



UFOP

Universidade Federal
de Ouro Preto

**Universidade Federal de Ouro Preto
Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas
Departamento de Computação e Sistemas**

**Aplicações da teoria de redes
complexas: de grades curriculares à
dinâmicas evolutivas.**

Suzane Ferreira Pinto

**TRABALHO DE
CONCLUSÃO DE CURSO**

**ORIENTAÇÃO:
Dr. Ronan Silva Ferreira**

**Junho, 2022
João Monlevade–MG**

Suzane Ferreira Pinto

Aplicações da teoria de redes complexas: de grades curriculares à dinâmicas evolutivas.

Orientador: Dr. Ronan Silva Ferreira

Monografia apresentada ao curso de Engenharia de Computação do Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas, da Universidade Federal de Ouro Preto, como requisito parcial para aprovação na Disciplina “Trabalho de Conclusão de Curso II”.

Universidade Federal de Ouro Preto

João Monlevade

Junho de 2022

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

P659a Pinto, Suzane Ferreira.
Aplicações da teoria de redes complexas [manuscrito]: de grades curriculares à dinâmicas evolutivas. / Suzane Ferreira Pinto. - 2021.
60 f.: il.: color., gráf., tab..

Orientador: Prof. Dr. Ronan Silva Ferreira.
Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto.
Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas. Graduação em Engenharia de Computação .

1. Engenharia - Estudo e ensino - Aprendizagem. 2. Grafos de ligação.
3. Teoria dos grafos. 4. Teoria dos jogos. I. Ferreira, Ronan Silva. II.
Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 519.17/.83

Bibliotecário(a) Responsável: Flavia Reis - CRB6-2431



FOLHA DE APROVAÇÃO

Suzane Ferreira Pinto

Aplicações da teoria de redes complexas: de grades curriculares à dinâmicas evolutivas

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Computação da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Computação

Aprovada em 23 de Junho de 2022

Membros da banca

Dr. Ronan Silva Ferreira - Orientador (Universidade Federal de Ouro Preto)

Dr. Darlan Nunes de Brito - (Universidade Federal de Ouro Preto)

Dr. Harlei Miguel Arruda Leite - (Universidade Federal de Ouro Preto)

Dr. Ronan Silva Ferreira, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 06/02/2023



Documento assinado eletronicamente por **Ronan Silva Ferreira, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 06/02/2023, às 18:56, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0470020** e o código CRC **FE71EDE7**.

Dedico este trabalho à minha mãe, Gilma Ferreira, que sempre me ajudou e nunca me deixou desistir nos momentos de maior dificuldade.

Agradecimentos

Agradeço a Deus por iluminar meu caminho e abençoar minha trajetória!

Agradeço a minha família e ao meu companheiro de vida, por sempre estarem do meu lado e me apoiarem nos momentos de maior necessidade. Sou muito grata por tudo que fazem por mim.

Agradeço a todos os meus amigos por sempre estarem ao meu lado, torcendo por mim, e por compartilharem ótimos momentos comigo.

Agradeço meu orientador por todo suporte necessário e apoio para o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço a todos os meus professores pelo conhecimento adquirido ao decorrer destes anos, sem vocês não seria possível chegar ao fim, e também aos meus colegas do grupo de pesquisa que fizeram parte da construção deste trabalho.

Resumo

As redes complexas são um tipo de grafo, em que se estuda interações entre elementos de um mesmo conjunto. Sua representação é bem simples: pontos ligados por linhas. Apesar dessa simplicidade compartilhada, as redes são caracterizadas por pesos estatísticos, que não são encontradas em grafos simples. Além disso, na representação de redes os símbolos (pontos e linhas) recebem interpretações físicas, tornando a teoria de redes um paradigma para pesquisas interdisciplinares. Neste Trabalho de Conclusão de Curso abordamos duas aplicações dessa teoria. Uma buscando compreender melhor nosso próprio ambiente de ensino/aprendizagem, o Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas, e outra a investigação de dinâmicas evolutivas, que combinam teoria de jogos e dinâmicas populacionais. Particularmente, nós nos concentramos em dois cortes.: (i) a análise das grades curriculares do ciclo básico das engenharias em nosso instituto, construindo um modelo quantitativo para uma comparação do equilíbrio entre os pré-requisitos das disciplinas e (ii) uma investigação sobre a dinâmica de estratégias do jogo de mãos recreativo *pedra-papel-tesoura* em estruturas homogêneas (redes regulares). Como um subproduto do recorte (i), também propusemos (e experimentamos) uma metodologia ativa de ensino, voltada para aulas de laboratório de física nos cursos de engenharia. Como efeito, esperamos contribuir tanto para a reflexão sobre o processo de ensino e aprendizagem em nossa instituição, bem como com futuras investigações em redes complexas e nos campo da dinâmica evolutiva e teoria de jogos.

Palavras-chaves: redes complexas. teoria de jogos. dinâmica evolutiva. ensino e aprendizagem.

Abstract

Complex networks are a kind of graph, in which interactions between elements of the same set are studied. Its representation is quite simple: points connected by lines. Despite this shared simplicity, networks are characterized by statistical weights, which are not found in simple graphs. Furthermore, in the representation of networks, the symbols (points and lines) receive physical interpretations, network theory became a paradigm for interdisciplinary research. We have addressed two applications of this theory. First, by seeking for a better understanding of our own teaching/learning environment, the *Institute of Exact and Applied Sciences*. Next, the investigation of evolutionary dynamics, which combine game theory and population dynamics. In particular, we focus on two aspects: (i) the analysis of the curriculum of the engineering basic cycle at our institute, building a quantitative model for a comparison of the balance between the prerequisites of the disciplines and (ii) an investigation into the dynamics of strategies of the recreational hand game *rock-paper-scissors* in homogeneous structures (regular networks). As a sub-product of the aspect (i), we also proposed (and applied) an active teaching methodology, focused on physics laboratory classes for engineering courses. Indeed, we hope to contribute to the reflection on the teaching and learning process in our institution as well as to future investigations in complex networks and in the fields of evolutionary dynamics and game theory.

Key-words: complex networks. game theory. evolutionary dynamics. teaching and learning.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Ilustração do caráter temporal para o aumento da densidade de links e número de nós correspondendo às disciplinas ofertadas em cada período do ciclo básico. Da esquerda para a direita: 1º, 2º, 3º e 4º Períodos do curso de Engenharia Elétrica/UFOP.	18
Figura 2 – Dos gráficos inseridos (a) e (c) para os respectivos gráficos principais (b) e (d), os dados sofreram um tratamento devido a flutuações para $p(k) \ll 1$. Topo: distribuições de grau para links de entrada. Base: distribuições de grau para links de saída.	20
Figura 3 – Distribuições $p_{>}(k_{in})$ (topo) e distribuições $p_{>}(k_{out})$ (base) para as conexões entre os tópicos das ementas das três engenharias estudadas. da esquerda para a direita: Engenharia Elétrica (EE), Engenharia de Computação (EC) e Engenharia de Produção (EP). Os valores para os expoentes do ajuste para cada uma das curvas é mostrado na tabela 1.	21
Figura 4 – Comparação entre as funções contínuas obtidas na figura 3. Como se trata da rede de temas para o ciclo básico de três engenharias era esperada uma superposição de curvas. Entretanto, isso não ocorre devido a diferenças no Programa Pedagógico Curricular dos cursos. Nosso modelo conseguiu capturar essas diferenças usando uma abordagem quantitativa.	21
Figura 5 – Diagrama do modelo apresentado acima. Cada quadro significa uma etapa executada em nossa metodologia que ocorre de maneira sequencial necessitando passar por cada etapa para iniciar a próxima.	26
Figura 6 – 1º Bloco de resultados obtidos a partir das respostas dos estudantes. A numeração de cada um dos gráficos desta figura corresponde à numeração de cada uma das questões, de 1 a 6, do questionário aplicado - ver Anexo A.	31
Figura 7 – 2º Bloco 2 de resultados obtidos a partir das respostas dos estudantes. A numeração de cada um dos gráficos desta figura corresponde à numeração de cada uma das questões, de 7 a 11, do questionário aplicado - ver Anexo A	33
Figura 8 – Esboço de uma célula unitária com o nó ativo (central) e seus primeiros vizinhos.	36
Figura 9 – Exemplo da condição de contorno periódica aplicada aos extremos direita e esquerda.	37
Figura 10 – Exemplo da condição de contorno periódica aplicada aos extremos superior e inferior.	37

Figura 11 – Efeito da mobilidade e predação sobre a densidade de espécies em função do passo de tempo. Da esquerda para a direita, temos no topo: $pm = 0.0, pp = 0.75$ e $pm = 0.2, pp = 0.55$. Na base: $pm = 0.4, pp = 0.35$ e $pm = 0.6, pp = 0.15$. Parâmetros: $N = 64 \times 64$ e $pr = 0.25$	42
Figura 12 – Efeito da mobilidade e predação sobre a densidade de espécies em função do passo de tempo. Da esquerda para a direita, temos no topo: $pm = 0.0, pp = 0.75$ e $pm = 0.2, pp = 0.55$. Na base: $pm = 0.4, pp = 0.35$ e $pm = 0.6, pp = 0.15$. Parâmetros: $N = 256 \times 256$ e $pr = 0.25$.	42
Figura 13 – Densidade de espécies em função do passo de tempo. À esquerda: sem espécie fraca. À direita: espécie 1 como mais fraca. Parâmetros: $N = 256 \times 256, pr = 0.25, pm = 0.5, pp = 0.25$.	43
Figura 14 – Densidade de espécies em função do passo de tempo. À esquerda: sem espécie fraca. À direita: espécie 1 como mais fraca. Parâmetros: $N = 512 \times 512, pr = 0.25, pm = 0.5, pp = 0.25$.	43
Figura 15 – Densidade de espécies em função do passo de tempo. À esquerda: sem espécie fraca. À direita: espécie 1 como mais fraca. Parâmetros: $N = 1024 \times 1024, pr = 0.25, pm = 0.5, pp = 0.25$.	43
Figura 16 – Padrões de coexistência sem espécie fraca. Da esquerda para a direita e em sentido horário são mostrados 4 instantes progressivos de tempo para o modelo sem espécie fraca. Parâmetros: $N = 256 \times 256, pr = 0.25, pm = 0.5, pp = 0.25$ (Espaços vazios não mostrados).	44
Figura 17 – Padrões de coexistência sem espécie fraca. Da esquerda para a direita e em sentido horário são mostrados 4 instantes progressivos de tempo para o modelo com espécie fraca (vermelha). Parâmetros: $N = 256 \times 256, pr = 0.25, pm = 0.5, pp = 0.25$ (Espaços vazios não mostrados).	44
Figura 18 – Padrões de coexistência sem espécie fraca. Da esquerda para a direita e em sentido horário são mostrados 4 instantes progressivos de tempo para o modelo sem espécie fraca. Parâmetros: $N = 512 \times 512, pr = 0.25, pm = 0.5, pp = 0.25$ (Espaços vazios não mostrados).	45
Figura 19 – Padrões de coexistência sem espécie fraca. Da esquerda para a direita e em sentido horário são mostrados 4 instantes progressivos de tempo para o modelo com espécie fraca (vermelha). Parâmetros: $N = 512 \times 512, pr = 0.25, pm = 0.5, pp = 0.25$ (Espaços vazios não mostrados).	45
Figura 20 – Padrões de coexistência sem espécie fraca. Da esquerda para a direita e em sentido horário são mostrados 4 instantes progressivos de tempo para o modelo sem espécie fraca. Parâmetros: $N = 1024 \times 1024, pr = 0.25, pm = 0.5, pp = 0.25$ (Espaços vazios não mostrados).	46

Figura 21 – **Padrões de coexistência sem espécie fraca.** Da esquerda para a direita e em sentido horário são mostrados 4 instantes progressivos de tempo para o modelo com espécie fraca (vermelha). Parâmetros: $N = 1024 \times 1024$, $pr = 0.25$, $pm = 0.5$, $pp = 0.25$ (Espaços vazios não mostrados). 46

Lista de tabelas

Tabela 1 – Caracterização quantitativa da rede de temas das engenharias. Correspondência: EE (Engenharia Elétrica), EP (Engenharia de Produção) e EC (Engenharia de Computação).	19
Tabela 2 – Correspondência: FIS I (Mecânica), FIS II (Eletromagnetismo), FIS III (Termodinâmica) e FIS IV (Física Moderna).	22

Sumário

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	O problema de pesquisa	13
1.2	Objetivos	13
2	ANALISANDO EMENTAS CURRICULARES USANDO REDES COM- PLEXAS	15
2.1	Introdução	15
2.2	Metodologia	16
2.3	Modelo	18
2.4	Resultados e Discussão	18
2.5	Conclusão	22
3	UMA PROPOSTA DE METOLOGIA ATIVA PARA LABORATÓ- RIOS DE FÍSICA	24
3.1	Introdução	24
3.2	Metodologia	26
3.2.1	Exposição teórica	26
3.2.2	Seminário de proposta	27
3.2.3	Seminário final	28
3.3	Resultados e Discussão	28
3.4	Conclusão	33
4	COMPETIÇÕES CÍCLICAS	35
4.1	Introdução	35
4.2	Metodologia	35
4.2.1	Redes regulares	36
4.2.2	Modelo sem espécie fraca	38
4.2.3	Modelo com espécie fraca	39
4.3	Resultados e Discussão	41
4.4	Conclusão	47
5	CONCLUSÃO	48
	REFERÊNCIAS	49

APÊNDICES	53
APÊNDICE A – ENQUETE	54
APÊNDICE B – CÓDIGO	55

1 Introdução

A teoria de redes complexas vem sendo empregada nas mais diversas áreas do conhecimento. Desde seus trabalhos inaugurais (WATTS; STROGATZ, 1998; BARABÁSI; ALBERT, 1999) no final da década de 1990, essa teoria se consolidou como um verdadeiro paradigma para pesquisas interdisciplinares (NEWMAN, 2010), perpassando desde redes de proteínas (SOL; FUJIHASHI; O'MEARA, 2005), redes de transportes (FERREIRA; SILVA, 2020), ciências sociais e a tomada de decisão em dilemas urbanos (SZABÓ; FATH, 2007), e até a ciência de dados (DEHMER et al., 2016) e inteligência artificial (MITCHELL, 2006). Para ter uma compreensão da relevância atual do assunto, o verbete “Complex Networks” é citado cerca de 69.000 vezes na base de dados do *Google Scholar*, apenas tomando como base o ano corrente, 2022.

Neste trabalho foi combinado, essencialmente, ferramentas da teoria de redes complexas a algoritmos computacionais. Particularmente, foi aplicado a teoria de redes a dois temas. No primeiro deles, foi explorado o carácter interdisciplinar da teoria de redes estudando um objeto inusitado: aproveitando o fato de que o Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas (ICEA), esteve se preparando nos últimos anos para uma reestruturação dos seus Projetos Pedagógicos de Curso (PPCs), foi proposto um modelo de rede que tornou possível quantificar a relação entre disciplinas e seus pré-requisitos para as grades curriculares do ciclo básico das engenharias (computação, elétrica e de produção). Esse tema é abordado no capítulo 2. Como produto deste trabalho, nossos resultados foram divulgados (por apresentação oral e resumo) no XVII *Encontro de Pesquisa em Ensino de Física* (EPEF), em Campus do Jordão, em 2018 (<http://www1.fisica.org.br/epef/xvii/index.php/pt/index.html>). Além disso, o trabalho completo foi publicado em 2020 na edição de número 42 da *Revista brasileira de ensino de Física* (RBEF) (PINTO; FERREIRA, 2020). Esta publicação foi possível porque pudemos estabelecer, usando nosso modelo, uma correlação entre as disciplinas de física e o balanço entre disciplinas e pré-requisitos. Essencialmente são as disciplinas dessa área (e não química ou matemática) que causam uma diferença substancial entre as grades curriculares que estudamos. Com a troca de ideias com pesquisadores durante o EPEF, acabamos por propor um trabalho que nos permitiu pensar a graduação em nosso próprio ambiente de ensino/aprendizagem. Nossa proposta foi direcionada para atividades em laboratório de física, em que confrontamos o uso de roteiros pré-determinados com a estimulação do pensar científico, ao trazer o estudante para um papel ativo em seu próprio processo de ensino/aprendizagem. Dessa forma, seguiu-se um estudo teórico/experimental a respeito de metodologias ativas de ensino, que foi aplicada nas aulas de laboratório de física dos cursos de engenharia. O objetivo deste estudo foi desenvolver o senso crítico, relacionando conceitos teóricos ao

ambiente prático, a fim de contribuir com a experiência de aprendizagem no ICEA, pensando na relação entre mercado de trabalho e academia. Os detalhes teste trabalho são discutidos no capítulo 3. Com este trabalho, publicamos um capítulo para o livro *Pesquisa em Ensino de Física 3* (PINTO et al.,), em 2020.

No segundo tema estudado tomamos uma rede simples, um reticulado, que pode ser idealizado como uma grade. Usamos este modelo de rede como um substrato sobre o qual investigamos uma dinâmica de três estratégias. Essa dinâmica pode ser reconhecida no jogo Pedra-Papel-Tesoura (o inglês, *Rock-Paper-Scissor* - RPS), em que se desenrola uma competição cíclica de três estratégias: o papel vence a pedra, a pedra vence a tesoura que, por sua vez, vence o papel. Esse modelo é utilizado na ecologia para examinar dinâmicas em que não existe uma hierarquia entre as espécies. Além disso, a partir da perspectiva da dinâmica de estratégias, ele também tem aplicações em áreas como biologia e economia. Pode ser analisado com base nas dinâmicas evolutivas que combinam teoria de jogos e dinâmica populacional. Essencialmente, estudamos sobre a sobrevivência de espécies, que competem em um território por meio de três ações: predação, mobilidade e reprodução. Primeiro, consideramos as três espécies em pé de igualdade, do ponto de vista da ação de predação. Depois, estudamos a dinâmica considerando uma delas “fraca”, não sendo uma boa predadora... Os detalhes desta etapa estão descritos no capítulo 4. Embora sejam resultados preliminares, já reproduzem os principais relatos da literatura recente do tema. Desta forma, este último capítulo pode ser pensado também como um trabalho em perspectiva, que pode ser usado para futuras investigações no instituto.

1.1 O problema de pesquisa

São eles: (i) Como quantificar a relação entre disciplinas e seus pré-requisitos e assim poder comparar diferentes grades curriculares? (ii) Como se dá dinâmica de estratégias em uma competição cíclica entre espécies se desenrolando em uma rede regular, em que: (a) as espécies competem em pé de igualdade e (b) quando uma delas é considerada “fraca”, do ponto de vista da ação de predação. Vale dizer que, paralelamente, estudamos um problema ligado ao processo de ensino/aprendizagem no ICEA: como oferecer uma alternativa aos roteiros usados em laboratórios de física, visando uma participação mais ativa dos estudantes?

1.2 Objetivos

Como objetivo geral estão as aplicações da teoria de redes complexas. Particularmente, os objetivos específicos são: (i) Propor um modelo baseado em redes complexas a fim de permitir a comparação entre as grades das engenharias ofertadas no ICEA contribuindo para a reestruturação dos respectivos Programas Pedagógicos de Curso (ii) estudar

a dinâmica de jogos evolutivos em redes regulares a fim de estudar relações entre espécies. Como derivação do tema (*i*) há ainda a proposição de um método em que o estudante, em vez de seguir um roteiro prático já definido, passe a ter um papel ativo na proposição de experimentos, baseado nos conteúdos em sala de aula.

2 Analisando ementas curriculares usando redes complexas

2.1 Introdução

O estudo de redes complexas vem perpassando diversas áreas do conhecimento (NEWMAN; BARABÁSI; WATTS, 2006; BARABÁSI, 2011; NEWMAN, 2010; BARABÁSI, 2017). Desde investigações em dinâmicas sociais (SCOTT, 2011; SZABÓ; BUNTH, 2018), passando pela propagação e controle de epidemias (MASUDA; HOLME, 2017; PASTOR-SATORRAS; CASTELLANO, 2018; VALDANO et al., 2018) e até a linguística (MARTINCIC-IPSIC; MARGAN; MESTROVIC, 2016; TORRE et al., 2017). Dessa forma, a teoria de redes complexas se tornou um paradigma para pesquisas interdisciplinares que, por sua vez, são um desafio para o ensino, produção e divulgação técnico-científica. Entretanto, nossas grades curriculares dividem-se em conteúdos específicos, por uma motivação didática, levando em conta o processo de ensino e aprendizagem. Outro ponto são os pré-requisitos: exigências sobre competências adquiridas para a continuidade e o acúmulo de conhecimento. Dessa forma, os pré-requisitos são, ao menos no contexto da interdisciplinaridade, um mecanismo de conexão entre as diversas disciplinas ofertadas em uma grade curricular.

Por outro lado, o conhecimento de uma fração maior dos conteúdos em uma grade curricular por parte dos professores também é um mecanismo fundamental para a consolidação das conexões entre as disciplinas. Isso porque, por parte dos estudantes, nem sempre é fácil perceber a relevância dos tópicos de uma disciplina em outra. Talvez por essa razão indagações como: “*Quando usarei isso?*” ou “*Qual o por quê de eu estar aprendendo isso?*” acompanham o dia-a-dia estudantil.

Vários estudos objetivam uma melhoria na questão de integração dos conteúdos do ciclo básico (BELANÇON, 2017; MATTA; LEBRÃO; HELENO, 2017). Particularmente, nos cursos de graduação em engenharia, os índices de reprovações nas disciplinas dessa etapa vêm se transformando numa espécie de “cultura do insucesso”. Esse pensamento leva os ingressantes (calouros) a considerarem a repetição de disciplinas como Cálculo *Diferencial e Integral* e Física um fato natural: a regra, sendo a exceção aquele aluno regular no curso em questão (BARROSO; FALCÃO, 2004; BELANÇON, 2017; MATTA; LEBRÃO; HELENO, 2017). Conseqüentemente, as retensões levam a um número elevado de evasões em alguns cursos, implicando em um número grande de vagas ociosas que são difíceis de serem reocupadas quando em períodos mais avançados dos cursos (CAMPELLO; LINS, 2008).

Na Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP, foi criado o programa Pró-ativa, o qual visa a melhoria das condições de oferta dos cursos e disciplinas da graduação e o processo de aprendizado. Isso é estimulado com a própria participação de alunos, os quais são selecionados todos os anos pelo programa. Nosso projeto propôs a exposição dos estudantes selecionados à teoria de redes complexas. A partir daí, o grupo foi instigado a mapear as disciplinas do ciclo básico, construindo uma rede de temas conectando as várias disciplinas.

Uma rede é um grafo (NEWMAN, 2010) em que atribuímos um significado físico a um conjunto de nós (vértices) conectados por arestas, obedecendo alguma distribuição estatística. Em nossa abordagem, cada tópico dentro de cada ementa das disciplinas do ciclo básico é associado a um nó, que por sua vez, são conectados aos pares por arestas (*links*). Esses *links* representam, portanto, a dependência de um certo tema de uma disciplina para a compreensão de um outro em uma disciplina diferente. Dessa forma, pôde-se construir uma *rede de temas* a partir das conexões entre os tópicos das ementas. Foram utilizadas as ementas das grades curriculares do ciclo básico ofertadas no *Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas* - ICEA - da UFOP, disponíveis em (<http://www.icea.ufop.br>).

Nossos objetivos então são (i) a proposição de um modelo para assinalar as dependências entre os diversos temas de uma ementa curricular; (ii) verificar se o modelo proposto é capaz de capturar particularidades de cada grade estudada. A verificação é possível porque conhecemos previamente as grades. Por fim, (iii) identificar a partir do modelo a influência das diferentes sequências dos temas de física tanto para a grade curricular quanto para o processo de ensino-aprendizagem.

2.2 Metodologia

Podemos utilizar matrizes de adjacências para representar grafos. Para um grafo do tipo $G(N, E)$, em que N é o número de nós e E o número de arestas, podemos escrever uma matriz do tipo $A : N \times N$ nomeando cada nó com um número inteiro $i = 1, 2, 3, \dots, N$. A matriz de adjacências carrega a informação sobre a existência de uma ligação entre quaisquer dois nós em um grafo. Para um grafo do tipo direcionado, os elementos $\{a_{ij}\}$ da matriz A são definidos da seguinte maneira:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se uma ligação de } i \\ & \text{para } j \text{ existe;} \\ 0, & \text{se uma ligação de } i \\ & \text{para } j \text{ não existe.} \end{cases}$$

Um grafo direcionado pode, por exemplo, representar uma rede social tal como o *Facebook*

ou o *Instagram*: nem sempre seguimos pessoas que nos conhecem, como é o caso dos seguidores de celebridades. Isso pode ser entendido como uma ligação que preserva um sentido. Portanto, podemos representar essa ligação com uma seta indicando um sentido no *link* entre a celebridade e o fã desconhecido. Por outro lado, para o caso de um grafo não direcionado, podemos escrever o conjunto de elementos de uma matriz $B : N \times N$ a partir de suas entradas $\{b_{ij}\}$, em que

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se uma ligação entre } i \\ & \text{e } j \text{ existe;} \\ 0, & \text{se uma ligação entre } i \\ & \text{e } j \text{ não existe.} \end{cases}$$

A diagonal de uma matriz de adjacências guarda a entrada dos elementos $\{a_{ii}\}$ (ou $\{b_{ii}\}$), informando se um nó está ligado a ele mesmo. Se isso acontece, ele possui uma *autoligação*. Temos que, $a_{ij} \neq a_{ji}$, mas $b_{ij} = b_{ji}$ sempre, logo, B é uma matriz simétrica.

A mais fundamental das quantidades estudadas em redes é o *grau* de um nó, dado pelo número de conexões que ele possui. A distribuição de graus $p(k)$ em um grafo equivale à fração de nós que possuem grau k :

$$p(k) = \frac{N_k}{N}, \quad (2.1)$$

uma vez que $\sum_k N_k = N$. O grau k_i de um nó i pode ser obtido a partir da matriz de adjacências de um grafo $G(N, E)$. Supondo G não direcionado, então

$$k_i = \sum_{j=1}^N b_{ij}. \quad (2.2)$$

Caso ele seja direcionado, teremos que contar o número de arestas que entram (seta apontando para o nó i), k_i^{in} , e que saem, k_i^{out} , em um nó i :

$$k_i^{in} = \sum_{j=1}^N a_{ji} \quad (2.3)$$

e

$$k_i^{out} = \sum_{j=1}^N a_{ij}. \quad (2.4)$$

O valor médio dos graus $\langle k \rangle$ de um grafo pode ser obtido a partir da distribuição de conectividade $p(k)$. Por exemplo, para um grafo não direcionado, o valor médio $\langle k \rangle$ pode ser escrito como sendo:

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_i k_i = \sum_k kp(k). \quad (2.5)$$

2.3 Modelo

Com o mapeamento das ementas das disciplinas em uma matriz de adjacências, foi possível associar a cada um dos tópicos, um nó e estabelecer um *link* representando a correspondência de um dado tema em uma certa disciplina para a compreensão do conteúdo em uma outra. Dessa forma, foi obtida uma rede do tipo direcionada, em que os *links* possuem suas terminações com setas. Além disso, nossa rede também apresenta uma dependência temporal, porque, evidentemente, disciplinas de semestres posteriores podem depender de conteúdos apresentados em semestres passados. Portanto, nossa rede de temas cresce a cada período e seus links possuem uma direção.

Na prática, para tratarmos o caráter dependente do tempo entre os nós e construirmos nossa rede de temas, propomos o seguinte modelo:

- (i) Aos tópicos em um mesmo período é permitido a conexão de forma distributiva;
- (ii) Os tópicos em um período φ também podem se conectar com o período $\varphi - 1$ (com $\varphi > 2$), dando assim o ingrediente de recursividade, retratando a ideia do acúmulo de conhecimentos.

A figura 1 ilustra esse mapeamento dos tópicos das ementas em uma rede não direcionada. Cada tópico é denominado por um número¹.

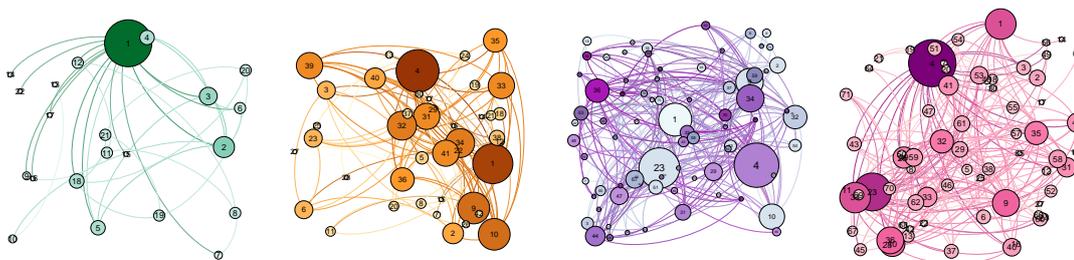


Figura 1 – Ilustração do caráter temporal para o aumento da densidade de links e número de nós correspondendo às disciplinas ofertadas em cada período do ciclo básico. Da esquerda para a direita: 1º, 2º, 3º e 4º Períodos do curso de Engenharia Elétrica/UFOP.

2.4 Resultados e Discussão

As distribuições que encontramos apresentam demasiadas flutuações, o que torna difícil a análise para propósitos estatísticos. Essas flutuações estão, principalmente, na

¹ essa correspondência não é mostrada por brevidade.

cauda das distribuições em que $x \gg 1$ ou, equivalentemente, para baixas frequências de ocorrência de x . Para realizarmos um tratamento estatístico em valores $p(k) \ll 1$, uma estratégia é usar *funções de distribuições acumuladas complementares* - CCDF. De forma geral, uma função CCDF é tal que, no limite contínuo, $f(x) = 1 - \int_{-\infty}^x g(x')dx'$, em que $g(x')$ é uma função densidade de probabilidade, tal que $\int_{-\infty}^{+\infty} g(x')dx' = 1$ e x é uma variável aleatória correspondendo à variável, também aleatória, x' , truncada no intervalo $[-\infty, x]$. Para nossas redes de temas nos basta o caso discreto, em que denotaremos uma função desse tipo por $p_{>}(k)$:

$$p_{>}(k) = \sum_{q \geq k} p(q). \quad (2.6)$$

No topo da figura 2 são mostradas as distribuições de entrada (a) $p(k_{in})$ e (b) $p_{>}(k_{in})$, enquanto na base são apresentadas as distribuições de saída (c) $p(k_{out})$ e (d) $p_{>}(k_{out})$ para a rede de temas da Engenharia Elétrica (EE). Em (a), os dados referem-se à distribuição sem o tratamento estatístico CCDF, o qual é mostrado em (b). O melhor ajuste encontrado, seguindo a proporcionalidade $p(k) \propto \exp(-\alpha k)$ é mostrado, tanto em (a) quanto em (b), pelas curvas de traçado contínuo. A mesma sequência de informações é apresentada em (c) e (d) para o caso das distribuições de saída. No decorrer do texto, nos referiremos ao valor do parâmetro α obtido após o tratamento dos conjuntos de dados.

É interessante, neste ponto, fazer uma observação sobre o processo de construção da rede de temas. Nossa primeira investigação foi apenas conectar aqueles temas relacionados, sem nenhuma preocupação com a dependência temporal tampouco pensando no processo de acúmulo de conhecimentos, no qual se baseia, essencialmente, o processo de aprendizagem. Nesse caso, o que encontramos foi uma distribuição exclusivamente aleatória de pontos ordenados ao acaso no plano xy (dados não exibidos). Somente com nossa proposição do modelo apresentado na seção 2.3 é que obtivemos as distribuições apresentadas na figura 2.

A figura 3 apresenta as distribuições de entrada e saída para as três engenharias da UFOP analisadas: Engenharia Elétrica (EE), Engenharia de Computação (EC) e Engenharia de Produção (EP). As curvas de traço contínuo são ajustes exponenciais e os valores dos respectivos expoentes são apresentados na tabela 1.

Característica	EE	EP	EC
Número de nós	96	87	96
Número de <i>links</i>	259	293	300
$\langle k_{in} \rangle$	5,22(1)	4,28(1)	4,14(1)
$\langle k_{out} \rangle$	2,69(1)	3,55(1)	3,47(1)
α_{in}	0,22(1)	0,28(1)	0,29(1)
α_{out}	0,39(1)	0,32(1)	0,33(1)

Tabela 1 – Caracterização quantitativa da rede de temas das engenharias. Correspondência: EE (Engenharia Elétrica), EP (Engenharia de Produção) e EC (Engenharia de Computação).

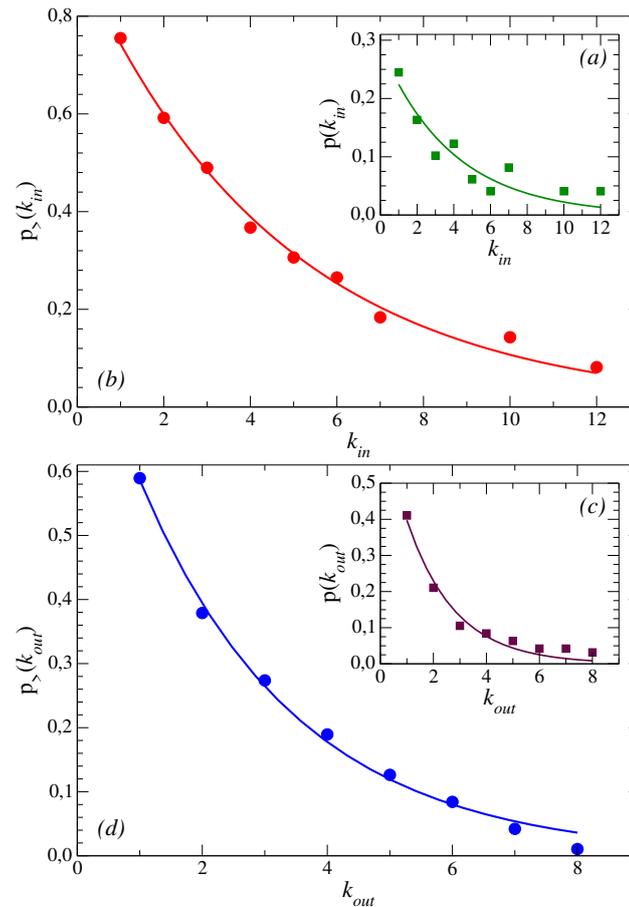


Figura 2 – Dos gráficos inseridos (a) e (c) para os respectivos gráficos principais (b) e (d), os dados sofreram um tratamento devido a flutuações para $p(k) \ll 1$. Topo: distribuições de grau para links de entrada. Base: distribuições de grau para links de saída.

Para uma comparação, as funções contínuas obtidas nos ajustes exponenciais mostrados na figura 3 são colocadas em mesma escala na figura 4. Observe que, apesar de se tratar de dados do ciclo básico das Engenharias e, por isso, esperarmos obter uma superposição das inclinações de todas as Engenharias estudadas, isso só acontece com os dados referentes às Engenharias de Computação e Produção, respectivamente, EC e EP. A superposição não é perfeita devido a ligeiras diferenças nas ementas dos dois cursos. A mais destacada dessas diferenças está no fato da EC ter em seu PPC a disciplina de *Física Moderna (ou Física vol. IV)*, o que não acontece para a EP.

Isso sugere que a inclusão da disciplina de Física IV na grade curricular da EP seria uma proposta ao PPC de curso, a fim de oferecer aos estudantes uma visão atual dos assuntos abordados, implicando uma melhor compreensão dos processos na Engenharia moderna, com destaque para os processos da Física e Engenharia de materiais. Outra interpretação da figura 3 é que a inclusão da Física Moderna na grade curricular da EP não acarretaria numa sobrecarga aos estudantes do ponto de vista de acúmulo de conhecimento, tampouco do número de pré-requisitos que seriam exigidos para tal disciplina. De outra

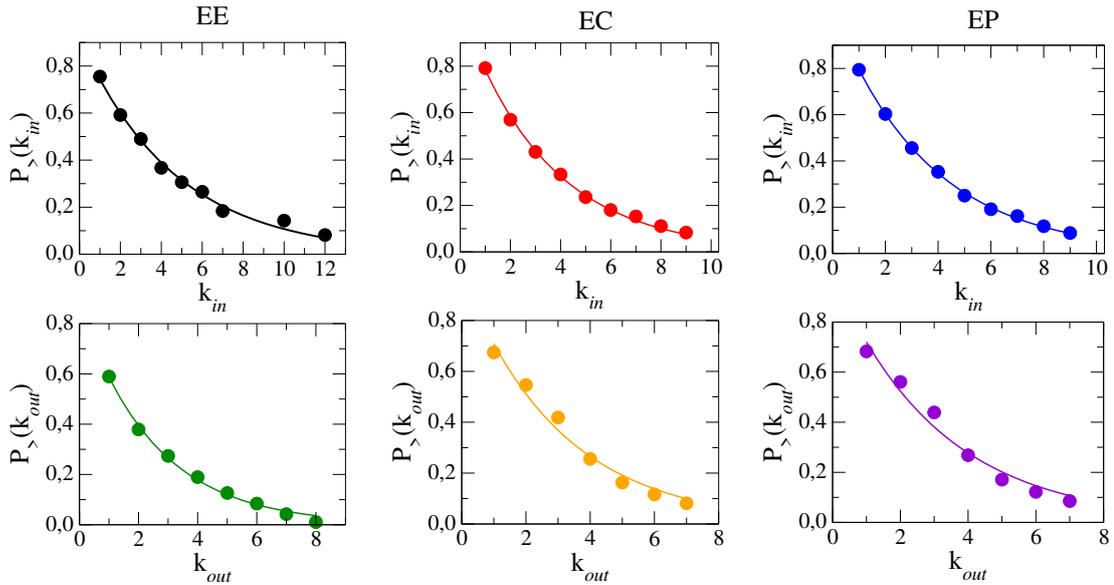


Figura 3 – Distribuições $p_{>}(k_{in})$ (topo) e distribuições $p_{>}(k_{out})$ (base) para as conexões entre os tópicos das ementas das três engenharias estudadas. da esquerda para a direita: Engenharia Elétrica (EE), Engenharia de Computação (EC) e Engenharia de Produção (EP). Os valores para os expoentes do ajuste para cada uma das curvas é mostrado na tabela 1.

forma, o desvio entre as inclinações das curvas EC e EP seria evidente, tanto para a distribuição de conexões de entrada quanto para conexões de saída, uma vez que o número de conexões de entrada de um nó está relacionado ao número de pré-requisitos para o tema que este nó representa, enquanto seu número de conexões de saída está associado à relevância deste tema para o andamento do curso.

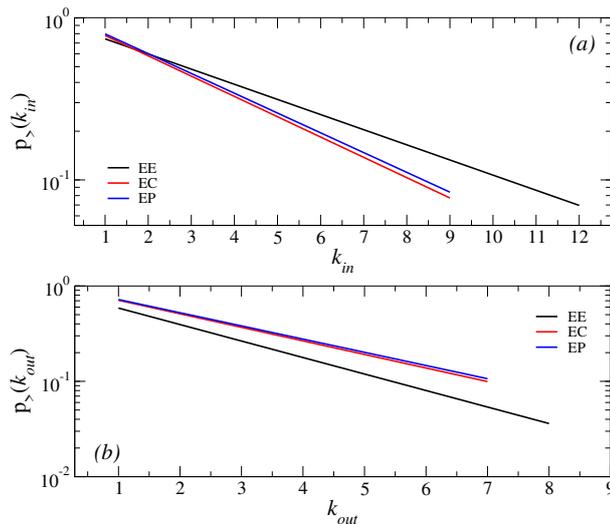


Figura 4 – Comparação entre as funções contínuas obtidas na figura 3. Como se trata da rede de temas para o ciclo básico de três engenharias era esperada uma superposição de curvas. Entretanto, isso não ocorre devido a diferenças no Programa Pedagógico Curricular dos cursos. Nosso modelo conseguiu capturar essas diferenças usando uma abordagem quantitativa.

O desvio mais substancial ocorre entre a Engenharia Elétrica, EE, e as demais. Nesse caso, não acontece a superposição porque também há particularidades em seu projeto pedagógico. De novo, é o setor de física que apresenta as principais diferenças. Por exemplo, no PPC da EE a disciplina de *Eletromagnetismo* (ou Física vol. III) e *Termodinâmica* (ou Física vol. II) estão em um mesmo semestre, enquanto separadas por um período nas demais EC e EP.

Um outro fator é que a disciplina de *Física Moderna* na EE está no semestre imediatamente posterior (\wp e $\wp + 1$) ao período em que é programada a disciplina de *Eletromagnetismo*. Isso porque em sua ementa de *Física Moderna* os primeiros capítulos são dedicados ao estudo de *correntes alternadas*, que por sua vez, possuem relação direta com o estudo dos *circuitos* na disciplina *Eletromagnetismo*. Em nossa abordagem, os nós que representam o tema das *correntes alternadas*, na EE, possuem valores de k_{out} superiores aos mesmos nós na rede da EC, porque nessa engenharia *Eletromagnetismo* e *Física Moderna* estão separadas de um período. O raciocínio inverso se aplica aos valores de k_{in} referentes aos nós que representam o estudo dos *circuitos*. A tabela 2 esquematiza o posicionamento dessas disciplinas nas grades das três engenharias. Esses fatores levam a uma conectividade média maior para EE mostrando-se uma rede mais rica em pré-requisitos – curva com maior inclinação na figura 4 (a), embora uma grade desbalanceada se levarmos em conta a relação entre pré-requisitos e relevância de um tema no seguimento de um curso. Isso está relacionado com a razão entre os coeficientes das distribuições de conexões de entrada e saída, em que essa razão r tende a 1 se há uma correlação linear. A saber, $r = 0.6$ para a EE, $r = 0.8$ para a EP e $r = 0.9$ para a EC, esse último mostrando-se o curso aqui analisado com a grade mais balanceada do ponto de vista da sequência de apresentação dos temas do ensino de física.

Período	EE	EC	EP
$\wp = 2$	FIS I	FIS I	FIS I
$\wp = 3$	FIS II & FIS III	FIS II	FIS II
$\wp = 4$	FIS IV	FIS III	FIS III
$\wp = 5$	-	FIS IV	-

Tabela 2 – Correspondência: FIS I (Mecânica), FIS II (Eletromagnetismo), FIS III (Termodinâmica) e FIS IV (Física Moderna).

2.5 Conclusão

No contexto do projeto Pró-Ativa/UFOP, cujo objetivo é refletir sobre o ensino e aprendizagem na graduação, propusemos um modelo simples que considera a recursividade e o acúmulo de conhecimentos como elementos fundamentais no processo de aprendizado. Para testarmos nosso modelo, estudamos as grades curriculares do ciclo básico das três

engenharias ofertadas no ICEA/UFOP. Com o mapeamento das correspondências entre os tópicos das grades curriculares em uma rede de temas, pudemos obter distribuições matemáticas descrevendo cada uma dessas grades. Apesar de tratarmos apenas do ciclo básico desses cursos, o PPC de uma dessas engenharias apresenta diferenças comparada às demais. Nosso modelo foi capaz de capturar quantitativamente essas diferenças ao tratarmos as distribuições de conectividade para cada uma das grades curriculares. Nossa análise pode ser estendida tanto para o ciclo profissionalizante quanto para auxiliar no estudo de pré-requisitos em um PPC.

3 Uma proposta de metodologia ativa para laboratórios de física

3.1 Introdução

Com inúmeros canais interativos disponíveis em mídias sociais, propor novas metodologias em sala de aula que instiguem o estudante a trocar o papel passivo pelo de protagonista em seu próprio aprendizado é um desafio para a atividade docente (OTERO; MELTZER, 2016; OTERO; MELTZER, 2017), particularmente no ambiente laboratorial (SMITH; STEIN; HOLMES, 2020; KESTIN et al., 2020). Um ponto importante é que para que isso aconteça sugere-se um fluxo em via dupla: professor e estudante. Discursos comumente verbalizados tanto por docentes quanto discentes exemplificam o porquê da mudança precisar ocorrer em dois sentidos. De um lado, temos metodologias tradicionais que ganham o *status* de aulas rotineiras, do ponto de vista docente, e pouco envolventes quando vistas pelo prisma dos estudantes. De outro, percebe-se que a utilização de novos recursos tecnológicos, que a primeira vista seriam a promessa para aulas mais dinâmicas, na verdade parecem não alterar esse cenário de insatisfação permanente e coletiva. A aplicação da tecnologia por si só não garante um alto padrão de aprendizagem (WORTHINGTON; LEVASSEUR, 2015), embora possa ser usado como aliada no processo de aprendizagem (KESTIN et al., 2020).

Além desse desafio para atividade docente, há ainda um outro aspecto cada vez mais presente: a relação academia-empresas. Podemos pensá-la ao menos de duas maneiras. Primeiro, como o meio acadêmico vem preparando seus recursos humanos em acordo com o que o mercado de trabalho tem buscado? Segundo, como preparar o estudante para que, ainda no ambiente acadêmico, desenvolva o habilidades práticas para a promoção de *Empresas Jr.*, *Startups* e assim chamar a atenção e promover parcerias entre a academia e empresas?

As Empresas Jr são empresas sem fins lucrativos cujo principal objetivo é apoiar o aprendizado prático na formação do universitário através de projetos, aprendizado por gestão e cultura empreendedora. Já as Startups são empresas que desenvolvem e fornecem serviços e produtos explorando atividades inovadoras no mercado em que estão inseridas. Nessas empresas, tecnologia e inovação estão presentes em todos os níveis: estratégico, operacional e tático. Por exemplo, o modelo de negócio - nível estratégico - se baseia em um modelo econômico que visa atingir um considerável número de clientes e gerar lucro em escala sem que haja um aumento proporcional nos custos da operação. Dentro da Empresa Jr e Startups, temos ambientes ágeis de desenvolvimento que normalmente são construídos

por equipes que têm autonomia, buscando objetivos e metas que cada funcionário pode cumprir em seu tempo.

Tendo em vista que a busca por profissionais capazes de agir com autonomia e criatividade vem se tornando um paradigma, como preparar o estudante ainda dentro da universidade? É aqui que podemos enxergar a importância dos trabalhos práticos e coletivos a serem desenvolvidos nos laboratórios.

De um lado, o mercado de trabalho vem buscando competências profissionais como *inovação/criatividade, pró-atividade/protagonismo, senso crítico/pensamento científico*, etc. Por outro, nossos laboratórios estão repletos de “kits-ciência”: protótipos pré-montados, substancialmente imunes a erros humanos e roteiros demasiadamente detalhados sobre sua execução: uma espécie de guia infalível a fim de obter os melhores resultados - por conseguinte, o menor erro. Dessa forma, o estudante permanece no papel passivo em seu próprio aprendizado, seguindo um mero algoritmo laboratorial.

As metodologias ativas de aprendizagem (COLL, 2003; DIESEL; BALDEZ; MARTINS, 2017) buscam promover uma aprendizagem significativa que exige, em primeiro lugar, uma sistematização do ensino que seja capaz de envolver o aluno enquanto protagonista de sua aprendizagem. Dessa forma, tais metodologias visam desenvolver o senso crítico diante do que é aprendido, bem como habilidades para relacionar conceitos teóricos ao mundo real (HOLMES; WIEMAN; BONN, 2015; WALSH et al., 2019; VIENNOT; DÉCAMP, 2018). É importante pensar metodologias para uma prática de educação que busque a formação de um profissional ativo, apto a *aprender a aprender*.

“A aprendizagem ativa é um processo pelo qual os alunos participam de atividades, como leitura, escrita, discussão ou resolução de problemas que promovem a síntese, análise e avaliação do conteúdo de classe.” (COLL, 2003).

Segundo Bergamo (BERGAMO, 2010), aulas expositivas tradicionais são muito cansativas para ambos, estudantes e professores, e na maioria das vezes não são acompanhadas com a parte prática, a fim de fazer uma conexão dos conceitos teóricos com situações reais. Em geral, temos uma aula em que só o professor atua expondo e, por vezes, impondo. Sendo assim, ele é o único protagonista e temos, na maioria das vezes, uma falta de interação dos estudantes por não absorverem o conteúdo ou mesmo a simples falta de interesse sobre o conteúdo exposto.

Para contribuir com a proposição de metodologias ativas de ensino para as aulas de laboratório de física, propomos neste trabalho um método em que o estudante, em vez de seguir um roteiro prático já definido (construído pelo professor ou disponibilizado por fabricantes para seus kits-ciência), passe a ter a autonomia de propor experimentos

(roteiros e equipamentos), em acordo com o conhecimento teórico adquirido e à luz do *método científico*.

3.2 Metodologia

A metodologia que apresentamos neste trabalho tem por guia estimular o estudante a ser o protagonista de atividades experimentais, a partir do conhecimento teórico adquirido em sala de aula. Dessa forma, seccionamos o método em três partes. São elas: (i) exposição teórica, (ii) seminário de proposta, com a escolha do tema e proposta do roteiro experimental e (iii) seminário final para a exposição do experimento realizado. Nesta metodologia, apenas o item (i) fica a cargo do docente, enquanto os itens (ii) e (iii) dependem do protagonismo dos estudantes (evidentemente, com orientação docente). Observe que essa metodologia se diferencia das metodologias de laboratório comumente empregadas, uma vez que essas assumem, de forma geral, o seguinte protocolo: (i) exposição teórica, (ii) exposição do roteiro experimental, (iii) execução do experimento e (iv) relatório da atividade experimental. Dessa forma, os docentes protagonizam os itens (i) e (ii). Nas próximas seções iremos detalhar os itens (i), (ii) e (iii) da nossa proposta.

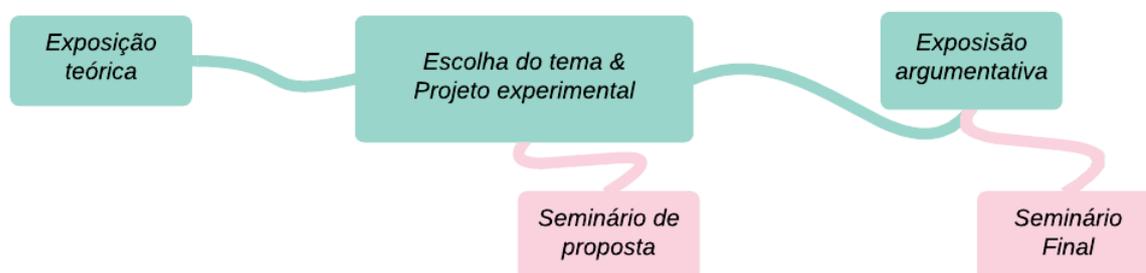


Figura 5 – Diagrama do modelo apresentado acima. Cada quadro significa uma etapa executada em nossa metodologia que ocorre de maneira sequencial necessitando passar por cada etapa para iniciar a próxima.

3.2.1 Exposição teórica

É na etapa da exposição teórica que o docente irá assumir o protagonismo no processo de aprendizagem do discente. Visto que no ambiente sala de aula encontramos uma vasta diversidade de pessoas, cada uma com seu jeito de pensar, raciocinar, interpretar e agir, diversas estratégias pedagógicas podem ser utilizadas.

Como referências, podemos citar metodologias já consolidadas como a *Peer instruction* (PI) ou Aprendizagem entre pares (AEP), STEAM e a Espiral construtivista (EC). A AEP permite que os alunos assumam papéis de protagonistas durante as aulas, em momentos de debates com os colegas, quando estão resolvendo atividades referentes aos tópicos em estudo. O professor tem o papel de mediar e orientar as discussões entre

eles (ARAÚJO et al., 2017). A EC é baseada na ideia de dividir o processo em etapas e realizá-las de forma circular. Etapas como identificar os problemas, formular as explicações, elaborar questões, construir novos significados e avaliar os processos e produtos (LIMA, 2016). STEAM é um acrônimo em inglês para as disciplinas *Science, Technology, Engineering, Arts e Mathematics*. É considerada uma metodologia integrada e baseada em projetos, que tem o objetivo de incentivar a interdisciplinaridade e focar sempre na aplicação prática do aprendizado desenvolvido dentro da sala de aula (HARDOIM et al., 2019).

O objetivo desta etapa é expor o estudante ao conhecimento técnico-teórico necessário para que ele seja capaz de desempenhar as atividades propostas nas etapas a seguir.

3.2.2 Seminário de proposta

O seminário de proposta é a etapa em que o estudante deverá propor um experimento para verificar um ou mais conceitos discutidos na etapa anterior - seção 3.2.1. Em comparação com a metodologia comumente aplicada esta etapa seria uma alternativa à parte inicial de uma atividade em laboratório, em que o estudante usualmente recebe o roteiro da aula prática. Para nossa proposta, o estudante deverá apresentar os materiais necessários, bem como procedimentos e metodologia a ser utilizada. Dito de outra forma, o estudante deverá ele próprio desenhar um projeto a fim de verificar um ou mais conceitos teóricos. Observe que neste ponto há uma troca importante: o antigo “roteiro” passa a ter um papel mais profissional com o conceito de desenvolvimento de um “projeto”. Neste ponto, vale destacar também a ligação entre nossa proposta com a metodologia STEAM. O estudante poderá ser estimulado a usar conhecimentos já adquiridos em outras disciplinas. Com efeito, o docente assume aqui o papel de tutor, incentivando e apontando a relação de sua disciplina com outras da grade curricular da habilitação do estudante.

Nesta etapa, aspectos como criatividade e senso crítico estarão em foco, uma vez que os estudantes deverão propor materiais/equipamentos para atingirem um objetivo delineado. Os estudantes poderão propor desde os equipamentos tradicionais de um laboratório de física (balança, trena, objetos com diferentes massas, paquímetros, etc.) e até mesmo materiais/equipamentos alternativos. Como exemplo, podemos citar os *smartphones*, câmeras digitais, materiais reciclados, brinquedos etc. Dessa forma, o local para realizarem o experimento proposto também se faz flexível. Vale lembrar que a proposta apresentada pelos estudantes neste seminário dará condições ao docente para avaliar possíveis riscos quanto à realização do experimento.

Outro ponto interessante é que o laboratório de física fica à disposição dos alunos. Eles podem/devem ser estimulados a discutir também com o profissional técnico de laboratório sobre suas propostas experimentais. Novamente, fica em destaque a função

do professor nesta etapa como tutor, auxiliando nas atividades, solucionando dúvidas, avaliando a exequibilidade dos projetos propostos e deixando o protagonismo da atividade com o estudante.

3.2.3 Seminário final

Nesta fase o estudante está em pleno destaque, visto que é a etapa em que ele irá defender seu projeto experimental, proposto na etapa anterior.

Se comparado a um relatório de prática comum, esta etapa seria o que chamamos de “resultados e discussões”, porém, de uma forma dinâmica. Tanto os resultados quanto as discussões serão pensadas e comentadas em formato de seminário, abrindo assim espaço para críticas construtivas sobre o trabalho desenvolvido. Evidentemente, o professor assume o papel de mediador, estimulando a participação e discussão de todos os ouvintes da classe. Aspectos como protagonismo, melhoria da oralidade e busca de proatividade são intensificados.

Isto possibilita ao discente a oportunidade de vivenciar na universidade um ambiente em que este será inserido futuramente no mercado de trabalho. Por isso é de grande importância estimulá-los a serem protagonistas, para que estejam preparados para lidar com ambientes onde o menos importante seja seguir ordens e sim realizar tarefas em tempo ágil, com autonomia e responsabilidade.

3.3 Resultados e Discussão

Para estimarmos quantitativamente a recepção e avaliação dos estudantes quanto à metodologia proposta na seção 3.2, desenvolvemos um enquete (discutido abaixo) baseada na escala Likert. Essa escala de verificação consiste em assumir um construto e desenvolver um conjunto de afirmativas pertinentes à sua definição, para as quais os entrevistados enunciarão seu grau de concordância. Essencialmente, essa é uma escala de um a cinco pontos capaz de inferir mais informações que usando métodos concorrentes. Ela pode ser definida como um tipo de “escala de atitude”, em que é verificado o grau de concordância em relação a um dado questionamento (BERMUDES et al., 2016; APPOLINÁRIO, 2007). O formato típico das respostas, de 1 a 5, acessíveis ao entrevistado é: 1. *Discordo totalmente*; 2. *Discordo parcialmente*; 3. *Indiferente*; 4. *Concordo parcialmente*; 5. *Concordo totalmente*. O anexo A mostra a enquete usada.

O objetivo das afirmativas usadas na enquete foi abordar a percepção para aquelas habilidades citadas na seção 3.1. São elas: *protagonismo*, *criatividade*, *senso crítico* e *responsabilidade*. Além disso, avaliar uma medida de sucesso para a utilização da metodologia proposta.

A enquete foi submetida a um grupo de alunos da disciplina de Mecânica Clássica (Física vol.1), ao término do conjunto de etapas descritos na metodologia - seção 3.2 - e devolvidos por eles em caráter anônimo. Para minimizarmos o efeito social de estudantes responderem às perguntas tementes a uma reavaliação de suas notas, um segundo grupo de estudantes recebeu a enquete no semestre seguinte à disciplina citada. Abaixo, são mostrados os resultados percentuais obtidos das respostas dos estudantes sobre cada item/afirmativa da enquete. Para dividir em dois blocos, os resultados referentes aos itens de 1 a 6 estão agrupadas na figura 6, enquanto aqueles a cerca dos itens de 7 a 11 na figura 7.

1º Bloco de resultados - Itens de 1 a 6

Iniciamos nossa enquete com uma afirmativa sobre a aplicação de uma nova metodologia, a fim de saber suas percepções de que uma metodologia ativa facilitaria (ou não) a fixação do conteúdo visto em sala de aula. A afirmativa foi colocada da seguinte maneira: “*A metodologia proposta permitiu uma maior fixação do conteúdo teórico apresentado em sala de aula*”. O gráfico **Item 1**, da figura 2, mostra o resultado tendo 40% dos estudantes respondendo que concordam parcialmente, enquanto 60% concordam totalmente.

O conceito explorado na segunda afirmativa foi o da criatividade. Essa habilidade é caracterizada pela capacidade de criar, inventar, inovar, quer no campo artístico, quer no científico. “*Quanto à proposição de que o aluno apresente um projeto para a verificação da teoria estudada, isso foi importante para que cada um explorasse sua criatividade*”. No gráfico **Item 2** é apresentado o resultado para esta afirmativa, em que 20% dos entrevistados responderam concordar parcialmente, enquanto 80% concordam totalmente.

Já na terceira afirmativa, “*A metodologia proposta estimula o papel do aluno como protagonista frente às metodologias usuais que utilizam a aplicação de um roteiro pré-determinado*”, tentamos inferir a percepção dos estudantes quanto à ideia principal de uma metodologia ativa de assumir o estudante como protagonista. Tivemos como resultado, apresentado no gráfico **Item 3**, que 20% concordam parcialmente, enquanto 80% concordam totalmente.

Na quarta afirmação abordamos o tema do senso crítico: a capacidade de questionar e analisar de forma racional e inteligente. Com essa motivação (saber do estudante se o seu senso crítico foi estimulado), a afirmativa foi: “*O fato de haver um segundo seminário, após a realização do experimento, estimulou o senso crítico do grupo, a fim de argumentarem, de forma científica, os resultados obtidos*”. Como resultado temos o gráfico **Item 4**, em que 10% responderam que são indiferentes ao questionamento, 20% concordam parcialmente e 70% concordam totalmente.

Saber apresentar e defender uma ideia (um posicionamento) é uma habilidade de grande valor no mercado de trabalho. O quinto item da enquete, “*A metodologia usada é mais próxima dos desafios que irá encontrar no mercado de trabalho quanto a proposição e defesa de um projeto*”, aborda esse conceito, a fim saber se a metodologia poderia auxiliar o estudante em sua preparação para a liderança de projetos no mercado de trabalho. O gráfico **Item 5** mostra que apenas 10% responderam ser indiferentes ao questionamento, 20% deles concordam parcialmente e 70% que concordam totalmente.

Na realização do projeto o estudante teve a liberdade para escolher o tema do trabalho, além de como e quando fazê-lo. O que quisemos avaliar na próxima afirmativa, “*O fato de haver um alto grau de liberdade na realização do projeto pode facilitar falhas, como a falta de responsabilidade*”, foi se o estudante conseguiu associar esse alto grau de liberdade com a responsabilidade de execução do projeto ou se a liberdade foi, em certo ponto, um fator negativo para o desenvolvimento da atividade. No gráfico **Item 6**, vemos que 10% dos entrevistados responderam que discordam totalmente do questionamento, 40% que discordam parcialmente, 30% concordam parcialmente e apenas 20% concordaram totalmente que o excesso de liberdade foi um fator ruim, contribuindo para falhas no projeto.

2º Bloco de resultados - Itens de 7 a 11

Proatividade é uma das habilidades mais importantes para o sucesso da metodologia, dado o próprio conceito das metodologias ativas. Dessa forma, apresentamos a seguinte afirmação aos estudantes: “*A metodologia proposta necessita que todos os membros do grupo tenham um alto grau de proatividade*”. Ou seja, todos os membros do grupo precisam estar participando inteiramente do projeto proposto. Este tipo de afirmação contém uma carga subjetiva, sugerindo ao menos duas interpretações para as respostas obtidas - ver gráfico **Item 7**. A primeira delas leva em consideração que todos do grupo foram proativos, por isso concordaram com a afirmação. A segunda interpretação seria levando em conta que pode ter ocorrido a falta desta proatividade e por isso os estudantes concordaram com a afirmação. O resultado obtido foi: 40% responderam que concordam parcialmente e os outros 60% que concordam totalmente.

A metodologia ativa permite que o estudante escolha qual caminho seguir na realização da atividade, proporcionando um estímulo de seu senso crítico e criatividade. Se faz importante saber do estudante se é motivador quando ele é tratado como protagonista do próprio aprendizado. Nestes sentido, foi colocada a seguinte afirmação: “*A forma de realização das atividades foi motivadora*”. O resultado obtido, mostrado no gráfico **Item 8**, mostra 90% dos estudantes respondendo que concordavam totalmente, enquanto apenas 10% respondendo que concordam parcialmente. Note que esse resultado positivo engloba estudantes dos dois grupos entrevistados.

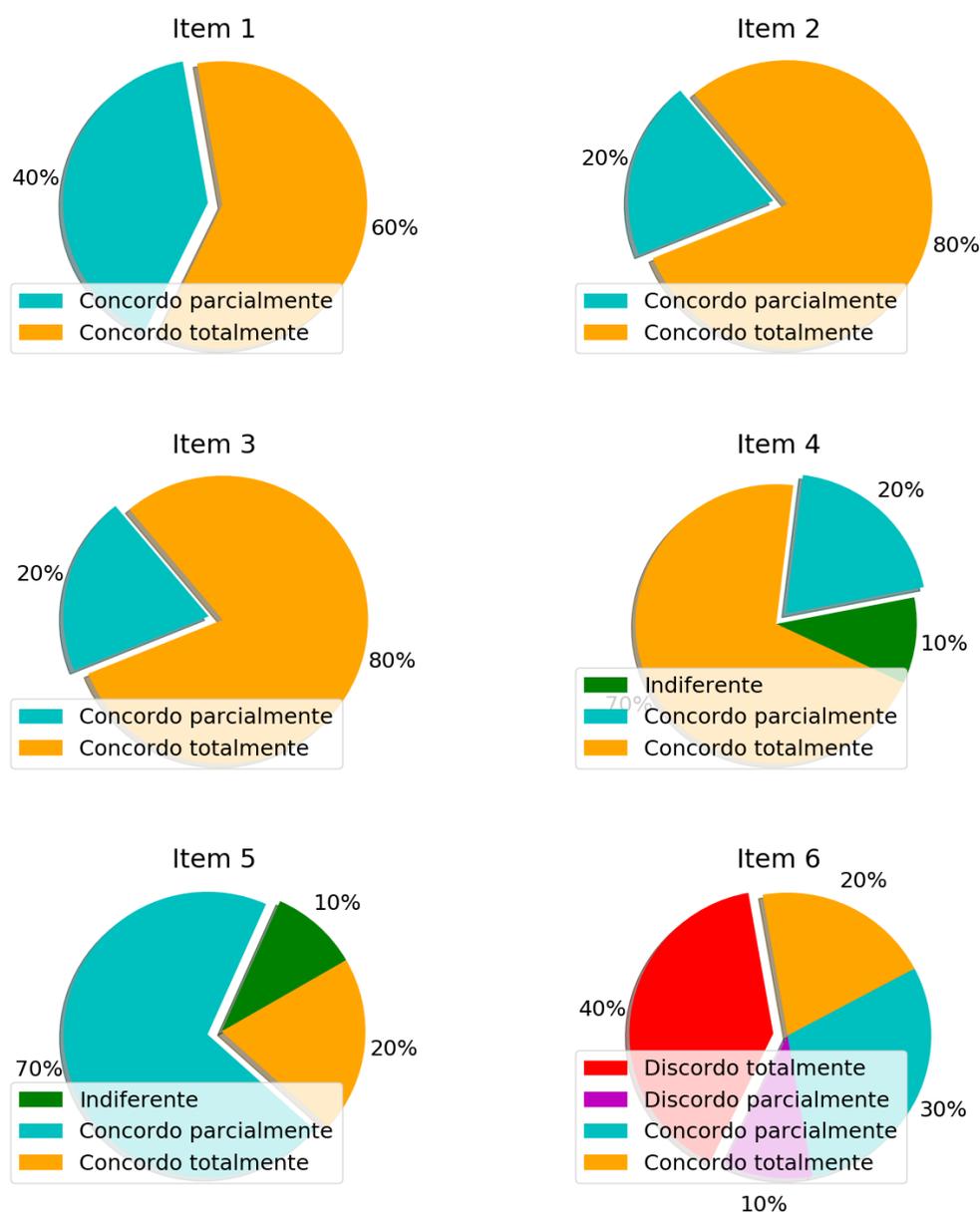


Figura 6 – 1º Bloco de resultados obtidos a partir das respostas dos estudantes. A numeração de cada um dos gráficos desta figura corresponde à numeração de cada uma das questões, de 1 a 6, do questionário aplicado - ver Anexo A.

Um questionamento sobre gerenciamento de tempo foi feito aos estudantes por meio da nona questão, que faz a seguinte afirmação “*Saber gerenciar o tempo e dividir bem as tarefas é fundamental para o sucesso do projeto*”. O gráfico **Item 9** mostra que o resultado obtido foi que 100% dos estudantes responderam que concordam totalmente. Isso sugere o quão importante é ter a habilidade de gerenciamento de tempo e divisão de tarefas, habilidade esta que é bastante requisitada no mercado de trabalho onde o profissional trabalha no modelo de metas e entrega de resultados.

O gráfico **Item 10** refere-se à afirmação: “*Uma maior interação do aluno no processo de construção do próprio conhecimento é a principal característica de uma abordagem por*

metodologias ativas de ensino. O estudante passa a ter mais controle e participação efetiva na sala de aula, já que exige dele ações e construções mentais variadas". Essa questão teve como objetivo verificar se o estudante compreendeu que a metodologia utilizada durante as aulas foi uma metodologia ativa. O resultado foi satisfatório, mostrando que os estudantes conseguiram entender o objetivo da metodologia desenvolvida: 80% concordam totalmente, enquanto os demais concordando parcialmente.

Um questionamento surgiu ao longo da escrita deste trabalho, "Esse método pode ser utilizado em demais disciplinas?", disciplinas que contenham algum risco à integridade física do estudante como, por exemplo, uma prática envolvendo um circuito elétrico, em que o aluno estará em contato com itens sensíveis ou que contenham algum risco eminente. Procurando por respostas para nosso questionamento, levamos o assunto até os estudantes através da seguinte afirmação: "*Este tipo de metodologia poderia ser facilmente adotada em outras disciplinas*". O resultado (**Item 11**) obtido foi que 10% responderam que discordam parcialmente, 50% que concordam parcialmente e 40% que concordam totalmente.

A enquete trazia também um espaço deixado livre para que os estudantes se expressassem de forma redigida. Deixamos aqui como exemplificação, de forma anônima, a declaração de um dos estudantes que participaram dessa metodologia:

"Quando o seminário foi proposto, apesar de ter ficado um pouco ansioso, por ser o primeiro trabalho que eu iria apresentar na graduação, achei que era uma boa ideia e parando para fazer uma reflexão após a sua conclusão do que foi o trabalho e o que ele me acrescentou, posso afirmar que ele foi de grande valor para mim.

Como o seminário tinha o propósito de desenvolver um trabalho do zero para provar um determinado tema isso me ajudou a ter uma visão mais ampla sobre os temas abordados e como poderia colocar em prática a parte teórica que é passada em sala, ao invés de somente seguir os passos dos experimentos que são oferecidos no laboratório de física.

Acabei percebendo ao decorrer do trabalho que tendo uma boa base teórica, existem inúmeras formas de você poder demonstrar um determinado tema, da forma mais simples até a mais complexa, sendo que no meio dessa forma de demonstrar você acaba aprofundando também a sua base teórica, aprendendo coisas que não sabia.

Já na parte da apresentação, fiquei bem tenso na primeira e um pouco menos na segunda apresentação, acho que este é um ponto em que preciso melhorar e com as ressalvas [do professor e do técnico de laboratório], assim como acho que fui melhor na segunda apresentação do que na primeira, pretendo ser melhor na próxima que me propuserem."

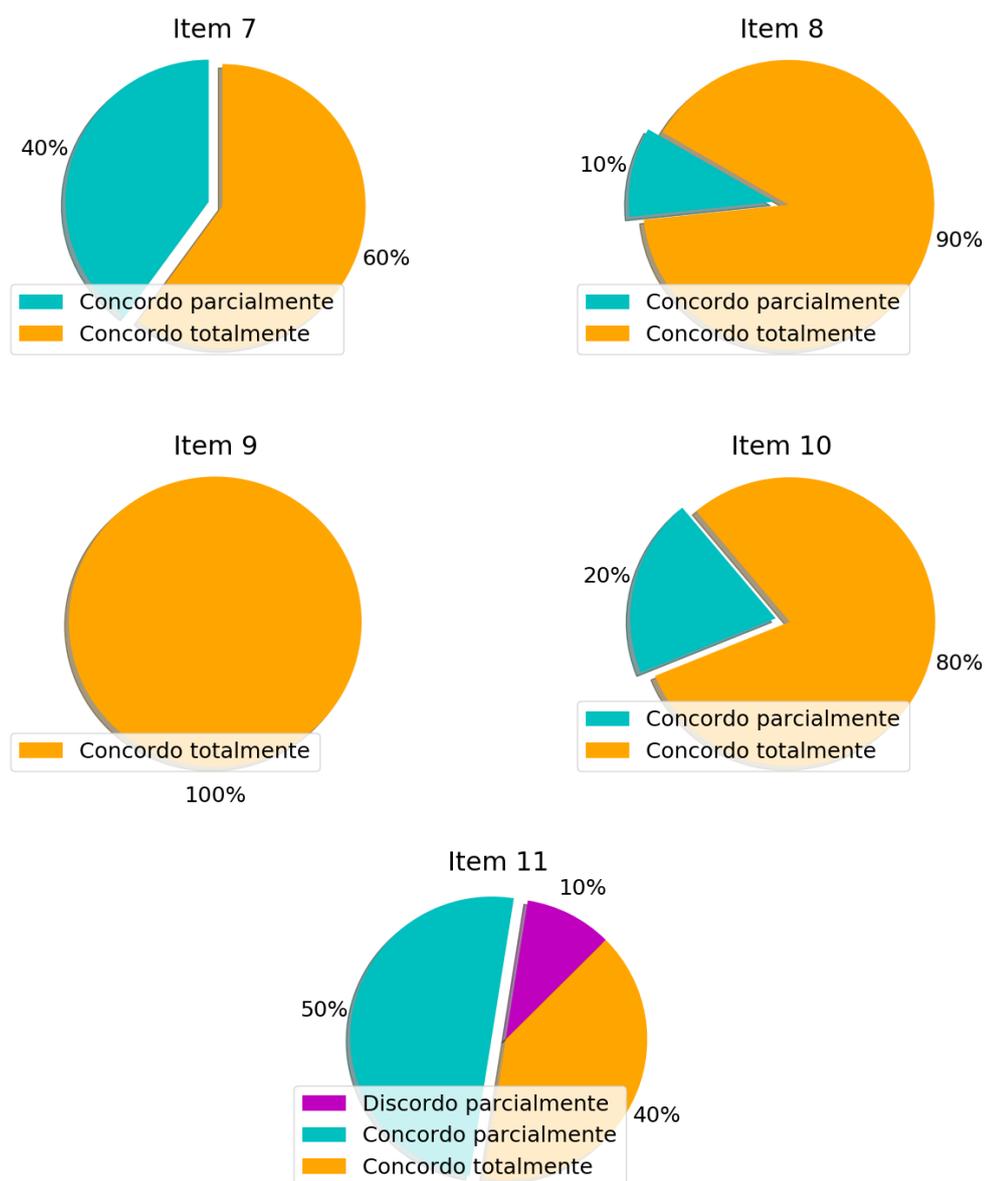


Figura 7 – 2º Bloco 2 de resultados obtidos a partir das respostas dos estudantes. A numeração de cada um dos gráficos desta figura corresponde à numeração de cada uma das questões, de 7 a 11, do questionário aplicado - ver Anexo A

3.4 Conclusão

Neste trabalho, propusemos uma metodologia a ser aplicada em laboratórios de Física (aplicados à engenharia, no caso estudado), como uma alternativa ao protocolo comumente empregado: (i) exposição teórica, (ii) exposição do roteiro experimental, (iii) execução do experimento e (iv) relatório da atividade experimental. O guia para a proposição desta metodologia foi estimular o estudante a ser o protagonista em atividades experimentais, alterando a lógica e sequenciamento dessas etapas. A saber, propomos: (i) exposição teórica, (ii) seminário teórico e proposição do roteiro experimental e (iii)

seminário para a exposição do experimento realizado. Cada uma dessas etapas é proposta tendo como guia uma ou mais competências profissionais, aquelas frequentemente buscadas por empresas e trabalhadas em Empresas jr. e Startups, tais como inovação, criatividade, pró-atividade, protagonismo, senso crítico e pensamento científico.

Aplicamos nossa metodologia às aulas de física experimental e depois buscamos saber dos estudantes posicionamentos a respeito dessa dinâmica proposta por meio de um questionário, cujo objetivo era estimar se eles conseguiram observar e desenvolver as habilidades que o método visa estimular, a fim de aproximar o ambiente acadêmico do profissional. Nesse sentido, o método foi capaz de fazer com que os estudantes pensassem sobre as habilidades essenciais para uma metodologia ativa, mesmo que não tivessem um conhecimento prévio a respeito.

Vale ainda destacar a conexão entre o diagrama do modelo proposto e as bases do método científico. Se tomarmos as etapas fundamentais do método científico, podemos escrever que ele, essencialmente, assume os passos: (i) *Observação*, (ii) *Pergunta*, (iii) *Investigação*, (iv) *Hipótese*, (v) *Experimento*, (vi) *Análise*, (vii) *Conclusão*. Em conexão com nossa metodologia, podemos associar essas etapas ao diagrama mostrado na figura 5 em que temos as etapas de *Exposição teórica* associadas a (i), *Escolha do tema* ligada a (ii), *Projeto experimental* às etapas (iii - v) e *Exposição argumentativa* a (vi) e (vii). Sem surpresas, a conexão com o método científico é prontamente um guia para propostas de metodologias ativas.

Nossa análise pode ser estendida para outras disciplinas com a ressalva de que o docente ateste sobre a segurança da natureza dos experimentos e que as atividades propostas possam ser totalmente realizadas pelos estudantes, a fim de estimular o protagonismo dos estudantes em seu próprio processo de aprendizagem na associação entre teoria e prática.

4 Competições Cíclicas

4.1 Introdução

Investigar as relações entre os organismos envolvidos em uma competição cíclica tem grande interesse biológico, uma vez que seus mecanismos são responsáveis pela manutenção da biodiversidade (KERR et al., 2002). Além disso, dinâmicas de competições cíclicas podem ser abordadas do ponto de vista de sobrevivência de estratégias, o que também tem implicações em áreas como a economia e a teoria de jogos ou mesmo processos com tomada de decisão e inteligência artificial, etc. Nosso objetivo neste capítulo é estudar a dinâmica de jogos evolutivos em redes regulares. Nessa abordagem, em cada vértice de uma rede é colocado um indivíduo de uma dada espécie. Daí, cada indivíduo está ligado a outros 4 vértices que, por sua vez, podem estar ocupados por indivíduos da mesma ou de outra espécie, ou mesmo pode estar vazio. Dessa forma as relações entre os indivíduos se dão aos pares e dependem da situação de ocupação desses vértices.

Em uma competição cíclica, as interações podem ser pensadas como nas regras do jogo *pedra-papel-tesoura* (RPS), em que a pedra destrói a tesoura, a tesoura corta o papel, e o papel embrulha a pedra. Dessa forma, temos uma competição cíclica entre essas estratégias. Para a versão do jogo em redes usamos o modelo RPS estocástico em que cada vértice pode estar em um de quatro estados: $\sigma = 1, 2$ ou 3 , representando as espécies e $\sigma = 0$ representando espaços vazios. Particularmente, estamos interessados na comparação entre dois modelos: (i) em que todas as espécies competem por território em pé de igualdade e (ii) em que uma das espécies é considerada “fraca”, por ter sua habilidade de predação reduzida.

4.2 Metodologia

Para construir nossa simulação foi utilizada a linguagem C. Trata-se de uma linguagem estruturada que se tornou muito popular nos anos 80 e possui um elevado nível de portabilidade. Uma das grandes vantagens dessa linguagem é a capacidade de gerar códigos rápidos, ou seja, com um tempo de execução baixo. A programação em C possui uma estrutura simples e flexível. Além disso, essa linguagem é ensinada nas grades dos cursos no ICEA.

Dentro da simulação foi utilizada uma biblioteca chamada *Randon Number Generation - GSL_RNG*, essa biblioteca fornece uma grande coleção de geradores de números aleatórios que podem ser acessados por meio de uma interface uniforme. Possui tam-

bém funções adicionais para transformar números aleatórios uniformes em amostras de distribuições de probabilidade contínuas ou discretas.

Nossa simulação se divide em dois setores: um estrutural e outro dinâmico. O setor estrutural fica a cargo da construção da rede, condições de contorno e da distribuição aleatória tanto das espécies quanto dos espaços vazios dentro dos vértices da rede. Do ponto de vista matemático-computacional, temos uma matriz de tamanho $N \times N$ representando a estrutura, determinada no início da simulação. Já o setor dinâmico fica responsável tanto pelo sorteio de indivíduos quanto das ações que serão executadas (mobilidade, reprodução e predação), além do cálculo das quantidades dinâmicas como, por exemplo, a densidade de indivíduos de uma dada espécie. Basicamente, são esses os temas tratados a seguir nas seções 4.2.1 (setor estrutural) e 4.2.2 e 4.2.3 (setor dinâmico).

4.2.1 Redes regulares

Nas simulações computacionais foi utilizado o modelo de rede em formato de grade bidimensional, que serviu como território para o desenrolar da dinâmica do modelo, seguindo a regra de interação presa-predador do jogo RPS e as ações de reprodução, mobilidade e predação. Dessa maneira, cada nó (ou vértice) desta rede pode ser ocupado por um indivíduo de uma espécie ou estar vazio. Como mostrado no esboço do algoritmo computacional da Figura 8, cada indivíduo está localizado em uma coordenada (i, j) , em que ficam definidas cada uma das coordenadas de seus $k = 4$ vizinhos. Essa configuração é chamada de vizinhança de von Neumann (ou 4-vizinhança), onde temos uma célula central (nó ativo) e suas quatro conexões adjacentes, não diagonais [Avelino et al. \(2012\)](#).

Essa rede k -regular pode ser gerada recursivamente para um número n de nós, em que são adotadas condições periódicas de contorno ([SCHERER, 2005](#)). Em uma população de n indivíduos as bordas da estrutura receberão condições de contorno periódicas, a fim de minimizar os efeitos de finitude do sistema.

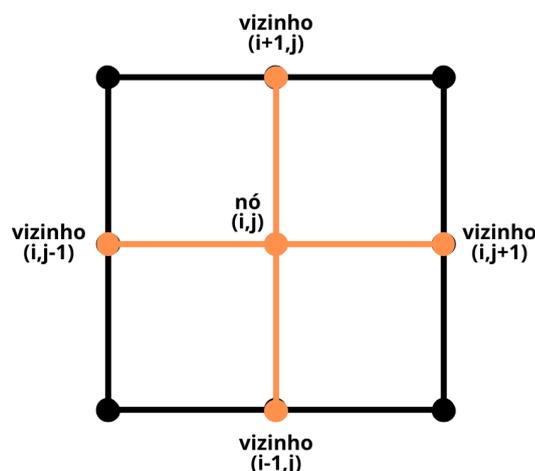


Figura 8 – Esboço de uma célula unitária com o nó ativo (central) e seus primeiros vizinhos.

Para tratar efeitos de finitude foi utilizado o recurso de condições de contorno periódicas, pelo qual a amostra tratada simula um pequeno pedaço no interior de uma porção maior do mesmo material. O procedimento consiste em considerar como continuação de cada extremidade da amostra a extremidade oposta. Imaginemos um território de tamanho N . Então, um indivíduo qualquer que saia dos limites do território, digamos de uma distância $N + x$, à direita, é recolocado na posição x , mantendo as demais coordenadas (SCHERER, 2005). Essa noção vale para qualquer interação. Nas Figuras 9 e 10 são apresentados os exemplos de aplicação da condição, e no pseudo-código “Algoritmo da condição de contorno periódica” temos o procedimento utilizado para representar a condição computacionalmente.

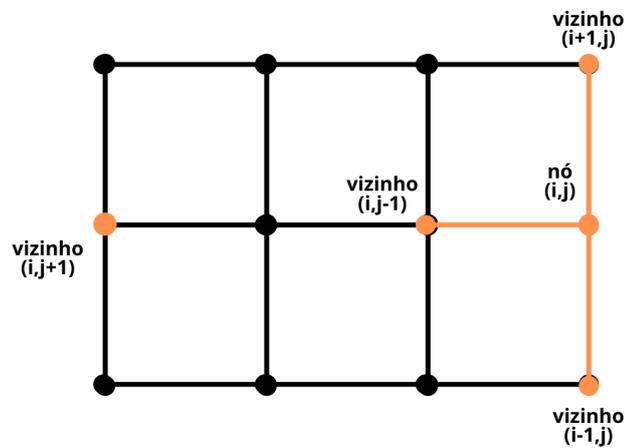


Figura 9 – Exemplo da condição de contorno periódica aplicada aos extremos direita e esquerda.

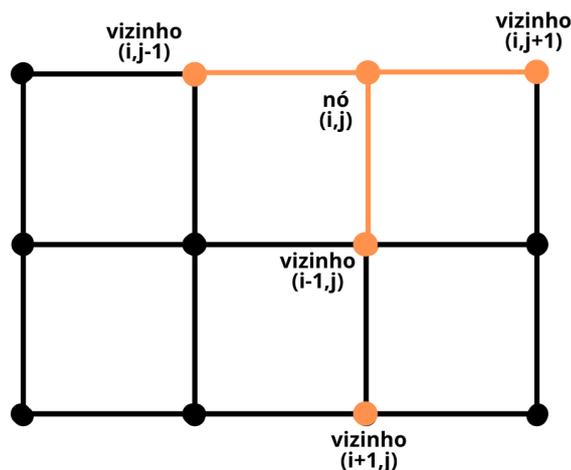


Figura 10 – Exemplo da condição de contorno periódica aplicada aos extremos superior e inferior.

procedure ALGORITMO DA CONDIÇÃO DE CONTORNO PERIÓDICA**switch**(vizinho)**case** 0: $passivo \leftarrow j * Nx + (i + 1 + Nx) \bmod Nx$ **break****case** 1: $passivo \leftarrow j * Nx + (i - 1 + Nx) \bmod Nx$ **break****case** 2: $passivo \leftarrow ((j + 1 + Ny) \bmod Ny) * Nx + i$ **break****case** 3: $passivo \leftarrow ((j - 1 + Ny) \bmod Ny) * Nx + i$ **break****end procedure**

4.2.2 Modelo sem espécie fraca

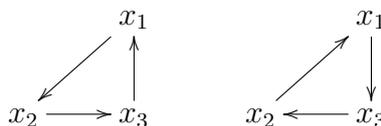
O algoritmo utilizado para simular este processo foi construído baseando-se na referencia (BINI, 2014), da seguinte forma: inicialmente cada vértice da rede é aleatoriamente ocupado por um dos indivíduos das três espécies ou tido como um estado vazio. Um indivíduo da rede é aleatoriamente escolhido e denominado indivíduo “ativo”, enquanto um de seus vizinhos, também escolhido ao acaso, é denominado “passivo”. Uma ação (mobilidade, reprodução ou predação) é sorteada, obedecendo os pesos probabilísticos pré definidos; no caso em que a ação de mobilidade é sorteada, ocorre a troca de posição entre ativo e passivo,

$$x_j x_l \rightarrow x_l x_j.$$

No caso da reprodução ser sorteada, é verificado se o elemento passivo é um vértice vazio. Se for, o indivíduo ativo é duplicado,

$$x_i x_0 \rightarrow x_i x_i.$$

Se a predação for sorteada, é necessário verificar se o ativo pode preda o passivo, com base na regra de competição cíclica. Se for permitido, o vértice do passivo torna-se vazio. No esboço abaixo é mostrado o caráter cíclico da ação de predação, indicada pela seta, ocorrendo à esquerda com probabilidade p_L (triângulo à esquerda) e à direita (triângulo à direita), com probabilidade p_r .



Se $p_r = 0$, trata-se do modelo RPS clássico, enquanto $p_r = p_L = p$ é chamado modelo bidirecional (BINI, 2014). A simulação utilizada neste processo é apresentada o pseudo-código “Algoritmo da simulação de ação dentro da rede”.

```

procedure ALGORITMO DA SIMULAÇÃO DE AÇÃO DENTRO DA REDE
  p ← gera_um_número_aleatório_usando_w
  if p < pm then
    teste ← phi[ativo]
    phi[ativo] ← phi[passivo]
    phi[passivo] ← teste
  else if p ≥ pm & p < (pm + pr) then
    if phi[passivo] = 0 then
      phi[passivo] ← phi[ativo]
    end if
  else
    p ← gera_um_número_aleatório_usando_w
    if p < pp[phi[ativo]-1][phi[passivo]-1] then
      phi[passivo] ← 0
    end if
  end if
end procedure

```

4.2.3 Modelo com espécie fraca

Na seção anterior, todas as espécies possuíam a mesma força, tendo a probabilidade de sobrevivência dependente das condições iniciais. Buscando novas possibilidades de estudo para nosso trabalho, utilizamos outro modelo, baseado na referência (AVELINO; OLIVEIRA; TRINTIN, 2019). Agora, o modelo possui uma diferença competitiva entre as espécies, em que uma delas espécies (muitas vezes denominada a “mais fraca”) tem uma probabilidade de predação reduzida.

Neste modelo a densidade total de indivíduos não é conservada (MAY; LEONARD, 1975),

$$\rho_0 + \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 = 1.$$

A cada passo de tempo um indivíduo de uma das espécies i é selecionado ao acaso e uma interação é realizada: ou predação, com probabilidade p_i ,

$$i (i + 1) \rightarrow i 0,$$

ou reprodução, com probabilidade r

$$i 0 \rightarrow i i ,$$

assumida como a mesma para todas as espécies. As equações para a evolução das densidades das diferentes espécies podem ser escritas como

$$\dot{\rho}_i = r\rho_i\rho_0 - p_{i-1}\rho_{i-1}\rho_i, \quad (4.1)$$

enquanto a evolução da densidade de sítios vazios é dada por

$$\dot{\rho}_0 = -r\rho_0 \sum_{i=1}^3 \rho_i + \sum_{i=1}^3 p_{i-1}\rho_{i-1}\rho_i. \quad (4.2)$$

Soluções estacionárias para as Eqs. (4.1) e (4.2) satisfazem as condições $\dot{\rho}_i = 0$ e $\dot{\rho}_0 = 0$ e são, portanto, caracterizados por

$$p_{i-1}\rho_{i-1} = r\rho_0, \rho_0 + \sum_{i=1}^3 \rho_i = 1. \quad (4.3)$$

Aqui estamos interessados no caso em que $p_1 = P_w p$, com $p_2 = p_3 = p$, com $0 < P_w < 1$, em que P_w é algo como uma taxa de redução da probabilidade de predação da espécie fraca. A Equação (4.3) implica que as soluções estacionárias das Eqs. (4.1) e (4.2) são caracterizados por

$$\rho_0 = \frac{1}{1 + \frac{r}{p}(2 + \frac{1}{P_w})}, \quad (4.4)$$

$$\rho_1 = \frac{\frac{r}{pP_w}}{1 + \frac{r}{p}(2 + \frac{1}{P_w})}, \quad (4.5)$$

$$\rho_2 = \rho_3 = \frac{\frac{r}{p}}{1 + \frac{r}{p}(2 + \frac{1}{P_w})}, \quad (4.6)$$

com $\rho_1 = \rho_2/P_w = \rho_3/P_w$, de modo que $\rho_1 > \rho_2 = \rho_3$. A formulação deste modelo, no modo RPS não espacial, apresenta que a espécie “mais fraca” tem uma vantagem competitiva. A densidade estacionária de indivíduos da espécie “mais fraca” é maior do que a das outras duas espécies. Sendo assim nessa nova formulação, foi utilizado o mesmo algoritmo descrito na seção anterior, porém determinando uma das espécies como sendo a mais fraca. Assim, realizamos uma comparação de resultados entre os dois modelos que apresentamos na seção 4.3.

Essencialmente, a diferença entre as abordagens está na matriz de predação, de elementos a_{ij} , que guarda a probabilidade predação entre um indivíduo da espécie i ao interagir com outro de uma espécie j . Na seção anterior todas as espécies possuem a mesma força, uma em relação a outra. Daí,

$$\begin{pmatrix} -1.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & -1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 0.0 & -1.0 \end{pmatrix}$$

em que $a_{ij} \geq 0$ representam as probabilidades de predação na direção $i \rightarrow j$, enquanto $a_{ij} < 0$ guardam a impossibilidade de auto predação.

Já no modelo com espécie fraca, atribuímos $P_w = 0.5$ como peso para a predação de uma das espécies. Em nossos resultados, escolhemos a espécie 1 como a mais fraca:

$$\begin{pmatrix} -1.0 & 0.5 & 0.0 \\ 0.0 & -1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 0.0 & -1.0 \end{pmatrix}$$

4.3 Resultados e Discussão

Basicamente, os resultados objetivam comparar o comportamento do modelo RPS sem e com uma espécie fraca. Em todas as simulações temos redes k -regular, em que $k = 4$ (dois vizinhos na vertical, dois vizinhos na horizontal), configurando uma vizinhança do tipo von Neumann. Inicialmente as espécies foram distribuídas aleatoriamente na rede com a seguinte proporção: 25% da espécie 1, 25% da espécie 2, 25% da espécie 3 e 25% de espaços vazios, denotado como 0. As figuras de 11 a 15 mostram a densidade das três espécies, ρ_i ($i = 1, 2, 3$), além da evolução da densidade de espaços vazios, ρ_0 , como função do passo de tempo. Cada passo de tempo é tomado de tal forma que, em média, todos os indivíduos possam executar uma das ações.

Na Figura 11 foram apresentados os resultados encontrados simulando uma população de $N = 64 \times 64$. Podemos observar que com o aumento da mobilidade temos uma diminuição da população de algumas das 3 espécies. Mas esse fato só se torna possível por termos uma rede de pequeno porte. Já na Figura 12, podemos verificar a dependência com o tamanho do sistema, uma vez que é mostrado o sistema de tamanho $N = 256 \times 256$. Nesta população podemos observar que mesmo com o aumento da mobilidade, as espécies podem até se reorganizar, mas não notamos diminuição da densidade de alguma delas.

Nas Figuras 13, 14 e 15 temos a comparação de densidades dos dois casos. Na imagem da esquerda, temos uma simulação sem uma espécie fraca. Já à direita a espécie 1 é tomada como fraca. Podemos ver que independente do tamanho da rede teremos uma diminuição da densidade, ou até mesmo a extinção de alguma das espécies. É possível verificar que o tamanho territorial possui uma influência sobre a sobrevivência da espécie fraca. Equivalentemente e, de forma geral, $\rho_i \equiv \rho_i(N)$.

Toda essa diferença fica ainda mais clara quando comparamos as movimentações das espécies. Nas figuras 16 a 21, como quando temos uma espécie fraca, figuras 17, 19 e 21, toda a organização é diferente de quando temos todas as forças equivalentes, figuras 16, 18 e 20. Para formular os quadros dessas figuras foram utilizados 4 passos de tempo, cada um deles representando um momento de movimentação das espécies.

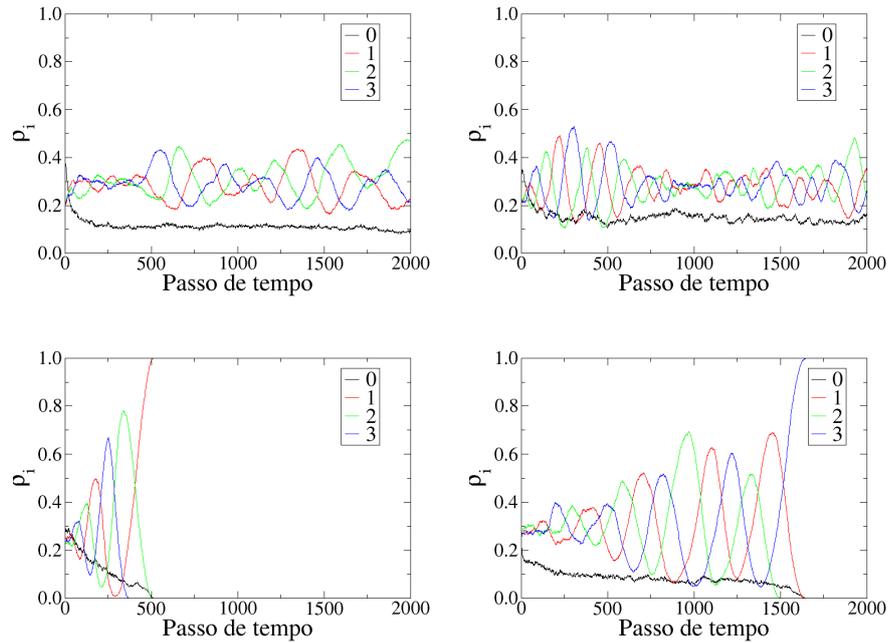


Figura 11 – Efeito da mobilidade e predação sobre a densidade de espécies em função do passo de tempo. Da esquerda para a direita, temos no topo: $pm = 0.0$, $pp = 0.75$ e $pm = 0.2$, $pp = 0.55$. Na base: $pm = 0.4$, $pp = 0.35$ e $pm = 0.6$, $pp = 0.15$. Parâmetros: $N = 64 \times 64$ e $pr = 0.25$

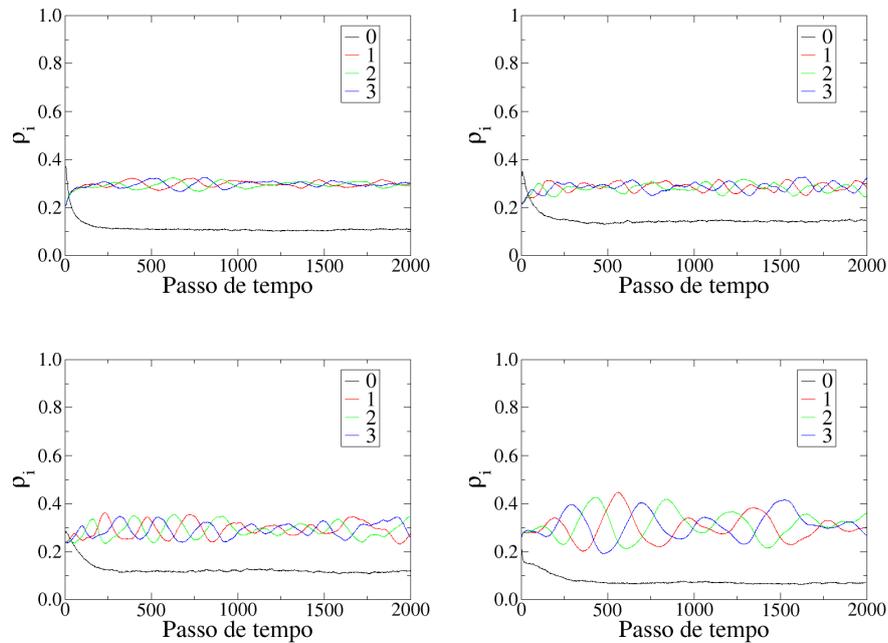


Figura 12 – Efeito da mobilidade e predação sobre a densidade de espécies em função do passo de tempo. Da esquerda para a direita, temos no topo: $pm = 0.0$, $pp = 0.75$ e $pm = 0.2$, $pp = 0.55$. Na base: $pm = 0.4$, $pp = 0.35$ e $pm = 0.6$, $pp = 0.15$. Parâmetros: $N = 256 \times 256$ e $pr = 0.25$.

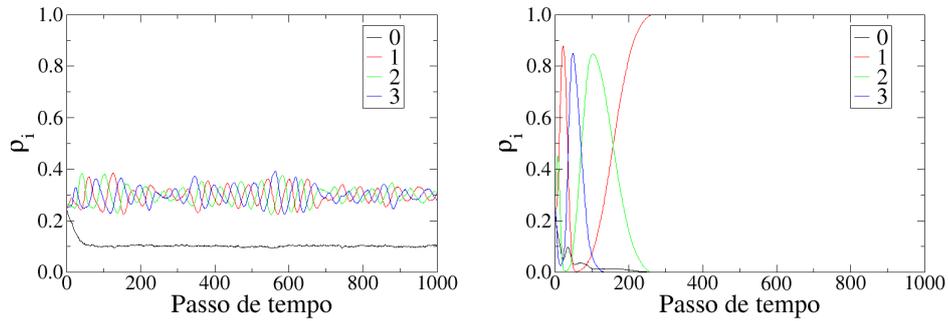


Figura 13 – **Densidade de espécies em função do passo de tempo.** À esquerda: sem espécie fraca. À direita: espécie 1 como mais fraca. Parâmetros: $N = 256 \times 256$, $pr = 0.25$, $pm = 0.5$, $pp = 0.25$.

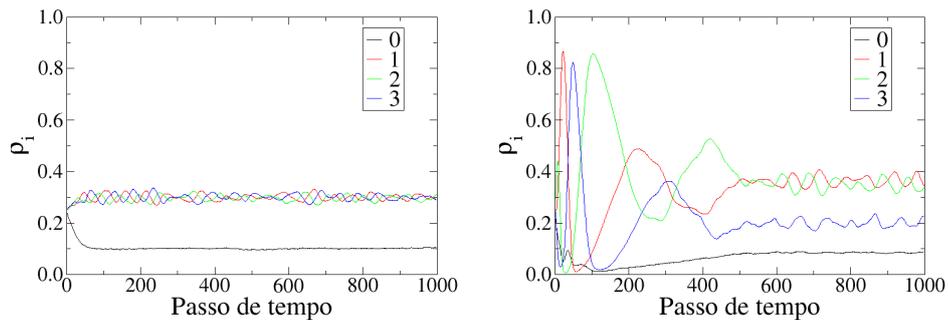


Figura 14 – **Densidade de espécies em função do passo de tempo.** À esquerda: sem espécie fraca. À direita: espécie 1 como mais fraca. Parâmetros: $N = 512 \times 512$, $pr = 0.25$, $pm = 0.5$, $pp = 0.25$.

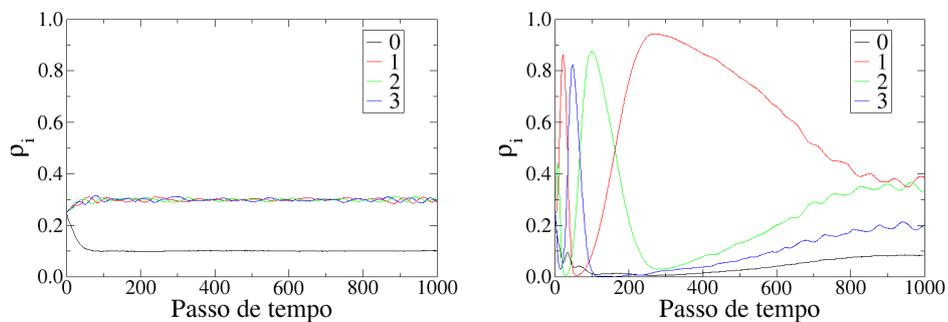


Figura 15 – **Densidade de espécies em função do passo de tempo.** À esquerda: sem espécie fraca. À direita: espécie 1 como mais fraca. Parâmetros: $N = 1024 \times 1024$, $pr = 0.25$, $pm = 0.5$, $pp = 0.25$.

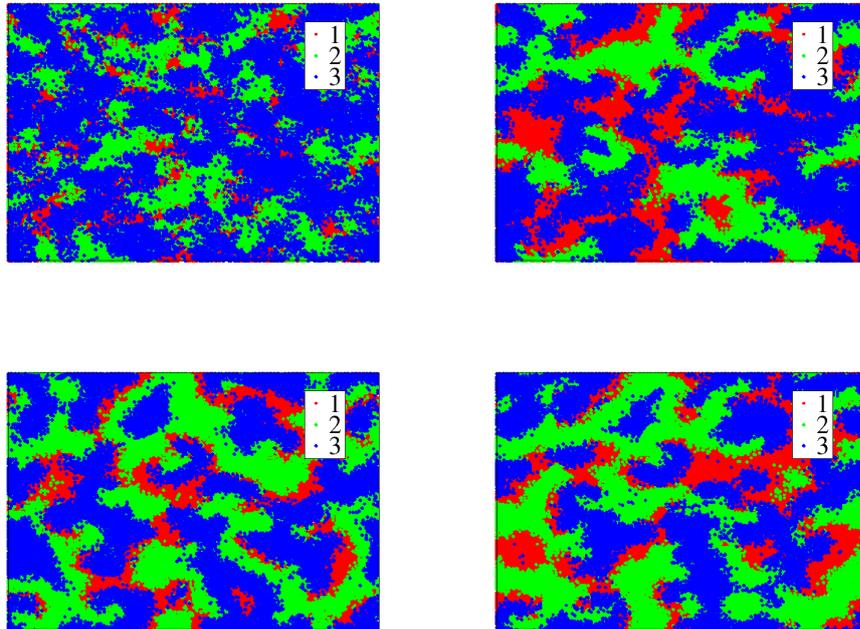


Figura 16 – **Padrões de coexistência sem espécie fraca.** Da esquerda para a direita e em sentido horário são mostrados 4 instantes progressivos de tempo para o modelo sem espécie fraca. Parâmetros: $N = 256 \times 256$, $pr = 0.25$, $pm = 0.5$, $pp = 0.25$ (Espaços vazios não mostrados).

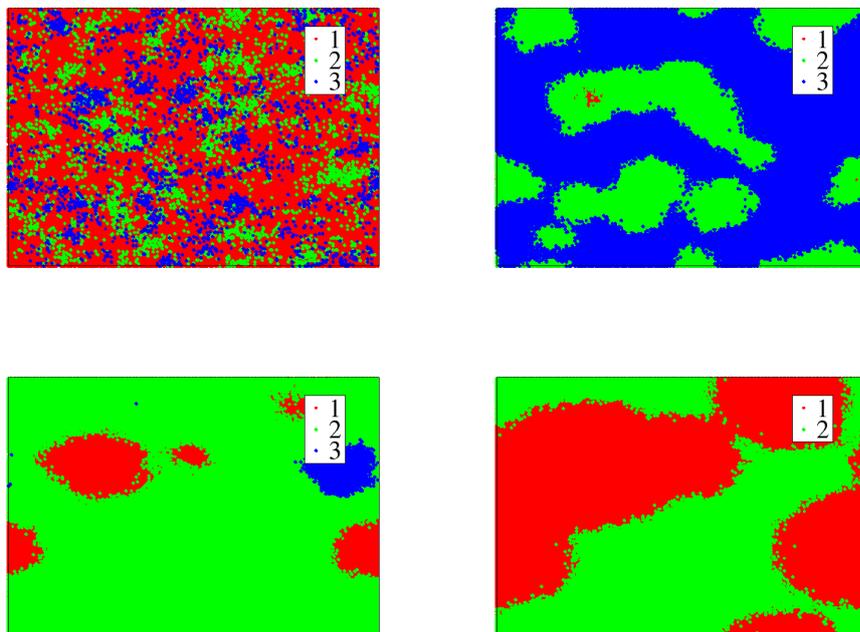


Figura 17 – **Padrões de coexistência com espécie fraca.** Da esquerda para a direita e em sentido horário são mostrados 4 instantes progressivos de tempo para o modelo com espécie fraca (vermelha). Parâmetros: $N = 256 \times 256$, $pr = 0.25$, $pm = 0.5$, $pp = 0.25$ (Espaços vazios não mostrados).

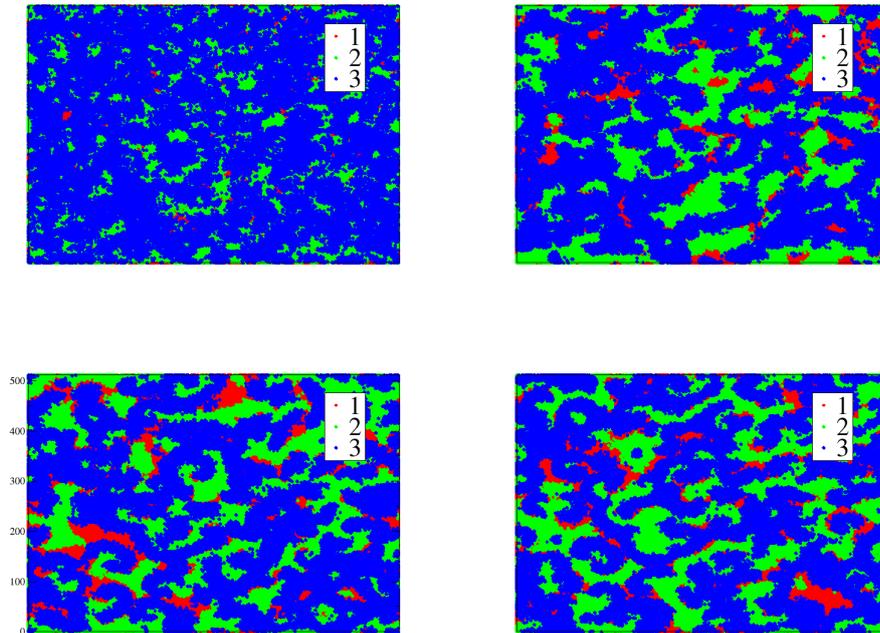


Figura 18 – **Padrões de coexistência sem espécie fraca.** Da esquerda para a direita e em sentido horário são mostrados 4 instantes progressivos de tempo para o modelo sem espécie fraca. Parâmetros: $N = 512 \times 512$, $pr = 0.25$, $pm = 0.5$, $pp = 0.25$ (Espaços vazios não mostrados).

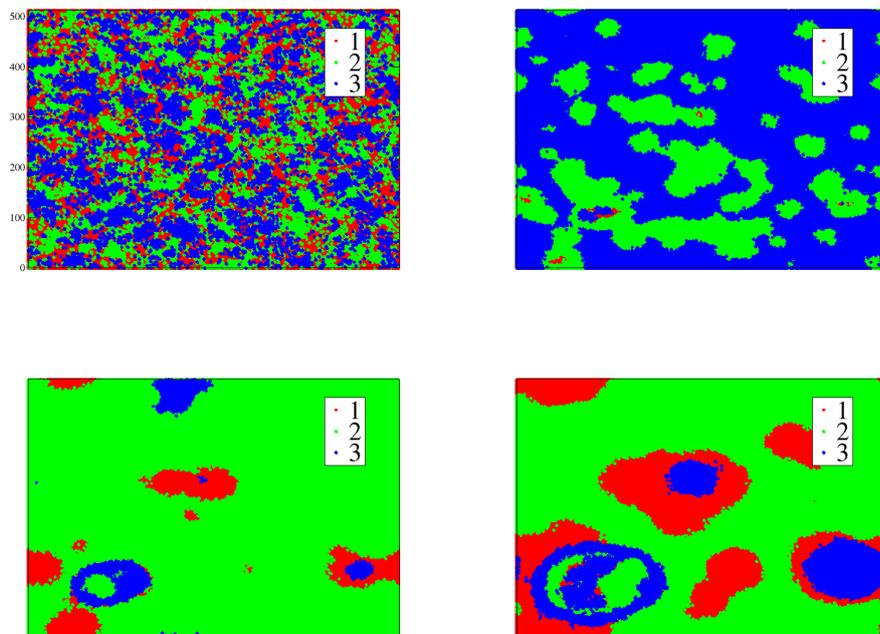


Figura 19 – **Padrões de coexistência com espécie fraca.** Da esquerda para a direita e em sentido horário são mostrados 4 instantes progressivos de tempo para o modelo com espécie fraca (vermelha). Parâmetros: $N = 512 \times 512$, $pr = 0.25$, $pm = 0.5$, $pp = 0.25$ (Espaços vazios não mostrados).

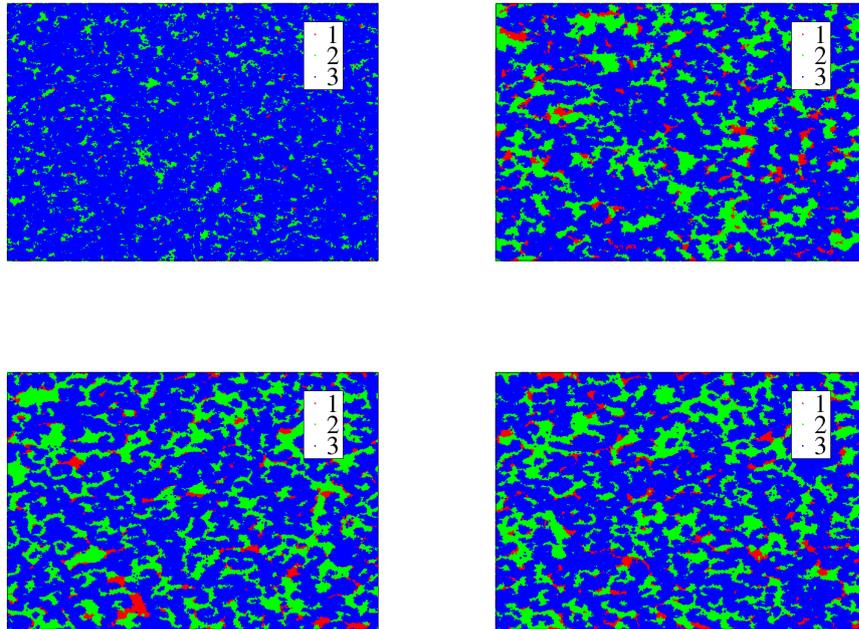


Figura 20 – **Padrões de coexistência sem espécie fraca.** Da esquerda para a direita e em sentido horário são mostrados 4 instantes progressivos de tempo para o modelo sem espécie fraca. Parâmetros: $N = 1024 \times 1024$, $pr = 0.25$, $pm = 0.5$, $pp = 0.25$ (Espaços vazios não mostrados).

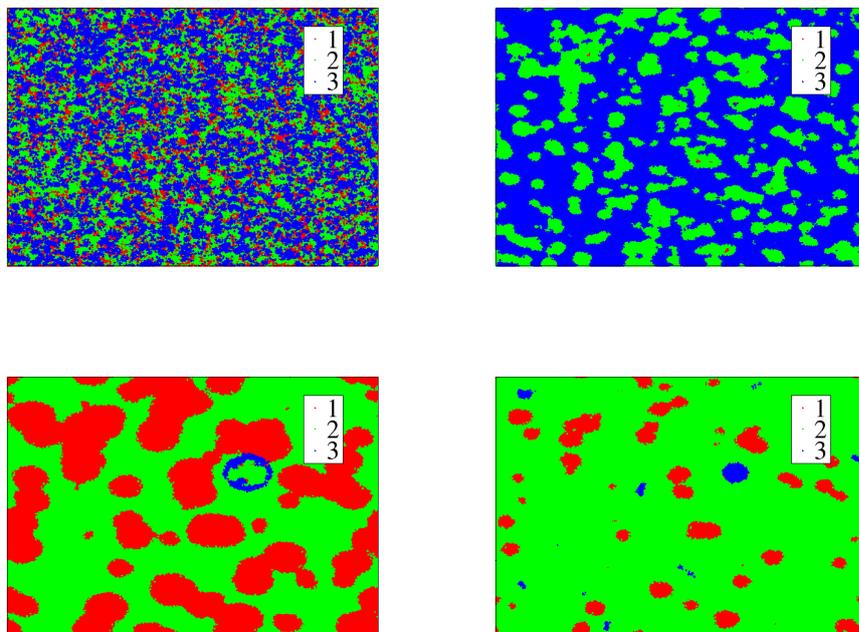


Figura 21 – **Padrões de coexistência sem espécie fraca.** Da esquerda para a direita e em sentido horário são mostrados 4 instantes progressivos de tempo para o modelo com espécie fraca (vermelha). Parâmetros: $N = 1024 \times 1024$, $pr = 0.25$, $pm = 0.5$, $pp = 0.25$ (Espaços vazios não mostrados).

4.4 Conclusão

Neste capítulo, foi estudado a dinâmica de população por meio do modelo pedra-papel tesoura de três espécies genéricas que interagem entre si, afim de investigar a biodiversidade do sistema. Num primeiro momento as probabilidades de mobilidade e também o tamanho das populações foram variadas. Verificamos que em populações pequenas quando a mobilidade foi variadas obtivemos como resultado uma população onde uma das espécies ia sofrendo uma redução significativa. Já em populações maiores, apenas a variação da mobilidade não foi suficiente para ocorrer uma diminuição de alguma das espécies, o que obtivemos de resultado foi uma variação de crescimento das populações, modificação em suas organizações e no valor de densidade. Como segundo estudo, foram realizadas simulações em que assumimos uma das espécies como fraca, com uma probabilidade de predação reduzida. Nesta etapa de simulações foi possível concluir que independente do tamanho da população, alguma das espécies sofria uma redução bem significativa e até mesmo sua extinção.

Apesar de um estudo ainda em fase preliminar, conseguimos reproduzir os resultados fundamentais da literatura de jogos evolutivos, particularmente para a dinâmica de três espécies. Com isso, alcançamos nossos objetivos comparando os modelos com e sem uma espécie fraca.

Além disso, por ser um estudo preliminar, trás possibilidades de estudos futuros, onde por exemplo podem ser abordadas outras estruturas de redes. O algoritmo utilizado neste capítulo está disponível na plataforma online *GitHub*, [neste link](#), e também no Apêndice B.

5 Conclusão

Neste trabalho foi possível experienciar o caráter de aplicação da teoria de redes complexas. Percorremos desde a grade de cursos de graduação até a teoria de jogos, dinâmica populacional e, claro, a teoria de grafos. Uma rede é, essencialmente, um grafo em que atribuímos a seus elementos interpretações física e pesos estatísticos. Talvez daí venha sua capacidade de modelar diversos contextos. Combinando essa flexibilidade com ferramentas de análises e linguagens de programação, o tema abordado neste trabalho foi muito rico, envolvendo diversas habilidades adquiridas durante a graduação. Particularmente, o tema requereu tanto conhecimentos do ciclo básico das ciências duras, principalmente a física, quanto a construção de algoritmos, linguagens de programação, etc., vindos do ciclo da engenharia de computação.

Isso foi possível abordando o primeiro tema, sobre as redes de temas, em que tivemos de propor uma modelagem para construir a rede. Na etapa de construção das planilhas relacionáveis das disciplinas, citado no capítulo 2, houve a possibilidade de conhecer sobre como as disciplinas se relacionam e o porquê das dependências de cada uma. Neste processo, pudemos ainda valorizar ações de melhorias didáticas para o instituto, propondo uma metodologia ativa.

Por fim, com a atividade de investigação de dinâmicas evolutivas foi possível vivenciar uma área de pesquisa em que tivemos que aplicar vários conhecimentos adquiridos na graduação. A combinação desses aspectos, ensino e pesquisa, foi de grande importância para a construção da jornada acadêmica, proporcionando uma melhoria de habilidades como comunicação, apresentação ao público e escrita, por meio da participação em eventos dentro e fora da Universidade, além de publicações para a divulgação científica/acadêmica.

Referências

APPOLINÁRIO, F. Dicionário de metodologia científica: um guia para a produção do conhecimento científico. In: *Dicionário de metodologia científica: um guia para a produção do conhecimento científico*. [S.l.: s.n.], 2007. p. 300–300. Citado na página 28.

ARAÚJO, A. de et al. Uma associação do método peer instruction com circuitos elétricos em contextos de aprendizagem ativa. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 39, n. 2, 2017. Citado na página 27.

AVELINO, P. et al. von neumann's and related scaling laws in rock-paper-scissors-type games. *Physical Review E*, APS, v. 86, n. 3, p. 031119, 2012. Citado na página 36.

AVELINO, P.; OLIVEIRA, B. de; TRINTIN, R. Predominance of the weakest species in lotka-volterra and may-leonard formulations of the rock-paper-scissors model. *Physical Review E*, APS, v. 100, n. 4, p. 042209, 2019. Citado na página 39.

BARABÁSI, A. L. The network takeover. *Nature Physics*, Nature Publishing Group, a division of Macmillan Publishers Limited. All Rights Reserved., v. 8, n. 1, p. 14–16, 2011. Citado na página 15.

BARABÁSI, A.-L. *The elegant law that governs us all*. [S.l.]: American Association for the Advancement of Science, 2017. Citado na página 15.

BARABÁSI, A.-L.; ALBERT, R. Emergence of scaling in random networks. *science*, American Association for the Advancement of Science, v. 286, n. 5439, p. 509–512, 1999. Citado na página 12.

BARROSO, M. F.; FALCÃO, E. B. Evasão universitária: o caso do instituto de física da ufrj. *IX Encontro Nacional de Pesquisa em Ensino de Física*, v. 9, p. 1–14, 2004. Citado na página 15.

BELANÇON, M. P. O ensino de física contextualizado ao século xxi. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 39, n. 4, 2017. Citado na página 15.

BERGAMO, M. O uso de metodologias diferenciadas em sala de aula: Uma experiência no ensino superior. *Revista Eletrônica Interdisciplinar*, v. 2, n. 4, 2010. Citado na página 25.

BERMUDES, W. L. et al. Tipos de escalas utilizadas em pesquisas e suas aplicações. *Vértices, Campos dos Goytacazes*, v. 18, n. 2, p. 7–20, 2016. Citado na página 28.

BINI, R. D. *Estudos da biodiversidade utilizando o jogo pedra-papel-tesoura*. [S.l.]: Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Estadual de Maringá, Maringá . . . , 2014. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.

CAMPELLO, A. d. V. C.; LINS, L. N. Metodologia de análise e tratamento da evasão e retenção em cursos de graduação de instituições federais de ensino superior. *XXVIII Encontro Nacional de Engenharia De Produção, RJ, 13p*, 2008. Citado na página 15.

- COLL, C. Psicologia e currículo: uma aproximação psicopedagógica à elaboração do currículo escolar. In: *Psicologia e currículo: uma aproximação psicopedagógica à elaboração do currículo escolar*. [S.l.: s.n.], 2003. Citado na página 25.
- DEHMER, M. et al. *Big data of complex networks*. [S.l.]: CRC Press, 2016. Citado na página 12.
- DIESEL, A.; BALDEZ, A. L. S.; MARTINS, S. N. Os princípios das metodologias ativas de ensino: uma abordagem teórica. *Revista Thema*, v. 14, n. 1, p. 268–288, 2017. Citado na página 25.
- FERREIRA, R. S.; SILVA, P. C. da. q-weibull distributions describing commercial service routes. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 541, p. 123649, 2020. Citado na página 12.
- HARDOIM, E. L. et al. Educação científica inclusiva: Experiências interdisciplinares possíveis para o ensino de biologia e ciências naturais empregando o método steam. *Lat. Am. J. Sci. Educ*, v. 6, p. 12056, 2019. Citado na página 27.
- HOLMES, N.; WIEMAN, C. E.; BONN, D. Teaching critical thinking. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, National Acad Sciences, v. 112, n. 36, p. 11199–11204, 2015. Citado na página 25.
- KERR, B. et al. Local dispersal promotes biodiversity in a real-life game of rock–paper–scissors. *Nature*, Nature Publishing Group, v. 418, n. 6894, p. 171–174, 2002. Citado na página 35.
- KESTIN, G. et al. Comparing the effectiveness of online versus live lecture demonstrations. *Physical Review Physics Education Research*, APS, v. 16, n. 1, p. 013101, 2020. Citado na página 24.
- LIMA, V. V. Espiral construtivista: uma metodologia ativa de ensino-aprendizagem. *Interface-Comunicação, Saúde, Educação*, SciELO Public Health, v. 21, p. 421–434, 2016. Citado na página 27.
- MARTINCIC-IPSIC, S.; MARGAN, D.; MESTROVIC, A. Multilayer network of language: A unified framework for structural analysis of linguistic subsystems. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 457, p. 117 – 128, 2016. ISSN 0378-4371. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437116300802>>. Citado na página 15.
- MASUDA, N.; HOLME, P. *Temporal Network Epidemiology*. [S.l.]: Springer, 2017. Citado na página 15.
- MATTA, C. M. B. d.; LEBRÃO, S. M. G.; HELENO, M. G. V. Adaptação, rendimento, evasão e vivências acadêmicas no ensino superior: revisão da literatura. *Psicologia Escolar e Educacional*, SciELO Brasil, v. 21, n. 3, p. 583–591, 2017. Citado na página 15.
- MAY, R. M.; LEONARD, W. J. Nonlinear aspects of competition between three species. *SIAM journal on applied mathematics*, SIAM, v. 29, n. 2, p. 243–253, 1975. Citado na página 39.
- MITCHELL, M. Complex systems: Network thinking. *Artificial intelligence*, Elsevier, v. 170, n. 18, p. 1194–1212, 2006. Citado na página 12.

- NEWMAN, M. *Networks: an introduction*. [S.l.]: Oxford University Press, 2010. Citado 3 vezes nas páginas 12, 15 e 16.
- NEWMAN, M. E.; BARABÁSI, A.-L. E.; WATTS, D. J. *The structure and dynamics of networks*. [S.l.]: Princeton university press, 2006. Citado na página 15.
- OTERO, V. K.; MELTZER, D. E. 100 years of attempts to transform physics education. *The Physics Teacher*, American Association of Physics Teachers, v. 54, n. 9, p. 523–527, 2016. Citado na página 24.
- OTERO, V. K.; MELTZER, D. E. The past and future of physics education reform. *Physics today*, American Institute of Physics, v. 70, n. 5, p. 50–56, 2017. Citado na página 24.
- PASTOR-SATORRAS, R.; CASTELLANO, C. Eigenvector localization in real networks and its implications for epidemic spreading. *arXiv preprint arXiv:1801.05649*, 2018. Citado na página 15.
- PINTO, S. F.; FERREIRA, R. S. Analisando ementas curriculares usando redes complexas. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 42, 2020. Citado na página 12.
- PINTO, S. F. et al. Uma proposta de metodologia ativa para laboratórios de física. *UMA PROPOSTA DE METODOLOGIA ATIVA PARA LABORATÓRIOS DE FÍSICA*, Atena Editora, p. 1–388. Citado na página 13.
- SCHERER, C. *Métodos computacionais da Física*. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 37.
- SCOTT, J. Social network analysis: developments, advances, and prospects. *Social network analysis and mining*, Springer, v. 1, n. 1, p. 21–26, 2011. Citado na página 15.
- SMITH, E. M.; STEIN, M. M.; HOLMES, N. How expectations of confirmation influence students' experimentation decisions in introductory labs. *Physical Review Physics Education Research*, APS, v. 16, n. 1, p. 010113, 2020. Citado na página 24.
- SOL, A. D.; FUJIHASHI, H.; O'MEARA, P. Topology of small-world networks of protein–protein complex structures. *Bioinformatics*, Oxford University Press, v. 21, n. 8, p. 1311–1315, 2005. Citado na página 12.
- SZABÓ, G.; BUNTH, G. Social dilemmas in multistrategy evolutionary potential games. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 97, p. 012305, Jan 2018. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.97.012305>>. Citado na página 15.
- SZABÓ, G.; FATH, G. Evolutionary games on graphs. *Physics reports*, Elsevier, v. 446, n. 4-6, p. 97–216, 2007. Citado na página 12.
- TORRE, I. G. et al. Emergence of linguistic laws in human voice. *Scientific reports*, Nature Publishing Group, v. 7, p. 43862, 2017. Citado na página 15.
- VALDANO, E. et al. Epidemic threshold in continuous-time evolving networks. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 120, p. 068302, Feb 2018. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.120.068302>>. Citado na página 15.

VIENNOT, L.; DÉCAMP, N. Activation of a critical attitude in prospective teachers: From research investigations to guidelines for teacher education. *Physical Review Physics Education Research*, APS, v. 14, n. 1, p. 010133, 2018. Citado na página [25](#).

WALSH, C. et al. Quantifying critical thinking: Development and validation of the physics lab inventory of critical thinking. *Physical Review Physics Education Research*, APS, v. 15, n. 1, p. 010135, 2019. Citado na página [25](#).

WATTS, D. J.; STROGATZ, S. H. Collective dynamics of ‘small-world’ networks. *nature*, Nature Publishing Group, v. 393, n. 6684, p. 440–442, 1998. Citado na página [12](#).

WORTHINGTON, D. L.; LEVASSEUR, D. G. To provide or not to provide course powerpoint slides? the impact of instructor-provided slides upon student attendance and performance. *Computers & Education*, Elsevier, v. 85, p. 14–22, 2015. Citado na página [24](#).

Apêndices

APÊNDICE A – Enquete

Para cada uma das proposições abaixo enumeradas o entrevistado deve preencher o parêntese, conforme seu julgamento, com as letras: (a) *Discordo totalmente*; (b) *Discordo parcialmente*; (c) *Indiferente*; (d) *Concordo parcialmente*; (e) *Concordo totalmente*.

1. () A metodologia proposta permitiu uma maior fixação do conteúdo teórico apresentado em sala de aula.
2. () Quanto à proposição de que o aluno apresente um projeto para a verificação da teoria estudada, isso foi importante para que cada um explorasse sua criatividade.
3. () A metodologia proposta estimula o papel do aluno como protagonista frente às metodologias usuais que utilizam a aplicação de um roteiro pré-determinado.
4. () O fato de haver um segundo seminário, após a realização do experimento, estimulou o senso crítico do grupo, a fim de argumentarem, de forma científica, os resultados obtidos.
5. () A metodologia usada é mais próxima dos desafios que irá encontrar no mercado de trabalho quanto a proposição e defesa de um projeto.
6. () O fato de haver um alto grau de liberdade na realização do projeto pode facilitar falhas, como a falta de responsabilidade.
7. () A metodologia proposta necessita que todos os membros do grupo tenham um alto grau de proatividade.
8. () A forma de realização das atividades foi motivadora.
9. () Saber gerenciar o tempo e dividir bem as tarefas é fundamental para o sucesso do projeto.
10. () Uma maior interação do aluno no processo de construção do próprio conhecimento é a principal característica de uma abordagem por metodologias ativas de ensino. O estudante passa a ter mais controle e participação efetiva na sala de aula, já que exige dele ações e construções mentais variadas.
11. () Este tipo de metodologia poderia ser facilmente adotada em outras disciplinas.

Apêndices são os materiais elaborados pelo autor, ou seja, com objetivo de completar uma argumentação (Biblioteca JM).

APÊNDICE B – Código

Nesta sessão é apresentado o código escrito em linguagem C utilizado para gerar os resultados no capítulo 4. É necessário utilizar as bibliotecas Math e GNU Scientific Library para compilar o programa.

```

1 #include <stdio.h>
2 #include <time.h>
3 #include <gsl/gsl_rng.h>
4 #include <math.h>
5
6 #define Nx 512 /*tamanho da rede*/
7 #define Ny 512
8 #define pr 0.25 /*probabilidade de reproducao*/
9 #define NG 2000
10 #define NF 2000 /*numero de vezes do arquivo*/
11
12
13 const double pp[3][3]= {\
14     {-1.0,1.0,0.0},\
15     {0.0,-1.0,1.0},\
16     {1.0,0.0,-1.0},\
17 };
18
19 void op(int, int *phi, float *d0, float *d1, float *d2, float *d3);
20 void ic( int *phi, double *d0, double *d1, double *d2, double *d3);
21
22 int main ()
23 {
24     const gsl_rng_type * W;
25
26     int i, j, n, ni, nj, m, teste, ativo, passivo, vizinho, counter,
n_log=22;
27     int l = NG/NF, aux=0, amostragem=1, n_amostra=2;
28     int *phi;
29     float *d0,*d1,*d2,*d3;
30     double p;
31     float k, pm;
32     char nome[100];
33     FILE *densidade1, *densidade2, *densidade3, *densidade0;
34
35     sprintf(nome, "densidade0.dat");
36     densidade0 = fopen(nome, "a");
37
38     sprintf(nome, "densidade1.dat");

```



```

86         passivo= j*Nx+(i+1+Nx)%Nx;
87         break;
88     case 1:
89         passivo= j*Nx+(i-1+Nx)%Nx;
90         break;
91     case 2:
92         passivo= ((j+1+Ny)%Ny)*Nx+i;
93         break;
94     case 3:
95         passivo= ((j-1+Ny)%Ny)*Nx+i;
96         break;
97     }
98
99     p=gsl_rng_uniform(w);
100
101     if(p<pm)
102     {
103         teste=phi[ativo];
104         phi[ativo]=phi[passivo];
105         phi[passivo]=teste;
106     }
107     else
108     {
109         if(p>=pm && p< (pm + pr))
110         {
111             if (phi[passivo]==0)
112             {
113                 phi[passivo]=phi[ativo];
114             }
115         }
116         else
117         {
118             p=gsl_rng_uniform(w);
119
120             if(p<pp[phi[ativo]-1][phi[passivo]-1])
121             {
122                 phi[passivo]=0;
123             }
124         }
125     }
126 }
127 }
128 if(n>= (int)(exp(log(NG)*(n_log/100.0))))
129 {
130     ni = 0;
131     for(nj= 0; nj<Nx*Ny; nj++)
132     {

```

```
133         if(phi[nj]==0)
134         {
135             ni++;
136         }
137     }
138
139     n_log++;
140 }
141 if ((n%1)==0)
142 {
143
144     op(counter, phi,d0, d1, d2, d3);
145     counter++;
146 }
147 }
148 gsl_rng_free (w);
149 free(phi);
150 amostragem++;
151
152 }
153
154 for(aux=1; aux<NF; aux++)
155 {
156     fprintf(densidade0,"%d %.4f\n",aux,d0[aux]/(n_amostra-1));
157     fprintf(densidade1,"%d %.4f\n",aux,d1[aux]/(n_amostra-1));
158     fprintf(densidade2,"%d %.4f\n",aux,d2[aux]/(n_amostra-1));
159     fprintf(densidade3,"%d %.4f\n",aux,d3[aux]/(n_amostra-1));
160 }
161
162 return 0;
163 }
164
165 void op(int k, int *phi,float *d0, float *d1, float *d2, float *d3)
166 {
167     int i, j, aux=0;
168
169     double contd1,contd0,contd2, contd3;
170     FILE *out,*cont1,*cont2,*cont3;
171     char nome[100];
172     contd1 = 0;
173     contd0 = 0;
174     contd2 = 0;
175     contd3 = 0;
176     sprintf(nome, "rps_saida_testematriz-%d.dat",k);
177     out = fopen(nome, "w");
178
179     sprintf(nome, "cont1-%d.dat",k);
```

```
180     cont1 = fopen(nome, "w");
181
182     sprintf(nome, "cont2-%d.dat",k);
183     cont2 = fopen(nome, "w");
184
185     sprintf(nome, "cont3-%d.dat",k);
186     cont3 = fopen(nome, "w");
187
188     for (j = 0; j<Nx; j++)
189     {
190         for (i=0; i<Ny; i++ )
191         {
192             fprintf(out, "%d ", phi[j*Nx + i] );
193             if(phi[j*Nx + i]==1)
194             {
195                 contd1 = contd1 +1;
196                 fprintf(cont1,"%d %d\n",i,j);
197             }
198             if(phi[j*Nx + i]==2)
199             {
200                 contd2 = contd2 +1;
201                 fprintf(cont2,"%d %d\n",i,j);
202             }
203             if(phi[j*Nx + i]==3)
204             {
205                 contd3 = contd3 +1;
206                 fprintf(cont3,"%d %d\n",i,j);
207             }
208             if(phi[j*Nx + i]==0)
209             {
210                 contd0 = contd0 +1;
211             }
212         }
213
214         fprintf(out, "\n" );
215     }
216     float den0=0, den1=0, den2=0, den3=0;
217
218     den0 = contd0/(Nx*Nx);
219     den1 = contd1/(Nx*Nx);
220     den2 = contd2/(Nx*Nx);
221     den3 = contd3/(Nx*Nx);
222
223     d0[k] = d0[k] + den0;
224     d1[k] = d1[k] + den1;
225     d2[k] = d2[k] + den2;
226     d3[k] = d3[k] + den3;
```

```
227
228     fclose(out);
229 }
230
231 void ic(int *phi, double *d0, double *d1, double *d2, double *d3)
232 {
233     const gsl_rng_type * W;
234     gsl_rng *w ;
235     gsl_rng_env_setup();
236     gsl_rng_default_seed=time(0);
237     W = gsl_rng_default;
238     w = gsl_rng_alloc (W);
239
240     int i, j, counter;
241
242     for (i=0; i<Nx*Ny; i++ )
243     {
244         phi[i]=0;
245     }
246     for(i=1; i<4; i++)
247     {
248         counter=1;
249         while(counter<Nx*Ny*0.25)
250         {
251             j= gsl_rng_uniform(w)*Nx*Ny;
252             if(phi[j]==0)
253             {
254                 phi[j]=i;
255                 counter++;
256             }
257         }
258     }
259
260     op(0, phi, d0, d1, d2, d3);
261     gsl_rng_free (w);
262 }
```