



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO – UFOP**

**ESCOLA DE MINAS**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE CONTROLE  
E AUTOMAÇÃO E TÉCNICAS FUNDAMENTAIS**



**ANDRÉ OLIVEIRA MARQUES**

**ANÁLISE AERODINÂMICA DE UM VEÍCULO DO TIPO FÓRMULA  
SAE ATRAVÉS DE SIMULAÇÕES CFD**

**OURO PRETO - MG  
2017**

**ANDRÉ OLIVEIRA MARQUES**  
**andremarques1994@hotmail.com**

**ANÁLISE AERODINÂMICA DE UM VEÍCULO DO TIPO FÓRMULA  
SAE ATRAVÉS DE SIMULAÇÕES CFD**

Monografia apresentada ao Curso de  
Graduação em Engenharia Mecânica  
da Universidade Federal de Ouro Preto  
como requisito para a obtenção do  
título de Engenheiro Mecânico.

**Professor orientador:** MSc. Davi das Chagas Neves

**OURO PRETO – MG**  
**2017**

M357a Marques, André Oliveira.  
Análise aerodinâmica de um veículo do tipo Fórmula SAE através de simulações CFD [manuscrito] / André Oliveira Marques. - 2017.

68f.: il.: color; tabs.

Orientador: Prof. MSc. Davi das Chagas Neves.

Monografia (Graduação). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia de Controle e Automação e Técnicas Fundamentais.

1. Aerodinâmica. 2. Fórmula SAE. 3. Simulações CFD. 4. OpenFOAM. I. Neves, Davi das Chagas. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU: 681.5



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
REITORIA  
ESCOLA DE MINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO,  
ADMINISTRAÇÃO E ECON



## FOLHA DE APROVAÇÃO

**André Oliveira Marques**

### Análise aerodinâmica de um veículo do tipo Fórmula SAE através de simulações CFD

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Mecânico

Aprovada em 25 de Agosto de 2017

#### Membros da banca

Me. Davi das Chagas Neves - Orientador(a) - Universidade Federal de Ouro Preto  
Dr. Luís Antônio Bortolaia - Universidade Federal de Ouro Preto  
Dr. Flávio Sandro Lays Cassino - Universidade Federal de Ouro Preto

O professor Davi das Chagas Neves, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 25/08/2017



Documento assinado eletronicamente por **Davi Neves Pavanelli, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 19/01/2023, às 15:45, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [http://sei.ufop.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0459094** e o código CRC **DDF7D309**.

Agradeço a Deus por sempre guiar meus passos onde quer que eu vá.

A minha família pelo apoio incondicional em todos os momentos.

Aos professores e amigos que me ajudaram a vencer mais essa etapa.

## **AGRADECIMENTO**

Agradeço a Deus por iluminar a minha vida e me dar forças nos momentos mais difíceis.

A minha família por me apoiar em qualquer decisão que eu tomo em minha vida.

Ao meu orientador Davi das Chagas Neves, pelo incentivo, paciência e orientação neste trabalho.

Aos professores do curso de engenharia mecânica por suas importantes contribuições para o desenvolvimento do trabalho.

Aos amigos que fiz em Ouro Preto pela parceria nos momentos de alegria e de dificuldade.

*“Talvez não tenhamos conseguido fazer o melhor. Mas lutamos para que o melhor fosse feito. Não somos o que deveríamos ser, não somos o que iremos ser, mas graças a Deus não somos o que éramos”.*

Martin Luther King

## RESUMO

O estudo aerodinâmico para carros de competição é um dos mais relevantes e determinantes para um bom desempenho final do veículo. Os métodos mais antigos para realizar esse estudo, como o túnel de vento ou os próprios testes em pista, exigem grandes esforços físicos (estruturais) e, muitas vezes, financeiros. Com a evolução da tecnologia e técnicas computacionais, um novo método para realizar estudos aerodinâmicos vem ganhando cada vez mais espaço, a Dinâmica dos Fluidos Computacional (*Computational Fluid Dynamics – CFD*). Através desse método é possível realizar simulações em diversas vertentes e variar parâmetros sem grandes dificuldades, características que são muito interessantes para estudos sobre aerodinâmica. Nas competições universitárias de *FSAE (Formula Society Automotive Engineer)*, onde o propósito é que os estudantes desenvolvam veículos do tipo Fórmula (baseado em regulamento), o estudo aerodinâmico é comum e várias equipes utilizam dispositivos para, principalmente, gerar mais *downforce*, a fim de otimizar o desempenho do veículo. Porém, devido à baixa velocidade média observada na competição, é muito discutido se dispositivos aerodinâmicos realmente valem a pena, considerando que além de *downforce* eles inevitavelmente geram, também, uma força de arrasto, que é prejudicial para o desempenho do veículo. O objetivo desse estudo é comparar resultados de *downforce* e arrasto para diferentes modelos genéricos de um veículo *FSAE* (que respeitem o regulamento), com diferentes configurações aerodinâmicas, através de simulações *CFD* realizadas no *OpenFOAM*, que é um *software* livre e de código aberto. Com isso, espera-se conseguir pelo menos indícios de quais configurações aerodinâmicas são mais eficientes, do ponto de vista de gerar *downforce* com o mínimo de arrasto.

**Palavras-chave:** aerodinâmica, *FSAE*, simulação *CFD*, *OpenFOAM*.

## ABSTRACT

*The aerodynamic study for competition cars is one of the most relevant and determining factors for good vehicle performance. Older methods for conducting this study, such as the wind tunnel or even the track tests, require great physical (structural) and financial efforts. With an evolution of technology and computational techniques, a new method for conducting aerodynamic studies has been gaining more and more space, the Computational Fluid Dynamic (CFD). Through this method it is possible to execute simulations on several strands and to vary parameters without great difficulties, characteristics that are very interesting for studies on aerodynamics. In the FSAE (Formula Society Automotive Engineer) college competitions, where the purpose of the students is to develop a Formula-type vehicle (based on regulation), the aerodynamic study is common and several teams use devices to generate more downforce in order to optimize vehicle performance. However, due to the low average speed observed in the FSAE competitions, it is much debated whether aerodynamic devices really pay off, considering that in addition to downforce they inevitably also generate a drag force, which is detrimental to vehicle performance. The objective of this study is to compare downforce and drag results for different generic models of an FSAE vehicle (with respect to the regulation), with different aerodynamic configurations, through CFD simulations performed in OpenFOAM, which is a free and open source software. With this, it is hoped to be able to at least hint which aerodynamic configurations are most efficient from the point of view of generating downforce with the least drag.*

**Key-words:** aerodynamic, FSAE, CFD simulation, OpenFOAM.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Lei da Viscosidade de Newton. ....	8
Figura 2.2: Escoamento Turbulento e Laminar. ....	10
Figura 2.3: Componentes da força em uma superfície diferencial arbitrária .....	15
Figura 2.4: Notação para as tensões .....	16
Figura 2.5: Componentes na direção x das forças superficiais que atuam no elemento fluido	17
Figura 2.6: Representação do comprimento diferencial ao longo da linha de corrente .....	25
Figura 2.7: Representação das Forças de Arrasto e Sustentação em um perfil aerodinâmico típico em asas de aviões.....	28
Figura 2.8: Diminuição do arrasto nos automóveis ao longo dos anos. ....	29
Figura 2.9: Terminologia do perfil de um aerofólio.....	30
Figura 2.10: Princípio de funcionamento de um aerofólio.....	31
Figura 2.11: Princípio de funcionamento do difusor.....	32
Figura 2.12: Variação dos coeficientes de arrasto e sustentação com o tamanho do difusor...32	32
Figura 2.13: Teste em túnel de vento mostrando como uma bola de tênis se move através do ar. ....	36
Figura 3.1: Ilustração de uma simulação realizada no <i>OpenFOAM</i> .....	41
Figura 4.1: Interface do <i>HelyxOS</i> .....	46
Figura 4.2: Domínio da malha.....	47
Figura 4.3: Distribuição de pressão no modelo 1. ....	49
Figura 4.4: Força de arrasto modelo 1.....	49
Figura 4.5: <i>Downforce</i> modelo 1.....	50
Figura 4.6: Distribuição de pressão modelo 2.....	50
Figura 4.7: Distribuição de pressão modelo 2.....	51
Figura 4.8: Distribuição de pressão na parte inferior do modelo 3 (escala de cores diferente). ....	52

Figura 4.9: Distribuição de pressão na parte inferior do modelo 4. ....	53
Figura 4.10: Zonas de atuação do <i>downforce</i> no modelo 4. ....	53
Figura 4.11: Distribuição de pressão na parte inferior do modelo 5. ....	54
Figura 4.12: Distribuição de pressão na parte superior do modelo 5. ....	54
Figura 4.13: Distribuição de pressão no modelo 6. ....	55
Figura 4.14: Regiões de baixa pressão no aerofólio e difusor do modelo 6. ....	56
Figura 4.15: Região de pressão relativamente baixa no difusor do modelo 7. ....	57
Figura 4.16: Regiões de baixa pressão na parte inferior da asa dianteira e no difusor do modelo 7. ....	57
Figura 4.17: Distribuição de pressão ao longo do modelo 8. ....	58
Figura 4.18: Regiões de baixa pressão na asa dianteira e difusor do modelo 8. ....	59
Figura 4.19: Baixa pressão na parte inferior do aerofólio do modelo 8. ....	59

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	Formulação do Problema.....	1
1.2	Justificativa.....	3
1.3	Objetivos.....	4
1.3.1	Geral .....	4
1.3.2	Específicos.....	4
1.4	Estrutura do Trabalho .....	4
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>6</b>
2.1	Considerações Iniciais .....	6
2.2	Definições Básicas.....	7
2.2.1	Fluidos contínuos e de moléculas livres .....	7
2.2.2	Viscosidade.....	7
2.2.3	Fluidos Newtonianos e Não-Newtonianos .....	8
2.2.4	Escoamento Compressível e Incompressível .....	9
2.2.5	Escoamento Laminar e Turbulento.....	9
2.2.6	Número de Reynolds .....	10
2.2.7	Número de Reynolds para perfis aerodinâmicos.....	11
2.2.8	Número de Mach .....	11
2.3	Equações de Navier-Stokes e simplificações .....	12
2.3.1	Equações de Movimento .....	19
2.3.2	Definição das tensões normais e cisalhantes .....	20
2.3.3	As equações de Navier-Stokes .....	21
2.3.4	As equações de Euler.....	23
2.3.5	A equação de Bernoulli .....	24
2.4	Dispositivos Aerodinâmicos.....	28
2.4.1	Forças de Arrasto e Sustentação ( <i>Downforce</i> ) .....	28
2.4.2	Princípio de funcionamento do Aerofólio .....	30
2.4.3	Princípio de funcionamento do difusor .....	31
2.5	Computational Fluid Dynamics (CFD) .....	32
2.6	Túnel de Vento .....	36
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>38</b>
3.1	Tipos de Pesquisa .....	38

3.2	Materiais e Métodos .....	40
3.3	Parâmetros Analisados (Variáveis e Indicadores) .....	41
3.4	Instrumentos de Coleta de Dados .....	42
3.5	Tabulação dos Dados .....	43
3.6	Considerações Finais .....	43
<b>4</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>44</b>
4.1	Descrição das Simulações .....	44
4.1.1	Modelos do veículo <i>FSAE</i> .....	44
4.1.2	O processo de simulação no <i>OpenFOAM</i> .....	45
4.1.3	Parâmetros e modelos adotados nas simulações .....	46
4.1.4	Pós-processamento das simulações com o <i>Paraview</i> .....	48
4.2	Resultados das simulações .....	48
4.3	Organização e análise dos resultados .....	59
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....</b>	<b>61</b>
5.1	Conclusões .....	61
5.2	Recomendações .....	62
	<b>REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>64</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Formulação do Problema

A importância no estudo dos fluidos é conhecida em diversas áreas da engenharia. Segundo Fox *et al* (2006) conhecer os princípios básicos de mecânica dos fluidos é indispensável para qualquer projeto em que o fluido é o meio operante. O projeto de meios de transporte como aeronaves, navios, submarinos e automóveis, necessitam de aplicações profundas dos princípios da mecânica dos fluidos.

Recentemente a análise aerodinâmica se tornou um dos parâmetros mais relevantes em projetos de veículos automotores. De acordo com Hucho (1990), o desempenho, a dirigibilidade e o conforto de um automóvel são significativamente afetados pelas suas propriedades aerodinâmicas. O coeficiente de arrasto, o *downforce* gerado, o direcionamento do fluxo de ar para refrigerar o motor, a transmissão, os freios e até mesmo o ruído gerado pelo vento são alguns dos estudos realizados em aerodinâmica veicular. Hucho (1990) ainda afirma que em um carro europeu de tamanho médio, por exemplo, o arrasto aerodinâmico é responsável por cerca de 80% da resistência total ao movimento na estrada a 100 km/h, sendo este um parâmetro com grande potencial de melhoria.

Em veículos de competição, o estudo da aerodinâmica tem uma influência ainda maior que nos veículos comerciais, pois um pequeno ganho no desempenho ou uma redução mínima no consumo de combustível podem fazer toda a diferença. Basicamente, segundo Merkel (2013), em carros de corrida o *downforce* é desejado (melhor desempenho) e o arrasto é indesejado (maior consumo), apesar de que a geração de *downforce* sempre acarretara em um aumento na força de arrasto.

Casiraghi (2010), afirma que os métodos mais utilizados para realizar os estudos de aerodinâmica em um veículo são as simulações computacionais (*CFD – Computational Fluid Dynamics*), o túnel de vento e, por fim, os testes em pista, sendo que o primeiro método vem evoluindo bastante com novos avanços tecnológicos, em termos de *hardware* e *software*.

O túnel de vento demanda alguns esforços tanto físicos, com relação ao espaço para sua construção (principalmente se for para ensaios com escala real), quanto financeiros, já que não é um investimento tão barato. Apesar da evolução do método *CFD*, e da sua crescente utilização, ele ainda é tratado como uma etapa prévia ao túnel de vento, apenas para possibilitar

uma pré-visualização da simulação, já que o resultado final necessita de validação através de outros testes.

McBeath (2015), afirma que na maioria dos casos onde a simulação *CFD* é usada, validações dos resultados em túneis de vento e testes em pista ainda são necessárias. Mas os estudos e aprimoramentos realizados sobre os *softwares CFD* vislumbram que, num futuro breve, a fidelidade na simulação e a precisão nos resultados obtidos serão tão grandes que a utilização do túnel de vento, pelo menos, não será mais necessária. McBeath (2015), ainda destaca que em 2010, na Fórmula 1, existiu o primeiro carro que teve seu projeto aerodinâmico inteiro feito em simulações *CFD* e depois foi direto para as pistas, dispensando a utilização do túnel de vento.

Na vida acadêmica, uma das melhores oportunidades para trabalhar com simulações *CFD* é participando de equipes de competição, como por exemplo equipes *FSAE* (*Formula Society of Automotive Engineers*). A proposta da competição é que as equipes de cada universidade projetem e construam veículos do tipo Fórmula, baseados em regulamento, para competirem em diversas provas entre si.

No universo *FSAE* é muito discutido se realmente vale a pena investir pesado na aerodinâmica do veículo. Segundo Katz (1995) quanto maior a velocidade atingida maior será o *downforce* gerado pelos dispositivos aerodinâmicos e, assim, maior a estabilidade do veículo. A questão é que a velocidade máxima de carros que participam das competições *FSAE* não são tão altas, colocando em dúvida se o *downforce* gerado compensa o aumento do coeficiente de arrasto que inevitavelmente irá ocorrer com a utilização dos acessórios aerodinâmicos.

Sabendo da importância do estudo aerodinâmico em um carro de competição, a proposta é realizá-lo tomando como referência um veículo tipo Fórmula, que atenda aos requisitos para competir nos eventos *FSAE*, e analisar como dispositivos aerodinâmicos (aerofólio, asa dianteira e difusor) influenciam principalmente no coeficiente de arrasto e no *downforce* gerado sobre o carro.

Existem vários *softwares* de simulação *CFD* disponíveis atualmente, alguns pagos e outros livres. O objetivo aqui é utilizar *softwares* livres, já que a licença para os pagos tem um preço bastante elevado. Para as simulações, será utilizado o *OpenFOAM*, que é um *software* gratuito e de código aberto, isto é, o usuário tem a liberdade de personalizar e distribuir os códigos de acordo com as necessidades referentes. Através desse *software* é possível analisar o

comportamento de qualquer tipo de escoamento de fluido, com *solvers* bem desenvolvidos que já vem implementados no *OpenFOAM*.

Além do *software* de simulação, haverá necessidade de um *software* tipo *CAD* (*Computer Aided Design*), para criar a geometria do veículo com os dispositivos aerodinâmicos. Para isso será utilizado o *software FreeCAD*, que também é gratuito. Um outro *software* de *mesh* também será necessário para criar a malha do domínio desejado no estudo. Neste caso o *Gmsh* será o *software* adotado.

Após realizar as simulações computacionais, os resultados de *downforce* e arrasto serão comparados entre os modelos com diferentes configurações aerodinâmicas.

Baseado em todos os pontos apresentados até aqui, a pergunta que motiva esse estudo é:

**Como os dispositivos aerodinâmicos (aerofólio, asa dianteira e difusor) influenciam no *downforce* e no arrasto de um veículo do tipo *FSAE*, segundo simulações realizadas em *software CFD*?**

## 1.2 Justificativa

De acordo com Mcbeath (2015) o estudo da aerodinâmica em um veículo de competição é um dos pontos mais importantes com relação ao seu desempenho na pista, substancialmente no *downforce* gerado. Em muitas competições o sistema de *powertrain* (motor e transmissão) dos carros é quase padrão, definido por regulamento, e são em estudos como da aerodinâmica, por exemplo, que se ganha algum tempo na pista.

Enxergando um pouco além do mundo das competições e pensando em carros comerciais, o estudo aerodinâmico tem importância não somente no desempenho, mas também no consumo de combustível do veículo. Segundo Beauchamp (2009), em um carro de corrida o fator mais importante relacionado à aerodinâmica é aumentar o *downforce*, enquanto que em um carro comercial é diminuir o coeficiente de arrasto, conseqüentemente fazendo-o consumir menos combustível para um mesmo percurso. Então, a aerodinâmica em veículos terrestres começou a ser estudada primeiro em competições, mas logo foi incorporada nos projetos das fabricantes de automóveis, devido à sua grande influência no comportamento de um carro.

## 1.3 Objetivos

### 1.3.1 Geral

Desenvolver uma análise aerodinâmica sobre um veículo tipo *FSAE*, através de simulações em *software CFD*, analisando as variáveis *downforce* e arrasto que atuam sobre o veículo sem dispositivos aerodinâmicos e depois com os dispositivos (Aerofólio, Asa Dianteira e Difusor) em diferentes configurações.

### 1.3.2 Específicos

- Realizar um estudo teórico sobre os principais conceitos que envolvem uma análise aerodinâmica como: conceitos de mecânica dos fluidos, funcionamento de dispositivos aerodinâmicos, métodos de simulação, etc.
- Elaborar uma metodologia para realizar uma análise aerodinâmica.
- Idealizar modelos simplificados de um veículo tipo *FSAE*.
- Desenhar esses modelos simplificados em um *software* do tipo *CAD*.
- Realizar simulações a partir desses modelos em um *software* do tipo *CFD*, analisando os parâmetros de interesse.
- Comparar os resultados de *downforce* e arrasto obtidos entre os modelos com diferentes configurações aerodinâmicas.

## 1.4 Estrutura do Trabalho

Este trabalho está dividido em cinco capítulos: introdução, revisão bibliográfica, metodologia, resultados e discussões, conclusões e recomendações.

A introdução é constituída por uma breve apresentação do problema estudado, o estado da arte deste, seguida de uma justificativa para a escolha do tema e dos objetivos gerais e específicos do estudo.

Na revisão bibliográfica está toda a base teórica necessária sobre aerodinâmica. O princípio de funcionamento dos dispositivos aerodinâmicos, o modelamento matemático envolvido, fundamentos da Fluido Dinâmica Computacional (tradução para *Computational Fluid Dynamics - CFD*), entre outras definições.

A metodologia apresenta os passos para realizar o estudo, em ordem cronológica. Todas as etapas de como desenvolver o experimento estão nesse capítulo, desde a criação dos modelos do veículo até as simulações.

Em resultados e discussões são apresentados os resultados obtidos através das simulações, além de uma análise crítica detalhada, analisando cada parâmetro em diferentes situações.

Por fim, em conclusões e recomendações, tem um balanço mais geral da satisfatoriedade dos resultados obtidos no trabalho, algumas conclusões e sugestões de melhoria com estudos posteriores.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Considerações Iniciais

Segundo Fox *et al* (2006), a análise de qualquer problema de mecânica dos fluidos começa, necessariamente, de modo direto ou indireto, com declarações das leis básicas que modelam o movimento do fluido. As leis básicas, aplicáveis a qualquer fluido, são:

1. A conservação da massa;
2. A segunda lei do movimento de Newton;
3. O princípio da quantidade de movimento angular;
4. A primeira lei da termodinâmica;
5. A segunda lei da termodinâmica.

Obviamente, nem todas as leis básicas são necessárias para resolver um problema. Por outro lado, em muitos deles é necessário buscar relações adicionais para a análise, na forma de equações de estado ou outras de caráter constitutivo, que descrevam o comportamento das propriedades físicas dos fluidos sob determinadas condições.

Anderson (2001), afirma ainda que uma análise aerodinâmica se divide basicamente em dois objetivos que se deseja alcançar:

- A. A previsão de forças, momentos ou transferência de calor que atuam em um corpo imerso em um fluido (geralmente ar).
- B. Descrição do movimento de um fluido escoando internamente através de um duto.

Mas antes de iniciar qualquer estudo aerodinâmico é importante conhecer algumas definições básicas sobre fluidos e escoamentos.

## 2.2 Definições Básicas

### 2.2.1 Fluidos contínuos e de moléculas livres

Considere o fluido envolvendo um corpo como um cilindro de diâmetro  $d$ . Considere também que o fluido é constituído por pequenas moléculas individuais que se movem aleatoriamente. A distância média que uma molécula percorre para atingir outra molécula vizinha é definida como caminho livre médio ( $\lambda$ ). Se  $\lambda$  for bem menor do que a escala medida por  $d$ , o escoamento através do corpo se comporta como uma substância contínua. As moléculas colidem na superfície do corpo tão frequentemente que ele não consegue distinguir as colisões de moléculas individuais, assim a superfície entende que o escoamento, em média, é contínuo (ANDERSON, 2001).

Se  $\lambda$  for da mesma ordem da escala medida por  $d$ , as moléculas serão tão espaçadas que as colisões não serão tão frequentes e o corpo conseguirá distinguir o impacto de cada molécula separadamente. Essa situação configura o escoamento de moléculas livres (ANDERSON, 2001).

A grande maioria das aplicações práticas de aerodinâmica trabalham considerando o escoamento contínuo (ANDERSON, 2001).

### 2.2.2 Viscosidade

É definida como a resistência à deformação dos fluidos em movimento. Não se manifesta quando o fluido está em repouso. A ação da viscosidade representa uma forma de atrito entre as partículas internas que se deslocam com velocidades diferentes (PINOTTI, [s.d.]).

A relação entre a tensão de cisalhamento aplicada e a taxa de deformação do escoamento de um fluido pode ser utilizada para mensurar a viscosidade dinâmica e classificar os fluidos conforme essa variável (FOX *et al*, 2006). A figura 2.1 representa o experimento realizado por Newton para definir a Lei da Viscosidade de Newton.

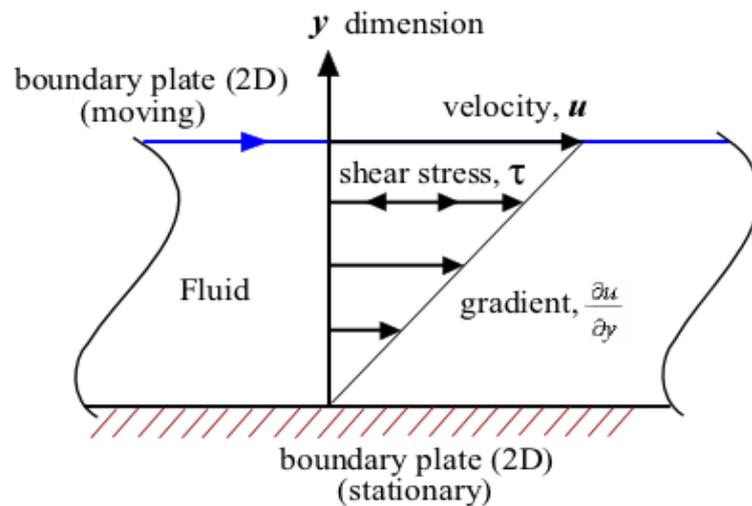


Figura 2.1: Lei da Viscosidade de Newton.  
Fonte: Wikipédia (Viscosidade)

A relação existente entre tensão cisalhante média ( $\tau$ ), velocidade ( $u$ ), deslocamento ( $y$ ) e viscosidade dinâmica ( $\mu$ ), é representada pela equação 2.1:

$$\tau = \mu \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.1)$$

Fox *et al* (2006), reforça que na mecânica dos fluidos também é comum encontrar o termo viscosidade cinemática, que relaciona a viscosidade dinâmica com a massa específica do fluido, conforme equação 2.2:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.2)$$

### 2.2.3 Fluidos Newtonianos e Não-Newtonianos

Um fluido onde a tensão de cisalhamento aplicada é diretamente proporcional à taxa de deformação do escoamento (que obedece a equação 2.1) é chamado de fluido newtoniano.

Água, ar e gasolina são exemplos comuns de fluidos considerados newtonianos (FOX *et al*, 2006).

Fluidos nos quais a tensão de cisalhamento não é diretamente proporcional à taxa de deformação são considerados não-newtonianos. Um exemplo comum é a pasta dental, que se comporta como um fluido quando espremida do tubo, mas não escorre por si só quando a tampa é retirada. Existe um limite de tensão abaixo do qual a pasta se comporta como um sólido (FOX *et al*, 2006).

#### **2.2.4 Escoamento Compressível e Incompressível**

Um fluido, no qual a massa específica é considerada constante, se caracteriza como um fluido incompressível. Em contraste, se a massa específica varia com determinadas condições, o fluido é chamado de compressível (ANDERSON, 2001).

Na realidade, fluidos incompressíveis, onde a massa específica é precisamente constante, não ocorrem na natureza. Entretanto, em alguns estudos aerodinâmicos, esta consideração é plausível a fim de simplificar a solução, já que ocasiona pouquíssimos prejuízos na precisão dos resultados (ANDERSON, 2001).

#### **2.2.5 Escoamento Laminar e Turbulento**

O escoamento laminar ocorre quando as partículas de um fluido se movem ao longo de trajetórias bem definidas, apresentando lâminas ou camadas, cada uma delas preservando sua característica no meio. No escoamento laminar a viscosidade age no fluido no sentido de amortecer a tendência do surgimento da turbulência. Este escoamento ocorre geralmente a baixas velocidades e em fluidos que apresentem grande viscosidade (RODRIGUES, 2014).

Já o escoamento turbulento ocorre quando as partículas de um fluido não se movem ao longo de trajetórias bem definidas, ou seja, as partículas descrevem trajetórias irregulares, com movimento aleatório, produzindo uma transferência de quantidade de movimento entre regiões de massa líquida. Este escoamento é comum na água, cuja viscosidade é relativamente baixa (RODRIGUES, 2014).

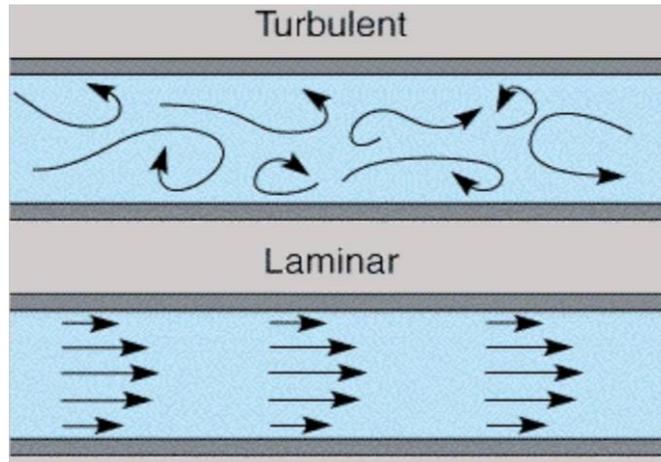


Figura 2.2: Escoamento Turbulento e Laminar.  
Fonte: YouTube (vídeo Flujo Laminar y Turbulento)

O escoamento turbulento é bem mais comum do que o escoamento laminar na maioria dos casos aerodinâmicos existentes (BRUNETTI, 2008).

### 2.2.6 Número de Reynolds

O número de Reynolds (abreviado como  $Re$ ) é um número adimensional usado em mecânica dos fluidos para o cálculo do regime de escoamento de determinado fluido dentro de um tubo ou sobre uma superfície. É utilizado, por exemplo, em projetos de tubulações industriais e asas de aviões. O seu nome vem de Osborne Reynolds, um físico e engenheiro irlandês. O seu significado físico é um quociente entre as forças de inércia e as forças de viscosidade (RODRIGUES, 2014, pág. 28).

Para o caso de tubulações, por exemplo, Reynolds definiu a equação 2.3 e as seguintes condições (BRUNETTI, 2008):

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\mu} \quad (2.3)$$

Onde  $D$  é o diâmetro da tubulação.

$Re < 2000$  – Escoamento Laminar

$2000 < Re < 2400$  – Escoamento Transitório (Passando do Laminar para o Turbulento)

$Re > 2400$  – Escoamento Turbulento

A importância fundamental do número de Reynolds é a possibilidade de se avaliar a estabilidade do fluxo podendo obter uma indicação se o escoamento flui de forma laminar ou turbulenta. O número de Reynolds constitui a base do comportamento de sistemas reais, pelo uso de modelos reduzidos. Um exemplo comum é o túnel aerodinâmico onde se medem forças desta natureza em modelos de asas de aviões. Pode-se dizer que dois sistemas são dinamicamente semelhantes se o número de Reynolds, for o mesmo para ambos (RODRIGUES, 2014, pág. 28).

### 2.2.7 Número de Reynolds para perfis aerodinâmicos

O número de Reynolds para perfis aerodinâmicos pode ser expresso como função da corda média aerodinâmica do perfil ( $\bar{c}$ ):

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot \bar{c}}{\mu} \quad (2.4)$$

Onde  $v$  representa a velocidade do escoamento,  $\rho$  é a densidade do ar e  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do ar (RODRIGUES, 2014).

A determinação do número de Reynolds representa um fator muito importante para a escolha e análise adequada das características aerodinâmicas de um perfil aerodinâmico, pois a eficiência de um perfil em gerar sustentação e arrasto está intimamente relacionada ao número de Reynolds obtido. Geralmente no estudo do escoamento sobre asas de aviões o fluxo se torna turbulento para números de Reynolds da ordem de  $1 \times 10^7$ , sendo que abaixo desse valor geralmente o fluxo é laminar (RODRIGUES, 2014, pág. 28).

### 2.2.8 Número de Mach

Fox *et al* (2006), definem o número de Mach como um valor adimensional determinado pela razão entre a velocidade de escoamento do fluido e a velocidade do som neste meio, em condições específicas de temperatura e pressão. Este parâmetro pode ser utilizado para

classificar o escoamento, como subsônico, sônico ou supersônico, cada um apresentando características particulares. No geral um escoamento subsônico é mais linear, com as linhas de fluxo ordenadas, enquanto o escoamento supersônico contém linhas de fluxo descontínuas. A expressão que define este parâmetro é a seguinte:

$$M = \frac{v_F}{v_S} \quad (2.5)$$

Nesta equação,  $M$  é o número de Mach,  $v_F$  é a velocidade do escoamento e  $v_S$  é a velocidade do som.

Quando o número de Mach é menor que 1, os escoamentos são definidos como subsônicos, quando é igual a 1 o escoamento é sônico e para valores maiores que um, temos escoamentos supersônicos (ANDERSON, 2001).

### 2.3 Equações de Navier-Stokes e simplificações

As equações de Navier-Stokes são relações matemáticas que representam os escoamentos dos fluidos. As enormes dificuldades matemáticas encontradas quando resolvendo as equações de Navier-Stokes tem, até o presente, impedido estudiosos de obter uma solução analítica única na qual os termos convectivos interagem genericamente com os termos viscosos. Entretanto, soluções conhecidas, depois de algumas considerações, concordam tão bem com os experimentos que a validade geral das equações de Navier-Stokes mal pode ser posta em dúvida (MUNSON *et al*, 2004).

A partir da equação de conservação da quantidade de movimento linear (equação 2.6) adequada à um sistema é possível chegar à equação diferencial da conservação da quantidade de movimento linear, que é a base para definir as equações de Navier-Stokes:

$$\mathbf{F} = \frac{D\mathbf{P}}{Dt} \Big|_{\text{sistema}} \quad (2.6)$$

Na equação 2.6,  $\mathbf{F}$  é a força resultante que atua sobre o fluido e  $\mathbf{P}$  é a quantidade de movimento linear, definida pela equação 2.7:

$$\mathbf{P} = \int_{\text{sistema}} \mathbf{V} dm \quad (2.7)$$

O operador  $D()/Dt$  é a derivada material (ou derivada substancial) que, considerando uma partícula fluida qualquer que se move ao longo de uma trajetória, onde a velocidade dessa partícula depende do tempo e da posição, representa o seguinte somatório:

$$\frac{D()}{Dt} = \frac{\partial()}{\partial t} + u \frac{\partial()}{\partial x} + v \frac{\partial()}{\partial y} + w \frac{\partial()}{\partial z} \quad (2.8)$$

Na equação 2.11,  $u = dx/dt$ ,  $v = dy/dt$  e  $w = dz/dt$ .

A derivada material também pode ser apresentada na seguinte notação:

$$\frac{D()}{Dt} = \frac{\partial()}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla)(\quad) \quad (2.9)$$

Na equação 2.9, o produto escalar do vetor velocidade,  $\mathbf{V}$ , com o operador gradiente,  $\nabla(\quad) = \partial(\quad)/\partial x \hat{\mathbf{i}} + \partial(\quad)/\partial y \hat{\mathbf{j}} + \partial(\quad)/\partial z \hat{\mathbf{k}}$  (que é um operador vetorial), fornece uma notação conveniente para as derivadas espaciais que aparecem na representação cartesiana da derivada material. Observa-se que a notação  $\mathbf{V} \cdot \nabla$  representa o operador  $\mathbf{V} \cdot \nabla(\quad) = u \partial(\quad)/\partial x + v \partial(\quad)/\partial y + w \partial(\quad)/\partial z$ .

Apresentado, resumidamente, o conceito da derivada material, é possível agora prosseguir com o raciocínio para chegar à equação diferencial da conservação da quantidade de movimento linear (MUNSON *et al*, 2004).

Aplicando a equação 2.6 a um sistema diferencial que inicialmente contém uma massa  $\delta m$ , tem-se:

$$\delta \mathbf{F} = \frac{D(\mathbf{V}\delta m)}{Dt} \quad (2.10)$$

Onde  $\delta \mathbf{F}$  é a força resultante que atua em  $\delta m$ . Considerando a massa do sistema constante, pode-se escrever:

$$\delta \mathbf{F} = \delta m \frac{D\mathbf{V}}{Dt} \quad (2.11)$$

Na equação 2.11,  $D\mathbf{V}/Dt$  é a aceleração,  $\mathbf{a}$ , do elemento. Assim:

$$\delta \mathbf{F} = \delta m \mathbf{a} \quad (2.12)$$

A equação 2.12 nada mais é do que a segunda lei de Newton aplicada à massa  $\delta m$ . A questão agora é encontrar a melhor forma para expressar a força  $\delta \mathbf{F}$ .

É razoável considerar dois tipos de forças que atuam no elemento fluido: as forças de superfície (que atuam na superfície do elemento) e as forças de campo (que são forças distribuídas que atuam no “meio” do fluido). Começando pelas forças de campo, será considerada apenas a força gravitacional, que é uma das forças de campo mais relevantes para o estudo de mecânica dos fluidos. Implementando a aceleração da gravidade na equação 2.12, tem-se:

$$\delta \mathbf{F}_b = \delta m \mathbf{g} \quad (2.13)$$

Onde  $\mathbf{g}$  é o vetor aceleração da gravidade. Decompondo a força gravitacional representada na equação 2.13 nas direções x, y e z:

$$\delta F_{bx} = \delta m g_x \quad (2.14)$$

$$\delta F_{by} = \delta m g_y \quad (2.15)$$

$$\delta F_{bz} = \delta m g_z \quad (2.16)$$

Já as forças de superfície são o resultado da interação do elemento com o meio em que o fluido está escoando. Essa interação pode ser modelada como uma força  $\delta F_s$  que atua em uma pequena área  $\delta A$  localizada em uma superfície arbitrária situada na massa de fluido. Geralmente a força  $\delta F_s$  está inclinada em relação à superfície. Dessa forma, é conveniente decompor essa força nas componentes  $\delta F_n$ ,  $\delta F_1$  e  $\delta F_2$ . A figura 2.3 ilustra uma superfície arbitrária com as componentes da força citada anteriormente (MUNSON *et al*, 2004).

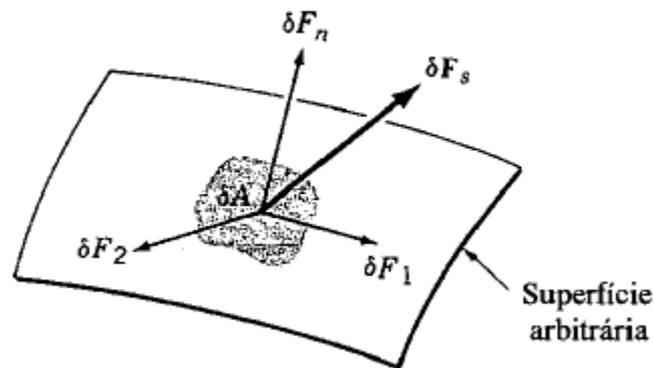


Figura 2.3: Componentes da força em uma superfície diferencial arbitrária  
Fonte: Munson *et al*, Fundamentos da Mecânica dos Fluidos (2004)

Na figura 2.3 a força  $\delta F_n$  é normal à área  $\delta A$  e as componentes  $\delta F_1$  e  $\delta F_2$  são paralelos ao plano da superfície e ortogonais entre si. A tensão normal,  $\sigma_n$ , é definida por:

$$\sigma_n = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F_n}{\delta A} \quad (2.17)$$

E as tensões de cisalhamento são definidas por:

$$\tau_1 = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F_1}{\delta A} \quad (2.18)$$

$$\tau_2 = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F_2}{\delta A} \quad (2.19)$$

A intensidade da força por unidade de área que atua em um ponto do corpo pode ser representada pela tensão normal e por duas tensões cisalhantes se a orientação da área estiver especificada. Geralmente utiliza-se um sistema de coordenadas para especificar a orientação em uma superfície (MUNSON *et al*, 2004).

A figura 2.4 a seguir ilustra a notação para tensões e ajuda a explicar a convenção de sinais adotada com relação ao plano cartesiano de referência.

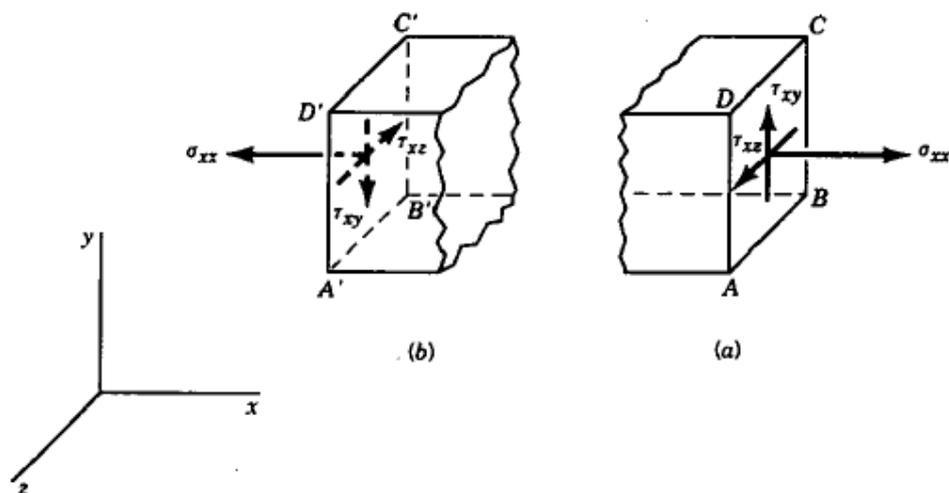


Figura 2.4: Notação para as tensões

Fonte: Munson *et al*, Fundamentos da Mecânica dos Fluidos (2004)

A tensão normal é escrita como  $\sigma_{xx}$  e as tensões de cisalhamento  $\tau_{xy}$  e  $\tau_{xz}$  no plano ABCD da figura 2.4a (que é paralelo ao plano y-z do sistema de coordenadas). Nota-se que existem dois sub índices para identificar uma tensão que atua em uma superfície. O primeiro sub índice indica a direção da normal ao plano em que a tensão atua e o segundo sub índice indica a direção em que a tensão atua. Desse modo, a tensão normal apresenta dois sub índices

iguais enquanto os sub índices das tensões de cisalhamentos são sempre diferentes (MUNSON *et al*, 2004).

Quanto à convenção de sinais, admitir-se-á que uma tensão é positiva quando aponta para o sentido positivo do sistema de coordenadas e quando a área, onde atua a tensão, apresenta normal positiva. Todas as tensões ilustradas na figura 2.4a são positivas pois a normal à superfície ABCD é positiva e as tensões apontam nos sentidos positivos do sistema de coordenadas. As tensões ilustradas na figura 2.4b também são positivas pois a normal da superfície A'B'C'D' é negativa e as tensões apontam para os sentidos negativos dos eixos do sistema de coordenadas. Então, as tensões normais positivas são tensões de tração, que tendem a esticar o “material” (MUNSON *et al*, 2004).

Vale recordar que o estado de tensão em um ponto do material não pode ser totalmente definido se forem especificados apenas os três componentes do “vetor tensão” pois o mesmo também depende da orientação do plano que passa pelo ponto. Entretanto, é possível mostrar que as tensões normal e de cisalhamento que atuam em qualquer plano que passa pelo ponto podem ser expressas pelas tensões que atuam em três planos ortogonais e que passam pelo ponto (MUNSON *et al*, 2004).

As forças de superfície que atuam em um pequeno elemento cúbico de fluido podem ser expressas em função das tensões que atuam nas faces do elemento. Normalmente, as tensões que atuam em um fluido variam de ponto para ponto do campo de escoamento. Assim, é conveniente expressar as forças que atuam nas várias faces do elemento em função das tensões que atuam em seu centro e dos gradientes de tensões nas direções do sistema de coordenadas, como mostra a figura 2.5 (MUNSON *et al*, 2004).

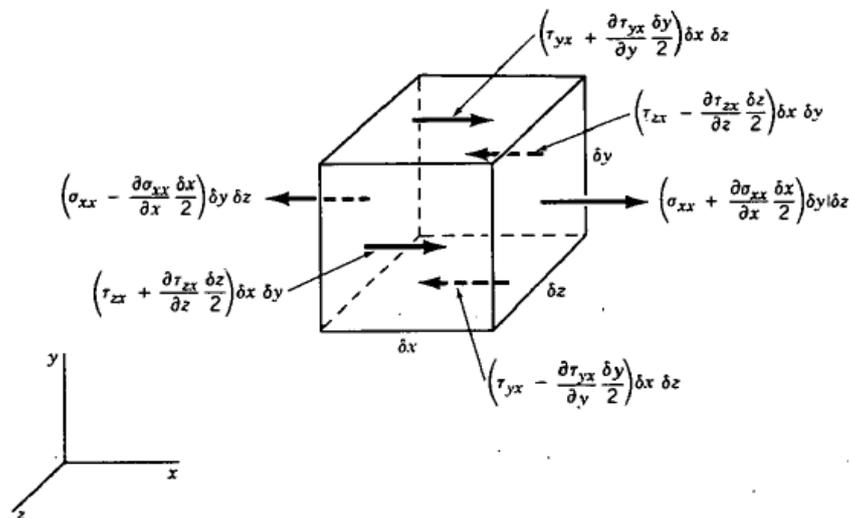


Figura 2.5: Componentes na direção x das forças superficiais que atuam no elemento fluido  
Fonte: Munson *et al*, Fundamentos da Mecânica dos Fluidos (2004)

Na figura 2.5 estão representadas apenas as tensões que atuam na direção x, a fim de não carregar tanto o desenho.

Todas as tensões precisam ser multiplicadas por uma área para que seja possível obter uma força. A somatória de todas as tensões na direção x fornece:

$$\delta F_{sx} = \left( \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \delta x \delta y \delta z \quad (2.20)$$

Onde  $\delta F_{sx}$  é a força superficial resultante na direção x. De maneira análoga é possível expressar as forças nas direções y e z:

$$\delta F_{sy} = \left( \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) \delta x \delta y \delta z \quad (2.21)$$

$$\delta F_{sz} = \left( \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) \delta x \delta y \delta z \quad (2.22)$$

A força superficial resultante pode ser representada por:

$$\delta \mathbf{F}_s = \delta F_{sx} \hat{\mathbf{i}} + \delta F_{sy} \hat{\mathbf{j}} + \delta F_{sz} \hat{\mathbf{k}} \quad (2.23)$$

Esta força pode ser combinada com a força de campo,  $\delta \mathbf{F}_b$  (representada na equação 2.13), para representar a força total,  $\delta \mathbf{F}$ , que atua na massa diferencial  $\delta m$  (i.e.,  $\delta \mathbf{F} = \delta \mathbf{F}_s + \delta \mathbf{F}_b$ ).

### 2.3.1 Equações de Movimento

As equações de movimento podem ser obtidas substituindo as equações das forças de campo e superfície na equação 2.12, que pode ser expressada nas direções x, y e z:

$$\delta \mathbf{F}_x = \delta m \mathbf{a}_x \quad (2.24)$$

$$\delta \mathbf{F}_y = \delta m \mathbf{a}_y \quad (2.25)$$

$$\delta \mathbf{F}_z = \delta m \mathbf{a}_z \quad (2.26)$$

Onde  $\delta m = \rho \delta x \delta y \delta z$  e os componentes do vetor aceleração são descritos pelas seguintes equações:

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2.27)$$

$$a_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \quad (2.28)$$

$$a_z = \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.29)$$

Combinando as equações 2.27, 2.28 e 2.29 com as equações 2.14, 2.15, 2.16, 2.20, 2.21 e 2.22, que são as equações das forças de campo e de superfície, tem-se:

$$\rho g_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2.30)$$

$$\rho g_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} = \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (2.31)$$

$$\rho g_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = \rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2.32)$$

Essas equações (2.30, 2.31 e 2.32) são chamadas de equações diferenciais gerais do movimento para um fluido. De fato, elas podem ser aplicadas em qualquer meio contínuo (sólido ou líquido) em movimento ou em repouso. Porém, é possível notar que existem mais incógnitas do que equações e, para resolver problemas específicos através das equações de movimento, é preciso antes estudar melhor as tensões que atuam no meio (MUNSON *et al*, 2004).

### 2.3.2 Definição das tensões normais e cisalhantes

Se o escoamento for considerado viscoso, e o fluido em questão for considerado Newtoniano e incompressível, é possível definir as tensões normais como:

$$\sigma_{xx} = -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.33)$$

$$\sigma_{yy} = -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.34)$$

$$\sigma_{zz} = -p + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.35)$$

Onde  $p$  é a pressão definida como a média das três tensões normais com sinal negativo, ou seja  $-p = 1/3(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$ . As três tensões normais não são necessariamente iguais para fluidos viscosos em movimento, por isso a pressão precisa ser descrita dessa forma. Quando o fluido está em repouso as três tensões normais são iguais (MUNSON *et al*, 2004).

As tensões de cisalhamento também podem ser definidas:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (2.36)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (2.37)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2.38)$$

Percebe-se que as tensões estão linearmente relacionadas às deformações nos fluidos Newtonianos, assim como acontece nos corpos elásticos.

### 2.3.3 As equações de Navier-Stokes

Aplicando as definições das tensões normais e cisalhantes da seção anterior às equações gerais de movimento (equações 2.30, 2.31 e 2.32) é possível chegar às equações de Navier-Stokes. O procedimento será demonstrado a seguir para a direção x.

Como o que será feito, basicamente, é substituir os termos das tensões normais e cisalhantes pelas definições da seção anterior, será apresentado somente o lado esquerdo da equação de movimento para a direção x, a fim de simplificar o desenvolvimento da mesma, pois o lado direito permanecerá exatamente do jeito que está na equação 2.30.

$$\rho g_x + \frac{\partial \left( -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} + \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left( \mu \frac{\partial w}{\partial x} + \mu \frac{\partial u}{\partial z} \right)}{\partial z} \quad (2.39)$$

$$= \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \mu \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (2.40)$$

$$= \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \mu \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \mu \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \mu \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.41)$$

É possível notar na passagem da equação 2.40 para a equação 2.41 que a seguinte propriedade de derivadas é utilizada:

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.42)$$

Essa propriedade ocorre sempre quando a derivada é contínua (MUNSON,2004). Continuando o raciocínio para chegar nas equações de Navier-Stokes, realocando os componentes da equação 2.41, tem-se:

$$= \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2.43)$$

A parte que está entre parênteses no último termo da equação 2.43 é a equação da continuidade na forma diferencial e pode ser igualada a zero, ou seja:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.44)$$

Essa equação vem do princípio da conservação da massa, e leva em consideração que o escoamento seja incompressível e o regime permanente. Porém, ela é aplicável a escoamentos incompressíveis em regime transitório também (MUNSON, 2004). Dessa forma, o lado esquerdo da equação de Navier-Stokes para a direção x é:

$$= \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2.45)$$

O lado direito da equação, como já foi dito antes, é exatamente igual ao da equação geral de movimento (equação 2.30). Dessa forma a equação de Navier-Stokes para a direção x completa fica da seguinte forma:

$$\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2.46)$$

De maneira análoga, é possível obter as equações para as direções y e z:

$$\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) = \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (2.47)$$

$$\rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) = \rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2.48)$$

As equações 2.46, 2.47 e 2.48 são as famosas equações de Navier-Stokes para as direções x, y e z. Essas três equações combinadas com a equação da continuidade (equação 2.44) fornecem uma descrição matemática completa do escoamento incompressível de um fluido Newtoniano pois existem quatro equações e quatro incógnitas ( $u, v, w$  e  $p$ ). Infelizmente a complexidade das equações de Navier-Stokes (são equações diferenciais parciais de segunda ordem e não-lineares) não permitiu até o momento muitas soluções analíticas. Em contrapartida, os resultados das poucas soluções analíticas foram tão compatíveis com resultados obtidos experimentalmente que as equações de Navier-Stokes são consideradas as equações diferenciais que descrevem o movimento de um fluido incompressível e Newtoniano (MUNSON, 2004).

#### 2.3.4 As equações de Euler

É comum, em alguns casos, considerar o escoamento em questão como sendo invíscido (desprezando os efeitos da viscosidade). Essa simplificação é bastante razoável quando o fluido

de trabalho possui viscosidade muito baixa, como é o caso do ar e da água por exemplo. Dessa forma, a viscosidade nas equações de Navier-Stokes vale zero ( $\mu = 0$ ) (MUNSON, 2004).

Então as equações se reduzem a:

$$\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} = \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2.49)$$

$$\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} = \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (2.50)$$

$$\rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} = \rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2.51)$$

As equações 2.49, 2.50 e 2.51 são as equações de Euler, que tratam da relação que existe entre a pressão e o escoamento. Essas equações podem ser representadas na forma vetorial da seguinte forma:

$$\rho \mathbf{g} - \nabla p = \rho \left[ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right] \quad (2.52)$$

Apesar das equações de Euler serem consideravelmente mais simples do que as equações gerais de movimento (equações 2.30, 2.31 e 2.32) ainda não é possível encontrar um método geral que possibilite determinar como varia a pressão e a velocidade em todos os pontos do campo de escoamento. A grande dificuldade para resolver as equações de Euler são os termos de velocidade não lineares que aparecem na aceleração convectiva (tais como  $u \partial u / \partial x$ ,  $v \partial u / \partial y$ , etc.). Porém, elas podem ser usadas, em determinadas condições, para obter informações sobre campos de escoamentos invíscidos (MUNSON, 2004).

### 2.3.5 A equação de Bernoulli

A partir da equação de Euler na forma vetorial é possível derivar a famosa equação de Bernoulli. Primeiramente, será considerado que o escoamento ocorre em regime permanente, desse modo a equação de Euler (equação 2.52) se reduz a:

$$\rho g - \nabla p = \rho(\mathbf{V} \cdot \nabla)\mathbf{V} \quad (2.53)$$

Será feita a integração desta equação diferencial ao longo de uma linha de corrente arbitrária (conforme figura 2.6).

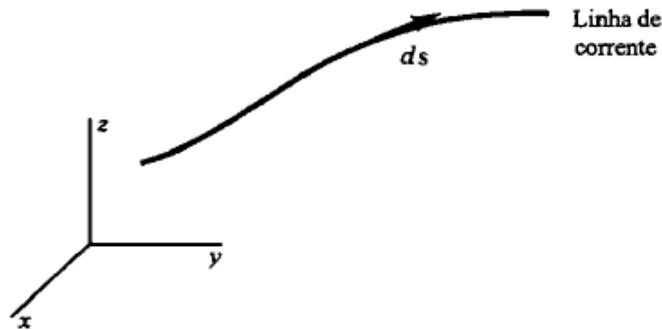


Figura 2.6: Representação do comprimento diferencial ao longo da linha de corrente  
Fonte: Munson *et al*, Fundamentos da Mecânica dos Fluidos (2004)

É possível notar na figura 2.6 que o sistema de coordenadas adotado possui o eixo z positivo “apontando” para cima, dessa forma, o vetor aceleração da gravidade pode ser representado da seguinte forma:

$$\mathbf{g} = -g\nabla z \quad (2.54)$$

Onde  $g$  é o módulo do vetor aceleração da gravidade. Conhecendo a seguinte identidade vetorial:

$$(\mathbf{V} \cdot \nabla)\mathbf{V} = \frac{1}{2}\nabla(\mathbf{V} \cdot \mathbf{V}) - \mathbf{V} \times (\nabla \times \mathbf{V}) \quad (2.55)$$

é possível transformar a equação 2.53 em:

$$-\rho g z - \nabla p = \frac{\rho}{2}\nabla(\mathbf{V} \cdot \mathbf{V}) - \rho(\mathbf{V} \times \nabla \times \mathbf{V}) \quad (2.56)$$

Rearranjando os termos dessa equação, tem-se:

$$\frac{\nabla p}{\rho} + \frac{1}{2}\nabla(V^2) + g\nabla z = \mathbf{V} \times (\nabla \times \mathbf{V}) \quad (2.57)$$

O próximo passo é realizar o produto escalar de cada um dos termos da equação pelo comprimento diferencial ( $ds$ ) considerado ao longo da linha de corrente (ver figura 2.6):

$$\frac{\nabla p}{\rho} \cdot ds + \frac{1}{2}\nabla(V^2) \cdot ds + g\nabla z \cdot ds = [\mathbf{V} \times (\nabla \times \mathbf{V})] \cdot ds \quad (2.58)$$

Os vetores  $ds$  e  $\mathbf{V}$  são paralelos porque  $ds$  se dá na direção da linha de corrente. Por outro lado, o vetor  $\mathbf{V} \times (\nabla \times \mathbf{V})$  é perpendicular a  $\mathbf{V}$ , ou seja:

$$[\mathbf{V} \times (\nabla \times \mathbf{V})] \cdot ds = 0 \quad (2.59)$$

É importante lembrar que “o produto escalar do gradiente de um escalar por um comprimento diferencial fornece a variação diferencial do escalar na direção do comprimento diferencial” (MUNSON, 2004, pág. 283). Assim, se  $ds = dx \hat{\mathbf{i}} + dy \hat{\mathbf{j}} + dz \hat{\mathbf{k}}$ , é possível escrever que  $\nabla p \cdot ds = (\partial p/\partial x)dx + (\partial p/\partial y)dy + (\partial p/\partial z)dz = dp$ . Substituindo esse resultado na equação 2.58 tem-se:

$$\frac{dp}{\rho} + \frac{1}{2}d(V^2) + g dz = 0 \quad (2.60)$$

As variações na pressão, velocidade e altura devem ser analisadas ao longo da linha de corrente. Integrando a equação 2.60, obtém-se:

$$\int \frac{dp}{\rho} + \frac{V^2}{2} + g z = 0 \quad (2.61)$$

A equação 2.61 indica que a soma dos três termos da mesma precisa ser constante ao longo da linha de corrente. Essa equação é válida para escoamentos incompressíveis e compressíveis (mas para os escoamentos compressíveis existe a necessidade de conhecer como a densidade  $\rho$  varia com a pressão  $p$ ) (MUNSON, 2004).

Se for considerado um escoamento invíscidos e incompressível (escoamento ideal) a equação 2.61 pode ser reescrita como:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + g z = \text{constante} \quad (2.62)$$

Se for considerado dois pontos em uma linha de corrente, (1) e (2), e se todos os termos da equação 2.62 for dividido por  $g$ , surge a seguinte equação:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \quad (2.63)$$

A equação 2.63 é a forma mais comum da equação de Bernoulli. É importante frisar que essa equação é válida para escoamentos em uma linha de corrente, invíscidos, incompressíveis e que ocorrem em regime permanente.

## 2.4 Dispositivos Aerodinâmicos

### 2.4.1 Forças de Arrasto e Sustentação (*Downforce*)

White (2011, p. 486) relata que “qualquer corpo de qualquer formato, quando imerso em uma corrente de fluido, experimentará forças e momentos oriundos do escoamento”. Segundo McBeath (2015), o estudo aerodinâmico de um veículo terrestre leva em consideração, principalmente, duas dessas forças que atuam no corpo imerso em um fluido, que são as forças de arrasto e sustentação.

A força de arrasto atua na mesma direção do escoamento, impondo uma resistência ao movimento. Se um corpo quiser se mover para frente ele precisa vencer a força de arrasto (WHITE, 2011).

Já a força de sustentação se dá na direção perpendicular ao arrasto e geralmente realiza tarefas úteis, como sustentar o peso de um corpo (WHITE, 2011).

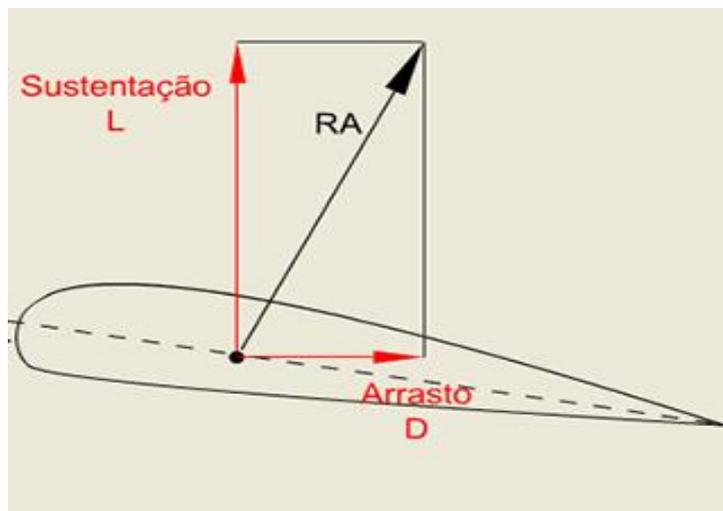


Figura 2.7: Representação das Forças de Arrasto e Sustentação em um perfil aerodinâmico típico em asas de aviões.

Fonte: Blog Hangar 33 (Os princípios da aerodinâmica do voo)

White (2011) define a equação 2.64 para mensurar o coeficiente de arrasto ( $C_A$ ):

$$C_A = \frac{F_A}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot A} \quad (2.64)$$

Onde  $F_A$  é a força de arrasto,  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $V$  é a velocidade livre do escoamento e  $A$  é a área que, em geral, pode ser analisada de três formas segundo White (2011):

1. Área frontal – Corpo visto da corrente, adequada para corpos espessos e rombudos, como carros, caminhões, mísseis, etc.;
2. Área planificada – o corpo visto de cima, adequada para corpos largos e achatados, como asas por exemplo;
3. Área molhada, utilizada para superfície de embarcações.

Nos automóveis, por exemplo, a evolução das formas aerodinâmicas com o passar dos anos proporcionou um decréscimo gradual no coeficiente de arrasto, conforme o gráfico da figura 2.8:

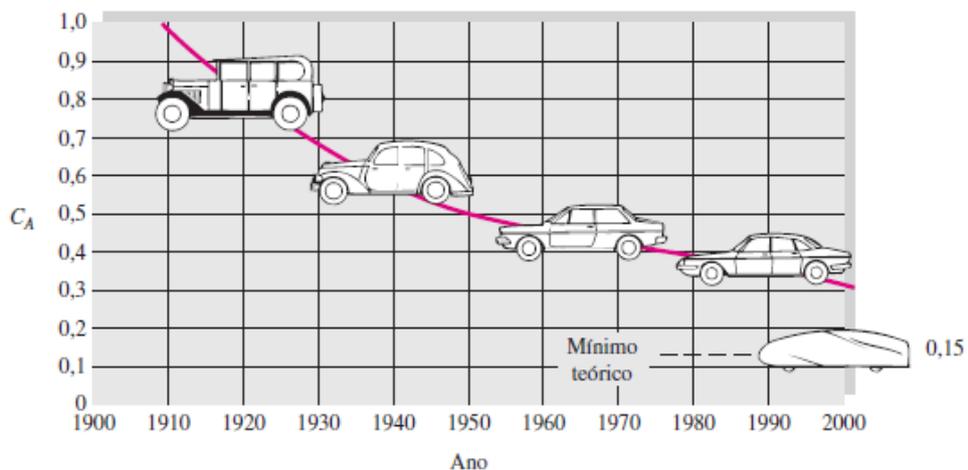


Figura 2.8: Diminuição do arrasto nos automóveis ao longo dos anos.  
Fonte: McBeath, Competition Car Aerodynamics (2015)

O coeficiente de sustentação é definido por White (2011) de maneira semelhante ao coeficiente de arrasto, pela equação 2.65:

$$C_S = \frac{F_S}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot A} \quad (2.65)$$

Porém,  $F_S$  é a força de sustentação e a área considerada aqui, na maioria das análises, é a área planificada.

O termo *downforce* é usado para representar a força de sustentação na direção negativa (para baixo), e é muito utilizado em análises aerodinâmicas de veículos terrestres (McBEATH, 2015).

#### 2.4.2 Princípio de funcionamento do Aerofólio

Os aerofólios (asas) começaram a ganhar destaque no final da década de 1960, na Fórmula 1, quando começaram a adotar aerofólios na traseira e dianteira do carro a fim de gerar *downforce* com o mínimo de arrasto possível (McBEATH, 2015).

Para entender melhor esse dispositivo, McBeath (2015) aborda algumas definições básicas primeiramente:

- Borda principal – parte frontal da asa, que geralmente tem um perfil arredondado.
- Borda de fuga – parte traseira da asa, que costuma ser fina e aguda para que o escoamento flua de maneira uniforme.
- Linha de corda – É o comprimento do perfil do aerofólio, definido pela distância entre a borda principal e a borda de fuga.
- Espessura do aerofólio – É a espessura máxima do perfil do aerofólio, que pode ser calculada como uma porcentagem do tamanho da linha de corda.
- Ângulo de ataque – É o ângulo entre o fluxo do escoamento livre e a linha de corda do aerofólio.
- Linha de curvatura – Definição utilizada quando a curvatura da asa nas partes superior e inferior são diferentes.

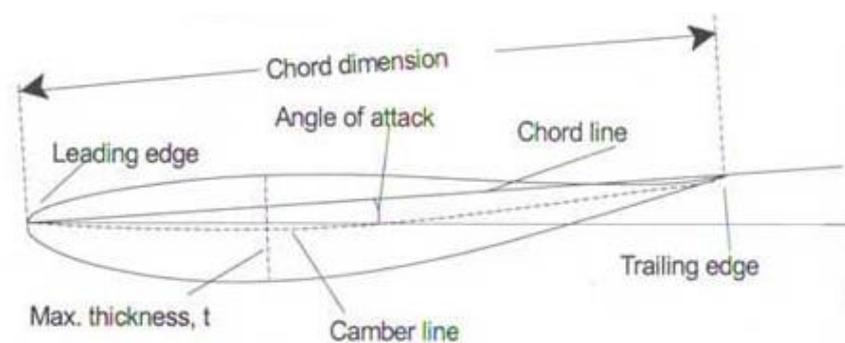


Figura 2.9: Terminologia do perfil de um aerofólio.

Fonte: McBeath, Competition Car Aerodynamics (2015)

O objetivo do aerofólio é criar uma diferença de pressão entre as partes superior e inferior através da geometria do perfil. O fluido (que no caso é o ar) percorre, ao mesmo tempo, um caminho maior na parte de baixo do perfil do que na parte de cima, então a velocidade na parte inferior é maior que na parte superior. O princípio de Bernoulli, apresentado anteriormente, afirma que a velocidade e a pressão são inversamente proporcionais. Assim a pressão na parte inferior de um aerofólio é menor do que na parte superior, fazendo com que apareça uma força “empurrando” o aerofólio para baixo (McBEATH, 2015).

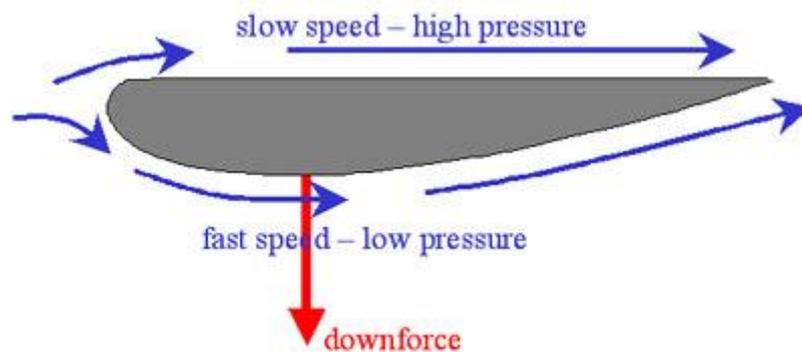


Figura 2.10: Princípio de funcionamento de um aerofólio.  
Fonte: diracdelta.com

### 2.4.3 Princípio de funcionamento do difusor

Outra maneira de gerar *downforce* em carros ganhou força no final da década de 1960, quando proibiram o uso de asas na Fórmula 1. Através de um trabalho aerodinâmico na superfície inferior do carro tornou-se possível criar uma zona de baixa pressão nessa região, fazendo com que a pressão na parte de cima do veículo ficasse maior que na parte de baixo, “empurrando” o carro contra o chão (McBEATH, 2015).

Basicamente a ideia aqui é fazer com que o fluxo de ar na parte de baixo do veículo seja mais acelerado em um ponto do que em outro, de acordo com o Princípio de Bernoulli (assim como nos aerofólios), para criar uma zona de baixa pressão. Essa região de velocidade maior do fluxo de ar é conseguida através de carros com assoalho muito próximo ao chão e, na parte traseira do veículo, um dispositivo aerodinâmico chamado difusor é o responsável pela desaceleração do fluxo. Entre a parte próxima ao chão e a entrada do difusor é criada a zona de baixa pressão, conforme ilustrado na figura 2.11 (McBEATH, 2015).

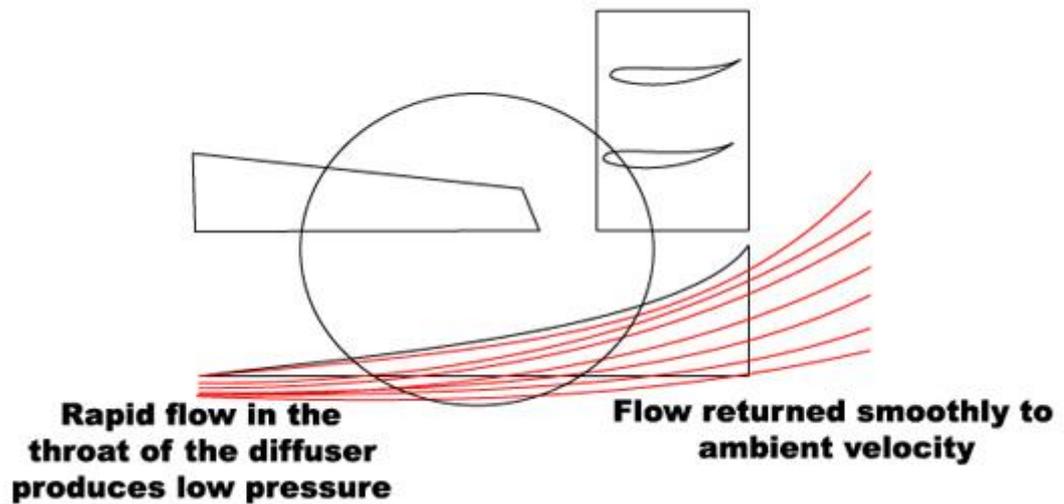


Figura 2.11: Princípio de funcionamento do difusor.  
 Fonte: Race Car Engineering (Diffusers)

Uma coisa que torna o difusor muito atraente é o fato de que através dele é possível conseguir um valor considerável de *downforce* sem gerar praticamente nada de arrasto. O gráfico da figura 2.12 mostra a variação dos coeficientes de arrasto e sustentação (*downforce*) em função do tamanho do difusor.

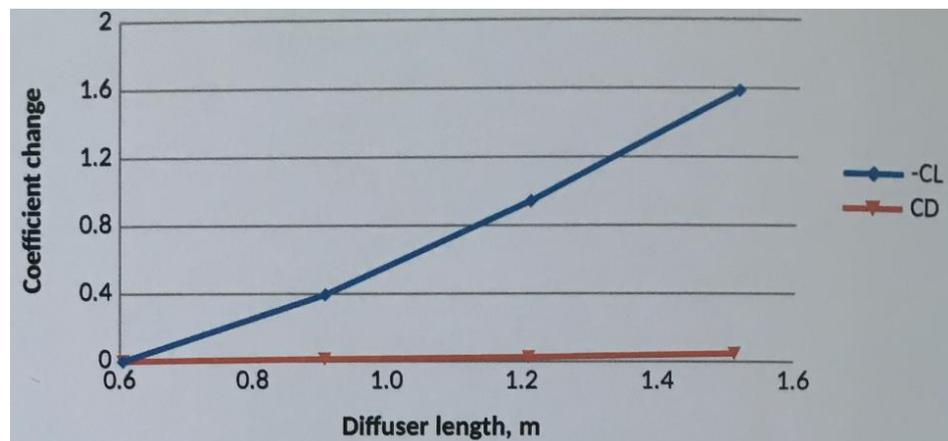


Figura 2.12: Variação dos coeficientes de arrasto e sustentação com o tamanho do difusor.  
 Fonte: McBeath, Competition Car Aerodynamics (2015)

## 2.5 Computational Fluid Dynamics (CFD)

*CFD* (em português Fluido Dinâmica Computacional) é uma alternativa muito prática e flexível para realizar simulações de casos onde o fluido é o meio operante. Fornece uma

abordagem qualitativa (e as vezes quantitativa) de escoamentos de fluidos através de modelagem matemática, métodos numéricos e ferramentas de *software* (KUZMIN, [s.d.]).

Nem sempre é simples realizar estudos sobre escoamento de fluidos pelos métodos tradicionais (experimentos), muitas vezes tem um custo elevado, e as simulações através de softwares *CFD* se tornam muito pertinentes pela facilidade de variar parâmetros e obter uma pré-visualização do estudo em questão. A tabela 2.1 apresenta algumas características das simulações *CFD* e experimentais (KUZMIN, [s.d.]).

Tabela 2.1 – Características dos tipos de simulações

Experimentais	<i>CFD</i>
Caro	Barato
Lento	Rápido
Sequencial	Paralelo
Único Propósito	Multiuso

Fonte: Dmitri Kuzmin - Introduction to Computational Fluid Dynamics [s.d.]

Kuzmin [s.d.], afirma que apesar das inúmeras vantagens da simulação *CFD* seus resultados nunca são 100% confiáveis, devido aos seguintes fatores:

- Frequente imprecisão nos dados de entrada (muitas vezes é necessário estimar valores);
- O modelo matemático utilizado pode não ser o mais adequado para o problema;
- A precisão dos resultados depende da capacidade do computador.

Basicamente os passos para realizar uma simulação *CFD*, segundo Kuzmin [s.d.], são os seguintes:

1. Declaração do problema

Definir qual é o tipo de escoamento, quais fenômenos físicos precisam ser considerados, a geometria do domínio e as condições de funcionamento. Além disso, especificar claramente qual é o objetivo da simulação e a maneira mais rápida, fácil e barata de realizá-la.

2. Modelo matemático

Escolher um modelo de fluxo adequado; identificar as forças que causam ou influenciam o movimento do fluido; simplificar as equações governantes para reduzir o esforço computacional (utilizar as informações disponíveis sobre o regime de fluxo prevalecente, verificar se há simetrias e direções de fluxo predominantes (1D / 2D), negligenciar os termos que têm pouca ou nenhuma influência nos resultados, etc.); adicionar relações constitutivas e especificar as condições iniciais / limite.

### 3. Geração de malha

Decomposição dos elementos criados no *CAD* em células ou elementos; tamanho e formato da malha influenciam diretamente na precisão dos resultados, mas dependem da capacidade do computador.

### 4. Solucionador Iterativo

As equações algébricas não-lineares acopladas devem ser resolvidas iterativamente:

- Iterações externas: os coeficientes do problema discreto são atualizados usando os valores da solução a partir da iteração anterior para se livrar das não-linearidades de métodos como o de Newton, por exemplo, e resolver as equações governantes de forma segregada.
- Iterações internas: a sequência resultante de subproblemas lineares é tipicamente resolvida por um método iterativo (gradientes conjugados, *multigrid*) porque solucionadores diretos (eliminação gaussiana) são proibitivamente caros.
- Critérios de convergência: é necessário verificar os resíduos, solução relativa, mudanças e outros indicadores para garantir a convergência das iterações.

Como regra geral, os sistemas algébricos a serem resolvidos são muito grandes (milhões de incógnitas) mas escassos, isto é, a maioria dos coeficientes da matriz são iguais a zero.

### 5. *Software CFD* – parâmetros que influenciam na execução da simulação

O tempo de computação para uma simulação de fluxo depende dos seguintes fatores:

- Escolha de algoritmos numéricos e estruturas de dados;
- Ferramentas de álgebra linear, critérios de parada para solucionadores iterativos;
- Parâmetros de discretização (qualidade da malha, tamanho da malha, intervalo de tempo);

- Custo por escalão de tempo e taxas de convergência para iterações externas;
- Linguagem de programação (a maioria dos códigos *CFD* são escritos em *Fortran*);
- Muitas outras coisas (*hardware*, vetorização, paralelização, etc.).

A qualidade dos resultados da simulação depende:

- Do modelo matemático e os pressupostos subjacentes;
- Tipo de aproximação, estabilidade do esquema numérico;
- Malha, intervalo de tempo, indicadores de erro, critérios de paragem, etc.

## 6. Pós-processamento

O pós-processamento dos resultados da simulação é realizado para extrair a informação desejada do campo de fluxo calculado:

- cálculo de quantidades derivadas (função de fluxo, vorticidade);
- cálculo de parâmetros integrais (sustentação, arrasto, massa total);
- visualização (representação de números como imagens);
- Análise sistemática de dados por meio de ferramentas estatísticas;
- Depuração, verificação e validação do modelo *CFD*.

## 7. Verificação

A validação consiste em verificar se o próprio modelo é adequado para fins práticos, isto é, questionar se as equações e métodos utilizados estão corretos. Resumidamente é importante revisar o código para certificar que as soluções numéricas estão corretas; comparar os resultados com dados experimentais disponíveis (considerando os erros de medição) para verificar se a realidade é representada com precisão suficiente; tentar usar diferentes modelos, geometrias e condições iniciais / limite.

O objetivo da verificação e validação é garantir que o código *CFD* produza resultados razoáveis para uma determinada gama de problemas de fluxo (KUZMIN, [s.d.]).

## 2.6 Túnel de Vento

Os túneis de vento em geral são usados para fins de teste e otimização aerodinâmica. Eles são especialmente concebidos para simular o fluxo de ar como no ar aberto e velocidade de fluxo o mais próximo possível da realidade (De GROOTE, 2003).

É de grande importância evitar anomalias, uma vez que uma ligeira diferença no fluxo de ar pode alterar o comportamento do objeto testado e, além disso, fornecer informações falsas para o aerodinamicista, que, conseqüentemente, poderá tomar decisões erradas (De GROOTE, 2003).

O objeto a ser testado é colocado no túnel para que ele não se mova. O ar que se move em torno do objeto imóvel mostra o que aconteceria se o objeto se movesse através do ar. O objeto pode ser um modelo de menor escala de um veículo, uma peça de um veículo, uma aeronave de tamanho real ou espaçonave, ou mesmo um objeto comum como uma bola de tênis. Normalmente, o objeto carrega instrumentos especiais para medir as forças produzidas pelo ar sobre o objeto. Os engenheiros também estudam como o ar se move em torno do objeto, injetando fumaça ou tinta no túnel e fotografando seu movimento em torno do objeto. Melhorar o fluxo de ar em torno de um objeto pode aumentar seu coeficiente de sustentação e diminuir o de arrasto (HITT, 2015).

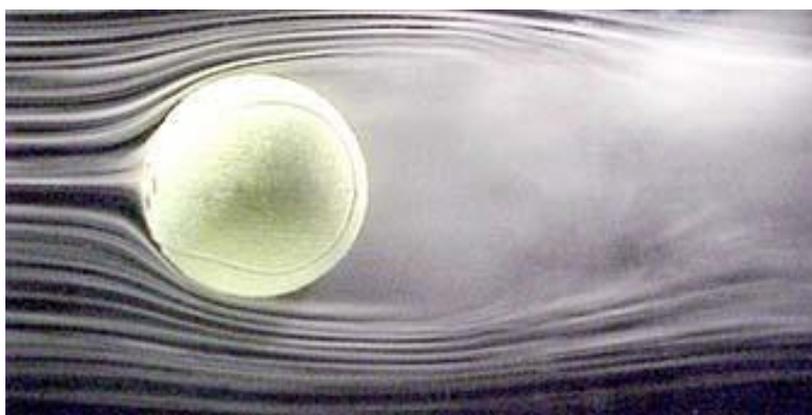


Figura 2.13: Teste em túnel de vento mostrando como uma bola de tênis se move através do ar.

Fonte: [www.nasa.gov](http://www.nasa.gov) (What Are Wind Tunnels)

Hoje, os túneis de vento são muito utilizados em qualquer ambiente onde a velocidade é importante e o fluido é o meio operante. Automóveis, de competição ou comerciais, são um grande exemplo onde testes em túnel de vento tem um papel muito importante. É possível

verificar facilmente, por exemplo, a quantidade significativa de *downforce* que um carro pode produzir em um túnel de vento com espaço controlado, temperatura e pressão do ar controladas e velocidade controlada, sem realmente dirigir o carro. É mais fácil simular diferentes configurações e corrigir erros em ambiente controlado, para depois fazer os testes em campo (TECHNICAL F1 DICTIONARY – WIND TUNNEL).

Foram expressas opiniões, num extremo, que os testes de túnel de vento podem eventualmente desempenhar um papel secundário. Entretanto, uma visão mais equilibrada defende que tanto a *CFD* como os túneis de vento são inevitáveis. Existem papéis que são exclusivos para *CFD* e túneis de vento e outros que são sinérgicos e complementares (DESAI, 2003).

### 3 METODOLOGIA

Neste capítulo a metodologia adotada para a realização das simulações computacionais é elucidada. Em vista disto, no texto a seguir define-se qual o tipo desta pesquisa, os materiais e métodos utilizados, as variáveis e indicadores analisados e, por fim, os instrumentos utilizados para apresentar os resultados discutidos no capítulo posterior.

#### 3.1 Tipos de Pesquisa

Segundo Fontelles *et al* (2009), os tipos de pesquisa podem ser classificados, quanto aos objetivos, aos procedimentos técnicos, à forma de abordagem, entre outros. A seguir, serão descritos os tipos de pesquisa inseridos nas três classificações citadas anteriormente.

Quanto aos Objetivos:

- Pesquisa Exploratória: Este tipo de pesquisa visa a uma primeira aproximação do pesquisador com o tema, para torná-lo mais familiarizado com os fatos e fenômenos relacionados ao problema a ser estudado. No estudo, o investigador irá buscar subsídios, não apenas para determinar a relação existente, mas, sobretudo, para conhecer o tipo de relação.
- Pesquisa Explicativa: Tem por objetivo central explicar os fatores determinantes para a ocorrência de um fenômeno, processo ou fato, ou seja, visa explicar o “porquê” das coisas.

Quanto aos Procedimentos Técnicos:

- Pesquisa Bibliográfica: Sua base é a análise de material já publicado. É utilizada para compor a fundamentação teórica a partir da avaliação atenta e sistemática de livros, periódicos, documentos, textos, mapas, fotos, manuscritos e, até mesmo, de material disponibilizado na internet.
- Pesquisa Documental: É o tipo de pesquisa que tem o levantamento de documentos como base. É uma valiosa técnica de coleta de dados qualitativos.

- Pesquisa Experimental: É toda pesquisa que envolve algum tipo de experimento. Neste tipo de estudo, o pesquisador participa ativamente na condução do fenômeno, processo ou do fato avaliado, isto é, ele atua na causa, modificando-a, e avalia as mudanças no desfecho. Neste tipo de pesquisa, o investigador seleciona as variáveis que serão estudadas, define a forma de controle sobre elas e observa os efeitos sobre o objeto de estudo, em condições pré-estabelecidas.

Quanto à Forma de Abordagem:

- Pesquisa Quantitativa: É aquela que trabalha com variáveis expressas sob a forma de dados numéricos e emprega rígidos recursos e técnicas estatísticas para classificá-los e analisá-los, tais como a porcentagem, a média, o desvio padrão, o coeficiente de correlação e as regressões, entre outros.
- Pesquisa Qualitativa: É o tipo de pesquisa apropriada para quem busca o entendimento de fenômenos complexos específicos, em profundidade, de natureza social e cultural, mediante descrições, interpretações e comparações, sem considerar os seus aspectos numéricos em termos de regras matemáticas e estatísticas.

No presente trabalho serão realizadas simulações computacionais de dinâmica de fluidos, afim de propiciar uma compreensão dos referidos fenômenos, concomitante à metodologia abordada. Deste modo pode-se afirmar que este trabalho é classificado, quanto aos objetivos, como pesquisa exploratória, visto que o autor nunca teve contato antes com o tema específico (*Computational Fluid Dynamics – CFD*). Quanto aos procedimentos teóricos, pode ser classificado como pesquisa experimental, já que os parâmetros das simulações *CFD* serão, em geral, controlados. E por fim, quanto à forma de abordagem, pode ser classificado como pesquisa qualitativa, pois as análises dos resultados serão predominantemente comparativas, sem tanto rigor quanto à precisão dos resultados.

### 3.2 Materiais e Métodos

A formulação de um problema de dinâmica dos fluidos foi abordada no capítulo anterior, no qual se elucidou a equação de Navier-Stokes que é primordial para análises deste tipo de problema. Esta equação, como se sabe, é do tipo diferencial parcial, cuja solução exata é até este momento inexecutável, deste modo, a sua solução deve ser obtida de forma aproximada, por meio de métodos numéricos.

O método de diferenças finitas, elaborado a partir de expansões em séries numéricas do operador diferencial, atualmente é o método mais utilizado para resolver problemas de dinâmica dos fluidos. Contudo, devido as suas limitações geométricas, normalmente o método mais indicado é o método de elementos finitos (*FEM – Finite Element Methods*) (MAZUMDER, 2016).

A elaboração do método de elementos finitos consiste na formulação fraca da equação diferencial parcial, ou seja, na sua forma integral, utilizando os teoremas de Green e as condições de contorno do problema para construir os elementos de matriz, definindo deste modo a matriz rigidez que deve ser triangularizada para a solução aproximada do problema. Em outras palavras, o método de elementos finitos consiste essencialmente na transformação de um problema diferencial para um problema de autovalores e autovetores, através da formulação integral do mesmo (REDDY, 2005).

Enfim, esta é uma técnica computacional poderosa, em vista disso, atualmente diversos problemas teóricos, de eletromagnetismo à fluidodinâmica ou de mecânica quântica à termodinâmica, são simulados com este método numérico, tornando-o comum a todos os *softwares* que abordam estes temas (REDDY, 2005).

Atualmente há inúmeros *softwares* para a realização de simulações computacionais de dinâmica de fluidos (*CFD – Computational Fluid Dynamics*), contudo, deve-se ressaltar que muitos destes *softwares* são pagos e limitados. Neste trabalho será adotado o *software* livre denominado como *OpenFOAM*, desenvolvido por uma comunidade aberta que o disponibiliza para uso gratuito em qualquer plataforma (*Windows, MacOS e Linux*).

O *software OpenFOAM* foi instalado num *Cluster* do tipo *Beowulf* montado nos laboratórios do Departamento de Engenharia de Produção (DEPRO), contendo 25 computadores, sendo que cada máquina contém a seguinte configuração: processador Intel Core i3 com 3,3 GHz; memória RAM com 7,7 GB; *Chipset* do tipo C200 e *PCI Bridge* do tipo 82801.

Com esta configuração a capacidade de cálculos deste *Cluster* aproxima-se de 4 TFLOPs, que é razoável para a execução desta pesquisa.

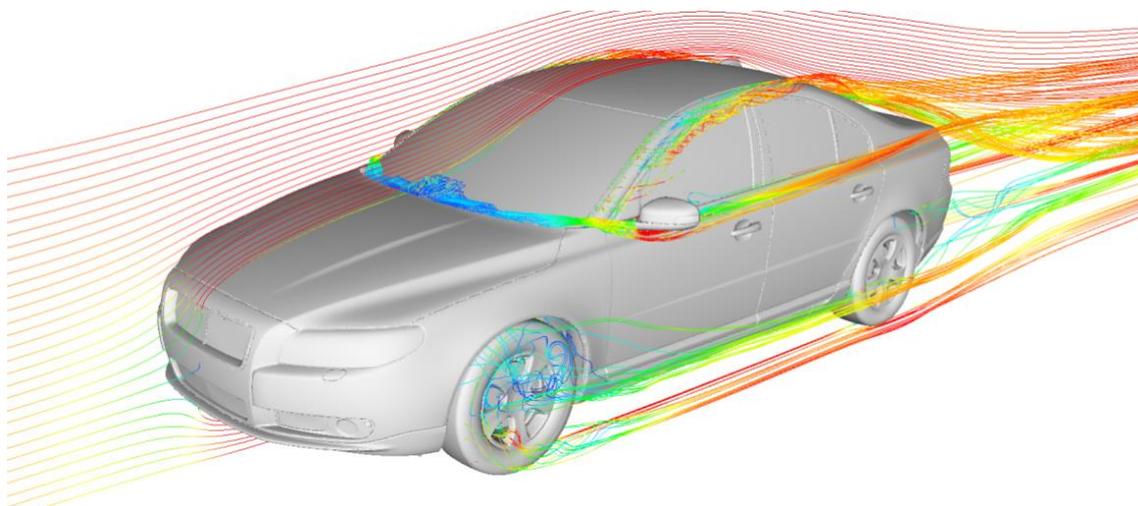


Figura 3.1: Ilustração de uma simulação realizada no *OpenFOAM*.  
Fonte: Nebenführ, *OpenFOAM: A tool for predicting automotive relevant flow fields*

Antes de iniciarmos a seção seguinte, cabe ressaltar que os *softwares* utilizados para desenhar os protótipos das simulações são muito relevantes, neste trabalho utilizamos outro *software* livre, denominado como *FreeCAD*, cujas especificações são amplas e fora do escopo deste texto, porém é pertinente ser citado, tendo em vista sua versatilidade.

Para criar a malha do domínio, será utilizado o *Gmsh*, que também é um *software* gratuito. Ele contém 4 módulos: para descrição geométrica, entrosamento, resolução e pós-processamento. O *Gmsh* suporta equações paramétricas e possui mecanismos de visualização avançada.

### 3.3 Parâmetros Analisados (Variáveis e Indicadores)

Segundo Rauen (2012), variáveis são quaisquer eventos, situações, comportamentos ou características individuais que assumem pelo menos dois valores discriminativos. Já os indicadores, de acordo com de Francisco (2007), são parâmetros mais específicos e concretos que representam algo mais abstrato ou difícil de precisar. Em outras palavras, a variável é muito ampla, e contém vários indicadores (mais específicos).

Neste trabalho estamos interessados em parâmetros fluidodinâmicos, como velocidade, pressão, arrasto, *downforce*, etc. De acordo com a teoria dos fluidos, pode-se facilmente relacionar muitos destes valores, deste modo, serão priorizados dois valores considerados mais relevantes nesse estudo: velocidade e pressão.

De acordo com o modelo simulado, espera-se diferentes distribuições de pressão ao longo do veículo, devido às diferentes configurações aerodinâmicas empregadas. A partir dessa distribuição de pressões e da área superficial dos modelos, é possível estimar a força de arrasto e o *downforce* que agem sobre os mesmos.

Organizando as principais variáveis e indicadores desse estudo em uma tabela, tem-se:

Tabela 3.1: Variáveis e Indicadores

Variáveis	Indicadores
Mecânica dos Fluidos	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tipos de Fluidos</li> <li>- Tipos de escoamento</li> <li>- Princípio de Bernoulli</li> <li>- Equações de Navier-Stokes</li> </ul>
Aerodinâmica	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dispositivos Aerodinâmicos</li> <li>- Força de Arrasto e <i>Downforce</i></li> </ul>
Simulações	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>CFD</i></li> <li>- Túnel de Vento</li> </ul>

Fonte: Pesquisa Direta (2017)

### 3.4 Instrumentos de Coleta de Dados

A ideia é utilizar a simulação computacional (*CFD*) como instrumento de coleta principal. Para isso, serão utilizadas referências bibliográficas como livros, artigos, dissertações, entre outros, com a intenção de “guiar” as simulações e possibilitar uma noção básica se os resultados obtidos estão plausíveis.

### **3.5 Tabulação dos Dados**

Para visualização dos resultados da simulação no *OpenFOAM*, será utilizado o *Paraview*, que é o seu visualizador padrão de pós-processamento.

O *software Microsoft Word* também será utilizado para apresentar e organizar os resultados obtidos, principalmente com relação às figuras que serão geradas pelo *Paraview*.

### **3.6 Considerações Finais**

Concluindo este capítulo, pode-se afirmar que a metodologia adotada neste trabalho condiz com aquela referenciada na bibliografia do capítulo anterior, deste modo, conforme será mostrado no capítulo posterior, os resultados obtidos neste trabalho elucidam o modelo teórico desenvolvido remotamente, salientando desta maneira que a ferramenta teórica é essencial para a elaboração de projetos experimentais.

## 4 RESULTADOS

Nesse capítulo são descritas todas as etapas realizadas durante as simulações, além de contemplar todos os resultados alcançados, com discussões e conclusões em torno de cada um deles.

### 4.1 Descrição das Simulações

#### 4.1.1 Modelos do veículo *FSAE*

Como mencionado no capítulo 3, foram desenvolvidos modelos de um veículo *FSAE* e seus dispositivos aerodinâmicos no *software FreeCAD*, a fim de serem utilizados nas simulações *CFD*. Esses modelos são genéricos, foram criados a partir de pesquisas sobre os veículos de diversas equipes *FSAE* pelo mundo, e também baseados no Regulamento *FSAE* 2017/2018 que se aplica à competição realizada no Brasil.

Primeiramente foi desenhado o modelo do veículo sem dispositivos aerodinâmicos. Em seguida, foram feitos os desenhos do aerofólio, asa dianteira e difusor, todos separados. A ideia nesse trabalho é simular o veículo com diferentes configurações aerodinâmicas e analisar se alguma dessas configurações tem vantagens relevantes em relação às outras. É importante deixar claro que essa é uma análise prévia, pela geometria do veículo ser totalmente genérica e pela simulação *CFD* não ter tido um padrão alto de severidade na escolha de diversos parâmetros.

Foram criados, então, oito modelos do veículo com diferentes configurações aerodinâmicas, os quais são citados a seguir:

- 1 – Veículo Sem Dispositivos Aerodinâmicos;
- 2 – Veículo Com Aerofólio;
- 3 – Veículo Com Asa Dianteira;
- 4 – Veículo Com Difusor;
- 5 – Veículo Com Aerofólio e Asa Dianteira;
- 6 – Veículo Com Aerofólio e Difusor;
- 7 – Veículo Com Asa Dianteira e Difusor;
- 8 – Veículo Com Aerofólio, Asa Dianteira e Difusor.

#### 4.1.2 O processo de simulação no *OpenFOAM*

O *OpenFOAM* é um *software* de simulação gratuito, de código aberto. Muitos usuários realizam as configurações da simulação diretamente no terminal de comando do computador, desde o processo de importar a geometria e criar a malha, até o momento de rodar as simulações. No início essa metodologia foi seguida para este trabalho, até mesmo para compreender melhor como os comandos e *solvers* do *OpenFOAM* funcionam. Entretanto, muitos erros apareceram ao longo do desenvolvimento das simulações, principalmente no que se diz respeito à criação da malha.

Inicialmente foi criada uma malha no *Gmsh*, como estava previsto. Porém, ao importar essa malha para o *OpenFOAM*, através do comando “*gmshToFoam*”, apareciam alguns erros de reconstrução da malha ou, quando não, apareciam erros relacionados às condições de contorno da própria simulação.

Para contornar essas dificuldades, existem *softwares* com interface gráfica mais “amigável” (Conhecidos como *GUI* – “*Graphical User Interface*”), que realizam simulações utilizando o *OpenFOAM* e seus *solvers*, e buscam facilitar os processos de importação da geometria, criação de malha e demais configurações, para ajudar usuários menos experientes na parte de programação. Entre esses *softwares* estão o *SimFlow* e o *HelyxOS*. Ambos possuem versões gratuitas e, portanto, começaram os testes para definir qual deles utilizar.

Inicialmente foi testado o *SimFlow*. Sua interface foi muito bem assimilada, é bastante intuitiva, e no site *sim-flow.com* existem vários tutoriais passo a passo muito bem explicados que possibilitam uma familiarização muito rápida com o *software*.

Logo após foi testado o *HelyxOS*. A interface é boa também, porém dada como inferior à do *SimFlow*. É mais difícil de encontrar tutoriais bem explicados na internet para o *HelyxOS* comparado ao *SimFlow*. Porém ele também atenderia às necessidades e não foi descartado.

Na hora de decidir entre os dois *softwares*, teve um fator que pesou bastante e praticamente inviabilizou a utilização de um deles. Acontece que o *SimFlow*, além de uma versão gratuita, possui uma versão paga (com um preço bem convidativo inclusive), e uma das limitações presentes na versão gratuita é o número de nós máximo que a malha pode ter, estabelecido em 100.000 nós. Após testar a geração da malha no *SimFlow* para o modelo 1 do veículo, que é o mais simplificado, o valor de 100.000 nós foi facilmente atingido, isso mesmo utilizando uma malha mais grosseira. Frente a esse resultado, a única opção possível foi definir

que o *software* de interface gráfica utilizado seria o *HelixOS*. A figura a seguir ilustra a interface do *software* escolhido.

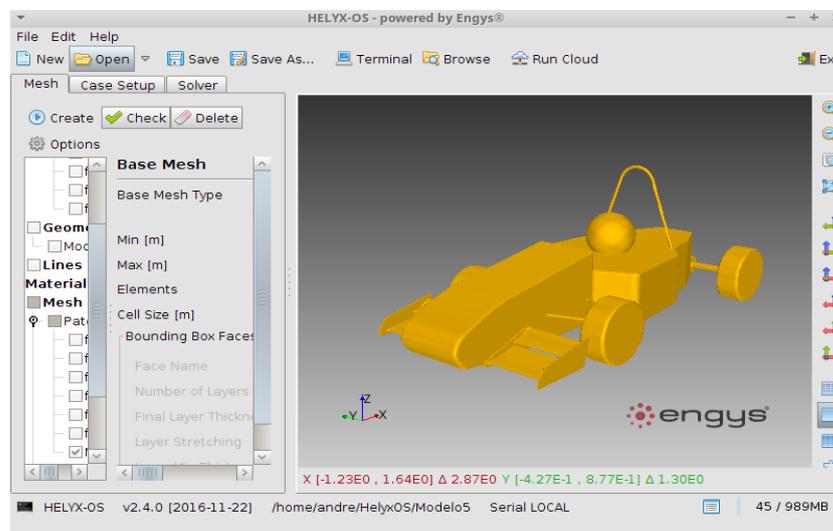


Figura 4.1: Interface do *HelixOS*

Fonte: Pesquisa direta (2017)

### 4.1.3 Parâmetros e modelos adotados nas simulações

O procedimento para realizar as simulações será descrito em três partes: Importação da geometria, criação da malha e configuração da simulação.

Após executar o *HelixOS* e criar um diretório para salvar os arquivos da simulação, o primeiro passo é importar a geometria que se deseja analisar. O arquivo precisa estar no formato *.stl* e, no momento de selecioná-lo para a importação, o *HelixOS* oferece a opção de ajustar a escala automaticamente caso o desenho esteja em milímetros. Esse processo é simples mas, caso a opção de ajuste em escala não seja notada, o desenho pode entrar com tamanho incorreto no *HelixOS*. Depois foram estabelecidos alguns níveis de refinamento da malha sobre a geometria. No campo “*Level*” foram utilizados os valores 4 e 5, e no campo “*Number of Layers*” foi utilizado 6.

Depois de definir os parâmetros relacionados à geometria, constrói-se então o domínio da malha. Depois de alguns testes e devido às condições de contorno que serão descritas à frente, fez-se necessário criar uma malha com um domínio (tamanho) considerável. Ela foi criada em torno do modelo do veículo em formato de paralelepípedo, com 25 metros de comprimento, 20,5 metros de largura e 7,627 metros de altura. A malha foi dividida em 75 partes em todas as direções, o que se mostrou suficiente para representar a geometria com fidelidade. No campo “*Material Point*” foram definidas as coordenadas  $X = 0$ ,  $Y = -1,0$  e  $Z =$

0,5. Esse ponto serve apenas para “indicar” onde o fluxo de ar vai passar, ele deve estar dentro do domínio da malha, mas fora da geometria (nesse caso o modelo de veículo *FSAE*) a ser analisada. A figura 4.2 ilustra o domínio da malha criada:

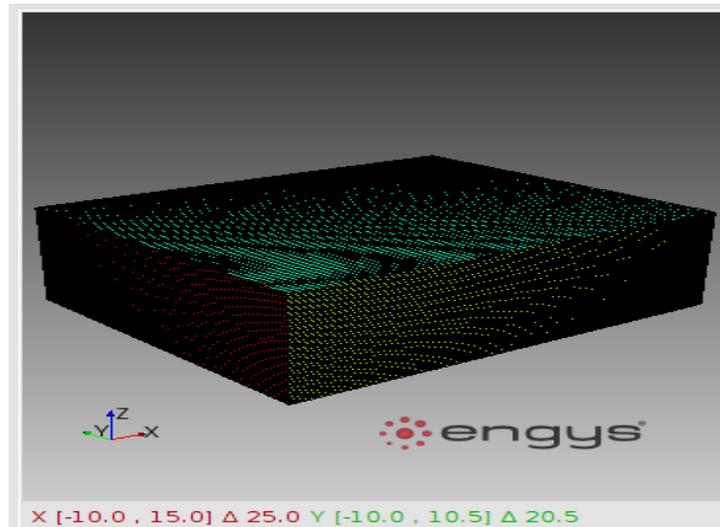


Figura 4.2: Domínio da malha  
Fonte: Pesquisa direta (2017)

Após gerar a malha é necessário definir alguns parâmetros físicos do escoamento. O fluido, que nesse caso é o ar, foi considerado incompressível em regime permanente, ou seja, suas propriedades não variam com o tempo. Depois foram fixadas algumas propriedades do ar para uma temperatura de 27 °C:

$$\text{Densidade} = 1,205 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Viscosidade Dinâmica} = 1,9137 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

$$\text{Viscosidade Cinemática} = 1,58813 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$\text{Calor Específico} = 1006 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\text{Número de Prandtl Turbulento} = 0,85$$

$$\text{Condutividade Térmica} = 0,024 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

$$\text{Pressão de Referência (Absoluta)} = 101325,0 \text{ Pa}$$

O escoamento foi considerado como turbulento, e o modelo de turbulência adotado foi o  $k-\omega$  SST, que é um dos mais utilizados para simulações de aerodinâmica. Scott Wordley e Jeff Saunders, por exemplo, aplicam o mesmo modelo de turbulência no artigo “*Aerodynamics for Formula SAE: A Numerical, Wind Tunnel and On-Track Study*”.

A velocidade do escoamento foi considerada 14 m/s (50,4 km/h) que é aproximadamente a velocidade média nas provas da categoria *FSAE*.

Após realizar todos esses passos é só definir o número de iterações (“*Run Time*”) desejadas e iniciar a simulação. O número de iterações influencia na convergência dos resultados e, portanto, foi utilizado o valor padrão do *HelyxOS*, que é de 1000 iterações.

#### 4.1.4 Pós-processamento das simulações com o *Paraview*

Após rodar as simulações, foi utilizado o *software Paraview* para visualizar os modelos e os resultados mesclados. Inicialmente tem-se os valores de velocidade e pressão ao longo do modelo do veículo, mas através do próprio *Paraview* é possível calcular as forças de sustentação negativa (*downforce*) e arrasto que agem sobre o modelo e são o foco desse trabalho.

## 4.2 Resultados das simulações

Todo o processo de simulação demorou cerca de 3 horas para cada modelo (uma hora para criar a malha e 2 horas para rodar a simulação), e os resultados para cada um serão exibidos ao longo dessa seção.

É importante ressaltar que as unidades de pressão, *downforce* e arrasto estarão em unidades um pouco atípicas, diferentes do Sistema Internacional. Na verdade a pressão apresentada como resultado no *Paraview* sai em  $\frac{m^2}{s^2}$ , pois ela vem dividida pela densidade do fluido em  $\frac{kg}{m^3}$ , e isso acaba influenciando nas unidades do *downforce* e arrasto, que sai em  $\frac{m^4}{s^2}$  (pressão x área normal). Com esse fato esclarecido, segue apresentação dos resultados obtidos.

Modelo 1:

O modelo 1 não tem nenhum dispositivo aerodinâmico e por isso a distribuição de pressão ao longo de sua geometria foi mais homogênea, como pode ser visto na figura 4.3.

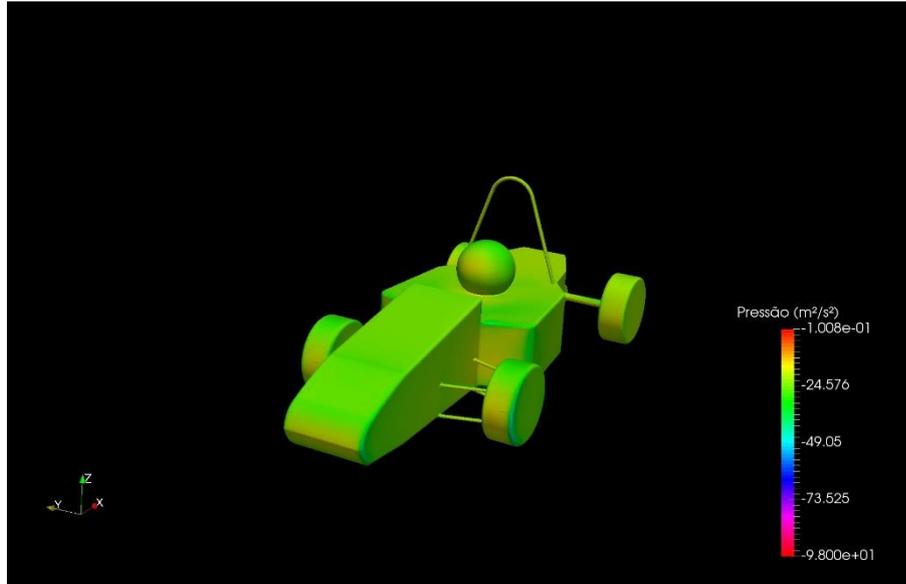


Figura 4.3: Distribuição de pressão no modelo 1.  
Fonte: Pesquisa Direta (2017)

Um resultado surpreendente foi que o valor de “*downforce*” encontrado para esse modelo foi positivo ( $1,491 \frac{m^4}{s^2}$ ), o que caracteriza na verdade uma força de sustentação. O valor global de arrasto foi  $-1,641 \frac{m^4}{s^2}$ . As figuras 4.4 e 4.5 representam a distribuição dessas forças ao longo do modelo 1.

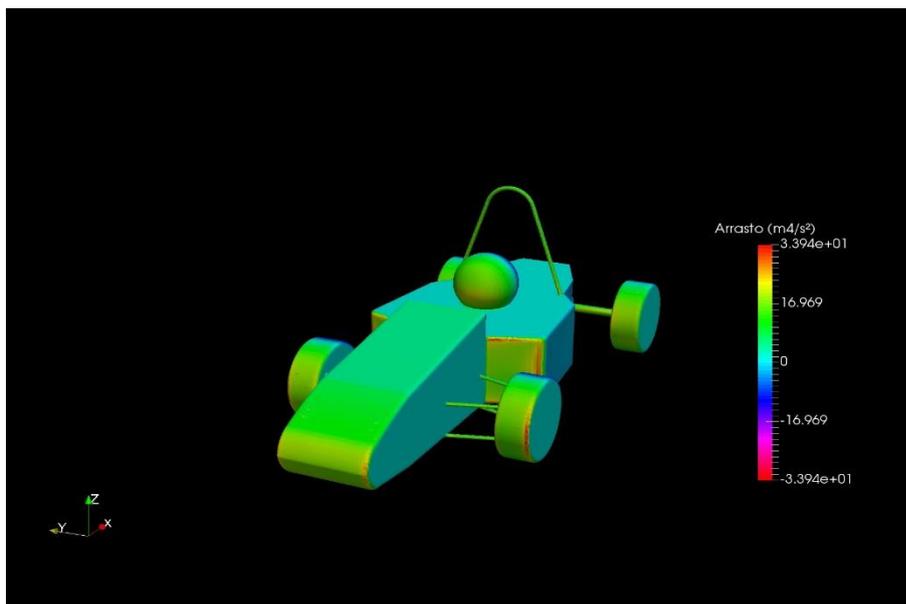


Figura 4.4: Força de arrasto modelo 1.  
Fonte: Pesquisa Direta (2017)

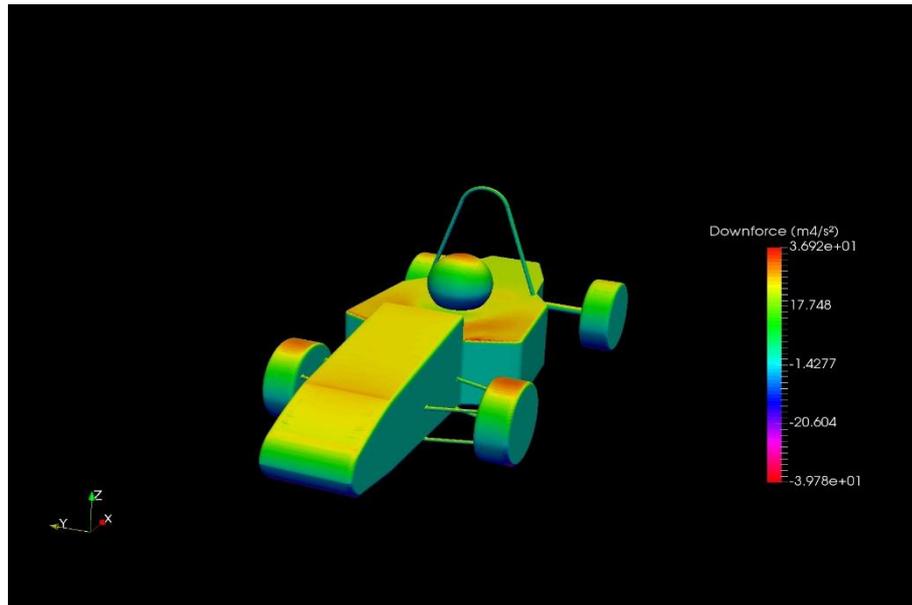


Figura 4.5: *Downforce* modelo 1.  
Fonte: Pesquisa Direta (2017)

#### Modelo 2:

O modelo 2 tem aerofólio somente. É possível notar que na parte superior do aerofólio a pressão está maior do que na parte inferior, como é ilustrado nas figuras 4.6 e 4.7. Essa diferença de pressões faz aparecer uma força que tende a “empurrar” o veículo para baixo. Essa força é o *downforce*. O valor global de *downforce* foi de  $-2,007 \frac{m^4}{s^2}$ .

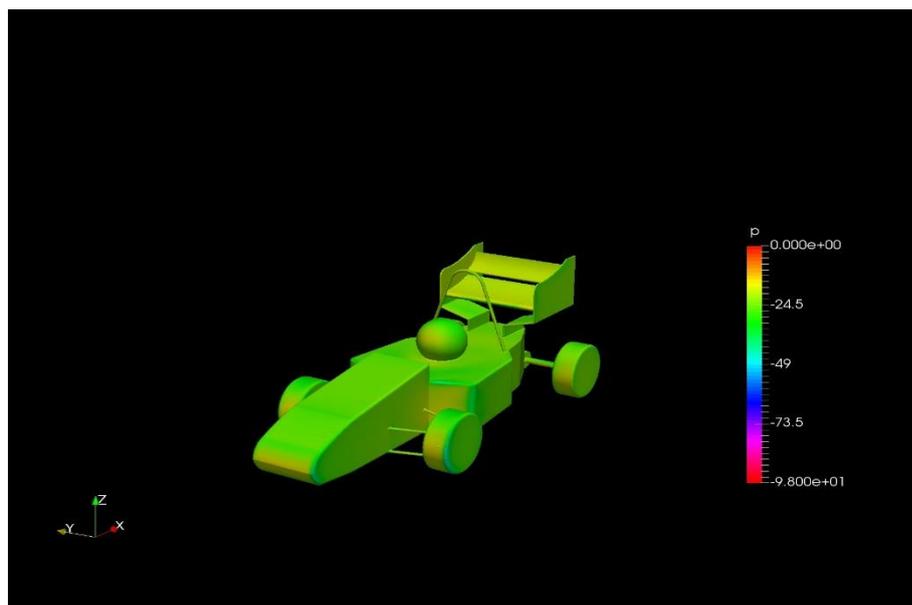


Figura 4.6: Distribuição de pressão modelo 2.  
Fonte: Pesquisa Direta (2017)

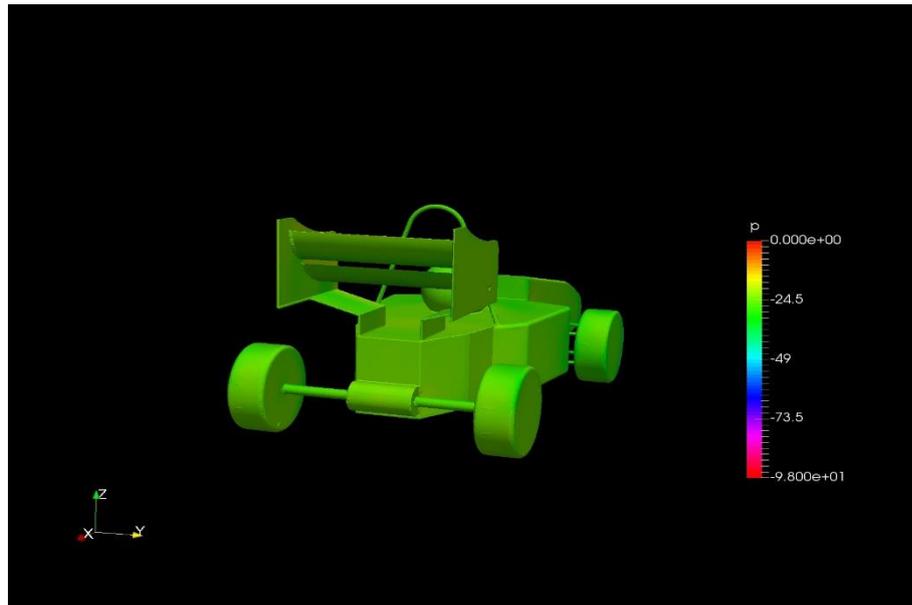


Figura 4.7: Distribuição de pressão modelo 2.  
Fonte: Pesquisa Direta (2017)

Como já era esperado, a força de arrasto aumentou porque a área normal ao fluxo de ar também aumentou. O valor global da Força de Arrasto foi  $-4,271 \frac{m^4}{s^2}$ .

Modelo 3:

Esse modelo possui somente Asa Dianteira. O resultado da simulação desse modelo ficou um pouco inconsistente em relação aos outros, principalmente na região de alta pressão na parte frontal do veículo, que é esperada para todos os modelos. Talvez pelo fato de as simulações terem sido realizadas em computadores diferentes, a escala do gráfico pode não ser a mesma, enfim. Apesar da inconsistência na parte da frente em específico, a parte inferior da Asa Dianteira apresentou valores de pressão menores do que no restante do modelo, o que se mostra totalmente coerente com o princípio de funcionamento de perfis aerodinâmicos. A figura 4.8 mostra essa diferença de pressões. Uma observação importante com relação à essa figura é que ela precisou ter a escala de cores alterada para realçar a diferença de pressões, que foi mínima. Com a escala de cores utilizada nos outros modelos era muito difícil visualizar as regiões de baixa pressão.

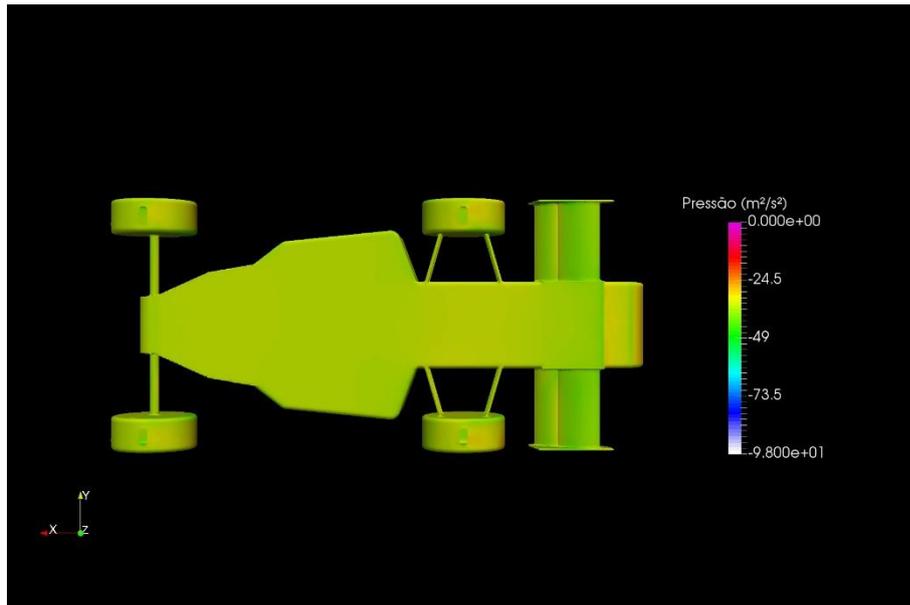


Figura 4.8: Distribuição de pressão na parte inferior do modelo 3 (escala de cores diferente).  
Fonte: Pesquisa Direta (2017)

O valor global de *downforce* foi  $-0,5457 \frac{m^4}{s^2}$ , e de Arrasto foi  $-3,232 \frac{m^4}{s^2}$ .

Modelo 4:

Somente o difusor está presente no modelo 4. O difusor cria uma pequena zona de baixa pressão nos locais de estreitamento do fluxo em ambos os lados da parte traseira do veículo, gerando um *downforce* global de  $-1,511 \frac{m^4}{s^2}$ . Uma grande vantagem do difusor em relação aos outros dispositivos aerodinâmicos é que ele acrescenta pouca força de arrasto. O valor global da força de arrasto foi de  $-2,701 \frac{m^4}{s^2}$ , menor que a de qualquer outro modelo com dispositivos aerodinâmicos. As figuras 4.9 e 4.10 ilustram a distribuição de pressão na parte inferior do veículo e a atuação das forças de sustentação (*downforce*) na região do difusor, respectivamente.

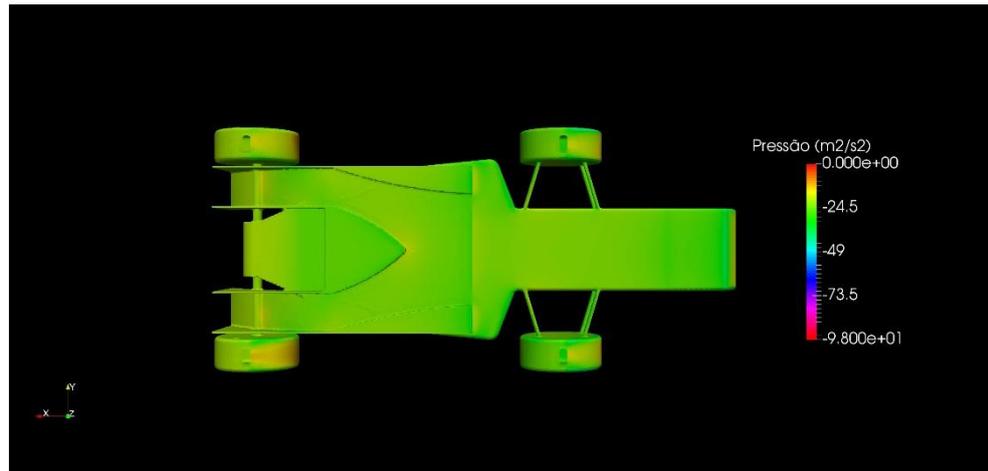


Figura 4.9: Distribuição de pressão na parte inferior do modelo 4.  
 Fonte: Pesquisa Direta (2017)

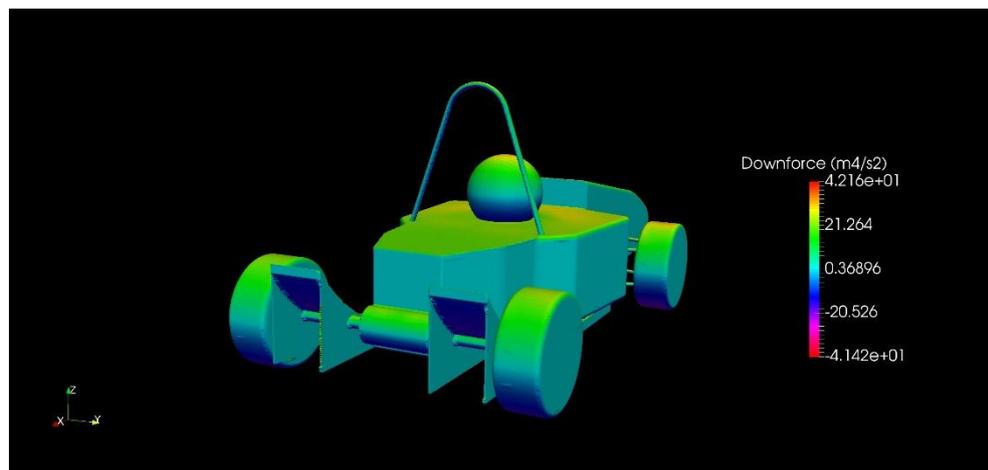


Figura 4.10: Zonas de atuação do *downforce* no modelo 4.  
 Fonte: Pesquisa Direta (2017)

#### Modelo 5:

O modelo 5 tem Aerofólio e Asa Dianteira. Foi o segundo melhor modelo em termos de *downforce* gerado. Segundo Casiraghi (2010), asas (ou aerofólios) são os dispositivos aerodinâmicos mais eficientes, e essa configuração de um aerofólio na extremidade traseira e uma asa na extremidade dianteira proporciona um ótimo efeito de equilíbrio. Nas figuras 4.11 e 4.12 é possível notar a diferença de pressão entre as partes superior e inferior do aerofólio e da asa dianteira, fenômeno que acarreta na geração de *downforce*.

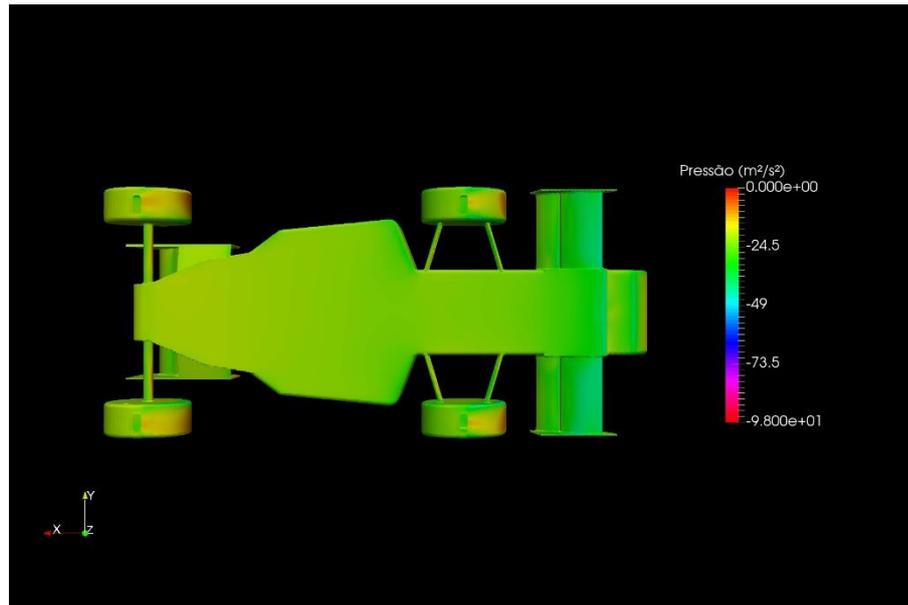


Figura 4.11: Distribuição de pressão na parte inferior do modelo 5.  
Fonte: Pesquisa Direta (2017)

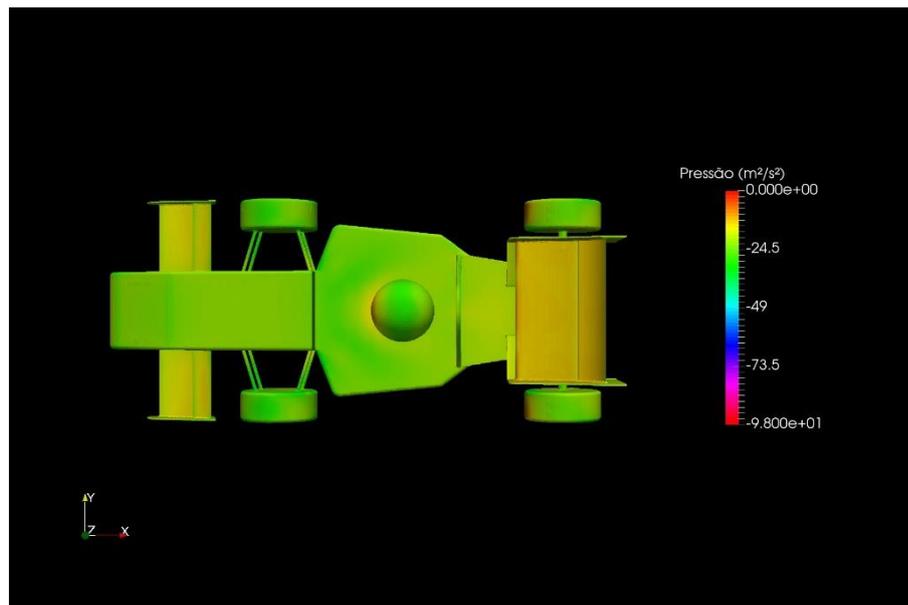


Figura 4.12: Distribuição de pressão na parte superior do modelo 5.  
Fonte: Pesquisa Direta (2017)

O valor de *downforce* total calculado foi de  $-7,830 \frac{m^4}{s^2}$ , bem acima dos valores dos outros modelos analisados até o momento.

Quanto à força de arrasto, o valor obtido foi de  $-5,352 \frac{m^4}{s^2}$ . É um valor acima dos outros modelos, porém relativamente próximo. O ganho de *downforce* foi mais relevante do que o aumento na força de arrasto.

### Modelo 6:

Equipado com Aerofólio e Difusor, o modelo 6 não apresentou valores de *downforce* e arrasto muito bons. Os valores totais de *downforce* e arrasto foram de  $-1,882 \frac{m^4}{s^2}$  e  $-8,301 \frac{m^4}{s^2}$ , respectivamente. Uma inconsistência nesses valores também pode ser cogitada com relação aos outros modelos, visto que se esperava um melhor desempenho para essa configuração, apesar de que, mesmo que inconsistentes os valores de *downforce* e arrasto, a proporção entre eles está muito ruim, e essa proporção tende a minimizar possíveis erros na simulação. As imagens 4.13 e 4.14 apresentam alguns resultados obtidos nas simulações do modelo 6 que, graficamente, se mostraram coerentes.

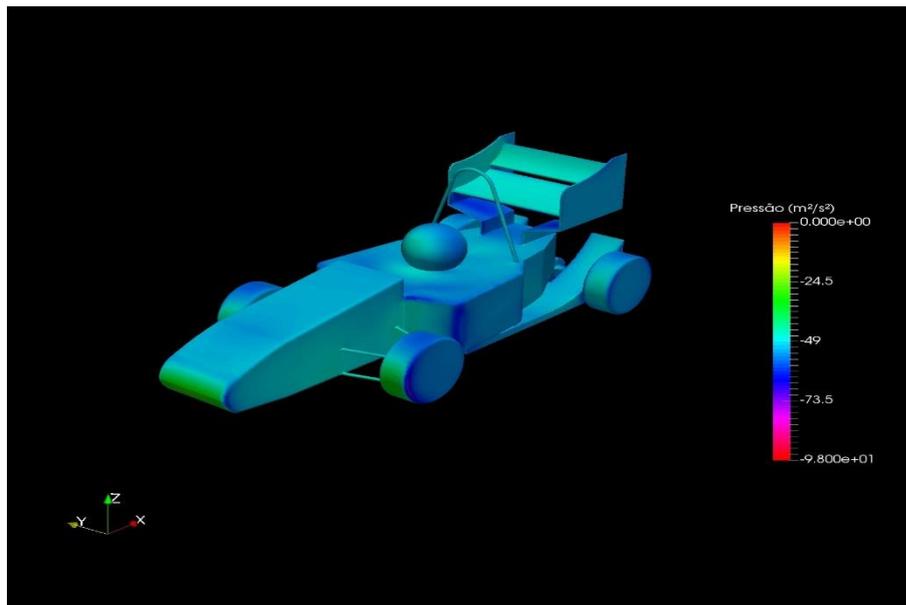


Figura 4.13: Distribuição de pressão no modelo 6.  
Fonte: Pesquisa Direta (2017)

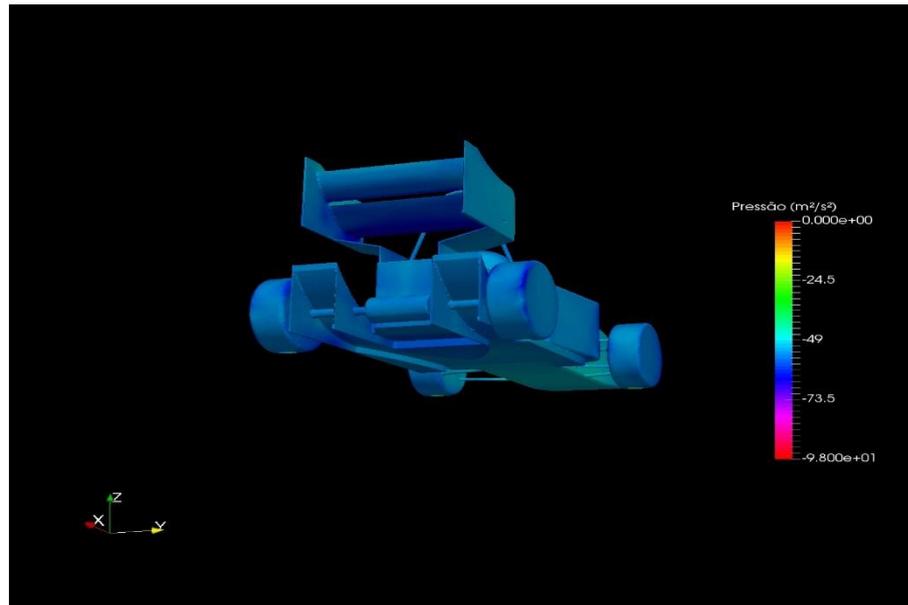


Figura 4.14: Regiões de baixa pressão no aerofólio e difusor do modelo 6.  
Fonte: Pesquisa Direta (2017)

#### Modelo 7:

O modelo 7 possui Asa Dianteira e Difusor. O resultado de *downforce* gerado foi o terceiro melhor entre os oito modelos, e o arrasto ficou em um valor intermediário.

Apesar de ter sido a terceira melhor configuração em *downforce*, o valor de  $-2,381 \frac{m^4}{s^2}$  ficou bem abaixo do modelo 5. Com uma força de arrasto total de  $-4,213 \frac{m^4}{s^2}$  é possível afirmar que o modelo 7 é ao menos bem equilibrado, comprovando mais uma vez, a eficiência de utilizar dispositivos aerodinâmicos na dianteira e na traseira do veículo simultaneamente.

As imagens 4.15 e 4.16 demonstram as regiões de baixa pressão devidas à Asa Dianteira e ao Difusor.

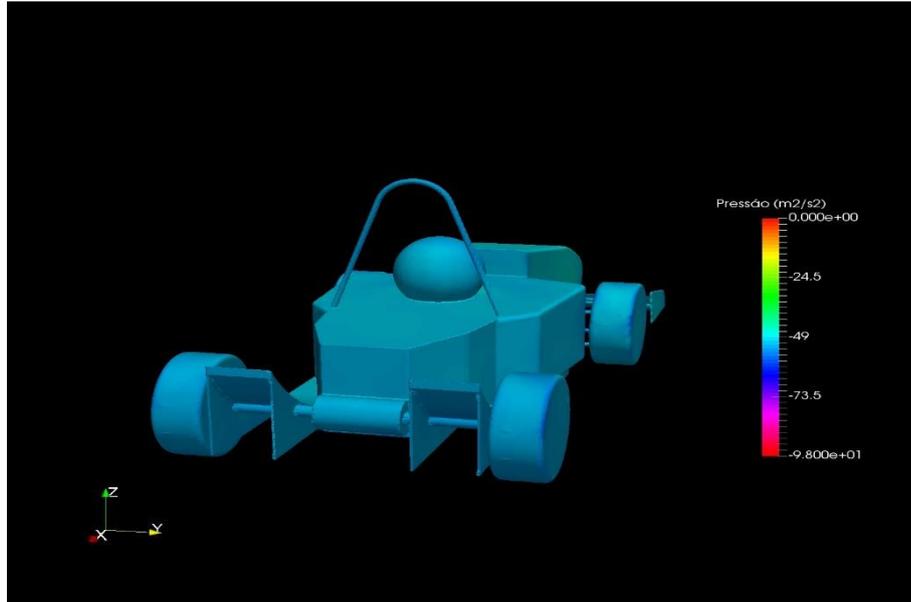


Figura 4.15: Região de pressão relativamente baixa no difusor do modelo 7.  
Fonte: Pesquisa Direta (2017)

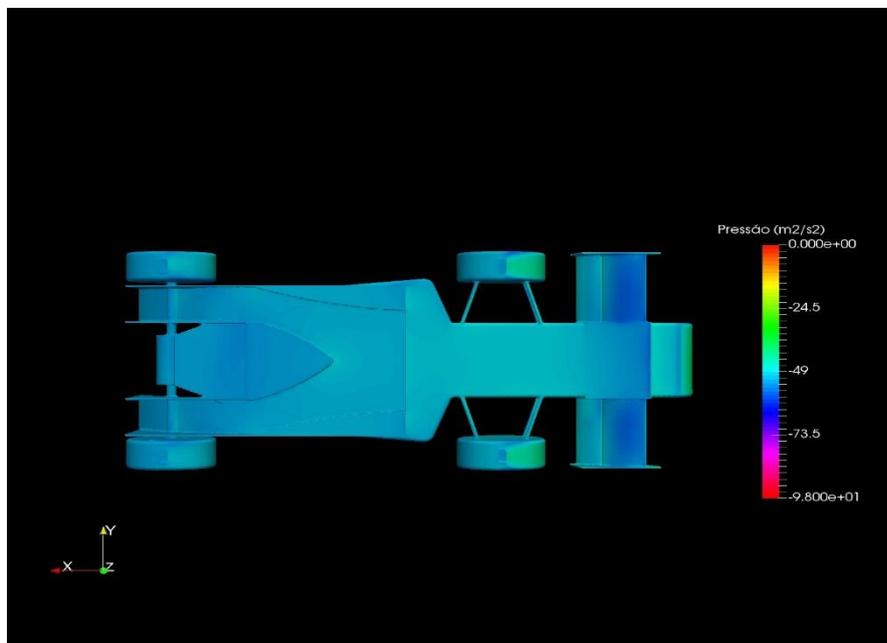


Figura 4.16: Regiões de baixa pressão na parte inferior da asa dianteira e no difusor do modelo 7.  
Fonte: Pesquisa Direta (2017)

Modelo 8:

Como era esperado, o modelo 8 foi o que gerou maior quantidade de *downforce*, devido ao fato de possuir todos os dispositivos aerodinâmicos (Aerofólio, Asa Dianteira e Difusor). Em contrapartida, como também já era esperado, foi a configuração que mais gerou força de arrasto. O valor de *downforce* ficou em  $-10,642 \frac{m^4}{s^2}$ , e o valor da força de arrasto foi  $-9,746 \frac{m^4}{s^2}$ . Nas figuras 4.17, 4.18 e 4.19 é possível identificar a distribuição de pressão ao longo do veículo e os efeitos de cada dispositivo aerodinâmico.

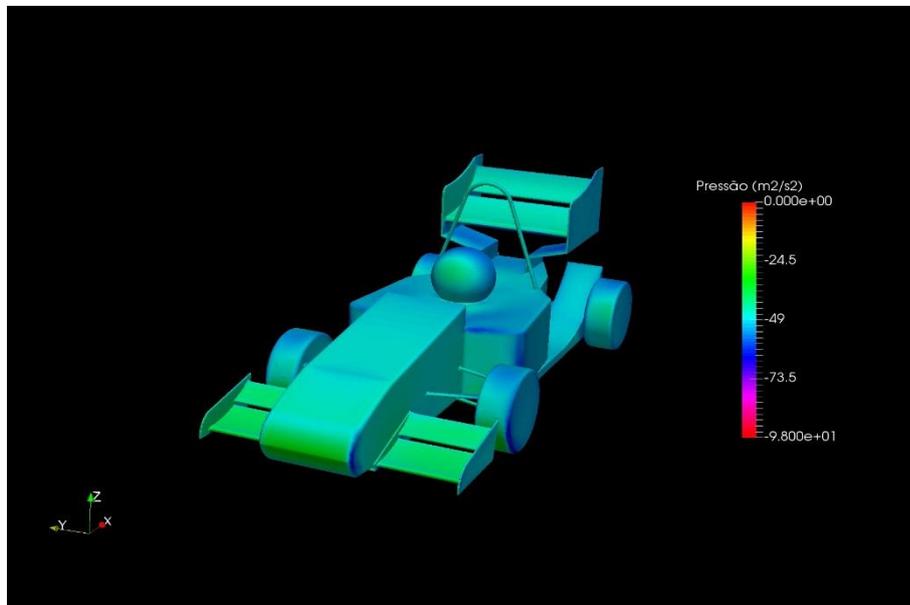


Figura 4.17: Distribuição de pressão ao longo do modelo 8.  
Fonte: Pesquisa Direta (2017)

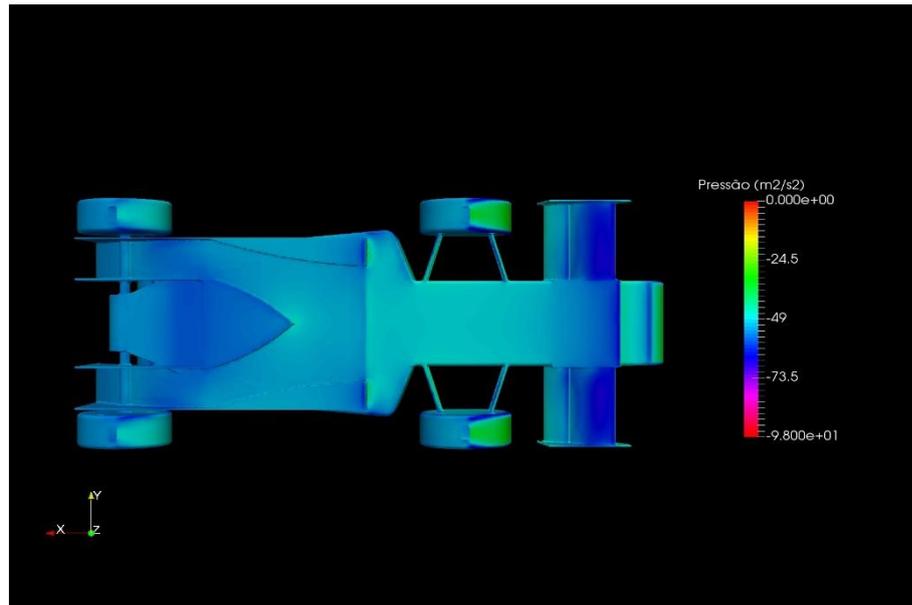


Figura 4.18: Regiões de baixa pressão na asa dianteira e difusor do modelo 8.  
Fonte: Pesquisa Direta (2017)

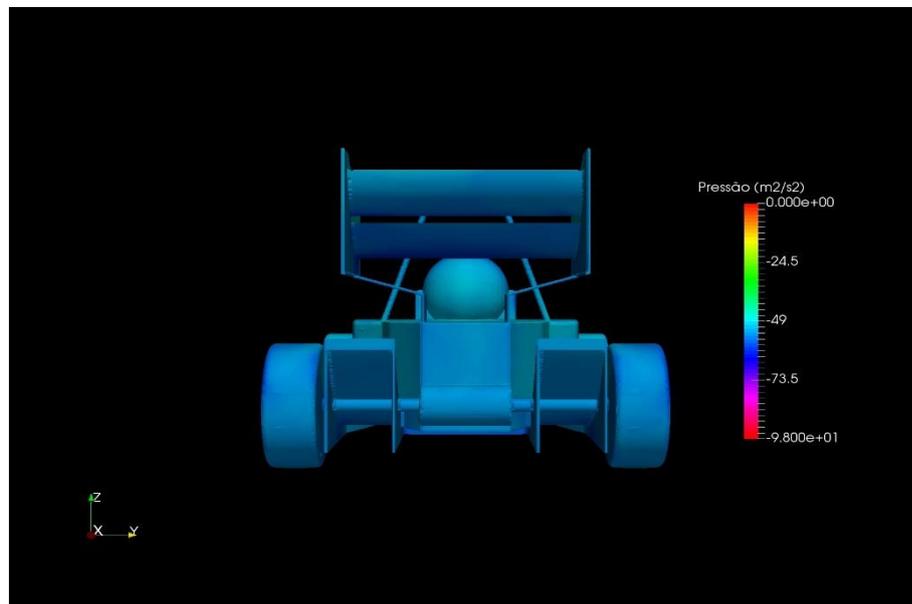


Figura 4.19: Baixa pressão na parte inferior do aerofólio do modelo 8.  
Fonte: Pesquisa Direta (2017)

### 4.3 Organização e análise dos resultados

Para comparar os resultados de maneira mais justa e organizada, a Tabela 4.1 apresenta o ranking dos modelos, onde quanto maior a relação *downforce* / arrasto mais bem colocado ficou o modelo.

Tabela 4.1 – Comparação da relação *downforce*/arrasto entre os modelos

Colocação	Modelo	$Downforce \left( \frac{m^4}{s^2} \right)$	Arrasto $\left( \frac{m^4}{s^2} \right)$	$\frac{Downforce}{Arrasto}$
1°	Modelo 5	-7,830	-5,352	1,463
2°	Modelo 8	-10,642	-9,746	1,092
3°	Modelo 7	-2,381	-4,213	0,565
4°	Modelo 4	-1,511	-2,701	0,559
5°	Modelo 2	-2,007	-4,271	0,470
6°	Modelo 6	-1,882	-8,301	0,227
7°	Modelo 3	-0,546	-3,232	0,169
8°	Modelo 1	1,491	-1,641	-0,909

Fonte: Pesquisa Direta (2017)

Foi possível notar que os modelos mais eficientes contam com dispositivos aerodinâmicos na parte traseira e dianteira do veículo, realçando a importância do equilíbrio dinâmico que essas configurações proporcionam.

Alguns resultados se apresentaram um pouco “suspeitos”. O modelo 6 por exemplo, que conta com Aerofólio e Difusor, teve um valor de *downforce* global menor do que o modelo 2, com Aerofólio somente. Esse resultado surpreendente, e talvez até incorreto, pode ter acontecido devido a alguma variação de uma simulação para a outra (apesar de todas as simulações terem sido realizadas com os mesmos parâmetros).

O modelo 4, que conta com Difusor somente, apresentou o 4° melhor resultado, pois gerou uma certa quantidade de *downforce* com uma força de arrasto baixa. Para utilizar dispositivos aerodinâmicos isoladamente, o Difusor, então, se mostrou mais eficiente para uma velocidade média de aproximadamente 50 km/h.

## 5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Nesse capítulo são relatadas as conclusões com relação aos *softwares* utilizados ao longo do trabalho, às variáveis presentes em uma simulação *CFD* e aos resultados das simulações para os modelos analisados. Além disso, serão sugeridas algumas propostas de estudos posteriores à esse trabalho visando otimiza-lo ou complementa-lo.

### 5.1 Conclusões

O primeiro *software* utilizado foi o *FreeCAD*, e cumpriu sua função de maneira bastante satisfatória. Com comandos bem intuitivos e boa qualidade gráfica, as geometrias dos modelos foram desenvolvidas sem nenhum problema, sem falar na grande vantagem do *FreeCAD* ser um *software* gratuito.

O *Gmsh* foi pouco explorado durante o trabalho devido às mudanças nos rumos das simulações. O pouco contato com o *software* foi levemente conturbado. A princípio ele aparenta ser bastante simples, mas foram encontradas algumas dificuldades para importar a malha corretamente para outro *software* (no caso o *OpenFOAM*). O *Gmsh* é amplamente utilizado na geração de malhas, portanto, devido à falta de aprofundamento no *software*, não foi estabelecida uma posição conclusiva para com o mesmo.

Com relação ao *OpenFOAM*, ele mostrou ser, sem dúvida, um *software* bastante poderoso, contando com *solvers* bem desenvolvidos e elevada robustez matemática. O ponto fraco do *OpenFOAM* foi mesmo na interface gráfica, que praticamente não existe em sua versão original. Para contornar esse problema foi utilizado o *HelyxOS*, que é um *software* do tipo *GUI* (*Graphic User Interface*) e permite realizar simulações através do *OpenFOAM*, configurando os parâmetros da simulação em uma interface gráfica mais amigável e intuitiva. A proposta do *HelyxOS* foi verificada na prática pois, sem a interface gráfica que ele proporcionou, as simulações demorariam muito mais para serem configuradas e executadas.

Quanto aos parâmetros de uma simulação *CFD*, os pontos mais críticos percebidos durante o trabalho foram na criação da malha e na definição das condições de contorno.

O tamanho do domínio da malha influencia diretamente no resultado pois altera o comportamento do fluxo na região de ensaio. Por isso é importante analisar até onde, no espaço, o caso a ser estudado tem influência. O refino da malha também influencia na qualidade dos

resultados e no tempo de simulação. Uma malha muito grosseira pode acarretar em uma grande distorção da geometria a ser analisada, portanto, quanto mais fina for a malha melhor serão os resultados. Porém, uma malha muito refinada demanda mais tempo para ser criada e depois, na hora de rodar a simulação, o tempo gasto também será maior. O ideal, para uma simulação preliminar, é tentar equilibrar a qualidade da malha com o tempo de simulação.

Além do tamanho da malha, é possível definir níveis de resolução em determinadas regiões da malha criada na geometria, devido à pontos considerados críticos. Para deixar mais claro, é como se em uma placa plana com um furo a malha ficasse mais refinada ao redor do furo, gradativamente, conferindo maior precisão a uma região considerada crítica.

A parte de definição das condições de contorno sem dúvida foi a parte mais crítica e que mais influenciou nos resultados. Foram testadas diversas condições até chegar em um resultado minimamente satisfatório. Basicamente é preciso definir bem claramente quais são as condições de entrada (*Inlet*) e saída (*Outlet*) do fluxo. Além disso, as condições ao redor do modelo (*left, right, top, bottom*) também apresentaram grande influência. São comuns as condições de parede (*Wall*), Vazio (*Empty*), Caminho (*Patch*), entre outras, cada uma com determinada característica. Depende do caso a ser analisado para definir essas condições, de forma que represente da melhor maneira a realidade.

Quanto aos resultados dos modelos, os valores foram apresentados no capítulo 4 com pequenas discussões em torno de cada um. Basicamente, as simulações mostraram que o acréscimo de *downforce* através de dispositivos aerodinâmicos vai resultar em um aumento na força de arrasto. Cabe ao projetista de aerodinâmica ponderar as influências de cada força em relação ao desempenho do veículo. Um fato importante, indicado pelos resultados, foi que configurações equilibradas (dispositivos aerodinâmicos na dianteira e na traseira) apresentam melhor relação entre *downforce* e arrasto, resultado que pode ser determinante para um projeto real.

## 5.2 Recomendações

As recomendações para trabalhos posteriores seguem na linha da necessidade de validar os resultados obtidos na simulação *CFD*, através de três análises:

- Realizar simulações de um modelo aerodinâmico padrão, com parâmetros de simulação e resultados conhecidos, a fim de comparar os resultados obtidos com os fornecidos pela literatura e verificar se o *software* está apresentando valores coerentes.
- Fazer experimentos em túnel de vento, com modelos em escala reduzida ou, se possível, até mesmo com os modelos em escala real. Se os resultados da simulação *CFD* e do túnel de vento ficarem próximos, é um forte indício de que estão corretos.
- Realizar testes em pista, medindo o comportamento dinâmico do veículo através de sensores e realizando análise de tempo de volta. Geralmente essa etapa vem após as duas primeiras, mas é primordial para validar, de fato, os resultados.

Seria interessante também realizar simulações variando a velocidade do fluxo e o modelo de turbulência, pois esses parâmetros tem fortes influências sobre os resultados. O tempo de simulação (número de iterações) também é uma variável a ser analisada, visto que ela influencia na convergência dos resultados numéricos e pode fazer diferença nos resultados finais da simulação.

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

FOX, Robert W.; McDONALD, Alan T.; PRITCHARD, Philip J. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. 6 ed. Rio de Janeiro, LTC, 2006.

KATZ, Joseph. *Race Car Aerodynamics*: Designing for Speed. Cambridge - MA, Bentley Publisher, 1995.

HUCHO, Wolf-Heinrich. *Aerodynamics of Road Vehicles*. London, Butterworth-Heinemann, 1990.

CASIRAGHI, Corrado. *Race Car Aerodynamics*. Stockholm, KTH – Royal Institute of Technology, 2010.

McBEATH, Simon. *Competition Car Aerodynamics: A Practical Handbook*. 3 ed, Veloce Publishing Limited, 2015.

BEAUCHAMP, Warren. *Passenger Car Aerodynamics*. recumbents.com, publicado em 05/2009, acessado em Janeiro de 2017, disponível em: [http://www.recumbents.com/car\\_aerodynamics/](http://www.recumbents.com/car_aerodynamics/).

ANDERSON JUNIOR, John David. *Fundamentals of Aerodynamics*. 3 ed. McGraw-Hill, 2001.

PINOTTI, Marcos. *Normas Didáticas - EMA091 - Mecânica dos Fluidos*. Escola de Engenharia, UFMG.

RODRIGUES, Luiz Eduardo Miranda J. *Mecânica dos Fluidos (Aula 10 – Escoamento Laminar e Turbulento)*. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, São Paulo.

BRUNETTI, Franco. *Mecânica dos Fluidos*. 2 ed. Pearson Prentice Hall. São Paulo, 2008.

WHITE, Frank M. *Mecânica dos Fluidos*. 6 ed. AMGH Editora Ltda. Porto Alegre, 2011.

MUNSON, B.R., YOUNG, D.F., OKIISHI, T.H., *Fundamentos da Mecânica dos Fluidos*. Tradução da 4ª edição americana, Ed. Edgard Blucher, 2004.

LANDAU, L. D.; LIFSHITZ, E. M. *Fluid Mechanics*. 2 ed. (Volume 6). Butterworth-Heinemann. 1987.

KUZMIN, Dmitri. **Introduction to Computational Fluid Dynamics**. *Institute of Applied Mathematics University of Dortmund*. Disponível em: <http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~kuzmin/cfdintro/lecture1.pdf>.

DE GROOTE, Steven. **Wind Tunnel**. Disponível em: <http://www.fltechnical.net/articles/47>, acessado em Março de 2017, 2003.

HITT, David. **NASA Educational Technology Services**. Disponível em: <https://www.nasa.gov/audience/forstudents/5-8/features/nasa-knows/what-are-wind-tunnels-58.html>, acessado em Março de 2017, 2005.

*Technical F1 Dictionary*. **Wind Tunnel**. Disponível em: [http://www.formula1-dictionary.net/wind\\_tunnel.html#index\\_top\\_page](http://www.formula1-dictionary.net/wind_tunnel.html#index_top_page), acessado em Março de 2017.

DESAI, S. S. **Relative roles of computational fluid dynamics and wind tunnel testing in the development of aircraft**. *Current Science Vol. 84*. 2003.

MAZUMDER, S.; **Numerical Methods for Partial Differential Equations: Finite Difference and Finite Volume Methods**; Academic Press; 2016.

REDDY, J. N.; HIL, McGraw; **An Introduction to the Finite Element Method**; 2005.  
**How to Make a Wind Tunnel**. Disponível em: <http://www.instructables.com/id/How-to-make-a-wind-tunnel/>. Acessado em Março de 2017.

**FreeCAD website**. Disponível em: [http://www.freecadweb.org/?lang=pt\\_BR](http://www.freecadweb.org/?lang=pt_BR); acessado em Março de 2017.

GEUZAINÉ, C.; REMACLE, J.F. ; **Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities**. 2009.

BEAUGNON, Eric; **Science and Technology of Advanced Materials: 3D physical modeling of anisotropic grain growth at high temperature in local strong magnetic force field**. 2008.

NEBENFÜHR, Bastian; **OpenFOAM: A tool for predicting automotive relevant flow fields**; *Chalmers University of Technology; Department of Applied Mechanics – Division of Fluid Dynamics; Göteborg, Sweden*; 2010.

WORDLEY, S. and SAUNDERS, J., **Aerodynamics for Formula SAE: A Numerical, Wind Tunnel and On-Track Study**, SAE Technical Paper 2006-01-0808, 2006, doi:10.4271/2006-01-0808.

MERKEL, J., **Development of Multi-Element Active Aerodynamics for the Formula SAE Car**, The University of Texas at Arlington, 2013.

RAUEN, F., **Pesquisa Científica: Discutindo a Questão das Variáveis**, Anais do IV Simpósio sobre Formação de Professores – SIMFOP, Universidade do Sul de Santa Catarina, 2012.

FONTELLES M., SIMÕES M., FARIAS S., FONTELLES R., **Metodologia da Pesquisa Científica: Diretrizes Para a Elaboração de um Protocolo de Pesquisa**, Belém - PA, 2009.

FRANCISCO, A., **Variáveis e Indicadores**, 2007, disponível em: <http://metodologiadepesquisa2.blogspot.com.br/2007/08/variaveis-e-indicadores.html>, acessado em Agosto de 2017.

**Flujo Laminar y Turbulento**, YouTube, disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=1KaFcBM2FGI>, acessado em Novembro de 2016.

**Viscosidade**, Wikipédia, disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Viscosidade>, acessado em Novembro de 2016.