesmo ocorrendo para todos os grupos de alimentos.

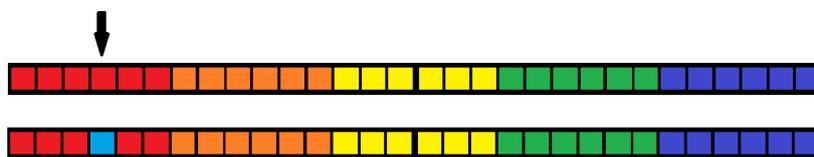


Figura 3.3 – Mutação a partir de um cromossomo aleatório

Fonte: Autora própria.

### 3.7.5 Seleção

O operador de seleção utilizado foi o padrão do NSGA-II: seleção binária de acasalamento de torneios (*binary tournament mating selection*). Cada indivíduo é primeiro comparado por classificação na Fronteira de Pareto e, em seguida, distância de aglomeração. Ele já é implementado pelo próprio *framework Pymoo*.

### 3.7.6 Parâmetros

O algoritmo implementado possui quatro parâmetros importantes:

**Número de Gerações:** envolve o número de iterações do algoritmo;

**Tamanho da População:** envolve a quantidade total de indivíduos;

**Taxa de Cruzamento:** envolve a taxa de probabilidade do cruzamento acontecer;

**Taxa de Mutação:** envolve a taxa de probabilidade da mutação ocorrer;

O critério de parada, na maioria dos casos, depende do tamanho do problema a ser resolvido. Neste trabalho, o critério de parada no NSGA-II utilizado foi o número de gerações do algoritmo.

## 3.8 Estratégia Epsilon-Restrito

A Estratégia do Epsilon-Restrito foi implementada utilizando a coleção de ferramentas Python-MIP (SANTOS; TOFFOLO, 2020), desenvolvida para a modelagem e solução de programas lineares inteiros mistos. A função focal na execução do algoritmo foi a minimização do custo das refeições, enquanto o erro nutricional se juntou às restrições do problema.

A obtenção do valor do epsilon máximo se deu a partir dos experimentos utilizando o NSGA-II. Considerou-se a média dos maiores erros nutricionais encontrados a partir de 30 execuções do algoritmo. Enquanto que para a obtenção do epsilon entre uma solução e outra, considerou-se 1% do erro nutricional máximo, como o algoritmo teve um tempo de execução elevado, não foi possível realizar testes exaustivos, com isso 1% foi escolhido pois é a média da quantidade de soluções encontradas pelo NSGA-II nas 30 execuções.

## 4 Experimentos e Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos pela metodologia proposta. O algoritmo NSGA-II foi codificado utilizando a linguagem Python 3 e todos os experimentos foram realizados usando o *Google Colaboratory*. O *Google Colaboratory*, executado na nuvem, é um ambiente de *notebooks Jupyter*, que roda com um processador *2-core Xeon 2.2GHz*, 13 GB de RAM e 33 GB de disco. A implementação geral do NSGA-II foi obtida no *framework Pymoo* (Blank; Deb, 2020). O tempo para executar o algoritmo 30 vezes foi de 20 minutos.

A Estratégia do Epsilon-Restrito também foi codificada utilizando a linguagem Python 3 e os experimentos foram realizados utilizando um computador com um processador *Intel(R) Core(TM) i5-10300H CPU @ 2.50GHz*, 8 GB de RAM e 512 GB de disco. As ferramentas utilizadas para implementação da estratégia foram obtidas a partir do pacote Python-MIP (SANTOS; TOFFOLO, 2020). O tempo de uma execução do algoritmo foi de aproximadamente 1 hora e 5 minutos.

Para realização dos experimentos, foram utilizados 97 alimentos e para cada alimento foi atribuído um valor de custo. Foram considerados também, a nível de restrições, 9 nutrientes. O banco de dados com todas as informações nutricionais está disponível na Tabela B.1 do Anexo B e as informações de custo encontram-se na Tabela A.1 do Anexo A.

O restante deste capítulo está estruturado da seguinte maneira: primeiramente, a Seção 4.1 apresenta os parâmetros utilizados para os experimentos. Em seguida, a Seção 4.2 exibe o conjunto de soluções não dominadas obtido após a execução do NSGA-II. Posteriormente, a Seção 4.3 apresenta o conjunto de soluções alcançado ao executar o Epsilon-Restrito. Na sequência, a Seção 4.4 realiza uma comparação entre os resultados obtidos pelos dois algoritmos. Por fim, a Seção 4.5 apresenta uma das soluções encontradas para o problema em questão.

### 4.1 Parâmetros

Alguns parâmetros diferentes foram testados no Algoritmo NSGA-II para resolver o problema proposto. Contudo, os parâmetros utilizados no trabalho de Moreira et al. (2022) serviram de base para os experimentos executados. Na Tabela 4.1 são apresentados os parâmetros utilizados e seus respectivos valores.

As soluções podem variar muito entre uma execução e outra, devido à natureza do algoritmo, que se dá de forma estocástica. Por se tratar de um problema multi-objetivo, sua solução não é dada por apenas um ponto mas sim por um conjunto de pontos, os quais são representado pela Fronteira de Pareto.

Parâmetro	Valor
Número de Indivíduos	100
Número de Gerações	1000
Probabilidade de Cruzamento	80%
Probabilidade de Mutação	5%

Tabela 4.1 – Parâmetros do algoritmo NSGA-II.

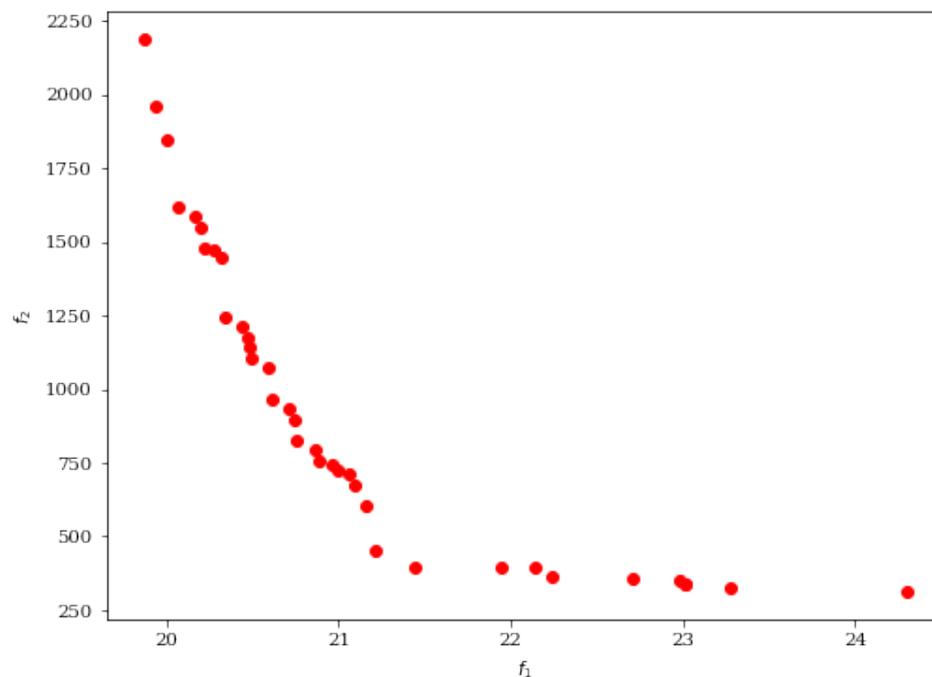
Fonte: Autora própria.

## 4.2 Conjunto de Soluções Não-Dominadas geradas (NSGA-II)

A Figura 4.1 evidencia o subconjunto de soluções não dominadas gerada para 1000 gerações do algoritmo NSGA-II, onde  $f_1$  representa a função objetivo que minimiza o custo dos alimentos e a  $f_2$  representa a função objetivo que minimiza o erro nutricional.

A curva apresentada na Figura 4.1 representa a melhor curva obtida, levando em conta o melhor hiper-volume dentre todas as curvas obtidas ao, assim como feito por [Moreira et al. \(2022\)](#), o algoritmo foi executado 30 vezes. Ela possui 37 soluções.

Figura 4.1 – Conjunto de Soluções Não Dominadas de um cardápio para 5 dias, minimizando o custo da refeição ( $f_1$ ), e o erro nutricional, ( $f_2$ ), obtida ao executar o algoritmo NSGA-II

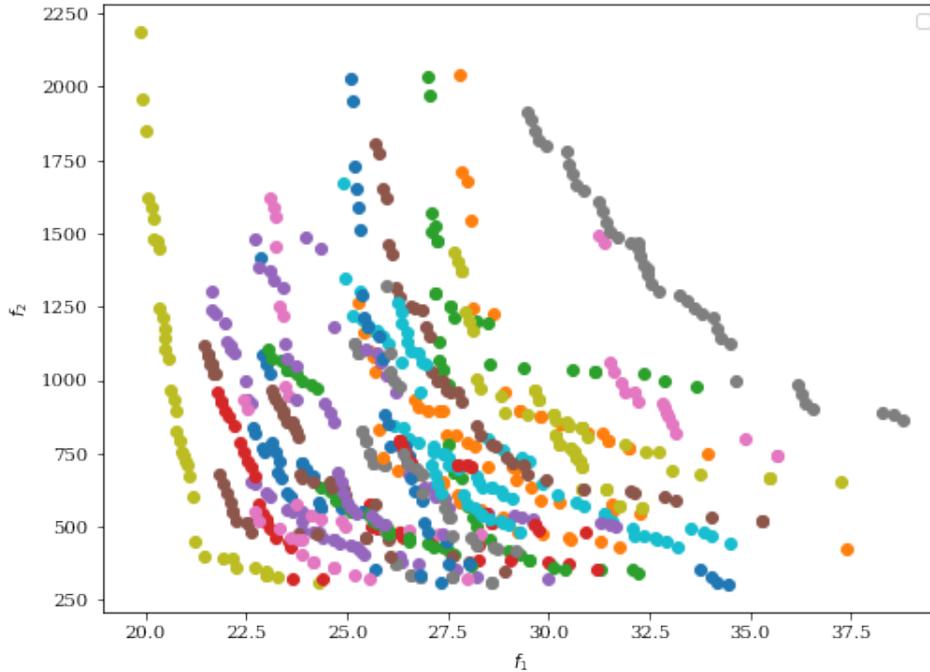


Fonte: Autora própria.

Ao observar a Figura 4.2, é perceptível o comportamento do NSGA-II ao longo das 30 execuções. Nota-se que o erro nutricional máximo ficou muito alto em grande parte dos casos, enquanto que, o erro nutricional mínimo ficou abaixo de 500 na maior parte das execuções,

mesmo em um cenário diferente e com nutrientes diferente, o valor foi próximo ao obtido em Moreira et al. (2022).

Figura 4.2 – Conjuntos de soluções não dominadas do algoritmo NSGA-II onde  $f_1$  representa a função objetivo que minimiza o custo dos alimentos e a  $f_2$  representa a função objetivo que minimiza o erro nutricional



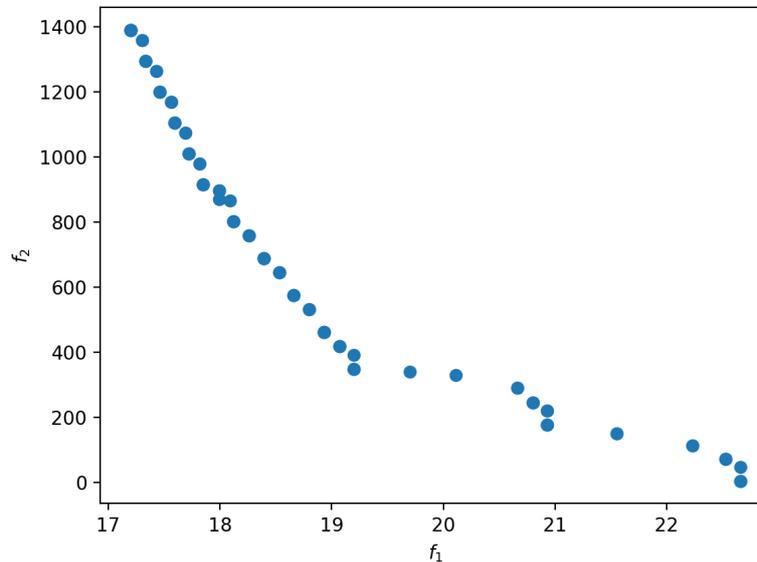
Fonte: Autora própria.

### 4.3 Conjunto Pareto Ótimo

A Figura 4.3 apresenta a curva de Pareto obtida ao rodar o algoritmo Epsilon-Restrito, onde  $f_1$  representa a função objetivo que minimiza o custo dos alimentos e a  $f_2$  representa a função objetivo que minimiza o erro nutricional.

A curva apresentada na Figura 4.3 trata-se da curva Pareto Ótima para o problema, pois a forma como o problema foi resolvido, utilizando o solver de programação linear inteira mista Cbc (*Coin-or branch and cut*), leva à solução ótima. Além disso, foi considerado valor máximo de epsilon sendo 1500 e o epsilon entre uma solução e outra sendo 15, que equivale a 1% do máximo.

Figura 4.3 – Conjunto de Pareto Ótimo de um cardápio para 5 dias, minimizando o custo da refeição ( $f_1$ ) e o erro nutricional ( $f_2$ ) obtida ao executar o algoritmo Epsilon-Restrito



Fonte: Autora própria.

## 4.4 Comparando os resultados obtidos pelo NSGA-II com o Epsilon-Restrito

A Figura 4.4 apresenta a curva de Pareto ótima obtida ao rodar o algoritmo Epsilon-Restrito e o conjunto de soluções não dominadas, obtida ao rodar o NSGA-II, onde  $f_1$  representa a função objetivo que minimiza o custo dos alimentos e a  $f_2$  representa a função objetivo que minimiza o erro nutricional. Ao observar as curvas é possível observar que o Epsilon-Restrito domina todas as soluções do NSGA-II e também que chegou mais perto do erro nutricional 0.

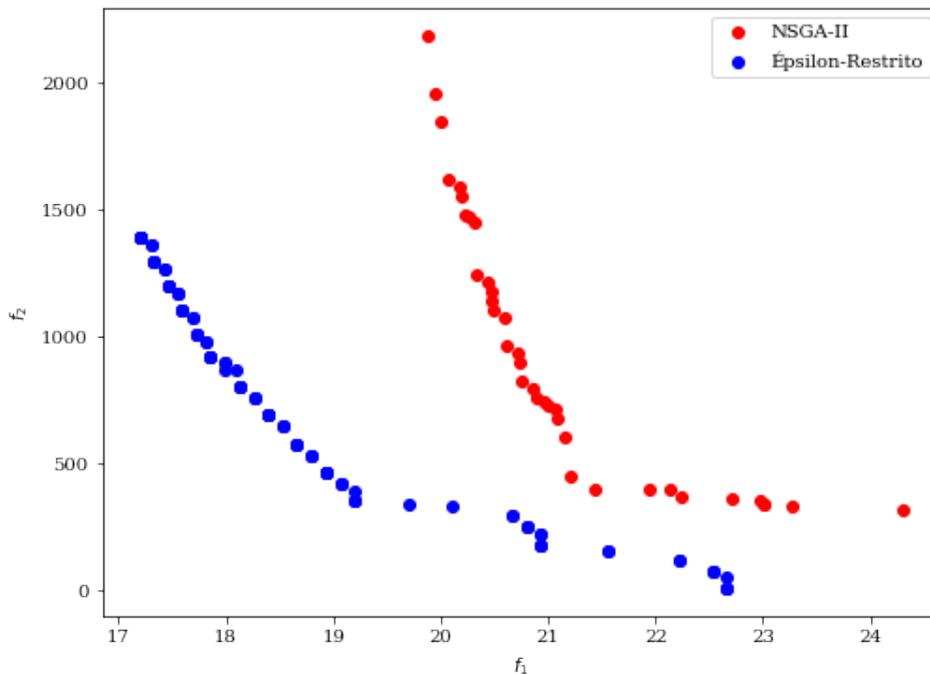
Além disso, durante o cálculo do hiper-volume para o ponto (40, 2000), o algoritmo NSGA-II obteve uma média de 21.886,81 para o volume dos hipercubos formados, sendo o valor máximo alcançado de 32.644,15 em 30 execuções. Em contraste, o algoritmo Epsilon-Restrito apresentou um desempenho superior, atingindo um valor de 43.037,64 para o mesmo ponto, o que é claramente uma melhor performance em relação ao NSGA-II. Ao realizar o cálculo da porcentagem GAP, o NSGA-II ficou aproximadamente 24% distante do Epsilon-Restrito.

Porém, foi identificado um problema relacionado à repetição de alimentos no plano alimentar proposto, principalmente na solução do Epsilon-Restrito. Como será abordado na Seção 4.5, observou-se que houve uma alta frequência de alimentos repetidos ao longo da semana, o que compromete a viabilidade e aplicabilidade da dieta proposta.

Na Figura 4.4, é possível observar que o Conjunto Pareto Ótimo (em azul) obtido pela

execução do Epsilon-Restrito e o conjunto de soluções não dominadas (em vermelho) obtido a partir da execução do NSGA-II. É possível observar que quanto menor for o erro nutricional maior será o custo da refeição, o que mostra que os objetivos são conflitantes.

Figura 4.4 – Conjunto de Pareto Ótimo de um cardápio para 5 dias, minimizando o custo da refeição ( $f_1$ ) e o erro nutricional ( $f_2$ ) obtida ao executar o algoritmo Epsilon-Restrito



Fonte: Autora própria.

## 4.5 Solução

A Tabela 4.2 apresenta um exemplo de solução de dieta gerada pelo algoritmo NSGA-II, com erro nutricional igual a 312,09. A escolha dessa solução se deu porque foi o menor erro nutricional encontrado ao rodar o algoritmo 30 vezes.

O preço total das cinco refeições é de R\$24,30, o que resulta em uma média de R\$4,86 por refeição. Em comparação aos resultados do estudo proposto por [Moreira et al. \(2022\)](#), que compartilha os mesmos objetivos, o valor médio de custo é consideravelmente bom, especialmente considerando a diferença entre os públicos-alvo, uma vez que o estudo anterior envolve crianças de 4 a 5 anos, enquanto este trabalho envolve adolescentes de 11 a 15 anos que, devido à idade, consomem quantidades maiores de alimentos. No estudo de [Moreira et al. \(2022\)](#), há três refeições: café da manhã, almoço e lanche da tarde. Considerando somente o valor do almoço, que é a refeição analisada neste trabalho, o valor máximo é de R\$4,00, um valor próximo ao valor médio obtido neste estudo.

O valor obtido para o menor erro nutricional ficou bastante próximo ao resultado obtido

por Moreira et al. (2022), o qual ficou em torno de 200. Considerando as diferenças nos cenários e nos nutrientes avaliados, pode-se afirmar que o resultado obtido foi satisfatório.

Tabela 4.2 – Uma solução para o problema

Tipo de Alimento	Alimento	Quantidade (g)
<b>Dia 1</b>		
Salada 1	Chuchu Cozido	100
Salada 2	Berinjela Cozida	100
Acompanhamento	Arroz colorido	100
Acompanhamento	Tutu	100
Prato proteico	Frango com quiabo	100
Guarnição	Creme de Milho	100
<b>Dia 2</b>		
Salada 1	Beterraba Cozida	100
Salada 2	Cenoura Cozida	100
Acompanhamento	Arroz	100
Acompanhamento	Tutu	100
Prato proteico	Lasanha de abobrinha	100
Guarnição	Macarrão ao sugo	100
<b>Dia 3</b>		
Salada 1	Couve Crua	100
Salada 2	Beterraba Crua	100
Acompanhamento	Arroz de forno	100
Acompanhamento	Tutu	100
Prato proteico	Cubos bovinos acem	100
Guarnição	Creme de Milho	100
<b>Dia 4</b>		
Salada 1	Beterraba Cozida	100
Salada 2	Repolho Branco Cru	100
Acompanhamento	Arroz colorido	100
Acompanhamento	Feijão maravilha	100
Prato proteico	Macarronada a bolonhesa	100
Guarnição	Creme de Milho	100
<b>Dia 5</b>		
Salada 1	Repolho Branco Cru	100
Salada 2	Pepino	100
Acompanhamento	Arroz	100
Acompanhamento	Tutu	100
Prato proteico	Lasanha de abobrinha	100
Guarnição	Creme de Milho	100
<b>Total de erro nutricional: 312,09</b>		
<b>Preço total: R\$24,30</b>		

Fonte: Autora própria.

No caso do Epsilon-Restrito, o menor erro nutricional encontrado foi de 3,69 com um

preço total da refeição de R\$22,66, resultando em uma média de R\$4,53, conforme é apresentado na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Solução para o problema obtida a partir do Epsilon-Restrito

Tipo de Alimento	Alimento	Quantidade (g)
<b>Dia 1</b>		
Salada 1	Couve Crua	100
Salada 2	Chicória Crua	100
Acompanhamento	Arroz	100
Acompanhamento	Feijão	100
Prato proteico	Lasanha de abobrinha	100
Guarnição	Polenta a jardineira	100
<b>Dia 2</b>		
Salada 1	Abobrinha Italiana Crua	100
Salada 2	Chuchu Cozido	100
Acompanhamento	Arroz colorido	100
Acompanhamento	Feijão maravilha	100
Prato proteico	Lasanha de abobrinha	100
Guarnição	Creme de Milho	100
<b>Dia 3</b>		
Salada 1	Abobrinha Italiana Crua	100
Salada 2	Chuchu Cozido	100
Acompanhamento	Arroz colorido	100
Acompanhamento	Feijão maravilha	100
Prato proteico	Lasanha de abobrinha	100
Guarnição	Creme de Milho	100
<b>Dia 4</b>		
Salada 1	Couve Crua	100
Salada 2	Chicória Crua	100
Acompanhamento	Arroz	100
Acompanhamento	Feijão	100
Prato proteico	Lasanha de abobrinha	100
Guarnição	Polenta a jardineira	100
<b>Dia 5</b>		
Salada 1	Abobrinha Italiana Crua	100
Salada 2	Chuchu Cozido	100
Acompanhamento	Arroz Colorido	100
Acompanhamento	Feijão maravilha	100
Prato proteico	Lasanha de abobrinha	100
Guarnição	Creme de Milho	100
<b>Total de erro nutricional:</b>		3,69
<b>Preço total:</b>		R\$22,66

Fonte: Autora própria.

Ao analisar as Tabelas 4.2 e 4.3, é possível observar que há uma grande quantidade de alimentos repetidos nos cardápios gerados. Esse resultado se deve ao fato de que o modelo

implementado não inclui restrições para evitar a repetição de alimentos, o que torna os planos alimentares gerados pouco aplicáveis na prática, especialmente em contextos de cardápios escolares. De fato, é desejável que os cardápios incluam uma variedade de alimentos além do tradicional arroz e feijão, e, portanto, a repetição excessiva pode não ser considerada ideal. Apesar disso, as dietas geradas são aplicáveis, pois atendem aos requisitos nutricionais e são palatáveis.

## 5 Considerações Finais

Este trabalho teve como objetivo propor uma aplicação do Problema da Dieta Multi-objetivo para gerar um conjunto de cardápios destinados a escolas de ensino básico do estado de Minas Gerais. Para tal, foi utilizada uma formulação matemática baseada em estudos anteriores, como os de [Delinski et al. \(2019\)](#), [Spak et al. \(2017\)](#) e [Moreira et al. \(2022\)](#). A proposta visou minimizar o custo e o erro nutricional das refeições, respeitando o consumo diário de nutrientes estabelecido no *Dietary Reference Intakes* (DRI) ([MEYERS et al., 2006](#)). O algoritmo genético multi-objetivo NSGA-II e a estratégia do Epsilon-Restrito foram utilizados para tratar o problema.

Os testes foram realizados com a base de dados apresentada nas Tabelas [A.1](#) e [B.1](#), obtidas a partir da Tabela Brasileira de Composição de Alimentos (TBCA) e preços de mercados de varejo no Brasil. Foram utilizados 97 alimentos e seus dados nutricionais foram retirados da TBCA.

Os resultados mostraram que a metodologia proposta foi capaz de gerar um conjunto representativo de soluções não-dominadas para o algoritmo NSGA-II e o conjunto pareto ótimo para o Epsilon-Restrito. Observou-se que a diminuição do custo do cardápio correspondeu ao aumento do erro nutricional. Cada solução do conjunto de soluções não-dominadas representou um possível conjunto de cardápios para cinco dias. As dietas geradas atenderam todos os valores nutricionais recomendados pelas referências consultadas. Porém, identificou-se como um dos problemas a elevada repetição de alimentos nas dietas geradas, o que não é desejável para o contexto em que o problema é aplicado.

Para este problema específico, devido à sua simplicidade, a abordagem mais viável é utilizar o método Epsilon-Restrito, que permite encontrar soluções exatas para o problema. Além disso, a restrição de variedade dos alimentos torna essa abordagem ainda mais adequada.

Os resultados obtidos foram satisfatórios, uma vez que o custo e o erro nutricional não foram elevados em comparação com o trabalho proposto em [Moreira et al. \(2022\)](#), além de atenderem aos requisitos nutricionais estabelecidos. Foi possível gerar dietas saudáveis e de baixo custo. Como trabalhos futuros, visa-se avaliar o melhor valor de epsilon, adicionar restrições para diminuir a repetição dos alimentos e aplicar penalidades para violação de restrições.

# Referências

- ABEJÓN, R.; BATLLE-BAYER, L.; LASO, J.; BALA, A.; VAZQUEZ-ROWE, I.; LARREA-GALLEGOS, G.; MARGALLO, M.; CRISTOBAL, J.; PUIG, R.; PALMER, P. Fullana-i et al. Multi-objective optimization of nutritional, environmental and economic aspects of diets applied to the spanish context. *Foods*, MDPI, v. 9, n. 11, p. 1677, 2020.
- ABEJÓN, R.; VÁZQUEZ-ROWE, I.; BALA, A.; PALMER, P. Fullana-i; ALDACO, R. et al. Application of the “distance to target” approach to the multiobjective optimization of nutritional and economic costs due to food loss and waste. In: *Computer Aided Chemical Engineering*. [S.l.]: Elsevier, 2020. v. 48, p. 1681–1686.
- AHOURAG, A.; MOUTAOUAKIL, K. E.; CHELLAK, S.; BAIZRI, H.; CHEGGOUR, M. Multi-criteria optimization for optimal nutrition of moroccan diabetics:\* note: Sub-titles are not captured in xplora and should not be used. In: IEEE. *2022 International Conference on Intelligent Systems and Computer Vision (ISCV)*. [S.l.], 2022. p. 1–6.
- BALINTFY, J. L. Menu planning by computer. *Communications of the ACM*, ACM New York, NY, USA, v. 7, n. 4, p. 255–259, 1964.
- BALINTFY, J. L.; ROSS, G. T.; SINHA, P.; ZOLTNER, A. A. A mathematical programming system for preference and compatibility maximized menu planning and scheduling. *Mathematical Programming*, Springer, v. 15, n. 1, p. 63–76, 1978.
- BARCELLOS, J. C. H. d. *Algoritmos genéticos adaptativos: um estudo comparativo*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2000.
- BECCENERI, J. C. Meta-heurísticas e otimização combinatória: Aplicações em problemas ambientais. *INPE, Sao José dos Campos*, 2008.
- Blank, J.; Deb, K. pymoo: Multi-objective optimization in python. *IEEE Access*, v. 8, p. 89497–89509, 2020.
- BORTOLETE, J. C. *Empacotamento de círculos usando Otimização não Linear*. Tese (Doutorado) — Dissertação de Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional, Universidade . . . , 2016.
- BRASIL, M.; BRASIL. Fundo nacional de desenvolvimento da educação (fnde). *Secretaria de Educação Básica. Edital de convocação*, v. 6, 2011.
- BUENO, E. F. *Geração de Colunas em Problemas de Otimização Combinatória*. Tese (Doutorado) — UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, 2005.
- CASTRO, R. E. de. *Otimização de estruturas com multi-objetivos via algoritmos genéticos*. Tese (Doutorado) — Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro . . . , 2001.
- CHEN, X.-C.; WEI, T.-R.; GUO, J.-H.; ZHOU, W.-X.; SONG, A.; CHEN, W.-N.; ZHANG, J. Multiobjective evolutionary algorithm with double-level archives for nutritional dietary decision problem. In: IEEE. *2019 9th International Conference on Information Science and Technology (ICIST)*. [S.l.], 2019. p. 419–426.

- COSTA, E. d. Q.; RIBEIRO, V. M. B.; RIBEIRO, E. C. d. O. Programa de alimentação escolar: espaço de aprendizagem e produção de conhecimento. *Revista de Nutrição*, SciELO Brasil, v. 14, p. 225–229, 2001.
- COTA, L. P.; GUIMARES, F. G.; OLIVEIRA, F. B. D.; SOUZA, M. J. F.; MIRANDA, G. M. Algoritmo multiobjetivo de busca adaptativa em vizinhança de larga escala para o sequenciamento de tarefas em máquinas considerando consumo de energia elétrica. In: *Congresso Brasileiro de Automática-CBA*. [S.l.: s.n.], 2019. v. 1, n. 1.
- COUNCIL, N. R. et al. Recommended dietary allowances. National Academies Press, 1989.
- DEB, K. Multi-objective optimisation using evolutionary algorithms: an introduction. In: *Multi-objective evolutionary optimisation for product design and manufacturing*. [S.l.]: Springer, 2011. p. 3–34.
- DEB, K.; AGRAWAL, S.; PRATAP, A.; MEYARIVAN, T. A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: Nsga-ii. In: SPRINGER. *International conference on parallel problem solving from nature*. [S.l.], 2000. p. 849–858.
- DEB, K.; KALYANMOY, D. *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- DEB, K.; PRATAP, A.; AGARWAL, S.; MEYARIVAN, T. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. *IEEE transactions on evolutionary computation*, IEEE, v. 6, n. 2, p. 182–197, 2002.
- DELINSKI, L. M. M. et al. *Utilização da modelagem matemática multiobjetivo na geração de dieta para um restaurante universitário*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2019.
- DESIKY, A. S.; ELBARAWY, Y. M.; KAUSAR, S.; OMAR, A. H.; HUSSAIN, S. Single-point crossover and jellyfish optimization for handling imbalanced data classification problem. *IEEE Access*, IEEE, v. 10, p. 11730–11749, 2022.
- DU, D.; KO, K.-I.; HU, X. et al. *Design and analysis of approximation algorithms*. [S.l.]: Springer, 2012. v. 62.
- FNDE, F. N. de Desenvolvimento da E. *PNAE - Programa Nacional de Alimentação Escolar*. 2020. Acessado em: 29/09/2022. Disponível em: <<http://www.fnde.gov.br/index.php>>.
- FONSECA, C. M.; PAQUETE, L.; LÓPEZ-IBÁÑEZ, M. An improved dimension-sweep algorithm for the hypervolume indicator. In: IEEE. *2006 IEEE international conference on evolutionary computation*. [S.l.], 2006. p. 1157–1163.
- FORTNOW, L. The status of the p versus np problem. *Communications of the ACM*, ACM New York, NY, USA, v. 52, n. 9, p. 78–86, 2009.
- FROTA, M. A.; PÁSCOA, E. G.; BEZERRA, M. D. M.; MARTINS, M. C.; GURGEL, A. A. Má alimentação: fator que influencia na aprendizagem de crianças de uma escola pública. *Revista de APS*, v. 12, n. 3, 2009.
- GARILLE, S. G.; GASS, S. I. Stigler's diet problem revisited. *Operations Research*, INFORMS, v. 49, n. 1, p. 1–13, 2001.

- GAZAN, R.; BROUZES, C. M.; VIEUX, F.; MAILLOT, M.; LLUCH, A.; DARMON, N. Mathematical optimization to explore tomorrow's sustainable diets: a narrative review. *Advances in Nutrition*, Oxford University Press, v. 9, n. 5, p. 602–616, 2018.
- GOLBERG, D. E. Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. *Addion wesley*, v. 1989, n. 102, p. 36, 1989.
- GOMES, P. H. C. et al. Programação multiobjetivo aplicada ao desenvolvimento de materiais avançados. Instituição extra IF Goiano, 2018.
- HAIMES, Y. On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, v. 1, n. 3, p. 296–297, 1971.
- HENRIQUES, R. de S. et al. Desenvolvimento de uma ferramenta baseada em sistema multiagente para obtenção da configuração do parque gerador de eletricidade por meio dos leilões de energia nova. Universidade Federal de Minas Gerais, 2019.
- HERNÁNDEZ, M.; GÓMEZ, T.; DELGADO-ANTEQUERA, L.; CABALLERO, R. Using multiobjective optimization models to establish healthy diets in Spain following Mediterranean standards. *Operational Research*, Springer, v. 21, n. 3, p. 1927–1961, 2019.
- HOLDER, A. Mathematical programming glossary. informs computing society, <http://glossary.computing.society.informs.org>, v. 10, 2006.
- ISHIBUCHI, H.; TSUKAMOTO, N.; NOJIMA, Y. Evolutionary many-objective optimization: A short review. In: IEEE. *2008 IEEE congress on evolutionary computation (IEEE world congress on computational intelligence)*. [S.l.], 2008. p. 2419–2426.
- JÚNIOR, G. P. *MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO MULTI OBJETIVO E DE SIMULAÇÃO APLICADOS AO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO OPERACIONAL DE LAVRA EM MINAS A CÉU ABERTO*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Ouro Preto, 2011.
- KALDIRIM, E.; KOSE, Z. Application of a multi-objective genetic algorithm to the modified diet problem. In: *Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO)*. [S.l.: s.n.], 2006. v. 6.
- KALDIRIM, E.; KOSE, Z. Application of a multi-objective genetic algorithm to the modified diet problem. In: *Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO)*. [S.l.: s.n.], 2006. v. 6.
- KRAUSE, J.; CORDEIRO, J. A.; LOPES, H. S. Comparação de métodos de computação evolucionária para o problema da mochila multidimensional. *Meta-Heurísticas em Pesquisa Operacional*, v. 1, p. 87–98, 2013.
- LEE, C.; KIM, S.; JEONG, S.; LIM, C.; KIM, J.; KIM, Y.; JUNG, M. Mind dataset for diet planning and dietary healthcare with machine learning: dataset creation using combinatorial optimization and controllable generation with domain experts. In: *Thirty-fifth Conference on Neural Information Processing Systems Datasets and Benchmarks Track (Round 2)*. [S.l.: s.n.], 2021.
- MARRERO, A.; SEGREDO, E.; LEÓN, C.; SEGURA, C. A memetic decomposition-based multi-objective evolutionary algorithm applied to a constrained menu planning problem. *Mathematics*, MDPI, v. 8, n. 11, p. 1960, 2020.

- MARTINEZ, J. M.; SANTOS, S. A. Métodos computacionais de otimização. *Colóquio Brasileiro de Matemática, Apostilas*, Citeseer, v. 20, 1995.
- MEDEIROS, G. F. de; KRIPKA, M. Algumas aplicações de métodos heurísticos na otimização de estruturas. *Revista CIATEC-UPF*, v. 4, n. 1, p. 19–32, 2012.
- MEYERS, L. D.; HELLWIG, J. P.; OTTEN, J. J. et al. *Dietary reference intakes: the essential guide to nutrient requirements*. [S.l.]: National Academies Press, 2006.
- MINAS GERAIS. *Cardápios da Alimentação Escolar*. 2021. Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. Programa de Alimentação Escolar.
- MOREIRA, R. P.; MARCELINO, C. G.; MARTINS, F. V.; WANNER, E. F.; JIMENEZ-FERNANDEZ, S.; SALCEDO-SANZ, S. A multi-objective approach for the menu planning problem: A brazilian case study. In: SPRINGER. *Optimization, Learning Algorithms and Applications: Second International Conference, OL2A 2022, Póvoa de Varzim, Portugal, October 24-25, 2022, Proceedings*. [S.l.], 2022. p. 275–290.
- PACHECO, M. A. C. et al. Algoritmos genéticos: princípios e aplicações. *ICA: Laboratório de Inteligência Computacional Aplicada. Departamento de Engenharia Elétrica. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Fonte desconhecida*, v. 28, 1999.
- PAPADIMITRIOU, C. H. Computational complexity. In: *Encyclopedia of computer science*. [S.l.: s.n.], 2003. p. 260–265.
- PORRAS, E. M.; FAJARDO, A. C.; MEDINA, R. P. Solving dietary planning problem using particle swarm optimization with genetic operators. In: *Proceedings of the 3rd international conference on machine learning and soft computing*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 55–59.
- Programa Nacional de Alimentação Escolar – PNAE. *Referências Nutricionais para o Programa Nacional de Alimentação Escolar*. 2009.
- RAMOS-PÉREZ, J.-M.; MIRANDA, G.; SEGREDO, E.; LEÓN, C.; RODRÍGUEZ-LEÓN, C. Application of multi-objective evolutionary algorithms for planning healthy and balanced school lunches. *Mathematics*, MDPI, v. 9, n. 1, p. 80, 2020.
- SANTOS, A. M. D. Um modelo de otimização linear inteira, com variáveis binárias, para a resolução do problema sudoku. 2012.
- SANTOS, H. G.; TOFFOLO, T. Mixed integer linear programming with python. *COINOR Computational Infrastructure for Operations Research*, 2020.
- SEGREDO, E.; MIRANDA, G.; RAMOS, J. M.; LEÓN, C.; RODRÍGUEZ-LEÓN, C. Schoolthy: automatic menu planner for healthy and balanced school meals. *IEEE Access*, IEEE, v. 8, p. 113200–113218, 2020.
- SEGURA, C.; MIRANDA, G.; SEGREDO, E.; CHACÓN, J. A novel memetic algorithm with explicit control of diversity for the menu planning problem. In: IEEE. *2019 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. [S.l.], 2019. p. 2191–2198.
- SILVA, A. L. M. Algoritmo baseado em evolução diferencial para solução de problemas de otimização combinatória. Universidade Federal de Minas Gerais, 2014.

SILVA, J. G. R.; BERNARDINO, H. S.; BARBOSA, H. J. C.; CARVALHO, I. A. de; VIEIRA, V. da F.; LOUREIRO, M. M. S.; XAVIER, C. R. Solving a multiobjective caloric-restricted diet problem using differential evolution. In: *2017 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 2062–2069.

SOLEIMANI, T.; GILBERT, H. An approach to achieve overall farm feed efficiency in pig production: environmental evaluation through individual life cycle assessment. *The International Journal of Life Cycle Assessment*, Springer, v. 26, n. 3, p. 455–469, 2021.

SOLEIMANI, T.; GILBERT, H. An approach to achieve overall farm feed efficiency in pig production: environmental evaluation through individual life cycle assessment. *The International Journal of Life Cycle Assessment*, Springer, v. 26, n. 3, p. 455–469, 2021.

SOUZA, H. Modelagem matemática e proposta de resolução do problema da dieta alimentar para gado bovino de corte. *Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro*, 2006.

SOUZA, M. J. F. Programação de horários em escolas: uma aproximação por metaheurísticas. *Rio de Janeiro*, 2000.

SPAK, M. D. S. et al. Aplicação da modelagem matemática para o planejamento de cardápios para restaurantes universitários. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2017.

SRINIVAS, N.; DEB, K. Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms. *Evolutionary computation*, MIT Press, v. 2, n. 3, p. 221–248, 1994.

STIGLER, G. The cost of subsistence. *Journal of Farm Economics*, v. 27, p. 303–314, 01 1945.

TÜRKMENOĞLU, C.; UYAR, A. Ş. E.; KIRAZ, B. Recommending healthy meal plans by optimising nature-inspired many-objective diet problem. *Health Informatics Journal*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 27, n. 1, p. 1460458220976719, 2021.

USP, U. de S. P.; FORC, F. R. C. *TBCA - Tabela Brasileira de Composição de Alimentos*. 2022. <<http://www.tbca.net.br/>>. Versão 7.2 (Accessed on 08/29/2022).

VERMA, S.; PANT, M.; SNASEL, V. A comprehensive review on nsga-ii for multi-objective combinatorial optimization problems. *Ieee Access*, IEEE, v. 9, p. 57757–57791, 2021.

VOSS, S.; MANIEZZO, V.; STÜTZLE, T. *Matheuristics: Hybridizing metaheuristics and mathematical programming (annals of information systems)*. Springer Nature, 2009.

WRIGHT, S.; NOCEDAL, J. et al. Numerical optimization. *Springer Science*, v. 35, n. 67-68, p. 7, 1999.

YANG, Y.; LI, H. Obesity triggers covid-19: Causal discovery and multiobjective linear programming approach. In: IEEE. *2021 International Conference on Public Health and Data Science (ICPHDS)*. [S.l.], 2021. p. 6–9.

YIN, J.; YANG, D.; ZHANG, X.; ZHANG, Y.; CAI, T.; HAO, Y.; CUI, S.; CHEN, Y. Diet shift: Considering environment, health and food culture. *Science of The Total Environment*, Elsevier, v. 719, p. 137484, 2020.

# **Anexos**

## ANEXO A – Tabela de Alimentos

A Tabela A.1 apresenta a lista com os 97 alimentos utilizados neste trabalho e as informações relacionadas ao custo de cada alimento. Esta tabela é utilizada como entrada do NSGA-II.

Tabela A.1 – Tabela contendo os alimentos utilizados neste trabalho e seus respectivos custos

<b>Alimento</b>	<b>Preço</b>
Beterraba Crua	0.57
Beterraba Cozida	0.57
Rabanete Cru	1.75
Abobrinha Italiana Crua	0.50
Cenoura Crua	0.30
Cenoura Cozida	0.30
Chuchu Cozido	0.37
Alface Lisa Crua	1.33
Alface Crespa Crua	0.63
Almeirao Cru	1.10
Rucula Crua	1.49
Couve Crua	0.97
Chicoria Crua	1.20
Espinafre Cru	0.66
Tomate Cru	0.63
Couve-flor Cozida	1.33
Brocolis Cozido	2.32
Repolho Branco Cru	0.37
Nabo	1.25
Pepino	0.87
Berinjela Cozida	0.57
Salada de legumes cozida no vapor	0.95
Arroz	0.46
Arroz carreteiro	1.71
Arroz colorido	0.66
Arroz com brocolis	1.03
Arroz de forno	2.22

Continua...

<b>Alimento</b>	<b>Preço</b>
Feijao	0.87
Feijao maravilha	0.77
Tutu	0.96
Feijoada	1.47
Salpicao de frango	1.21
Frango ao molho branco	0.99
Cubos de frango grelhado	2.10
Iscas de frango aceboladas	1.60
Almondegas de frango ao molho	1.86
Frango com quiabo	1.52
Frango assado	2.10
Estrogonofe de frango	1.26
Iscas de frango	2.10
Lasanha de abobrinha	1.02
Lasanha de berinjela	1.05
Almondegas de carne	2.01
Carne bovina cozida acem	1.44
Carne bovina cozida coxao mole	3.89
Carne bovina cozida musculo	2.39
Carne bovina cozida paleta	3.19
Carne bovina cozida peito	2.79
Cubos bovinos acem	1.44
Cubos bovinos coxao mole	3.89
Cubos bovinos musculo	2.39
Cubos bovinos paleta	3.19
Cubos bovinos peito	2.79
Carne moída (acem)	1.44
Bife bovino contra-file	3.98
Bife bovino miolo de alcatra	4.29
Bife bovino coxao mole	3.89
Bife bovino patinho	3.69
Macarronada a bolonhesa	1.61
Escondidinho de Inhamé	1.28
Cubos suínos pernil	2.19
Pernil cozido	2.19
Bife suíno lombo	1.69

Continua...

<b>Alimento</b>	<b>Preço</b>
Bife suino bisteca	1.79
Ovos cozidos	1.94
Omelete de espinafre	1.47
Omelete de legumes	1.46
Ovos mexidos	1.94
Merluza cozida	3.49
Tilapia cozida	3.59
Escondidinho de tilapia	1.87
Pirao de peixe	2.16
Mandioca	0.35
Abobora moranga refogada	0.30
Baroa cozida	1.99
Chuchu refogado	0.20
Quiabo	1.89
Batatas coradas	0.40
Batata Inglesa Cozida	0.40
Batata Inglesa Saute	0.40
Vagem	2.40
Creme de Milho	0.52
Repolho Branco Refogado	0.23
Berinjela Refogada	0.70
Couve Manteiga Refogada	0.97
Batata Gratinada	0.57
Pure de batata	0.52
Pure de baroa	1.53
Legumes refogados	0.69
Legumes cozidos	0.69
Polenta a jardineira	1.05
Farofa de abobrinha	0.84
Farofa de banana	0.70
Farofa de cenoura com ovos	0.59
Macarrao ao sugo	1.01
Macarrao ao alho e oleo	0.98
Abobrinha Italiana Cozida	0.50

Fonte: Autora própria

## ANEXO B – Tabela de Nutrientes

A Tabela B.1 apresenta a lista com os 97 alimentos utilizados neste trabalho e as informações nutricionais dos alimentos. Esta tabela também é utilizada como entrada do NSGA-II.

Tabela B.1 – Tabela contendo os alimentos utilizados neste trabalho e seus respectivos custos

Alimento	Energia(kcal)	Carboidratos(g)	Proteínas(g)	Cálcio(mg)	Ferro(mg)	Magnésio(mg)	Zinco(mg)	Vitamina A(mcg)	Vitamina C(mcg)
Beterraba Crua	46	7.74	1.95	14.4	0.32	21.7	0.52	0.88	3.12
Beterraba Cozida	27	4.25	1.23	13.3	0.21	14.4	0.31	0.89	1.08
Rabanete Cru	14	1.20	1.13	20.6	0.35	8.91	0.18	0.26	9.59
Abobrinha Italiana Crua	17	2.43	1.01	13.4	0.21	17.7	0.15	20.3	5.87
Cenoura Crua	31	4.56	1.12	21.4	0.47	11.4	0.30	370	5.12
Cenoura Cozida	17	2.13	0.54	16.7	0.17	9.42	0.15	330	0.00
Chuchu Cozido	21	3.70	0.50	8.53	0.07	7.56	0.10	0.00	6.07
Alface Lisa Crua	13	0.10	1.69	27.5	0.61	9.11	0.35	190	21.4
Alface Crespa Crua	10	0.00	1.35	38.0	0.40	11.0	0.25	164	15.6
Almeirão Cru	20	1.08	1.78	30.4	0.87	16.7	0.34	288	1.98
Rucula Crua	17	0.29	2.48	107	1.02	23.9	0.31	282	57.8
Couve Crua	28	4.33	2.87	208	0.66	42.8	0.40	314	102
Chicória Crua	12	0.56	1.14	47.4	0.48	15.6	0.17	77.6	6.54
Espinafre Cru	23	1.34	2.24	91.2	0.48	72.0	0.31	143	3.26
Tomate Cru	18	2.22	1.04	6.94	0.30	10.0	0.15	50.6	15.5

Continua...

Alimento	Energia(kcal)	Carboidratos(g)	Proteínas(g)	Cálcio(mg)	Ferro(mg)	Magnésio(mg)	Zinco(mg)	Vitamina A(mcg)	Vitamina C(mcg)
Couve-flor Cozida	16	1.36	1.28	14.8	0.12	5.01	0.24	1.83	21.8
Brocolis Cozido	27	1.16	2.71	56.8	0.60	16.3	0.27	185	47.0
Repolho Branco Cru	20	2.50	1.12	39.3	0.14	11.3	0.17	50.2	22.0
Nabo	18	2.59	0.91	41.0	0.22	14.1	0.18	0.00	9.23
Pepino	10	1.20	0.70	9.62	0.23	9.34	0.13	1.79	4.99
Berinjela Cozida	26	4.29	0.79	14.4	0.29	11.7	0.18	13.3	0.00
Salada de legumes cozida no vapor	34	4.58	2.01	32.9	0.44	18.6	0.30	255	29.4
Arroz	131	28.8	2.38	5.17	0.33	24.1	0.52	0.00	0
Arroz carreteiro	151	10.1	10.8	13.3	0.95	9.29	2.67	4.93	1.08
Arroz colorido	118	22.3	2.19	11.4	0.40	21.4	0.48	104	1.88
Arroz com brocolis	118	20.5	2.52	19.1	0.40	21.5	0.44	46.3	12.5
Arroz de forno	141	20.2	3.54	48.9	0.55	21.0	0.65	31.0	3.25
Feijao	71	8.20	4.77	28.7	1.39	45.7	0.75	0	0
Feijao maravilha	72	6.40	2.95	18.0	0.76	24.9	0.44	65.2	1.42
Tutu	153	9.75	7.70	30.7	1.31	32.0	1.75	1.41	0.62
Feijoada	131	6.65	9.59	32.4	1.35	31.8	0.83	0	0
Salpicao de frango	144	4.16	13.9	9.41	0.32	13.3	0.39	36.0	9.26
Frango ao molho branco	157	2.27	26.2	37.7	0.38	14.4	0.89	19.5	0.00
Cubos de frango grelhado	150	0.00	32.0	5.34	0.33	18.3	0.77	0	0.00
Isclas de frango aceboladas	150	0.00	32.0	5.34	0.33	18.3	0.77	0	0.00
Almondegas de frango ao molho	202	7.09	12.8	7.99	1.09	28.0	1.96	0.00	0.00
Frango com quiabo	138	1.68	16.3	23.0	0.49	17.5	0.90	16.6	4.47
Frango assado	243	40.1	33.4	8.26	0.48	18.1	0.95	6.23	0.00
Estrogonofe de frango	152	2.58	17.5	26.0	1.53	24.7	0.58	0	0

Continua...

Alimento	Energia(kcal)	Carboidratos(g)	Proteínas(g)	Cálcio(mg)	Ferro(mg)	Magnésio(mg)	Zinco(mg)	Vitamina A(mcg)	Vitamina C(mcg)
Isas de frango	150	0.00	32.0	5.34	0.33	18.3	0.77	0	0.00
Lasanha de abobrinha	102	2.77	7.86	167	0.70	22.1	1.43	47.6	4.38
Lasanha de berinjela	92	2.59	6.79	128	0.39	19.1	0.94	36.6	6.04
Almondégas de carne	272	14.3	18.2	26.8	1.91	48.1	2.61	15.6	0.00
Carne bovina cozida acem	212	1.16	26.0	7.62	2.27	14.5	7.59	0.00	0.41
Carne bovina cozida coxao mole	211	0.56	30.7	4.41	2.45	13.6	4.48	2.34	0.41
Carne bovina cozida musculo	183	0.02	30.8	4.98	2.36	13.4	6.44	1.91	0.00
Carne bovina cozida paleta	184	0.00	29.5	5.64	2.17	17.7	6.82	0	0.00
Carne bovina cozida peito	330	0.00	22.1	4.12	1.59	13.8	3.88	0	0.00
Cubos bovinos acem	212	1.16	26.0	7.62	2.27	14.5	7.59	0.00	0.41
Cubos bovinos coxao mole	211	0.56	30.7	4.41	2.45	13.6	4.48	2.34	0.41
Cubos bovinos musculo	183	0.02	30.8	4.98	2.36	13.4	6.44	1.91	0.00
Cubos bovinos paleta	184	0.00	29.5	5.64	2.17	17.7	6.82	0	0.00
Cubos bovinos peito	330	0.00	22.1	4.12	1.59	13.8	3.88	0	0.00
Carne moida (acem)	208	0.56	25.5	11.5	4.69	22.9	2.56	0.03	0.41
Bife bovino contra-file	266	0.00	32.1	4.46	2.35	18.7	3.39	0	0.00
Bife bovino miolo de alcatra	244	2.78	31.9	4.51	3.17	26.0	4.82	0	0.00
Bife bovino coxao mole	265	0.00	29.8	3.43	2.36	12.4	4.32	2.27	0.00
Bife bovino patinho	211	0.33	35.9	4.80	3.03	27.3	8.09	0	0.00
Macarronada a bolonhesa	123	21.5	4.42	10.4	1.36	9.79	0.74	0.00	0.00
Escondidinho de Inhame	117	16.6	2.26	23.7	0.03	15.6	0.34	53.4	1.71
Cubos suinos pernil	252	0.61	26.7	17.9	1.19	31.0	2.85	0	0.45
Pernil cozido	252	0.61	26.7	17.9	1.19	31.0	2.85	0	0.45
Bife suino lombo	227	0.00	34.1	18.8	0.44	17.3	1.68	0	0.00

Continua...

Alimento	Energia(kcal)	Carboidratos(g)	Proteínas(g)	Cálcio(mg)	Ferro(mg)	Magnésio(mg)	Zinco(mg)	Vitamina A(mcg)	Vitamina C(mcg)
Bife suino bisteca	275	0.64	28.9	34.3	0.86	24.7	2.35	0	0.00
Ovos cozidos	125	1.38	10.4	43.2	1.33	9.87	1.09	113	0.00
Omelete de espinafre	147	2.34	10.1	121	121	18.1	1.27	146	0.58
Omelete de legumes	122	2.86	7.85	36.9	1.63	11.8	1.05	120	5.54
Ovos mexidos	167	2.26	12.0	43.1	1.90	11.4	1.41	178	0
Merluza cozida	101	0.00	19.9	18.6	0.18	27.5	0.42	0	0.00
Tilapia cozida	112	0.00	23.1	26.1	0.37	34.9	0.60	0.57	0.84
Escondidinho de tilapia	99	9.20	3.63	20.3	0.24	8.09	0.44	7.47	2.89
Pirao de peixe	132	22.0	4.03	23.4	0.44	13.0	0.16	22.3	2.51
Mandioca	120	28.0	0.64	18.5	0.07	26.6	0.17	5.09	11.00
Abobora moranga refogada	30	4.44	0.39	19.1	0.11	7.49	0.08	47.7	6.73
Baroa cozida	77	17.2	0.85	11.9	11.9	7.58	0.38	5.34	17.1
Chuchu refogado	21	3.70	0.50	8.53	0.07	7.56	0.10	0.00	2.73
Quiabo	20	1.94	1.32	78.3	0.20	22.0	0.32	3.25	2.67
Batatas coradas	89	18.8	2.52	4.66	0.50	18.5	0.33	0	34.9
Batata Inglesa Cozida	53	10.8	1.33	3.64	0.20	5.62	0.19	0	3.89
Batata Inglesa Saute	67	12.7	1.29	4.18	0.25	6.46	0.21	7.93	0
Vagem	23	2.70	1.60	35.7	0.30	9.78	0.23	10.3	0.68
Creme de Milho	371	82.4	4.82	323	4.26	30.1	0.78	12.6	96.3
Repolho Branco Refogado	23	4.05	1.54	37.1	0.11	6.72	0.13	55.7	8.75
Berinjela Refogada	35	2.73	1.29	14.9	0.29	18.1	0.15	12.7	3.17
Couve Manteiga Refogada	83	1.49	2.03	160	0.45	23.7	0.18	0	71.3
Batata Gratinada	80	13.1	2.16	35.5	0.27	7.95	0.29	19.5	3.11
Pure de batata	68	10.3	1.67	22.5	0.19	6.57	0.24	8.74	3.17

Continua...

Alimento	Energia(kcal)	Carboidratos(g)	Proteínas(g)	Cálcio(mg)	Ferro(mg)	Magnésio(mg)	Zinco(mg)	Vitamina A(mcg)	Vitamina C(mcg)
Pure de baroa	107	15.2	1.04	21.1	0.37	7.48	0.36	55.9	14.5
Legumes refogados	94	3.63	1.98	35.0	0.51	16.9	0.33	53.1	20.7
Legumes cozidos	30	5.55	0.79	9.61	0.15	7.53	0.15	110	3.32
Polenta a jardineira	104	21.2	2.25	1.06	1.94	4.30	0.05	0.22	0
Farofa de abobrinha	310	46.5	4.49	59.5	1.50	26.6	0.67	56.3	0.79
Farofa de banana	304	59.7	1.47	44.0	0.80	35.9	0.28	32.7	5.20
Farofa de cenoura com ovos	279	43.8	2.95	55.0	1.28	26.0	0.52	113	1.97
Macarrao ao sugo	114	19.1	4.27	9.11	0.45	12.9	0.37	13.7	4.07
Macarrao ao alho e oleo	179	24.9	3.64	6.88	1.05	1.53	0.31	0.00	1.49
Abobrinha Italiana Cozida	14	1.32	0.99	15.9	0.15	16.0	0.24	38.2	2.02

Fonte: Autora própria