



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
Universidade Federal de Ouro Preto  
Escola de Minas – Departamento de Engenharia Civil  
Curso de Graduação em Engenharia Civil

---



**Mateus Henrique Rodrigues Nepomuceno**

# **ANÁLISE ESTRUTURAL DE LAJES NERVURADAS SEGUNDO PRESCRIÇÕES DE NORMA E MÉTODOS NUMÉRICOS**

Ouro Preto

2022

# Análise Estrutural de Lajes Nervuradas Segundo Prescrições de Norma e Métodos Numéricos

Mateus Henrique Rodrigues Nepomuceno

Trabalho Final de Curso apresentado como parte dos requisitos para obtenção do Grau de Engenheiro Civil na Universidade Federal de Ouro Preto.

Data da aprovação: 13/01/2022

Orientador: Prof. D.Sc. Amilton Rodrigues da Silva - UFOP

Membro: Prof. D.Sc. Francisco Célio de Araújo – UFOP

Membro: Prof. D.Sc. Jaime Florencio Martins – UFOP

Ouro Preto

2022

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

N441a Nepomuceno, Mateus Henrique Rodrigues.  
Análise Estrutural de Lajes Nervuradas Segundo Prescrições de  
Norma e Métodos Numéricos. [manuscrito] / Mateus Henrique Rodrigues  
Nepomuceno. - 2022.  
83 f. : il. : color., tab..

Orientador: Prof. Dr. Amilton Rodrigues Da Silva.  
Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto.  
Escola de Minas. Graduação em Engenharia Civil .  
Área de Concentração: Engenharia Civil.

1. Lajes ( Nervurada ). 2. Modelagem numérica. 3. Elementos dos  
elementos finitos. I. Da Silva, Amilton Rodrigues. II. Universidade Federal  
de Ouro Preto. III. Título.

CDU 621



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
Universidade Federal de Ouro Preto  
Escola de Minas – Departamento de Engenharia Civil  
Curso de Graduação em Engenharia Civil



## **ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

ATA No. 01 DA DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO PARA A CONCESSÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO CIVIL.

DATA DA DEFESA: 13 / 01 / 2022

CANDIDATO: Mateus Henrique Rodrigues Nepomuceno

ORIENTADOR: Amilton Rodrigues da Silva

BANCA EXAMINADORA:

Amilton Rodrigues da Silva (presidente)

Francisco Célio de Araújo

Jaime Florêncio Martins

TÍTULO DO TRABALHO:

**ANÁLISE ESTRUTURAL DE LAJES NERVURADAS SEGUNDO PRESCRIÇÕES DE NORMA E MÉTODOS NUMÉRICOS**

Em sessão pública remota de defesa de trabalho de conclusão de curso de Engenharia Civil, após exposição do trabalho e arguição oral do candidato pelos membros da banca, a comissão avaliadora deliberou pela **aprovação** do candidato com a nota: **9,6**, concedendo-lhe 15 dias para incorporar no texto final as alterações determinadas/sugeridas pela banca. O aluno fará jus aos créditos e conceito de aprovação na disciplina CIV 191 - Trabalho de Conclusão de Curso II após confirmação, pelo orientador da aceitação da versão final do trabalho. Na forma regulamentar foi lavrada a presente ata que é abaixo assinada pelo presidente da banca, representando os membros envolvidos e o candidato.

Ouro Preto, 13 de janeiro de 2022.

Presidente:  AMILTON RODRIGUES DA  
SILVA:03192262630  
2022.01.13 10:36:58 -03'00'

Amilton Rodrigues da Silva

*Dedico esse trabalho a toda minha família,  
Principalmente a minha mãe que mesmo  
Lá em cima vem iluminando meu caminho,  
Meu pai e meus irmãos, sem eles,  
Nada disso seria possível.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus por tudo que consegui conquistar até hoje.

Aos membros da família Rodrigues e da família Nepomuceno, pela disponibilidade sempre que precisei de apoio.

Aos meus pais Daliana e Sebastião por me proporcionarem toda a base e me ensinarem tudo para me tornar quem sou hoje.

Aos meus irmãos Filipe, Ana Luísa e Marcus, por todo apoio sempre que precisei, conselhos e ensinamentos.

Ao meu professor orientador Amilton por toda orientação e apoio durante a execução do trabalho de conclusão.

A minha tia Adriana por todo apoio durante toda a vida e principalmente desde o início do meu ingresso à Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP.

Ao Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento - CNPq pelo suporte financeiro durante a realização da iniciação científica que foi base para este TCC.

Aos meus amigos por todo apoio e contribuição durante a minha jornada na UFOP.

## RESUMO

A área da construção civil não para de crescer em nenhum momento. Novas tecnologias são criadas para poder otimizar os materiais gastos em uma obra, tornando-as mais leves, rápidas e mais econômicas. Diante desse cenário, o objetivo desse trabalho é analisar três formas de cálculo diferentes das lajes nervuradas, com o intuito de obter a forma mais econômica dessa estrutura de maneira segura. Para a análise da laje nervurada, foram utilizadas as metodologias como da NBR 6118 e suas formulações, os valores fornecidos pela tabela de fabricantes para se obter a sobrecarga máxima e, também, os métodos numéricos, discretizando o elemento laje em vários elementos finitos para uma análise mais detalhada da estrutura através do programa FEMOOP. Neste trabalho foram desenvolvidos estudos com duas lajes de dimensões diferentes. Nos dois exemplos, o método numérico mostrou que o método da NBR 6118 e o da tabela de lajes pré-fabricadas são seguros, porém bem conservadores. Dessa forma, embora as estruturas calculadas através da norma e da tabela serem seguras, elas são antieconômicas comparada aos resultados obtidos pelo método numérico.

Palavras-chaves: Laje nervurada, Método numérico, NBR 6118, Elementos finitos.

## **ABSTRACT**

The construction field doesn't stop to grow. New technologies are created to optimize the materials which are spent in a project in order to make them lighter, faster and more economical. Based on this scenario, the goal of this paper is to analyze three methods of calculation of (reinforced concrete) aiming to find the most economical way of building this structure safely. For the analysis of reinforced concrete, it was used the following methodologies: NBR 6118 and its formulations, the values found in the manufacturer of pre-cast concrete slab's table to reach maximum overload and also the numerical method in which the "slab" element was discretize in various other finite elements for a more detailed analysis of the structure using the FEMOOP software. For this paper, it was developed the study of slabs with two different dimensions. In these two examples, the numerical method demonstrated that both the NBR 6118's procedures and the table for pre-cast concrete slab are safe, however, at the same time, quite conservative. Therefore, although the structures which are calculated taking as basis the norm and the manufacturer's table are safe, they are uneconomical when compared with the results obtained through the numerical method.

Key words: Reinforced concrete, Numerical method, NBR 6118, Finite Elements

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Laje nervurada moldada no local Fonte: Atex Brasil.....	6
Figura 2 – Vigotas pré-moldadas Fonte: FRANCA & FUSCO, 1997 .....	7
Figura 3 – Lajes com vigotas pré-moldadas com blocos cerâmicos Fonte: (PEREIRA, 2001) .....	7
Figura 4 – Blocos de EPS com vigotas treliçadas Fonte: Isorecort.....	8
Figura 5 – Nervuras obtidas através de caixotes de polipropileno Fonte: Impacto Protensão .....	9
Figura 6 – Seção típica e dimensões mínimas Fonte: NBR 6118:2014.....	9
Figura 7 – Diagrama de momentos para lajes nervuradas contínuas Fonte: NBR 6118:2014 .....	10
Figura 8 – Condições para largura da mesa na viga T Fonte: NBR 6118:2014..	12
Figura 9 – Estádios de deformação do concreto Fonte: www.guiadaengenharia.com .....	20
Figura 10 – Domínios de deformação da seção de concreto armado Fonte: NBR 6118:2014 .....	21
Figura 11 – Comprimento de ancoragem necessário Fonte: NBR 6118, 2014...	25
Figura 12 – Laje com nervuras em uma direção Fonte: autor .....	34
Figura 13 – Faixa de largura de 0,25m ao longo da nervura Fonte: autor .....	34
Figura 14 – Seção fissurada .....	35
Figura 15 – Vão livre e vão efetivo da viga .....	38
Figura 16 – Simulação numérica da laje nervurada Fonte: Autor .....	44

Figura 17 - Relação tensão deformação ilustrativa de um material Fonte: FARIA, 2017 .....	45
Figura 18 - Curva tensão-deformação do concreto na compressão Fonte: NBR 6118 (2014) .....	45
Figura 19 - Curva tensão-deformação do concreto na tração Fonte: Rots et. al. 1984 .....	46
Figura 20 - Curva tensão-deformação do aço na compressão/tração .....	47
Figura 21 - Curva carga deslocamento .....	48
Figura 22 - Critério de falha para o concreto em estado duplo de tensões.....	49
Figura 23 – Corte transversal da laje nervurada .....	50
Figura 24 – Faixa na direção da nervura da laje Fonte: autor .....	52
Figura 25 – Viga na direção da nervura Fonte: autor.....	53
Figura 26 – Seção não fissurada Fonte: autor .....	55
Figura 27 – Seção fissurada Fonte: autor .....	56
Figura 28 – Laje nervurada discretizada Fonte: autor.....	59
Figura 29 – Curva tensão deformação dos materiais: (a) concreto na compressão, (b) concreto na tração e (c) aço da armadura Fonte: autor .....	61
Figura 30 – Curva carga deslocamento das lajes nervuradas Fonte: autor .....	62
Figura 31 – Identificação das cargas limites para os vãos de 3,2 e 5,6m Fonte: autor .....	63
Figura 32 - Identificação das cargas limites para os vãos de 7,6 e 14,8m Fonte: autor .....	65
Figura 33 – Corte transversal da laje nervurada Fonte:.....	66
Figura 34 - Faixa na direção da nervura da laje .....	67

Figura 35 – Viga na direção da nervura Fonte: autor.....	69
Figura 36 – Seção não fissurada Fonte: autor.....	72
Figura 37 – Seção fissurada Fonte: autor.....	73
Figura 38 – Curva carga deslocamento das lajes nervuradas Fonte: autor.....	78
Figura 39 – Identificação das cargas limites vãos de 6, 9 e 14m Fonte: autor ...	79

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$ Fonte: NBR 6118 (2014).....	17
Tabela 2 - Valores do coeficiente $\gamma_{f2}$ Fonte: NBR 6118 (2014).....	18
Tabela 3 - Valores dos coeficientes $\gamma_c$ e $\gamma_s$ Fonte: NBR 6118 (2014) .....	18
Tabela 4 - Valores do coeficiente $\xi$ em função do tempo Fonte: NBR 6118 (2014) .....	28
Tabela 5 - Limites para deslocamento Fonte: NBR6118 .....	29
Tabela 6 – Limites para deslocamento (efeitos estruturais em serviço) Fonte: NBR 6118 (2014).....	30
Tabela 7 - Tabela dos tipos de vigotas fornecidas pelo fabricante Fonte: www.tatu.com.br.....	37
Tabela 8 – Parte da tabela de cargas devido a ocupação Fonte: NBR 6120 (2019) .....	40
Tabela 9 – Parte da tabela de cargas para alvenarias Fonte: NBR 6120 (2019)	42
Tabela 10 – Tabela fornecida pelo fabricante para vigotas pré-moldadas Fonte: www.tatu.com.br.....	43
Tabela 11 – Laje nervurada pré-moldada Fonte: www.tatu.com.br .....	51
Tabela 12 - Laje nervurada pré-moldada Fonte: www.tatu.com.br .....	67

## **LISTA DE SIGLAS**

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnica

CP– Concreto Protendido

ELU– Estado Limite Último

ELS– Estados Limite de Serviço

ELS – DEF– Estado Limite de Serviço Deformações Excessivas

ELS – F– Estado Limite de Serviço Formação de Fissuras

ELS – W– Estado Limite de Serviço de Abertura de Fissuras

EPS– Poliestireno Expandido

PP– Peso Próprio

RV– Revestimento

SC– Sobrecarga

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A_c$	Área total de concreto da seção transversal bruta do concreto
$b_w$	Largura da nervura
$b_f$	Largura da mesa colaborante
$d$	Altura útil
$E_{cs}$	Módulo de deformação secante do concreto
$f_{cd}$	Resistência de cálculo à compressão do concreto
$f_{ck}$	Resistência característica à compressão do concreto
$F_{ptk}$	Resistência característica à tração
$f_{pyk}$	Resistência característica convencional ao escoamento
$f_{yk}$	Resistência característica ao escoamento do aço
$f_{ctk,inf}$	Resistência característica do concreto à tração direta
$N_{sd}$	Força longitudinal na seção/Força Normal solicitante de Cálculo
$h_f$	altura da mesa, cm
$I$	momento de inércia da seção, $cm^4$
$V_{sd}$	Força cortante solicitante de cálculo
$V_{Rd1}$	Força cortante resistente de cálculo
$x$	Posição da linha neutra da seção da face mais comprimida
$\varepsilon_x$	deformação específica na direção x
$\varepsilon_y$	deformação específica na direção y
$\gamma_c$	Coefficientes de ponderação da resistência do concreto
$\gamma_s$	Coefficientes de ponderação da resistência do aço

## SUMÁRIO

1	Introdução .....	1
2	Objetivo .....	4
2.1.1	Objetivos Específicos .....	4
3	Revisão Bibliográfica .....	5
3.1	Lajes Nervuradas .....	5
3.1.1	Lajes moldadas no local .....	5
3.1.2	Lajes com nervuras pré-moldadas .....	6
3.2	Materiais inertes de enchimento .....	7
3.3	Procedimentos descritos pela NBR 6118 .....	9
3.3.2	Ações .....	13
3.3.3	Combinação de ações para os ELU e ELS .....	15
3.3.4	Estádios de deformação do concreto armado .....	18
3.3.5	Domínio de deformação .....	21
3.3.6	Vinculações das lajes nervuradas .....	23
3.3.7	Momento resistente de cálculo e momento máximo .....	23
3.3.8	Verificações .....	24
3.3.9	Flecha .....	26
3.4	Análise numérica .....	30
4	Metodologia .....	33
4.1	Procedimentos definidos pela NBR 6118:2014 .....	33

4.2	Utilização das tabelas fornecidas pelo fabricante .....	36
4.3	Método numérico .....	43
5	RESULTADOS .....	49
5.1	EXEMPLO 1 .....	50
5.1.1	Tabela fabricante .....	50
5.1.2	Procedimentos da NBR 6118 .....	51
5.1.3	Análise numérica .....	58
5.2	EXEMPLO 2 .....	65
5.2.1	Tabela fabricante .....	66
5.2.2	Procedimentos da NBR 6118 .....	67
5.2.3	Análise numérica .....	76
6	CONCLUSÃO .....	80
	Referências .....	82

# 1 INTRODUÇÃO

No início da década de 90, algumas empresas do Brasil resolveram buscar novas tecnologias que trouxessem agilidade e economia de forma global nas suas construções. O resultado das pesquisas acarretou diretamente no crescimento da utilização de estruturas pré-moldadas em concreto armado. Segundo a Associação Brasileira das Empresas de Serviço de Concretagem (ABESC), o tipo de construção pré-moldada possibilita uma boa economia no custo final da obra, versatilidade e uma redução no prazo de entrega da obra. Além disso, proporciona, ainda, flexibilidade arquitetônica, segurança, possibilidade para ampliações, uma baixa manutenção e facilidade de implantação em lugares afastados e com pouca infraestrutura.

Grandes vãos demandam grandes espessuras para as lajes maciças, o que as tornam elementos estruturais não eficientes, já que sua capacidade de carga é praticamente para suportar seu peso próprio. Segundo Kaestner (2021), as lajes maciças não são adequadas para vãos maiores que 7 metros e espessuras superiores a 20 centímetros. Isso se deve à baixa resistência do concreto à tração e a predominância de esforços de flexão nas lajes. Dessa forma, a ideia da laje nervurada é eliminar parte do concreto da região tracionada da laje formando as nervuras que são mantidas para proteger as armaduras e ligá-las à região comprimida da laje.

As lajes nervuradas, segundo FRANÇA & FUSCO (1997), constituíram-se em uma evolução natural das lajes maciças, eliminando a maior parte do concreto abaixo da linha neutra, região tracionada para as situações mais comuns na prática, o que permite uma economia na espessura total das lajes devido a criação de vazios em um padrão rítmico de arranjos, ocasionando e uma redução no peso próprio e um melhor aproveitamento do aço e do concreto. Essas características das lajes nervuradas, trazem a elas vantagens como:

- Diminuição ou ausência no uso de formas dependendo se moldada “in loco” ou pré-fabricada

- Possibilidade de vencer maiores vãos de até 15 metros devido ao seu baixo peso próprio
- Economia, tendo em visto que a laje nervurada pesa em média 15% a menos que a laje nervurada, diminuindo proporcionalmente os esforços suportados pelas fundações.
- Maior agilidade e produtividade na obra

O concreto eliminado pode ser substituído por outro material mais leve e mais barato. Esse material é chamado de elemento de enchimento, que segundo a NBR14859-2 (2016), é um elemento pré-fabricado com materiais inertes diversos, podendo ser maciços ou vazados, não estruturais, intercalados entre as vigotas ou arrançados sobre os mini painéis e painéis, com a função de reduzir o peso próprio da laje e, também, servir como forma para o concreto complementar. Esses elementos inertes devem possuir uma resistência característica à carga mínima de ruptura de 1,0kN, suficiente para suportar as operações de execução durante a montagem e concretagem da laje (NBR14859-2: 2016). Os materiais inertes, devem ter o peso específico reduzido comparado ao peso específico com do concreto, podendo ser empregados blocos cerâmicos vazados, blocos de concreto leve, blocos de EPS (poliestireno expandido), também conhecido como isopor e, em alguns casos, esses blocos podem ser substituídos por vazios, obtidas por formas industrializadas reaproveitáveis que deixam a mostra as nervuras após sua retirada, ARAÚJO (2010).

Neste projeto são avaliados os procedimentos descritos na NBR 6118 (2014) para o dimensionamento quanto aos estados limites últimos e de serviços de lajes nervuradas moldadas “in loco” ou pré-fabricadas. No caso de lajes nervuradas pré-fabricadas também é avaliada tabelas de fabricantes que definem a capacidade de carga da laje nervurada. Para isso é analisado um conjunto de lajes nervuradas isoladas ou contínuas, moldadas “in loco” ou pré-fabricadas.

Geralmente os métodos simplificados de análise estrutural e dimensionamento encontrados em normas técnicas e livros textos são bastantes conservadores principalmente quando envolvem elementos bidimensionais. Dessa forma, pensando

em engenharia de estruturas, o Método dos elementos finitos (MEF), veio com o objetivo de determinar o estado de tensão-deformação de um sólido com geometria arbitrária sujeito a ações exteriores Azevedo (2003). Esse método “discretiza o contínuo”, simplificando e tornando factível o cálculo de estruturas mais complexas, que através do uso de simuladores, dá-se a possibilidade de enxergar essa estrutura em pequenas partes, ou seja, elementos finitos. Isto motiva a utilização de métodos numéricos para obter projetos mais seguros e econômicos. Os resultados obtidos usando os métodos fornecidos pela NBR 6118 e tabelas de fabricantes são comparados com resultados numéricos obtidos pelo software FEMOOP. A simulação numérica de lajes nervuradas no FEMOOP foi feita através da associação de elementos planos de casca com elementos de viga por meio de elementos de interface.

Os resultados dos exemplos analisados neste trabalho mostram que os procedimentos da NBR 6118 e tabelas de fabricantes são seguros e econômicos quando se trata de lajes com maior vão maior que o dobro do menor vão e nervuras na direção do menor vão. Nos outros casos estes procedimentos e tabelas são bem conservativos, ou seja, seguro, porém não econômicos.

## **2 OBJETIVO**

O objetivo desse estudo é avaliar os procedimentos descritos na NBR 6118:2014 para o dimensionamento de lajes nervuradas quanto aos estados limites últimos e de serviços de lajes nervuradas em concreto armado moldados no local e, lajes nervuradas pré-fabricadas, utilizando as tabelas fornecidas pelos fabricantes que definem sua capacidade de carga. Os resultados obtidos usando os métodos fornecidos pela NBR 6118 e tabelas de fabricantes são comparados com resultados obtidos pelo software FEMOOP.

### **2.1.1 Objetivos Específicos**

- Analisar o comportamento das lajes nervuradas através dos três métodos para trazer uma solução mais econômica e segura.
- Contribuir com a literatura sobre o dimensionamento de lajes nervuradas.

### **3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Para execução dos objetivos deste projeto é necessária uma revisão dos conceitos de lajes nervuradas moldadas "in loco" ou pré-fabricadas, dos procedimentos de dimensionamento de lajes da NBR 6118 (2014) e de análise numérica usando o método dos elementos finitos. Sendo assim, neste capítulo são apresentados de forma resumida estes conceitos, propiciando ao leitor um melhor entendimento da metodologia, exemplos e resultados apresentados a seguir.

#### **3.1 Lajes Nervuradas**

Lajes são elementos estruturais bidimensionais, ou seja, apresentam uma de suas dimensões (espessura) muito menor que as outras dimensões (largura e comprimento), que têm geralmente a função de piso ou cobertura. Quando parte do concreto situado na zona de tração é eliminado ou substituído por outro material mais leve formando nervuras nessa região a laje é chamada de nervurada, podendo ser moldada "in loco" ou pré-fabricada.

Segundo a NBR 6118 (2014), lajes nervuradas são "lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração é constituída por nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte." O espaçamento entre as nervuras influenciará no comportamento estrutural do conjunto diferenciando lajes nervuradas de lajes maciças apoiada em grelha.

##### **3.1.1 Lajes moldadas no local**

Todas as etapas de execução são realizadas "in loco". Portanto, é necessário o uso de fôrmas e de escoramentos, além do material de enchimento. Pode-se utilizar fôrmas para substituir os materiais inertes. Essas fôrmas já são encontradas em polipropileno ou em metal, com dimensões moduladas, sendo necessário utilizar desmoldantes iguais aos empregados nas lajes maciças.

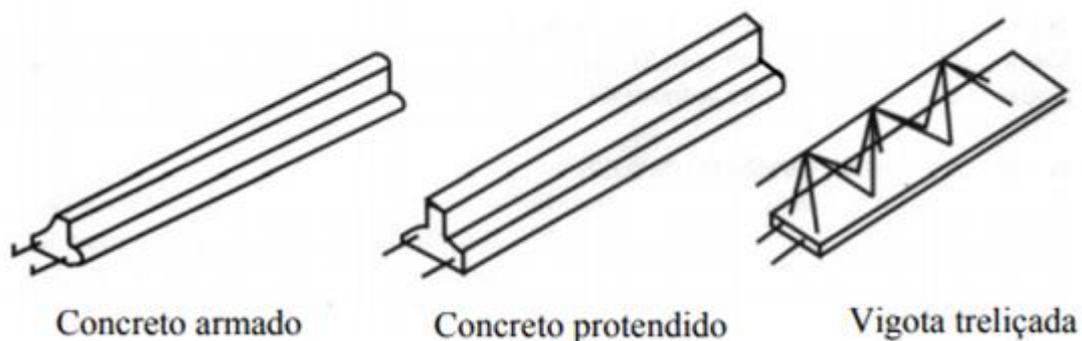


**Figura 1 – Laje nervurada moldada no local**

**Fonte: Atex Brasil**

### **3.1.2 Lajes com nervuras pré-moldadas**

Nessa alternativa, as nervuras são compostas de vigotas pré-moldadas, que dispensam o uso do tabuleiro da fôrma tradicional. Geralmente essas vigotas são capazes de suportar seu peso próprio e as ações de construção, necessitando em alguns casos de um escoramento no meio do vão. Além das vigotas, essas lajes são constituídas de elementos de enchimento, que são colocados sobre os elementos pré-moldados, e também de concreto moldado no local. A figura abaixo mostra três tipos comuns de vigotas utilizadas na prática.



**Figura 2 – Vigotas pré-moldadas**  
**Fonte: FRANCA & FUSCO, 1997**

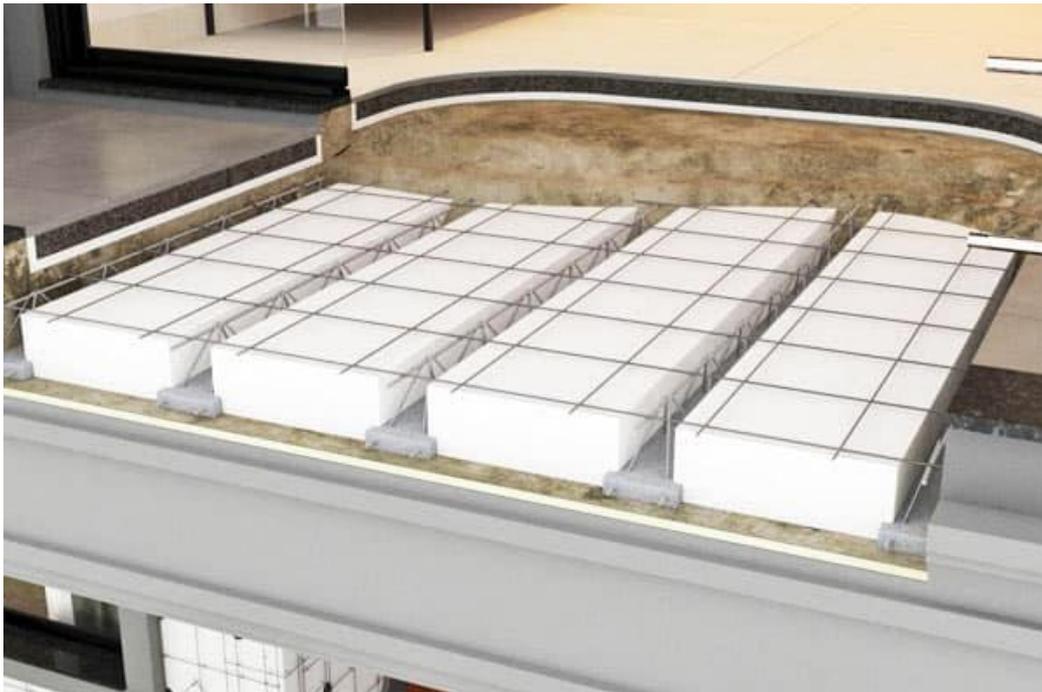
### 3.2 Materiais inertes de enchimento

Como citado anteriormente, as lajes nervuradas tem o intuito de substituir o concreto na parte tracionada por materiais mais leves, inertes, diminuindo assim seu peso próprio e, conseqüentemente, tornando a estrutura mais econômica.

Podem ser utilizados vários tipos de materiais de enchimento, entre os quais: blocos cerâmicos, como na Figura 3, blocos vazados de concreto e blocos de EPS (poliestireno expandido), também conhecido como isopor, Figura 4. Esses blocos podem ser substituídos por vazios, obtidos com fôrmas constituídas por caixotes reaproveitáveis, como na Figura 5.



**Figura 3 – Lajes com vigotas pré-moldadas com blocos cerâmicos**  
**Fonte: (PEREIRA, 2001)**



**Figura 4 – Blocos de EPS com vigotas treliçadas**

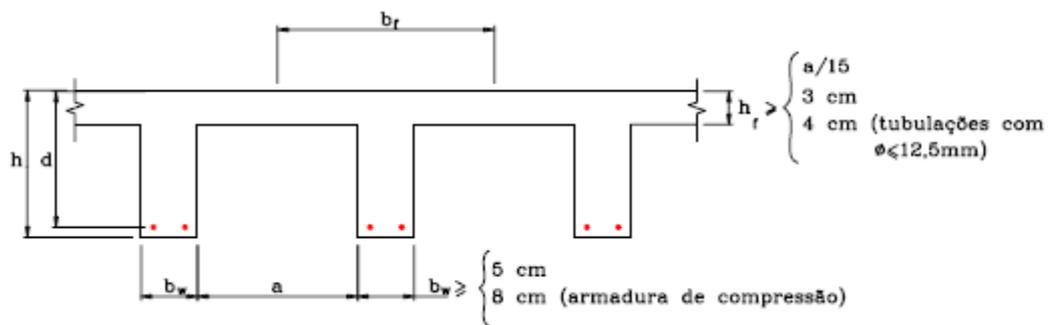
**Fonte: Isorecort**



**Figura 5 – Nervuras obtidas através de caixotes de polipropileno**  
**Fonte: Impacto Protensão**

### 3.3 Procedimentos descritos pela NBR 6118

Segundo a NBR 6118 (2014) as dimensões mínimas da mesa e das nervuras das lajes nervuradas são as indicadas na figura abaixo.



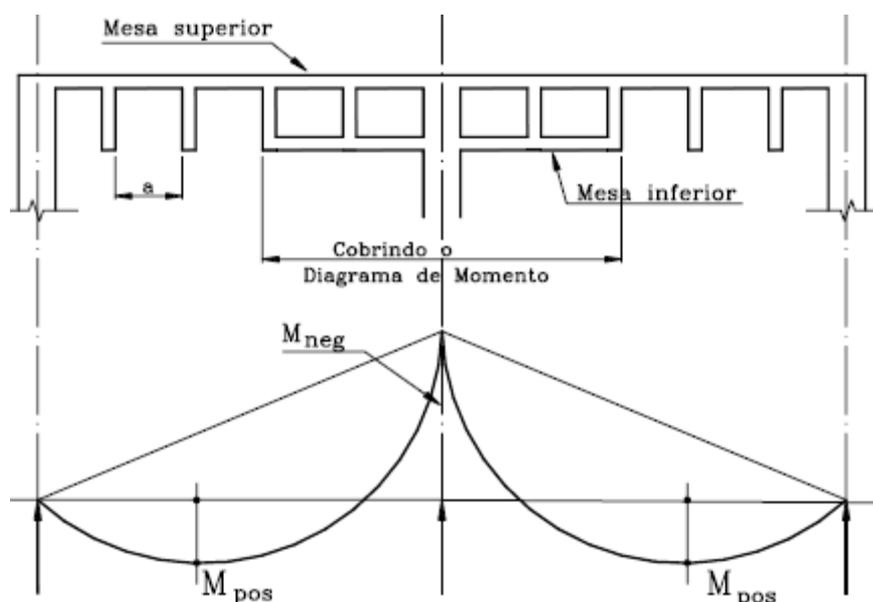
**Figura 6 – Seção típica e dimensões mínimas**  
**Fonte: NBR 6118:2014**

Sendo,

- $b_f$ : largura da mesa;
- $b_w$ : largura da alma;
- $h_f$  : espessura da mesa;
- $h$ : altura total da viga.

Quando não houver tubulações horizontais embutidas, a espessura da mesa deve ser maior ou igual a  $1/15$  da distância entre nervuras e não menor que 3cm; a espessura da mesa deve ser maior ou igual a 4cm, quando existirem tubulações embutidas de diâmetro máximo de 12,5mm.

A largura das nervuras não deve ser inferior a 5cm; se houver armaduras de compressão, a largura das nervuras não deve ser inferior a 8cm.



**Figura 7 – Diagrama de momentos para lajes nervuradas contínuas**

**Fonte: NBR 6118:2014**

Segundo os procedimentos de cálculo definido pela NBR 6118 (2014) as lajes nervuradas podem ser analisadas por meio de uma viga na direção principal da laje, quando lajes armadas em uma direção, ou por meio de uma grelha formada por duas

vigas que se interceptam no ponto de flecha máxima, quando lajes armadas em duas direções. Dessa forma, a capacidade de carga é definida usando os conceitos de análise de elementos lineares de concreto armado com seção transversal dada por uma seção retangular ou seção T, dependendo da posição da linha neutra na seção.

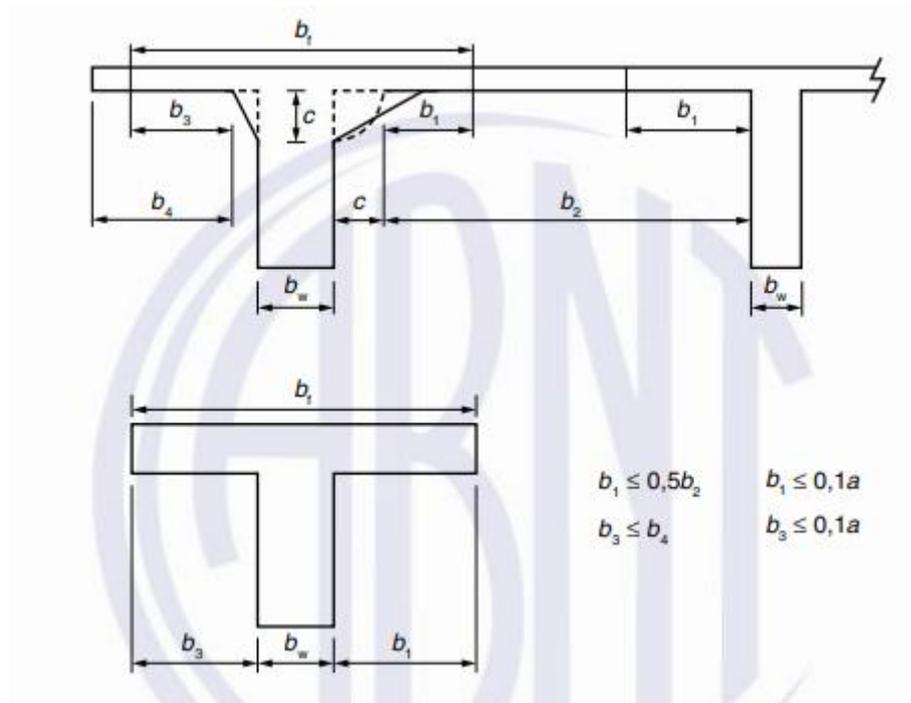
Para a utilização de vigas de seções T, faz-se necessário calcular sua largura colaborante  $b_f$  para estabelecer, de forma mais realista, as distribuições de tensões, deformações e deslocamentos na estrutura. Segundo a NBR 6118:2014, A largura colaborante  $b_f$  deve ser dada pela largura da viga  $b_w$  acrescida de no máximo 10 % da distância  $a$  entre pontos de momento fletor nulo, para cada lado da viga em que haja laje colaborante. A norma diz que a distância  $a$  pode ser estimada, em função do comprimento  $L$  do tramo considerado, como por exemplo:

- a) Viga simplesmente apoiada:  $a = 1,00 L$  ;
- b) Tramo com momento em uma só extremidade:  $a = 0,75 L$  ;
- c) Tramo com momentos nas duas extremidades:  $a = 0,60 L$  ;
- d) Tramo em balanço:  $a = 2,00 L$ .

O cálculo da distância “a”, ainda pode ser verificado ou feito através do diagrama do momento fletor da estrutura.

Para o caso de vigas contínuas, pode-se calcular uma única largura colaborante para todas as seções, inclusive nos apoios sob momentos negativos, desde que essa largura seja calculada a partir do trecho de momentos positivos onde a largura resulte mínima.

Devem ser respeitados os limites  $b_1$  e  $b_3$ , conforme indicado Figura 8



**Figura 8 – Condições para largura da mesa na viga T**

**Fonte: NBR 6118:2014**

### 3.3.1.1 Estados-limites últimos (ELU) e Estados-limites de serviço (ELS)

Para o cálculo das lajes nervuradas, são considerados os parâmetros estabelecidos pelos estados limites último e de serviço.

- O estado limite último (ELU) é o “estado que, pela sua simples ocorrência, determinam a paralisação do todo ou em parte do uso da construção” (NBR 8681, item 3.2). Dessa forma, a segurança da estrutura, está atrelada e sempre deve ser verificada com os seguintes estados-limites últimos de acordo com a NBR 6118 (2014):
  - estado-limite último da perda do equilíbrio da estrutura, admitida como corpo rígido;
  - estado-limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando os efeitos de segunda ordem;

- estado-limite último provocado por solicitações dinâmicas;
  - estado-limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando exposição ao fogo, conforme a ABNT NBR 15200;
  - Estado-limite último de colapso progressivo;
  - estado-limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, considerando ações sísmicas, de acordo com a ABNT NBR 15421;
  - outros estados-limites últimos que eventualmente possam ocorrer em casos especiais.
- “Os estados limites de serviço (ELS) são aqueles estados relacionados com o conforto e a durabilidade, aparência e boa utilização das estruturas” (NBR 6118:2014). Temos os seguintes estados de serviço importantes para o cálculo das estruturas:
    - ELS-F, estado limite de formação de fissuras: é estado em que inicia-se a formação de fissuras, admitindo que este estado-limite é alcançado quando a tensão de tração máxima na seção transversal for igual a  $f_{ct,f}$ .
    - ELS-W, abertura de fissuras: é estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais aos valores máximos especificados no item 13.4.2 da norma 6118;
    - Deformação excessiva ELS-DEF, deformação excessiva: é estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para utilização normal da estrutura, especificados no item 13.3 da norma 6118;
    - ELS-VE, vibrações excessivas: é estado em que as vibrações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal da construção, item 23.3 da norma 6118.

### **3.3.2 Ações**

As ações segundo CARVALHO (2014), é qualquer influência, ou o conjunto delas, capaz de produzir estados de tensão ou de deformação em uma estrutura. As ações

podem ser classificadas, de acordo com a NBR 8681:2003, como permanentes, variáveis e excepcionais. Porém, de acordo com a NBR 6118, as ações excepcionais são definidas em cada caso particular por normas brasileiras específicas.

- Ações permanentes: São aquelas ações cujo valores permanecem praticamente constantes durante toda a vida útil da estrutura. Elas podem ser diretas e indiretas. As diretas são aquelas ações ocasionadas pelo peso próprio, elementos construtivos fixos e das instalações permanentes (CARVALHO, 2014). Já as ações indiretas, estão relacionadas a deformações causadas pela fluência e retração do concreto, imperfeições geométricas, tanto globais quando locais, deslocamentos de apoio e proteção.
- Ações variáveis: Consideram-se ações variáveis as cargas acidentais das construções, bem como efeitos do vento, pressões hidrostáticas e hidrodinâmicas, variações de temperatura, como também, forças de frenagem, impactos e centrífugas (NBR 8681, 2004). De acordo com a NBR 6118 elas podem ser classificadas como diretas e indiretas. As diretas podem ser consideradas as seguintes solicitações:
  - Cargas acidentais previstas para o uso da construção como cargas verticais de uso, carga de móveis, frenagem, impacto lateral, força centrífuga;
  - Ações do vento, determinados pela NBR 6123;
  - Ações da água, em relação a cálculos de reservatórios, tanques, decantadores;
  - Ações durante a fase construtiva, considerando sua influência na fase final da obra.

Já as ações variáveis indiretas, são consideradas as seguintes solicitações:

- As variações uniformes de temperatura, que dependem diretamente com o local de implantação da construção e das dimensões dos elementos estruturais, conforme o item 11.4.2.1 da norma 6118;
- Variações não uniformes de temperatura, em que a temperatura possa ter uma distribuição dessemelhante da variação uniforme;
- Ações dinâmicas, que são as construções sujeitas a choques ou vibrações pelas suas condições de uso;
- Ações excepcionais, que são as ações cujos efeitos não podem ser controlados por outros meios, possuindo valores definidos em cada caso particular por normas específicas.

### **3.3.3 Combinação de ações para os ELU e ELS**

De acordo com a NBR 6118, um carregamento é definido pela combinação de ações que tem a probabilidade de atuarem simultaneamente sobre a estrutura durante um certo período de tempo. As combinações devem ser feitas de maneira a determinar os valores mais desfavoráveis possíveis para estrutura, em que as verificações para os estados limites últimos devem ser consideradas as combinações últimas e as verificações para os estados limites de serviço, devem ser consideradas as combinações de serviço (NBR 6118, 2014).

As combinações últimas podem ser classificadas como normais, especial ou de construção e excepcional.

- Combinação última normal: Conforme o item 11.8.2.1 da NBR 6118, em cada combinação última normal deve estar incluso as ações permanentes, a ação principal multiplicada pelo seu coeficiente de majoração e as demais ações variáveis, consideradas secundárias, multiplicadas por seus valores reduzidos de combinação;
- Combinação última especial ou de construção: Nela devem estar presentes as ações permanentes e a ação variável principal especial com seu valor

característico de acordo com a norma e as demais ações variáveis com seus valores reduzidos de combinação;

- Combinações últimas excepcionais: Devem estar contidas nessa combinação as ações permanentes, a ação variável principal excepcional, quando houver e as demais ações variáveis com a probabilidade não desprezível de ocorrerem simultaneamente.

Para o dimensionamento dos exemplos desse trabalho, utilizaremos as combinações últimas normais, sendo calculada pela seguinte fórmula:

$$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{\varepsilon g} F_{\varepsilon gk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{0j} F_{qjk}) + \gamma_{\varepsilon q} \psi_{0\varepsilon} F_{\varepsilon qk}$$

Onde:

$F_d$  é o valor de cálculo das ações para combinação última;

$F_{gk}$  representa as ações permanentes diretas;

$F_{\varepsilon gk}$  representa as ações indiretas permanentes como a retração  $F_{\varepsilon gk}$  e variáveis como a temperatura  $F_{\varepsilon gk}$ ;

$F_{qk}$  representa as ações variáveis diretas das quais  $F_{q1k}$  é escolhida principal;

Já para combinação de serviço, podemos utilizar a seguinte expressão a seguir:

$$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \sum \psi_{2j} F_{qj,k}$$

onde:

$F_{d,ser}$  é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço;

$F_{gi,k}$  são as ações devidas às cargas permanentes;

$F_{qj,k}$  são as ações devidas às cargas variáveis;

$\psi_{2j}$  - é o fator de redução de combinações quase permanente para ELS, cujo valores podem ser adotados de acordo com os valores da Tabela 2 abaixo.

Para obtenção dos valores de cálculo, o resultado da força encontrada a partir das ações deve ser multiplicado pelos coeficiente de majoração cujos valores são estabelecidos pelas Tabela 1 e Tabela 3.

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
<b>Normais</b>	1,4 <sup>a</sup>	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
<b>Especiais ou de construção</b>	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
<b>Excepcionais</b>	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0

onde  
*D* é desfavorável, *F* é favorável, *G* representa as cargas variáveis em geral e *T* é a temperatura.

<sup>a</sup> Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.

**Tabela 1 - Coeficiente  $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$**

**Fonte: NBR 6118 (2014)**

Ações		$\gamma_{f2}$		
		$\psi_0$	$\psi_1^a$	$\psi_2$
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas <sup>b</sup>	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas <sup>c</sup>	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3

<sup>a</sup> Para os valores de  $\psi_1$  relativos às pontes e principalmente para os problemas de fadiga, ver Seção 23.  
<sup>b</sup> Edifícios residenciais.  
<sup>c</sup> Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.

**Tabela 2 - Valores do coeficiente  $\gamma_{f2}$**

**Fonte: NBR 6118 (2014)**

Combinações	Concreto	Aço
	$\gamma_c$	$\gamma_s$
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,0

**Tabela 3 - Valores dos coeficientes  $\gamma_c$  e  $\gamma_s$**

**Fonte: NBR 6118 (2014)**

### 3.3.4 Estádios de deformação do concreto armado

Podemos definir os estádios de deformação do concreto armado como os vários estágios que um elemento fletido passa do início da sua deformação até a sua ruptura.

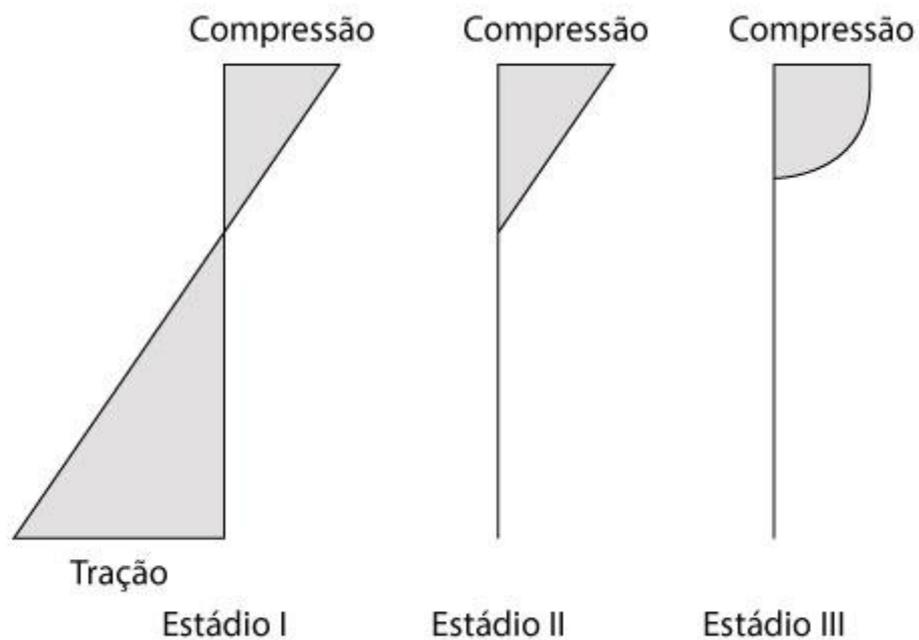
Os estádios vão de I ao III. De acordo com CARVALHO & FIGUEIREDO (2014), temos que:

- Estádio I (estado elástico): Nesse estágio, a tensão de tração do concreto não ultrapassa seu valor de resistência característica à tração ( $F_{tk}$ ) sob a ação de um momento fletor  $M_1$  de pequena intensidade. Temos as seguintes condições:
  - Diagrama de tensão normal é linear ao longo da seção;
  - Sem fissuras visíveis;
  - As tensões nas fibras mais comprimidas são proporcionais às deformações.
- Estádio II (estado de fissuração): Nesse estágio, aumentado o valor do momento para um  $M_{II}$ , temos na maioria dos pontos abaixo da linha neutra (LN)\*, valores superiores ao da resistência característica a tração do concreto ( $f_{tk}$ ). Teremos então:
  - Apenas o aço passa a ser considerado para resistir aos esforços de tração;
  - É admitido que a tensão a compressão continua linear no concreto;
  - As fissuras em relação a de tração na flexão do concreto passam a ser visíveis.
- Estádio III: A distribuição passa a não ser mais linear e a peça já está próximo a ruptura, sob a ação de um momento fletor próximo ao de ruína  $M_u$ . Para os concretos até C50 (50 MPa de resistência a compressão), temos:
  - A partir da deformação específica  $\epsilon_{c2} = 0,2\%$  chegando a atingir a deformação específica última,  $\epsilon_{cu} = 0,35\%$ , onde a fibra mais comprimida do concreto começa a plastificar.
  - O diagrama de tensão tende a ficar vertical, uniforme, com praticamente todas as suas fibras trabalhando com sua tensão máxima, atingindo deformações superiores a  $\epsilon_{c2} = 0,2\%$ .

- Há bastante fissuras na peça se aproximando da LN, fazendo sua profundidade diminuir e, por consequência, a região comprimida do concreto também.
- Supõe-se uma distribuição de tensões no concreto segundo um diagrama parábola-retângulo, como na Figura 9.

Podemos simplificar, dizendo que os estádios I e II, estão relacionados às situações do estado limite de serviço e o estágio III está relacionado ao estado limite último.

Linha neutra (LN)\*: Linha que separa a região comprimida da tracionada em uma seção de um elemento submetido a flexão.

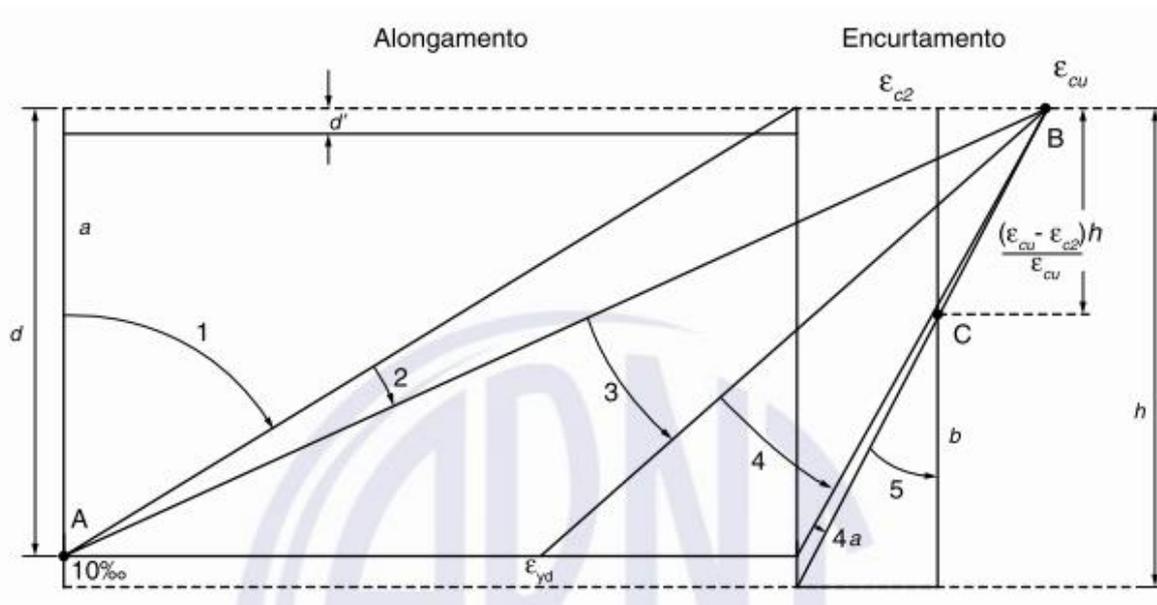


**Figura 9 – Estádios de deformação do concreto**

**Fonte: [www.guiadaengenharia.com](http://www.guiadaengenharia.com)**

### 3.3.5 Domínio de deformação

Os domínios de deformação representam o conjunto de deformações específicas do concreto e do aço, representando as diferentes probabilidades de ruína da seção (CARVALHO & FIGUEIREDO, 2014).



**Figura 10 – Domínios de deformação da seção de concreto armado**

**Fonte: NBR 6118:2014**

Podemos ver os domínios de formação através da Figura 10, sendo que, de acordo com a NBR 6118 (2014) e (CARVALHO & FIGUEIREDO (2014), temos:

- Ruptura convencional por deformação plástica excessiva:
  - reta a: tração uniforme;
  - domínio 1: tração não uniforme, sem compressão:
    - A linha neutra se localiza fora da seção transversal, em que a seção se encontra totalmente tracionada e sua resistência é composta do aço sem a participação do concreto.
  - domínio 2: flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ( $\epsilon_c < \epsilon_{cu}$  e com o máximo alongamento permitido):

- A linha neutra no domínio 2 corta a seção transversal, sendo sua seção resistente composta por aço tracionado e concreto comprimido.
- Ruptura convencional por encurtamento-limite do concreto:
  - domínio 3: flexão simples (seção sub-armada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço ( $\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$ ):
    - A linha neutra no domínio 3 corta a seção transversal, sendo composta também por aço estando tracionado e concreto comprimido. Porém, neste caso, a ruptura ocorre simultaneamente tanto no aço quanto no concreto, sendo a situação mais ideal devido aos materiais atingirem as suas capacidades máximas resistentes. A ruína neste domínio, ocorre com avisos.
  - domínio 4: flexão simples (seção super-armada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ( $\epsilon_s < \epsilon_{yd}$ ):
    - No domínio 4 a seção que resiste aos esforços é composta por aço tracionado e concreto comprimido. Nesse caso, a ruptura da seção é frágil e sem aviso, pois a armadura não atinge a tensão de escoamento e o concreto se rompe antes que isso aconteça. São chamadas seções antieconômicas devido ao aço não atingir toda sua capacidade de resistência.
  - domínio 4a: flexão composta com armaduras comprimidas:
    - Nesse domínio as armaduras estão comprimidas e há uma pequena parte do concreto tracionada. A ruptura aqui é frágil e sem aviso, pois o concreto se rompe com o encurtamento da armadura.
  - domínio 5: compressão não uniforme, sem tração:

- A linha neutra nesse domínio não corta a seção transversal, sendo composta de aço e concreto comprimidos. A ruptura é frágil e sem aviso, rompendo o concreto devido ao encurtamento do aço.
- reta b: compressão uniforme.

### 3.3.6 Vinculações das lajes nervuradas

As lajes nervuradas tem por característica a redução do concreto na face inferior para diminuir o peso próprio, visto que os esforços de tração nessa parte são predominantes. Porém, segundo Pinheiro e Razente (2013), no caso de engastes e balanços, procura-se evitar as lajes nervuradas devido ao esforço de compressão gerado na parte inferior da laje. No caso da necessidade de engastar as lajes nervuradas podem ser tomadas duas medidas:

- Limitar o valor do momento gerado ao valor relacionado à resistência da nervura à compressão;
- Utilizar a laje dupla, que é quando se utiliza mesa na parte inferior.

### 3.3.7 Momento resistente de cálculo e momento máximo

- Momento resistente de cálculo

É o momento máximo fletor que a seção pode resistir, devendo ser sempre maior ou igual ao momento que irá solicitar a viga devido aos esforços na seção transversal. (CARVALHO & FIGUEIREDO (2014)). Ele é dado por:

$$M_d = 0,68f_{cd}bd^2\beta_x(1 - 0,4\beta_x)$$

- Momento máximo

É a maior solicitação quando uma viga é submetida a esforços de flexão. Em vigas bi-apoiadas, o momento máximo é calculado pela seguinte expressão:

$$M_{xdu} = \frac{p_{xdu}l^2}{8}$$

### 3.3.8 Verificações

#### 3.3.8.1 Flexão nas nervuras

O cálculo da armadura necessária para combater os esforços de flexão nas nervuras, deve-se levar em conta dois casos (PINHEIRO E RAZENTE, 2013):

- A primeira é para quando a mesa está comprimida, em que a LN se encontra na mesa, sendo considerada uma seção T. Dessa forma, a seção comporta-se como retangular de medidas  $b_f.h$ . (ver Figura 6)
- O segundo caso, quando a mesa está tracionada, na hipótese de não ser laje dupla, a seção é retangular de medidas  $b_w.h$ . (ver Figura 6)

#### 3.3.8.2 Cisalhamento nas nervuras

- Distância entre os eixos das nervuras menor ou igual a 65cm

Para lajes com espaçamento entre eixos menor ou igual a 65cm, permite-se considerar os critérios de laje (NBR 6118).

A verificação da necessidade de armadura transversal nas lajes é dada pelo item 19.4.1 da NBR 6118:2003. As lajes podem prescindir de armadura transversal para resistir aos esforços de tração oriundos da força cortante, quando a força cortante de cálculo obedecer à expressão:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1}$$

Sendo a força cortante resistente de cálculo dada por:

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} k(1,2 + 40\rho_1) + 0,15\sigma_{cp}]b_w d]$$

$$\text{onde } \tau_{Rd} = 0,25f_{ctd}$$

$$f_{ctd} = f_{ctd,inf}/\gamma_c$$

$$\rho_1 = A_{s1}/b_w d, \text{ não maior que } |0,02|,$$

$$\sigma_{cp} = N_{Sd} / A_c$$

k é um coeficiente que tem os seguintes valores:

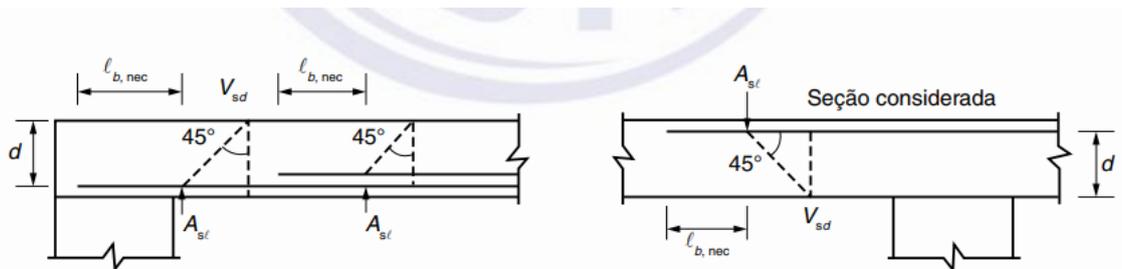
- para elementos onde 50 % da armadura inferior não chega até o apoio:  $k = |1|$ ;
- para os demais casos:  $k = |1,6 - d|$ , não menor que  $|1|$ , com  $d$  em metros;

$\tau_{Rd}$  é a tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento;

$A_{s1}$  é a área da armadura de tração que se estende até não menos que  $d + l_{b_{nec}}$  além da seção considerada, com  $l_{b_{nec}}$  definido em 9.4.2.5 e na Figura 11;

$b_w$  é a largura mínima da seção ao longo da altura útil  $d$ ;

$N_{sd}$  é a força longitudinal na seção devida à protensão ou carregamento (a compressão é considerada com sinal positivo)



**Figura 11 – Comprimento de ancoragem necessário**

**Fonte: NBR 6118, 2014**

- Distância entre os eixos das nervuras de 65 à 90cm

A NBR 6118 permite a verificação como lajes, desde que a largura média das nervuras for mais que 12cm.

- Distância entre os eixos das nervuras de 65 à 110cm

As nervuras devem ser verificadas como vigas, devendo ser colocada armadura perpendicular por toda a largura útil da mesa, com área mínima de  $1,5\text{cm}^2/\text{m}$  ((PINHEIRO E REZENDE, 2013), permitindo o caso acima com a distância entre os

eixos for até 90cm e a espessura média das nervuras for mais que 12cm (NBR 6118, 2014).

### 3.3.8.3 Flexão na mesa

Segundo a NBR 6118, lajes com espaçamento entre eixos das nervuras de 65cm e 110cm, há a necessidade da verificação flexão na mesa. Para verificação, a mesa pode ser considerada um painel de laje maciça, tendo como apoio as duas nervuras. Isso ocasionará momentos negativos no apoio, sendo necessário a armação negativa além da positiva (PINHEIRO E REZENTE, 2013).

### 3.3.8.4 Cisalhamento na mesa

O cisalhamento na mesa é verificado da mesma forma em que se verifica as lajes maciças de acordo com os critérios da NBR 6118. Normalmente o cisalhamento só terá importância para valores altos de cargas concentradas. Recomenda-se, sempre que possível, a aplicação dessa carga concentrada nas nervuras da laje, para evitar a armação da mesa com o intuito de combater o cisalhamento (PINHEIRO E REZENTE, 2013).

## 3.3.9 Flecha

A flecha é calculada de acordo com dois processos analíticos estabelecidos pela norma 6118, dividindo o cálculo em duas parcelas: A flecha imediata e a flecha diferida.

### 3.3.9.1 Flecha imediata

A flecha imediata refere-se ao deslocamento vertical logo após a aplicação do carregamento. Ela é calculada através da seguinte formulação:

$$\delta_i = \frac{5p_{xds}L^4}{384E_{cs}I_{eq}}$$

$E_{cs}$  é o módulo de elasticidade secante do concreto, que pode ser calculado de acordo com a expressão:

$$E_{cs} = 0,85 \times 5600 \sqrt{f_{ck}}$$

$p_{xds}$  - Combinação de serviço para verificação do estado limite de deformação excessiva

$$p_{ds} = p_{gk} + 0,4p_{qk}$$

$L$  – Comprimento da viga

$I_{eq}$  – Inércia equivalente

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_2, \text{ sendo:}$$

$I_c$  - é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

$I_2$  é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, calculado com  $\alpha_e = E_s/E_{cs}$

$M_a$  é o momento fletor na seção crítica do vão considerado, ou seja, o momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para a combinação de ações considerada nessa avaliação;

$M_r$  é o momento de fissuração do elemento estrutural, cujo valor deve ser reduzido à metade no caso de utilização de barras lisas.

Nos estados limites de serviço, a NBR 6118 nos fala que as estruturas trabalham parcialmente no estágio I e no estágio II e que a diferenciação dos dois comportamentos é obtida pelo momento de fissuração ( $M_r$ ).

$$M_r = \alpha \frac{f_{ct} I_c}{y_t}, \text{ em que:}$$

$\alpha$  é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta;

$y_t$  é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

$I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

$f_{ct}$  é a resistência à tração direta do concreto apropriada a cada verificação particular. Para determinar o momento de fissuração deve ser usado o  $f_{ctk,inf}$ , no estado-limite de formação de fissuras e o  $f_{ct,m}$  no estado-limite de deformação excessiva.

### 3.3.9.2 Flecha diferida

A flecha diferida refere-se ao deslocamento considerado decorrente de cargas de longa duração em função da fluência do concreto e pode ser calculada da seguinte forma:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'}$$

$\xi$  é um coeficiente função do tempo, que pode ser obtido diretamente na Tabela 4 ou ser calculado pelas expressões seguintes:

$$\xi(t) = 0,68(0,996^t)t^{0,32}, \text{ para } t \leq 70 \text{ meses}$$

$$\xi(t) = 2, \text{ para } t > 70 \text{ meses}$$

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

$$\delta_T = (1 + \alpha_f)\delta_i$$

Tempo (t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥ 70
Coeficiente $\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

**Tabela 4 - Valores do coeficiente  $\xi$  em função do tempo**

**Fonte: NBR 6118 (2014)**

Onde:

t - o tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida

$t_0$  - a idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração.

Obtém-se, portanto:

$$\text{Flecha diferida: } \alpha_f = \alpha_f \cdot \delta_i$$

A partir da flecha diferida e da flecha imediata, obtemos a flecha total com a formulação a seguir:

$$\text{Flecha total: } \delta_T = \delta_i + \alpha_f \cdot \delta_i = \delta_i (1 + \alpha_f)$$

### 3.3.9.3 Flecha limite

A flecha limite ou deslocamento-limite, segundo a NBR 6118:2014, são os valores utilizados para verificação das deformações excessivas em serviço das estruturas quando submetidas a esforços. São quatro grupos considerados pela norma sendo ele:

1. Aceitabilidade sensorial;
2. Efeitos específicos;
3. Efeitos em elementos não estruturais;
4. Efeitos em elementos estruturais.

Porém, para esse estudo, será considerado apenas o grupo de aceitabilidade sensorial, conforme a Tabela 5 mostrada a seguir, retirada da norma.

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$\ell / 250$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	$\ell / 350$

**Tabela 5 - Limites para deslocamento**

**Fonte: NBR6118**

$$\delta_{lim} = \frac{L}{250}, \text{ - ELS}$$

### 3.3.9.4 Contraflecha

Segundo a NBR 6118:2014, os deslocamentos excessivos causados pela estrutura podem ser parcialmente compensados com a aplicação de contraflechas ( $\delta_o$ ). Como por exemplo, mostrado para os casos seguintes da tabela fornecida pela norma:

Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	$l/250^a$
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$l/350+$ contraflecha $^b$
			Ocorrido após a construção do piso	$l/600$
	Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento

**Tabela 6 – Limites para deslocamento (efeitos estruturais em serviço)**

**Fonte: NBR 6118 (2014)**

Para o caso que se adotar a contraflecha, ela pode ser adotada com um valor estimado da soma da flecha imediata  $\delta_i$  mais a metade da flecha diferida, temos assim a seguinte expressão:

$$\delta_o = \delta_i + \left(\frac{\alpha_f}{2}\right)$$

### 3.4 Análise numérica

Os procedimentos de análise estrutural e dimensionamento de elementos estruturais definidos em normas técnicas geralmente são baseados em modelos unidimensionais. Para estes modelos podem-se determinar soluções analíticas razoavelmente simples e com boa aproximação aos resultados esperados. No entanto, quando se analisa estruturas bi ou tridimensionais, os procedimentos definidos pelas normas técnicas baseados em modelos unidimensionais são

bastantes conservadores. Nestes casos, é interessante utilizar de uma análise numérica para encontrar a solução aproximada para o problema estudado.

Um dos métodos numéricos mais utilizados na engenharia estrutural é o método dos elementos finitos. Este método consiste em subdividir o domínio da estrutura em pequenas partes de determinado formato. Por exemplo, a subdivisão de uma laje retangular de dimensão 400x500 cm em uma malha de elementos finitos retangulares de dimensão 10x10 cm. Esse processo de divisão do domínio é chamado de discretização do domínio em uma malha de elementos finitos.

O método dos elementos finitos (MEF) baseado em deslocamentos (ou seja, os deslocamentos dos nós da malha são as incógnitas primárias do problema) resulta na resolução de um sistema de equações lineares dado por uma matriz de rigidez global da estrutura e um vetor de termos independentes construído a partir do carregamento externo atuando na estrutura. No caso de o problema apresentar algum tipo de comportamento não linear, o problema não linear é transformado em uma sequência de problemas lineares.

A matriz de rigidez global é montada a partir da matriz de rigidez local do elemento usado para discretizar o domínio da estrutura. A matriz de rigidez local para um determinado elemento (por exemplo, elemento retangular de placa) é definida considerando um domínio parametrizado e um sistema de referência local. Ao ser utilizada para montar a matriz de rigidez global, a matriz de rigidez local deve ser redefinida usando os parâmetros de dimensões do elemento e o sistema de referência global da estrutura.

Neste projeto, os exemplos de lajes nervuradas são simulados numericamente usando o programa de elementos finitos FEMOOP, Finite Element Method Object Oriented Program (Guimarães, 1992). Este programa originou-se de trabalhos desenvolvidos no início da década de 90 na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio) sob orientação do professor Luiz Fernando Martha. Vários pesquisadores brasileiros têm utilizado, com sucesso, esse programa em trabalhos

desenvolvidos na área de análise numérica de estruturas, como Parente Jr. (2000), Sousa Jr. (2000), Caldas (2004), Muniz (2005) e Silva (2006).

A simulação numérica de lajes nervuradas no FEMOOP pode ser feita através da associação de elementos finitos planos de casca, que representam a laje de concreto armado e, elementos finitos unidimensionais de viga (elementos de barra), que representam as nervuras. Essa associação entre esses elementos é feita pelo elemento de interface que além de ligar os elementos simula uma possível conexão deformável, que nesse caso não será considerada uma rigidez muito alta. Mais informações sobre a formulação destes elementos finitos podem ser obtidas em Silva (2010) e outras informações sobre o modelo numérico usado neste trabalho são apresentadas na Metodologia.

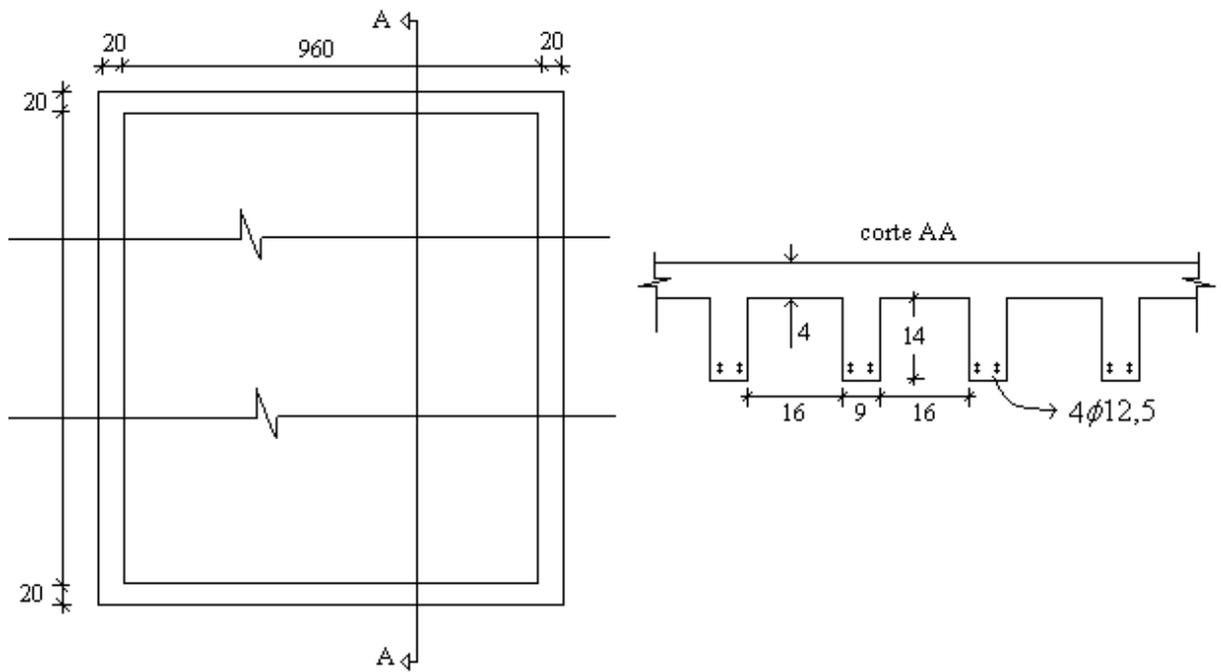
## **4 METODOLOGIA**

Nesse trabalho serão analisados diferentes problemas de lajes nervuradas em concreto armado de forma a avaliar os métodos de dimensionamento desse tipo de elemento estrutural fornecidos pela NBR 6118 (2014) e tabelas fornecidas por fabricantes de lajes pré-fabricadas com suas respectivas capacidades de carga, que é um caso particular de laje nervurada. Para isso, os mesmos problemas resolvidos usando as normas e tabelas de dimensionamento serão analisados usando elementos finitos planos de casca, elementos finitos de barras, e elementos finitos de interface disponíveis no programa FEMOOP.

### **4.1 Procedimentos definidos pela NBR 6118:2014**

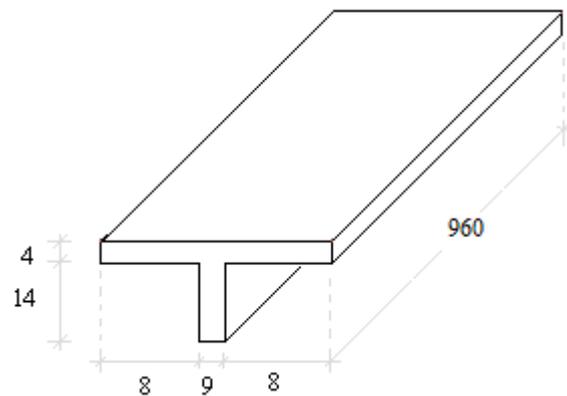
Para verificação da capacidade de carga de lajes nervuradas quanto aos estados limites último e o estado limite de serviço de deformação excessiva, é tomada uma faixa de largura igual à distância entre os centros das nervuras estendida ao longo do vão da nervura. Nessa faixa, é realizada uma análise de viga considerando um carregamento linearmente distribuído atuando nessa faixa igual ao carregamento distribuído por metro quadrado multiplicado pela largura da faixa.

Por exemplo, na laje nervurada da Figura 12, a capacidade de carga será verificada por meio da análise da viga, obtida pela distância entre os centros das nervuras, mostrada na Figura 13. Aplicando uma carga  $q$  (kN/m<sup>2</sup>) sobre a laje, sendo uma viga de 0,25m de largura, essa viga estará submetida a um carregamento de  $0,25q$  (kN/m).



**Figura 12 – Laje com nervuras em uma direção**

**Fonte: autor**



**Figura 13 – Faixa de largura de 0,25m ao longo da nervura**

**Fonte: autor**

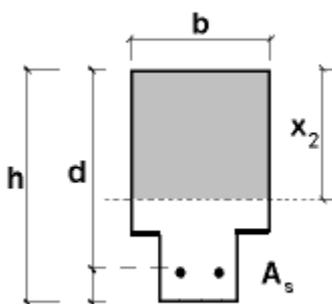
Para a verificação da capacidade de carga da laje nervurada representada pela viga mostrada na Figura 13, considerando o esmagamento do concreto ou

deformação excessiva da armadura, deve-se inicialmente utilizar as equações de dimensionamento para seção retangular de largura igual a 25 cm e verificar a posição da linha neutra (LN) obtida para esta análise. A posição da linha neutra é verificada através da avaliação do domínio da seção pela fórmula  $0,68f_{cd}bd\beta_x - A_s f_{yd} = 0$  e a partir do valor de  $\beta_x$ , encontra-se a altura da LN através da expressão  $x = \beta_x d$ .

Caso a LN esteja passando na mesa da seção da viga mostrada na Figura 13, a consideração da seção retangular é verdadeira e a capacidade de carga é definida usando estas equações. Caso a LN esteja passando na alma, a consideração de seção retangular não é verdadeira e a seção acima da LN corresponde a uma seção de viga T e deve ser utilizadas as equações de dimensionamento para a seção T.

Quando o valor de  $\beta_x$  encontrado, está fora do domínio proposto inicialmente como hipótese, esse deve ser recalculado utilizando as equações de equilíbrio do domínio respectivo em que se foi encontrado, para que dessa forma encontre o novo valor de  $\beta_x$ . Logo em seguida é feita a verificação da posição da LN novamente.

Considerando a LN cortando a mesa da seção T como mostrada na Figura 14 a seguir, determina-se o centroide e a inércia da seção homogeneizada usando as equações a seguir para seção retangular. Caso a LN corte a alma devem ser definidas equações que levam em consideração uma seção T acima da LN.



**Figura 14 – Seção fissurada**

O centroide e a inércia da seção homogeneizada, no estágio II, são calculados pelas seguintes expressões respectivamente:

$$x_2 = \frac{-\alpha_e A_s + \sqrt{\alpha_e^2 A_s^2 + 2b\alpha_e A_s d}}{b}$$

$$I_2 = \frac{bx_2^3}{3} + \alpha_e A_s (d - x_2)^2$$

Para a verificação da capacidade de carga referente ao estado limite de serviço de deformação excessiva é determinada a inércia equivalente ao longo do vão da viga da Figura 13, calculada pela seguinte expressão:

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_2$$

Com o módulo de elasticidade secante do concreto e a inércia equivalente, calcula-se, por meio de soluções analíticas da deformada de vigas submetidas a diferentes carregamentos, a flecha máxima na viga. Essa flecha é chamada de flecha imediata porque está relacionada à flecha obtida imediatamente após a liberação do carregamento através da expressão  $\delta_i = \frac{5p_x d_s L^4}{384 E_{cs} I_{eq}}$ . A esta flecha, deve ser somada a flecha diferida, que ocorre com o passar do tempo devido ao efeito de fluência e retração do concreto, obtida pela fórmula  $\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \rho'}$ ,

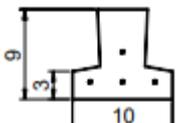
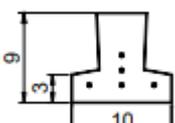
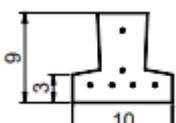
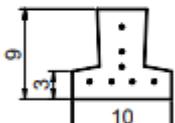
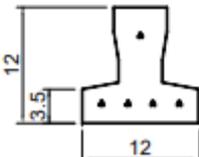
A flecha total é calculada a partir da obtenção das flechas imediatas e diferidas, pela equação  $\delta_T = (1 + \alpha_f) \delta_i$ . Dessa forma verificamos se o resultado é satisfatório em relação aos resultados para a obtenção da flecha limite.

## 4.2 Utilização das tabelas fornecidas pelo fabricante

No caso de lajes nervuradas pré-fabricadas é comum o fabricante disponibilizar uma tabela para verificação da capacidade de carga das lajes conforme as propriedades da vigota pré-fabricada, da altura total da laje, das dimensões do material de enchimento e da qualidade do concreto lançado “in loco”.

Para realizar essas verificações é feito o cálculo das lajes nervuradas conforme a seção 4.1, através da NBR 6118, exceto em relação a determinação da carga, retirando o peso próprio (P.P), já que na tabela fornecida pelo fabricante o P.P já está incluso nos cálculos da tabela.

As tabelas apresentam três arranjos diferentes para lajes devido aos tipos de vigotas existentes fornecidas pelo fabricante. Temos, de acordo com o quadro a seguir, 7 tipos de vigotas fornecidas pelo fabricante:

<p><b>VPT421</b></p>  <p>M.R.U.<sup>+</sup> = 2,06KN.m M.R.U.<sup>-</sup> = 0,85KN.m</p>	<p><b>VPT431</b></p>  <p>M.R.U.<sup>+</sup> = 2,48KN.m M.R.U.<sup>-</sup> = 0,90KN.m</p>
<p><b>VPT432</b></p>  <p>M.R.U.<sup>+</sup> = 2,62KN.m M.R.U.<sup>-</sup> = 1,07KN.m</p>	<p><b>VPT442</b></p>  <p>M.R.U.<sup>+</sup> = 2,84KN.m M.R.U.<sup>-</sup> = 1,41KN.m</p>
<p><b>VPT443</b></p>  <p>M.R.U.<sup>+</sup> = 2,79KN.m M.R.U.<sup>-</sup> = 1,78KN.m</p>	<p><b>VPTE443</b></p>  <p>M.R.U.<sup>+</sup> = 5,25KN.m M.R.U.<sup>-</sup> = 1,76KN.m</p>
<p><b>VPT631</b></p>  <p>M.R.U.<sup>+</sup> = 6,10KN.m M.R.U.<sup>-</sup> = 2,48KN.m</p>	

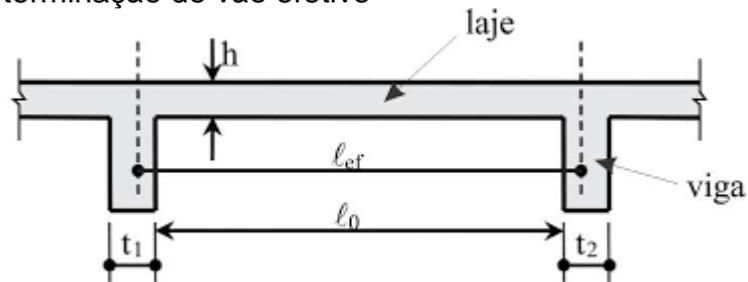
**Tabela 7 - Tabela dos tipos de vigotas fornecidas pelo fabricante**

Fonte: [www.tatu.com.br](http://www.tatu.com.br)

As vigotas acima utilizadas para os arranjos das lajes nervuradas são fabricadas em 3 seções diferentes, sendo: vigotas de 10 x 9 (largura x altura) e vigotas 10 x 12 (largura x altura), armadas com aço CP175RB entalhado de 4mm.

Com os tipos de vigotas acima e a tabela fornecida, seguimos os seguintes passos:

- Determinação do vão efetivo



**Figura 15 – Vão livre e vão efetivo da viga**

$l_{ef} = l + a_1 + a_2$ , sendo  $a_1$  e  $a_2$  distâncias entre a face e o centroide da nervura.

- Determinar as cargas acidentais

As cargas acidentais são todas as cargas que podem atuar sobre a estrutura em relação ao seu uso e ocupação. Elas são fornecidas pela NBR 6120:2019 e podem ser consultadas nas tabelas de acordo com suas características.

## 12.4 Coeficientes de ponderação das resistências

As resistências devem ser minoradas pelo coeficiente:

$$\gamma_m = \gamma_{m1} \cdot \gamma_{m2} \cdot \gamma_{m3}$$

### 12.4.1 Coeficientes de ponderação das resistências no estado-limite último (ELU)

Os valores para verificação no estado-limite último estão indicados na Tabela 12.1.

**Tabela 12.1 – Valores dos coeficientes  $\gamma_c$  e  $\gamma_s$**

Combinações	Concreto	Aço
	$\gamma_c$	$\gamma_s$
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,0

Local		Carga uniformemente distribuída kN/m <sup>2</sup>	Carga concentrada kN
Cozinhas não residenciais <sup>a</sup>	Validar caso a caso, respeitando o valor mínimo indicado nesta Tabela	3	–
	Câmara fria	5	–
Depósitos de uso geral <sup>a</sup> As cargas devem ser validadas caso a caso, porém com os valores mínimos indicados nesta Tabela.	Validar caso a caso, respeitando o valor mínimo indicado nesta Tabela	7,5 kN/m <sup>2</sup> até 2,5 m de altura de estoque + 3 kN/m <sup>2</sup> por metro de altura de estoque excedente <sup>p</sup>	q
	Locais sujeitos ao acúmulo de mercadorias, incluindo zonas de acesso Materiais de armazenagem (ver 6.9) Supermercados (ver item nesta Tabela)	7,5	q
Edifícios residenciais	Dormitórios	1,5	–
	Sala, copa, cozinha	1,5	–
	Sanitários	1,5	–
	Dispensa, área de serviço e lavanderia	2	–
	Quadras esportivas	5 <sup>a</sup>	–
	Salão de festas, salão de jogos	3 <sup>a</sup>	–
	Áreas de uso comum	3 <sup>a</sup>	–
	Academia	3 <sup>a</sup>	–
	Forro acessíveis apenas para manutenção e sem estoque de materiais	0,1 <sup>a,r</sup>	–
	Sótão	2 <sup>a</sup>	–
	Corredores dentro de unidades autônomas	1,5	–
	Corredores de uso comum	3	–
	Depósitos	3	–
	Áreas técnicas (ver item nesta Tabela)		
Jardins (ver item nesta Tabela)			

**Tabela 8 – Parte da tabela de cargas devido a ocupação**

**Fonte: NBR 6120 (2019)**

- Determinar as cargas permanentes (exceto peso próprio)

As cargas permanentes são aquelas cargas que praticamente atuarão sobre a estrutura durante toda a sua vida útil. O peso próprio é uma carga permanente, mas nesse caso a tabela já considera o peso próprio. Logo, podemos considerar as cargas devido a revestimentos ou até mesmo alvenarias apoiadas diretamente nas lajes de forma concentrada. Segue parte da tabela fornecida pela NBR 6120 (2019) das cargas de parede.

Alvenaria	Espessura nominal do elemento cm	Peso - Espessura de revestimento por face kN/m <sup>2</sup>		
		0 cm	1 cm	2 cm
<b>ALVENARIA ESTRUTURAL</b>				
Bloco de concreto vazado (Classes A e B – ABNT NBR 6136)	14	2,0	2,3	2,7
	19	2,7	3,0	3,4
Bloco cerâmico vazado com paredes maciças (Furo vertical - ABNT NBR 15270-1)	14	2,0	2,3	2,7
Bloco cerâmico vazado com paredes vazadas (Furo vertical - ABNT NBR 15270-1)	9	1,1	1,5	1,9
	11,5	1,4	1,8	2,2
	14	1,7	2,1	2,5
	19	2,3	2,7	3,1
Tijolo cerâmico maciço (ABNT NBR 15270-1)	9	1,6	2,0	2,4
	11,5	2,1	2,5	2,9
	14	2,5	2,9	3,3
	19	3,4	3,8	4,2
Bloco sílico-calcário vazado (Classe E - ABNT NBR 14974-1)	9	1,1	1,5	1,9
	14	1,5	1,9	2,3
	19	1,9	2,3	2,7
Bloco sílico-calcário perfurado (Classes E, F e G - ABNT NBR 14974-1)	11,5	1,9	2,3	2,7
	14	2,1	2,5	2,9
	17,5	2,8	3,2	3,6
<b>ALVENARIA DE VEDAÇÃO</b>				

Bloco de concreto vazado (Classe C – ABNT NBR 6136)	6,5	1,0	1,4	1,8
	9	1,1	1,5	1,9
	11,5	1,3	1,7	2,1
	14	1,4	1,8	2,2
	19	1,8	2,2	2,6
Bloco cerâmico vazado (Furo horizontal - ABNT NBR 15270-1)	9	0,7	1,1	1,6
	11,5	0,9	1,3	1,7
	14	1,1	1,5	1,9
	19	1,4	1,8	2,3
Bloco de concreto celular autoclavado (Classe C25 – ABNT NBR 13438)	7,5	0,5	0,9	1,3
	10	0,6	1,0	1,4
	12,5	0,8	1,2	1,6
	15	0,9	1,3	1,7
	17,5	1,1	1,5	1,9
	20	1,2	1,6	2,0
Bloco de vidro (decorativo, sem resistência ao fogo)	8	0,8	–	–
<p>NOTA Na composição de pesos de alvenarias desta Tabela foi considerado o seguinte:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— argamassa de assentamento vertical e horizontal de cal, cimento e areia com 1 cm de espessura e peso específico de 19 kN/m<sup>3</sup>;</li> <li>— revestimento com peso específico médio de 19 kN/m<sup>3</sup>;</li> <li>— proporção de um meio bloco para cada três blocos inteiros;</li> <li>— sem preenchimento de vazios (com graute etc.).</li> </ul>				

### **Tabela 9 – Tabela de cargas para alvenarias**

**Fonte: NBR 6120 (2019)**

- Em seguida, determinamos a sobrecargas através das combinações de ações e o momento de cálculo conforme NBR 6118, de acordo com o cap. 4. Com esses dados obtidos, cobertura e o tipo de enchimento seguimos até a tabela e encontramos o peso próprio, momento máximo e o tipo de vigota a ser utilizada.

**C=4**

$f_{CR-CAPA} = 20MPa$

DADOS DA SEÇÃO				VÃOS MÁXIMOS - $L_{MAX}$ (cm)																	VÃOS MÁXIMOS - $L_{MAX}$ (cm) PARA CADA CONDIÇÃO DE ESCORAMENTO						
SEÇÃO	VIGOTA TIPO	Cons. (N/m <sup>2</sup> )	Peso (KN/m)	M.R.U. (KN/m <sup>2</sup> )	Sobrecarga (KN/m <sup>2</sup> )																	0 ESCORA	1 ESCORA	2 ESCORAS			
					1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0				9,5	10,0	
I	421	42	1,36	9,7	494	447	411	383	360	340	324	309	297	286	276	267	258	251	244	238	232	226	221	3,20	5,20	5,20	
	431	42	1,36	13,2	577	523	481	448	421	398	379	362	347	334	322	312	302	293	285	278	271	265	259	3,20	6,00	6,00	
	432	42	1,36	16,1	639	578	531	495	465	440	418	400	384	369	356	345	334	324	315	307	300	293	286	3,20	6,20	6,70	
	442	42	1,36	18,5	683	619	569	530	498	471	448	428	411	395	382	369	358	347	338	329	321	313	306	3,20	6,20	7,95	
	443	42	1,36	20,7	722	654	601	560	526	498	474	453	434	418	403	390	378	367	357	348	339	331	324	3,20	6,20	7,95	
E443																											
II - DUPLA	432D																										
	442D																										
	443D																										
	E443D																										
II	631																										

**C=5**

$f_{CR-CAPA} = 20MPa$

DADOS DA SEÇÃO				VÃOS MÁXIMOS - $L_{MAX}$ (cm)																	VÃOS MÁXIMOS - $L_{MAX}$ (cm) PARA CADA CONDIÇÃO DE ESCORAMENTO						
SEÇÃO	VIGOTA TIPO	Cons. (N/m <sup>2</sup> )	Peso (KN/m)	M.R.U. (KN/m <sup>2</sup> )	Sobrecarga (KN/m <sup>2</sup> )																	0 ESCORA	1 ESCORA	2 ESCORAS			
					1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0				9,5	10,0	
I	421	52	1,60	10,8	499	455	421	394	371	352	336	321	309	298	287	278	270	262	255	249	243	237	232	3,20	5,20	5,20	
	431	52	1,60	14,6	580	529	490	458	432	409	390	374	359	346	334	324	314	305	297	289	282	276	270	3,20	6,00	6,00	
	432	52	1,60	18,0	642	586	542	507	478	454	432	414	398	383	370	358	348	338	329	320	313	306	299	3,20	6,20	6,70	
	442	52	1,60	20,7	690	629	583	545	514	487	464	445	427	411	398	385	373	363	353	344	336	328	321	3,20	6,20	7,95	
	443	52	1,60	23,3	732	667	618	578	545	517	492	471	453	436	422	408	396	385	374	365	356	348	340	3,20	6,20	7,95	
E443																											
II - DUPLA	432D																										
	442D																										
	443D																										
	E443D																										
II	631																										

Condições de Escoramento:  Sem Escoramento  1 Linha de Escoramento  2 Linhas de Escoramento  Consultar Fábrica

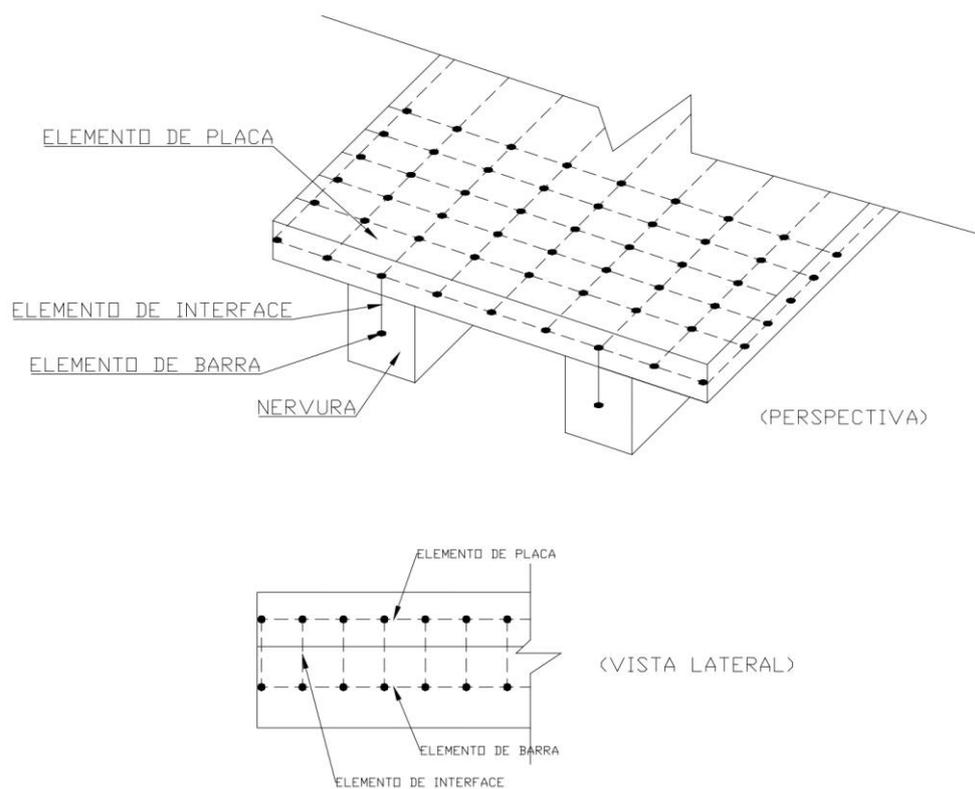
Revisão: 21/07/03

**Tabela 10 – Tabela fornecida pelo fabricante para vigotas pré-moldadas**

Fonte: [www.tatu.com.br](http://www.tatu.com.br)

### 4.3 Método numérico

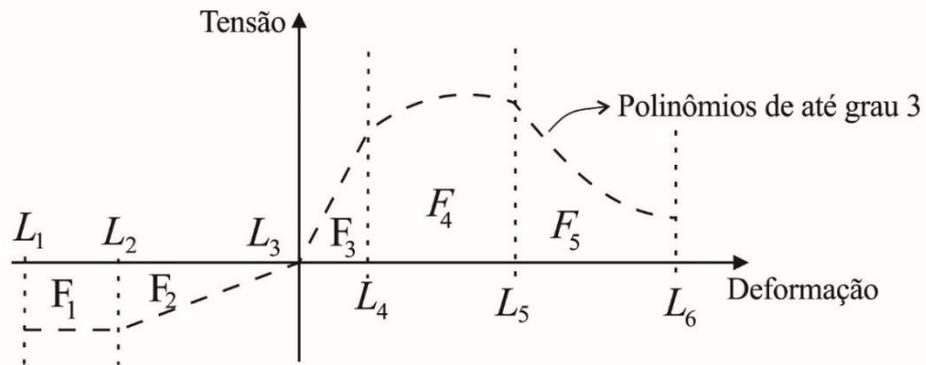
Na análise numérica é utilizado o programa de elementos finitos FEMOOP, onde os exemplos de lajes nervuradas são simulados numericamente por elementos planos de casca, que representam a laje de concreto armado e, elementos unidimensionais de viga, que representam as nervuras. A ligação entre os elementos planos de casca e os elementos de barras é feita pelo elemento de interface. Esses elementos foram implementados no programa FEMOOP por Silva (2010) em sua tese de doutorado. Na Figura 16 é mostrado um esquema gráfico da simulação da laje nervurada pelos elementos finitos descritos neste parágrafo.



**Figura 16 – Simulação numérica da laje nervurada**

**Fonte: Autor**

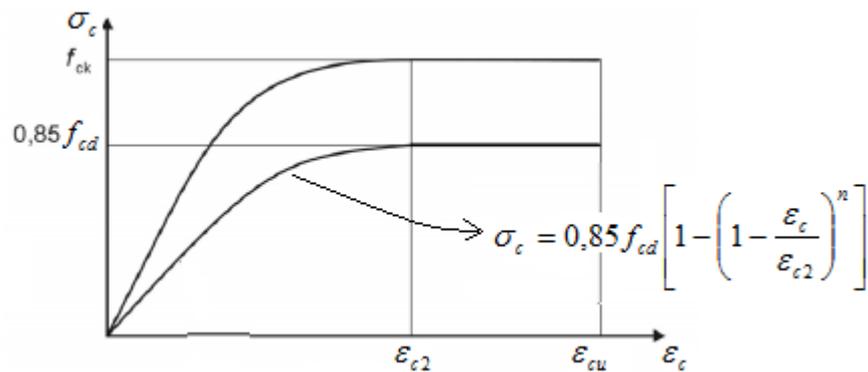
O comportamento do material dos elementos finitos disponíveis no FEMOOP é considerado a partir de uma curva tensão-deformação fornecida pelo usuário que pode ser representada por várias sentenças, onde cada sentença pode ser dada por um polinômio de até terceira ordem, como mostrada na Figura 17. Nessa figura,  $F_i$  são as faixas de deformações,  $L_i$  são as deformações limites dessas faixas e, para cada faixa são definidos os coeficientes que caracterizarão a curva polinomial a ser considerada. Essas condições são suficientes para representar de forma bastante precisa as curvas tensão-deformação sugeridas na literatura para os materiais aço e concreto. Essa não linearidade na curva tensão deformação do material é necessária na verificação dos estados limites últimos que são analisados neste trabalho.



**Figura 17 - Relação tensão deformação ilustrativa de um material**

**Fonte: FARIA, 2017**

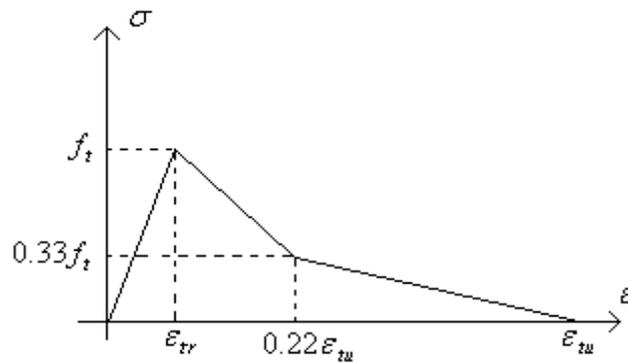
Nos exemplos avaliados neste trabalho foi adotado para o concreto na compressão uma curva tensão-deformação especificada pela NBR 6118 (2014) mostrada na Figura 18. Nesta mesma figura é apresentada a expressão analítica do primeiro trecho da curva, sendo o segundo trecho constante. As deformações limites  $\varepsilon_{c2}$ ,  $\varepsilon_{cu}$  e o parâmetro “n” são constantes para concreto até classe C50 e, são dadas por: 0,2%, 0,35% e 2, respectivamente.



**Figura 18 - Curva tensão-deformação do concreto na compressão**

**Fonte: NBR 6118 (2014)**

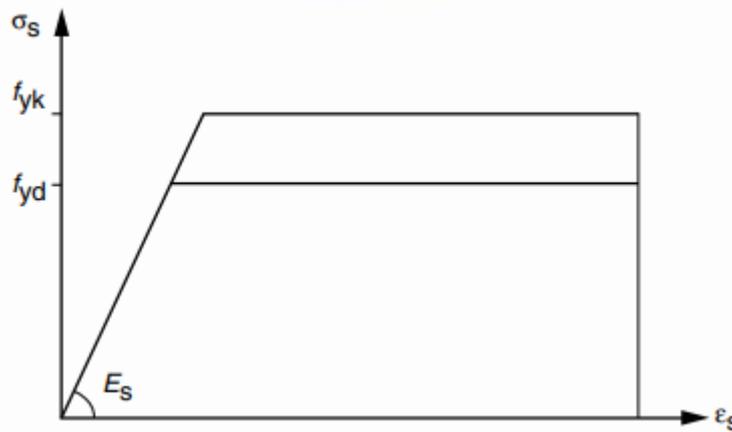
Para o comportamento do concreto na tração é adotada a curva tensão-deformação da Figura 19 sugerida por Rots et al. (1984) e usada por Huang et al. (2003) em análises numéricas não lineares de lajes de concreto armado. Neste trabalho foi adotado  $\varepsilon_{tu} = 10\varepsilon_{tr}$  e para a resistência a tração do concreto foi usada a relação  $f_{ctm} = 0,3(f_{ck})^{2/3}$  definida pela NBR 6118, onde  $f_{ck}$  é a resistência característica a compressão do concreto em MPa aos 28 dias.



**Figura 19 - Curva tensão-deformação do concreto na tração**

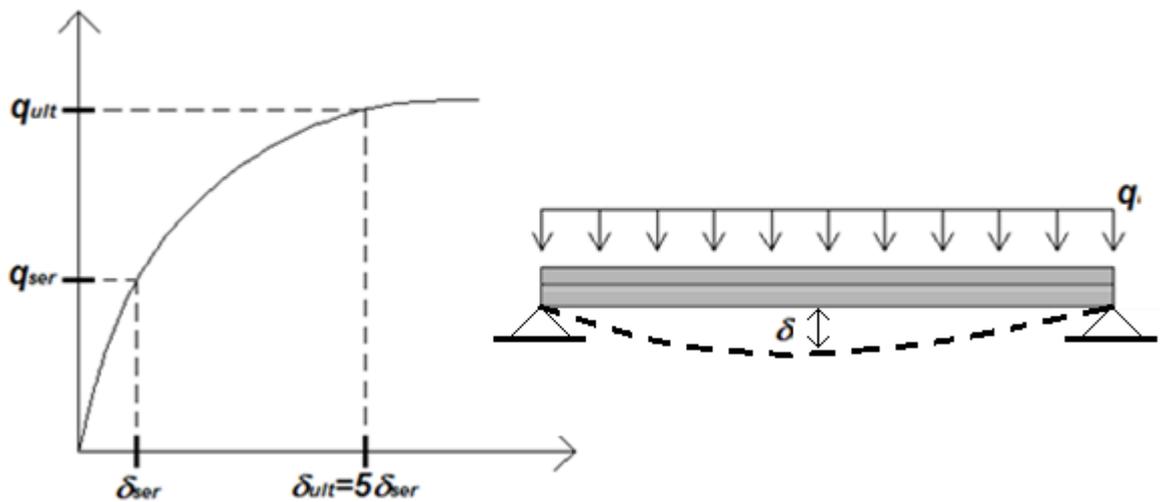
**Fonte: Rots et. al. 1984**

Para o comportamento na tração e compressão da armadura constituídas por barras de aço é adotada a apresentada na Figura 20.



**Figura 20 - Curva tensão-deformação do aço na compressão/tração**  
**Fonte: NBR 6118 (2014)**

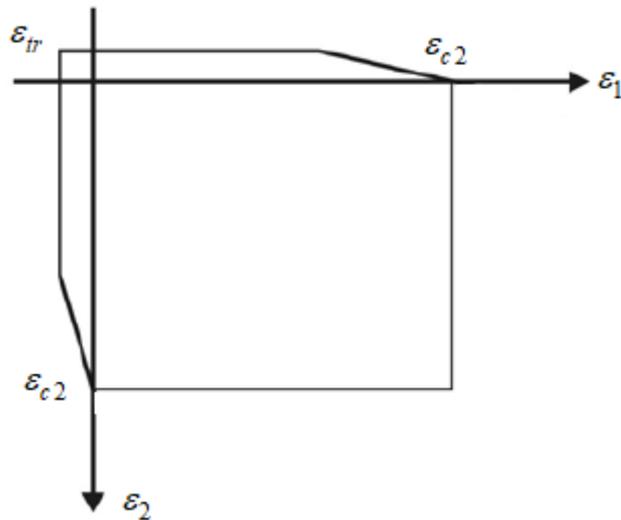
No método numérico a capacidade de carga da laje nervurada é definida por meio da sua curva carga-deslocamento, obtida usando um processo incremental. Essa curva pode ser construída a partir do deslocamento em qualquer ponto da laje nervurada. No entanto, se essa curva for usada para definir a capacidade de carga da laje nervurada considerando, também, o estado limite de deformação excessiva, é necessário que o ponto escolhido para construir a curva seja o ponto de flecha máxima da laje nervurada. Na Figura 21 é mostrada uma curva carga-deslocamento, em que se observa dessa figura o comportamento não linear entre o carregamento aplicado e o deslocamento obtido no ponto de flecha máxima. Construída esta curva, obtém-se a carga de serviço ( $q_{ser}$ ) a partir do deslocamento limite de serviço ( $\delta_{ser}$ ), e a carga última ( $q_{ult}$ ) como sendo a máxima carga suportada pela laje nervurada que, também, pode ser obtida quando a flecha na laje nervurada for muito maior que a flecha limite de serviço. Neste trabalho foi adotado cinco vezes maior.



**Figura 21 - Curva carga deslocamento**

**Fonte: Autor**

A cada passo de carga do processo incremental, as rigidezes dos elementos que simulam a laje nervurada são definidas considerando a deformação obtida no passo anterior e a curva tensão deformação do material. Para as nervuras, que são representadas por elementos de barras, a não linearidade física é considerada pelo uso direto das relações tensão deformação dos materiais, que são definidas para um estado uniaxial de tensões. Já para a laje representada pelos elementos planos de casca o problema é bidimensional e cada ponto está sob estado duplo de tensões. Dessa forma, o método de análise implementado no elemento plano de casca determina as deformações principais e verifica se estas deformações violam o critério de falha do material (Figura 22 a seguir). Caso positivo, o comportamento do material é considerado desacoplado nas duas direções principais e as curvas tensão deformação são usadas para definir as rigidezes nessas diferentes direções. Caso negativo, uma rigidez média é definida usando as rigidezes obtidas pelas deformações principais e a curva tensão deformação do material.



**Figura 22 - Critério de falha para o concreto em estado duplo de tensões**

O elemento de interface tradicional tem a função de simular o comportamento mecânico na face de contato entre diferentes elementos estruturais (como no caso de viga mista, contato entre a laje de concreto e a viga de aço) ou representar uma fina camada de um material. O comportamento mecânico se deve a um deslizamento relativo entre os dois elementos que definem o contato e uma força cisalhante ocasionada nesse contato devido a uma possível conexão deformável entre esses elementos. Neste trabalho, o elemento de interface também tem a função de associar o elemento unidimensional de barra ao elemento bidimensional plano de casca, como mostrado na Figura 16 antecedente, eles estão separados por um determinado valor. Como nos casos analisados neste trabalho, não é permitido um deslocamento relativo entre a laje de concreto e as nervuras, sendo considerada uma rigidez muito grande para o elemento de interface para evitar os deslocamentos relativos entre eles.

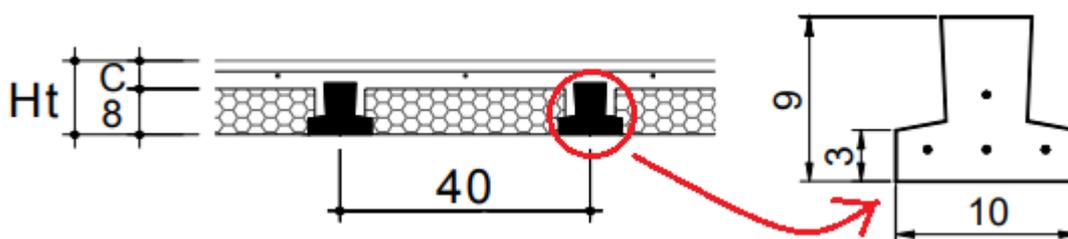
## 5 RESULTADOS

Neste capítulo são avaliadas algumas lajes usando os procedimentos definidos na NBR 6118 (2014), tabelas de dimensionamento disponibilizadas por fabricantes e análise numérica usando os elementos finitos planos de casca, de barra e interface

implementados no programa FEMOOP, conforme descritos na revisão bibliográfica e metodologia.

## 5.1 EXEMPLO 1

Neste primeiro exemplo é avaliada uma laje nervurada unidirecional com seção transversal apresentada na Figura 23 a seguir. Como é mostrada na figura as vigotas apresenta distância entre seus eixos de 40 cm. As dimensões da vigota são de 10 e 3 cm para a largura e espessura da sapata inferior e uma altura total de 9 cm. A vigota contém 4 fios de 4,0 mm de diâmetro de aço CP175RB de tensão de escoamento 1750 MPa e módulo de elasticidade  $E = 205$  GPa.



**Figura 23 – Corte transversal da laje nervurada**

A espessura da capa de concreto ( $f_{ck} = 20$  MPa) acima do enchimento de 8 cm de altura é dada por  $C = 5$  cm, logo a altura total da laje  $H_t = 13$  cm. A laje nervurada é retangular de 4,9 m de vão na direção da nervura. De acordo com procedimentos de norma e tabelas de fabricantes para lajes nervuradas unidirecional só interfere no dimensionamento o vão na direção da nervura. Para análise numérica serão definidos alguns vãos da direção transversal à direção longitudinal para avaliar a influência deste na capacidade de carga da laje nervurada.

### 5.1.1 Tabela fabricante

De acordo com a tabela do fabricante TATU – blocos – lajes – pisos – telhas disponíveis no endereço eletrônico [www.tatu.com.br](http://www.tatu.com.br) e apresentada no capítulo 4 deste trabalho, a capacidade de carga para esta laje nervurada é de 2 kN/m<sup>2</sup> para a

sobrecarga. A marcação em vermelho na tabela apresentada na Tabela 11 mostra que para a laje com as dimensões e propriedades dos materiais citadas anteriormente ela suporta um vão de até 490 cm para um carregamento permanente de 1,6 kN/m<sup>2</sup> e sobrecarga de 2 kN/m<sup>2</sup>.

**C=5**

$f_{ck,CAPA} = 20\text{MPa}$

SEÇÃO	DADOS DA SEÇÃO				VÃOS MÁXIMOS - $L_{MÁX}$ (cm)																	VÃOS MÁXIMOS - $L_{MÁX}$ (cm) PARA CADA CONDIÇÃO DE ESCORAMENTO				
	VIGOTA TIPO	Conc. (l/m <sup>3</sup> )	Peso (p/kN/m <sup>2</sup> )	M.R.U. (kN.m/m)	Sobrecarga (kN/m <sup>2</sup> )																	0 ESCORA	1 ESCORA	2 ESCORAS		
					1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0				9,5	10,0
I	421	S2	1,60	10,8	499	455	421	394	371	352	336	321	309	298	287	278	270	262	255	249	243	237	232	3,20	5,20	6,20
	431	S2	1,60	14,6	580	529	490	458	432	409	390	374	359	346	334	324	314	305	297	289	282	276	270	3,20	6,00	6,00
	432	S2	1,60	18,0	642	586	542	507	478	454	432	414	398	383	370	358	348	338	329	320	313	306	299	3,20	6,20	6,70
	442	S2	1,60	20,7	690	629	583	545	514	487	464	445	427	411	398	385	373	363	353	344	336	328	321	3,20	6,20	7,95
	443	S2	1,60	23,3	732	667	618	578	545	517	492	471	453	436	422	408	396	385	374	365	356	348	340	3,20	6,20	7,95
II - DUPLA	E443																									
	432D																									
	442D																									
	443D																									
	E443D																									
II	631																									

**Tabela 11 – Laje nervurada pré-moldada**

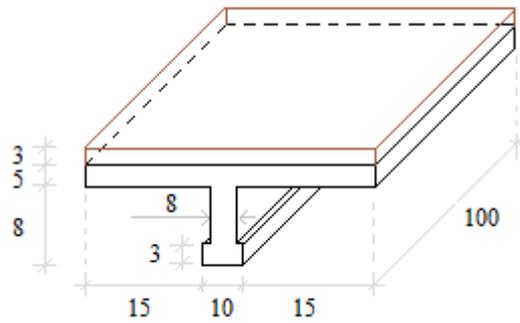
Fonte: [www.tatu.com.br](http://www.tatu.com.br)

### 5.1.2 Procedimentos da NBR 6118

A laje nervurada deste exemplo será avaliada utilizando os procedimentos descritos na NBR 6118 (2014) que no caso de laje unidirecional pode ser analisada com uma viga dada por uma faixa de largura igual a distância entre os eixos das nervuras. Para esta análise será considerado peso específico do concreto de 24 kN/m<sup>3</sup> e da argamassa de 21 kN/m<sup>3</sup>. Será considerado que a laje terá revestimento de argamassa na parte inferior e superior em um total de 3 cm de espessura e terá acabamento em piso cerâmico de 14,5 kg/m<sup>2</sup>.

- Carga distribuída devido ao peso próprio:

A partir das dimensões apresentadas na Figura 24 e dos pesos específicos do concreto, argamassa e piso cerâmico determina-se o peso por metro quadrado de laje mais revestimento e piso, como mostrado na Equação 5.1. Neste cálculo foi desprezado o peso do enchimento.



**Figura 24 – Faixa na direção da nervura da laje**

**Fonte: autor**

$$p_{gk} = 0,03 \times 21 + 0,027 \times 24/0,4 + 14,5 \times 10/1000 = 2,40 \text{ kN/m}^2 \quad (5.1)$$

- Carga distribuída devido à ocupação:

No modelo de análise escolhido foi considerado a laje com vão na direção da nervura de 490 cm e procura-se determinar qual a máxima carga acidental que esta laje suporta. Sendo assim, o carregamento distribuído devido à ocupação do ambiente  $p_{qk}$  (kN/m<sup>2</sup>) é uma incógnita a ser determinada.

- Carregamento de cálculo:

Considerando uma combinação última normal para verificação dos estados limites últimos de deformação excessiva do concreto e armadura chega-se ao valor da carga de cálculo dada pela Equação 5.2. Este valor é para um carregamento uniformemente distribuído na área da laje analisada. No caso do carregamento para a faixa de 40 cm que será utilizada para a verificação da capacidade de carga da laje nervurada unidirecional, o carregamento é distribuído linearmente com valor dado pela Equação 5.3.

$$p_{du} = 1,4p_{gk} + 1,4p_{qk} = 1,4 \times 2,4 + 1,4p_{qk} = (3,36 + 1,4p_{qk}) \text{ kN/m}^2 \quad (5.2)$$

$$p_{xdu} = (3,36 + 1,4p_{qk})0,4 = (1,34 + 0,56p_{qk}) \text{ kN/m} \quad (5.3)$$

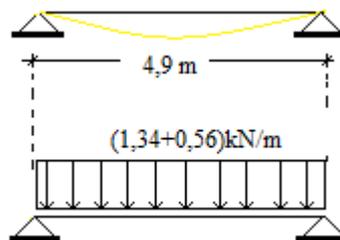
Considerando uma combinação de serviço para verificação do estado limite de deformação excessiva chega-se ao valor da carga de cálculo dada pela Equação 5.4, onde o valor de 0,4 é referente a uma carga acidental de edifício comercial. De forma análoga a Equação 5.3 para o estado limite último chega-se à Equação 5.5.

$$p_{ds} = p_{gk} + 0,4p_{qk} = (2,4 + 0,4p_{qk}) \text{ kN/m}^2 \quad (5.4)$$

$$p_{xds} = (2,4 + 0,4p_{qk})0,4 = (0,96 + 0,16p_{qk}) \text{ kN/m} \quad (5.5)$$

- Momento máximo positivo:

Considera-se que a laje nervurada é simplesmente apoiada em seu contorno perpendicular a direção das nervuras. Dessa forma, tem-se a viga bi-apoiada da Figura 25 a qual apresenta apenas momento positivo com seu valor máximo dado pela Equação 5.6.



**Figura 25 – Viga na direção da nervura**

**Fonte: autor**

$$M_{xdu} = \frac{p_{xdu}l^2}{8} = \frac{(1,34+0,56p_{qk}) \times 4,9^2}{8} = (4,02 + 1,68p_{qk}) \text{ kNm} \quad (5.6)$$

Para a verificação do estado limite de serviço o momento solicitante máximo no trecho de apoio a apoio é dado por:

$$M_{xds} = \frac{p_{xds}l^2}{8} = \frac{(0,96+0,16p_{qk}) \times 4,9^2}{8} = (2,88 + 0,48p_{qk}) \text{ kNm} \quad (5.7)$$

- Avaliação do momento de cálculo resistente:

Observando a Figura 23 que mostra as posições das 4 barras na vigota e considerando que a primeira camada está a 17 mm da base da vigota e a segunda está no centro da vigota tem-se que o centroide da armadura está a 24 mm da base da vigota, ou seja, a altura útil da viga é dada por  $d = 13 - 2,4 = 10,6$  cm.

Considerando as equações de dimensionamento apresentadas no capítulo 4, será verificada a possibilidade de a viga analisada ser dimensionada como seção retangular de largura 40 cm. Para isso deve-se verificar a posição da linha neutra na seção. Para este cálculo será admitido inicialmente que  $\varepsilon_c \geq 0,2\%$  e  $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$ , logo  $\sigma_c = f_{cd}$  e  $\sigma_s = f_{yd}$  nas equações de equilíbrio considerando flexão simples. Logo, da equação de equilíbrio de força axial na seção com  $A_s = 0,503$  cm<sup>2</sup>,  $f_{yk} = 175$  kN/cm<sup>2</sup>,  $f_{ck} = 20000$  kN/m<sup>2</sup>,  $b = 0,4$  m,  $d = 0,106$  m e coeficientes de 1,4 e 1,15 para obter valores de cálculo das resistências do concreto e aço, tem-se:

$$0,68f_{cd}bd\beta_x - A_s f_{yd} = 0 \rightarrow 0,68 \frac{20000}{1,4} 0,4 \times 0,106\beta_x - 0,503 \frac{175}{1,15} = 0 \rightarrow \beta_x = 0,1858 \quad (5.8)$$

Avaliando o resultado obtido pela Equação 5.8 observa-se que a seção é dimensionada no domínio 2b ( $0,1667 < \beta_x < 0,2593$  para concreto até C50) onde se tem  $\varepsilon_c \geq 0,2\%$  e  $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$ , como admitido inicialmente. Outra consideração inicial foi de que a LN está cortando a mesa, ou seja, seção dimensionada como retangular e largura de 40 cm. Como  $x = \beta_x d = 0,1858 \times 10,6 = 1,97$ cm é menor que a espessura da mesa (5 cm) verifica-se que esta consideração inicial também é válida.

Para calcular o momento resistente da seção deve-se utilizar a equação de equilíbrio de momentos com o valor de  $\beta_x$  encontrado na Equação 5.8. Logo,

$$M_d = 0,68f_{cd}bd^2\beta_x(1 - 0,4\beta_x)$$

$$M_d = 0,68 \frac{20000}{1,4} 0,4 \times 0,106^2 \times 0,1858(1 - 0,4 \times 0,1858) = 7,51 \text{kNm} \quad (5.9)$$

- Determinando o carregamento devido à ocupação para ELU:

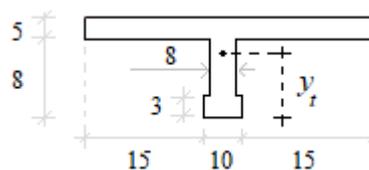
Tomando a igualdade entre o momento solicitante na seção crítica e o momento resistente considerando as dimensões da laje nervurada e propriedades dos materiais ( $M_{xd} = M_d$ ) obtém-se o carregamento uniformemente distribuído de ocupação máximo para a laje analisada considerando estado limite último, como mostrado na Equação 5.9 a seguir.

$$4,02 + 1,68p_{qk} = 7,51 \quad \rightarrow \quad p_{qk} = 2,08 \text{ kN/m}^2 \quad (5.10)$$

- Momento de fissuração:

Para a verificação do estado limite de deformação excessiva é necessário a determinação do momento de inércia equivalente da viga que representa uma faixa de 40 cm ao longo do vão da laje nervurada na direção da nervura. Mas, para isso, deve-se definir o momento de fissuração, momento máximo no trecho analisado, momento de inércia da seção não fissurada e o momento de inércia da seção fissurada.

Na equação 5.11 do momento de início de fissuração  $\alpha$  é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta, igual a 1,2 para seção T.  $f_{ct}$  é a resistência à tração direta do concreto, dada por  $0,3f_{ck}^{\frac{2}{3}}$  no caso de verificação da deformação excessiva.  $I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto e  $y_t$  é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada como mostrado na Figura 26 a seguir. Logo:



**Figura 26 – Seção não fissurada**

**Fonte: autor**

$$M_r = \alpha \frac{f_{ct} I_c}{y_t} = 1,2 \frac{2,2104 \times 10^3 \times 3134,35 \times 10^{-8}}{0,0876} = 0,95 \text{ kNm} \quad (5.11)$$

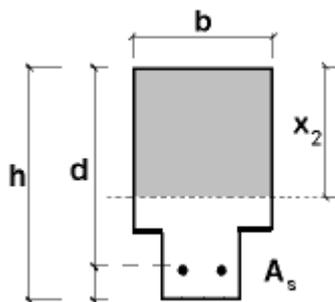
- Inércia da seção fissurada:

No caso da seção fissurada boa parte do concreto abaixo da LN está fissurado. De forma aproximada e a favor da segurança o concreto abaixo da LN é desprezado e a seção é considerada como a parte acima da LN e a armadura na região tracionada.

Como  $f_{ck} \leq 50\text{MPa}$  e considerando brita de Gnaisse, o módulo de elasticidade tangente inicial do concreto é dada pela Equação 5.12. Sendo o módulo de elasticidade do aço dado por  $E_s = 205\text{ GPa}$ , a relação entre os módulos de elasticidade do concreto e aço para a homogeneização da seção é dada por  $\alpha_e = E_s/E_{cs} = 9,63$ .

$$E_{cs} = 0,85 \times 5600 \sqrt{f_{ck}} = 0,85 \times 5600 \sqrt{20} = 21287\text{MPa} \quad (5.12)$$

Considerando a LN cortando a mesa da seção T como mostrada na Figura 27 a seguir, determina-se o centroide e a inércia da seção homogeneizada usando as equações a seguir para seção retangular. Caso a LN corte a alma devem ser definidas equações que levam em consideração uma seção T acima da LN.



**Figura 27 – Seção fissurada**

**Fonte: autor**

$$x_2 = \frac{-\alpha_e A_s + \sqrt{\alpha_e^2 A_s^2 + 2b\alpha_e A_s d}}{b} = \frac{-9,63 \times 0,503 + \sqrt{(9,63 \times 0,503)^2 + 2 \times 40 \times 9,63 \times 0,503 \times 10,6}}{40} \Rightarrow x_2 = 1,49\text{cm} \quad (5.13)$$

Da Equação 5.13 verifica que a consideração de que a LN está passando na mesa da seção T é verdadeira e, portanto, a seção T pode ser verificada usando as

equações para seção retangular. Logo, o momento de inércia da seção fissurada pode ser obtido pela Equação 5.14.

$$I_2 = \frac{bx_2^3}{3} + \alpha_e A_s (d - x_2)^2 = \frac{0,4 \times 0,0149^3}{3} + 9,63 \times 0,503 \times 10^{-4} (0,106 - 0,0149)^2$$

$$I_2 = 4,461 \times 10^{-6} m^4 \quad (5.14)$$

- Momento de Inércia Equivalente:

O momento de inércia equivalente em um determinado trecho da viga é dado pela equação 5.15. Observa-se desta equação que o momento de inércia no trecho é um valor entre o momento de inércia da seção não fissurada e o momento de inércia da seção fissurada. Quanto maior o momento solicitante no trecho ( $M_a = M_{xds}$ ) em relação ao momento de início de fissuração ( $M_r$ ) mais próximo o momento de inércia do trecho estará do momento de inércia da seção fissurada.

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_2 = (I_c - I_2) \left(\frac{M_r}{M_{xds}}\right)^3 + 4,461 \times 10^{-6} = 2,67 \times 10^{-5} \left(\frac{M_r}{M_{xds}}\right)^3 + 4,461 \times 10^{-6} \quad (5.15)$$

- Flecha imediata:

Como foi admitido trecho único para a faixa de largura de 40 cm ao longo do vão na direção das nervuras da laje tem-se para análise de flecha uma viga bi apoiada uniformemente carregada com flecha máxima no meio do vão dada por:

$$\delta_i = \frac{5p_{xds}L^4}{384E_{cs}I_{eq}} = \frac{5 \times (0,96 + 0,16p_{qk}) \times 4,9^4}{384 \times 21287 \times 10^3 \times (2,67 \times 10^{-5} \left(\frac{0,95}{2,88 + 0,48p_{qk}}\right)^3 + 4,461 \times 10^{-6})} =$$

$$\frac{2767,104 + 461,184p_{qk}}{(2,88 + 0,48p_{qk})^3 + 36465,142} \quad (5.16)$$

- Flecha diferida:

Considerando que a carga de longa duração será considerada atuando a partir de 1 mês de concretagem, tem-se fazendo  $t = t_0 = 1$  mês na equação  $\xi(t) = 0,68(0,996^t)t^{0,32}$ ,  $\xi(1) = 0,677$ .

Para  $t > 70$  meses, tem-se  $\xi(t) = 2$ , logo  $\Delta\xi = 2 - 0,677 = 1,323$ . E como  $A'_s = 0$  (sem armadura na região de compressão) tem-se  $\rho' = 0$ , logo:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1+50\rho'} = \frac{1,323}{1+50 \times 0} = 1,323 \quad (5.17)$$

- Determinando o carregamento devido à ocupação para ELS:

A flecha total é dada pela flecha imediata mais a flecha diferida, ou seja,  $\delta_T = (1 + \alpha_f)\delta_i$ . Tomando a igualdade entre a flecha total com a flecha limite relacionada à aceitabilidade visual dada por  $\delta_{lim} = \frac{L}{250} = \frac{490}{250} = 1,96$  cm, obtém-se a maior sobrecarga que pode ser aplicada à laje nervurada considerando o ELS.

$$\delta_T = \delta_{lim} = 2,323\delta_i \Rightarrow \frac{2767,104 + 461,184p_{qk}}{\frac{187123,25}{(2,88 + 0,48p_{qk})^3} + 36465,142} \times 2,323 = 0,0196 \quad (5.18)$$

Raízes

$$p_{qk1} = -8,20811$$

$$p_{qk2} = -3,45499$$

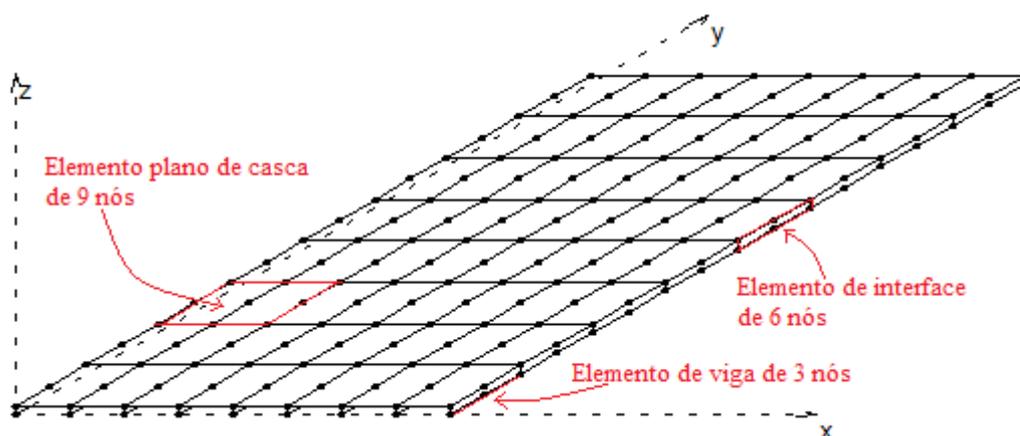
Comparando os resultados apresentados pelas Equações 5.10 e 5.18 observa-se que para a laje nervurada analisada e segundo os critérios de dimensionamento da NBR 6118 quanto aos ELU e ELS de deformação excessiva a sobrecarga máxima a ser aplicada nesta laje é de 2,08 kN/m<sup>2</sup>, um pouco maior que a sobrecarga fornecida pela tabela do fabricante que apresenta o valor de 2 kN/m<sup>2</sup>.

### 5.1.3 Análise numérica

Na análise numérica a laje nervurada é discretizada em elementos planos de casca (capa de concreto armado), elementos unidimensionais de viga (nervuras) e elementos de interface que faz a conexão entre os elementos planos de casca e o elemento de viga (ver capítulo 4). Diferente da tabela do fabricante e da NBR 6118, para a análise numérica é necessário definir a dimensão da laje nervurada transversal

à direção das suas nervuras. Para verificar a influência desta dimensão no resultado da capacidade de carga da laje nervurada é analisado diferentes valores para esta dimensão, os quais são: 3,2 m, 5,6 m, 7,2 m, 8,8 m, e 14,8 m.

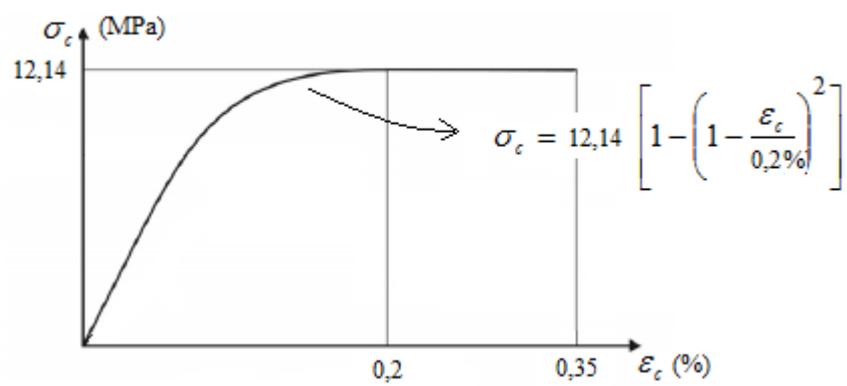
Foi adotada uma divisão de 8 elementos na direção da nervura para formação da malha de elementos finitos, tanto para a capa de concreto quanto para as nervuras. Na direção transversal à nervura depende das dimensões para cada laje analisada. Na Figura 28 é apresentada a discretização da laje nervurada de 3,2 m por 4,9 m em elementos planos de casca retangulares de nove nós, elementos de viga com três nós e elementos de interface com seis nós. Para este caso na direção transversal a nervura foi adotada uma divisão de 4 elementos.



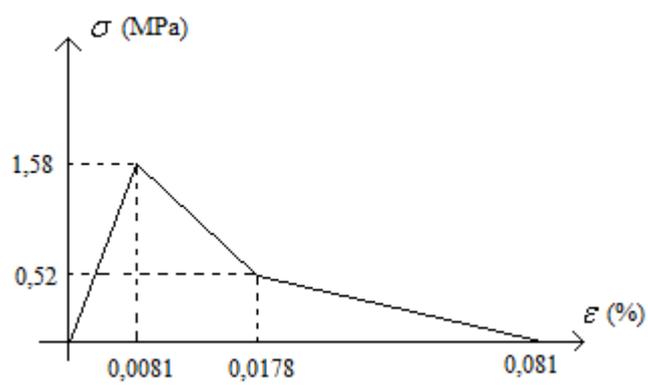
**Figura 28 – Laje nervurada discretizada**

**Fonte: autor**

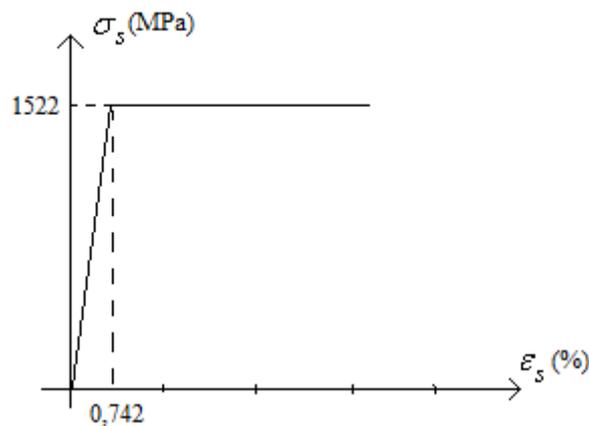
As relações tensão deformação usadas para o concreto e armadura são apresentadas nas figuras a seguir. Verifica-se dessas figuras que as tensões limites para compressão do concreto ( $0,85f_{ck}/1,4$ ) e escoamento do aço ( $f_{yk}/1,15$ ) estão com seus valores de cálculo. Resistência a tração do concreto foi determinada usando a relação  $f_{ctm} = 0,3(f_{ck})^{2/3}$  dada pela NBR 6118, sendo a resistência a tração utilizada dada por  $f_{ctm}/1,4$ .



(a)



(b)



(c)

**Figura 29 – Curva tensão deformação dos materiais: (a) concreto na compressão, (b) concreto na tração e (c) aço da armadura**

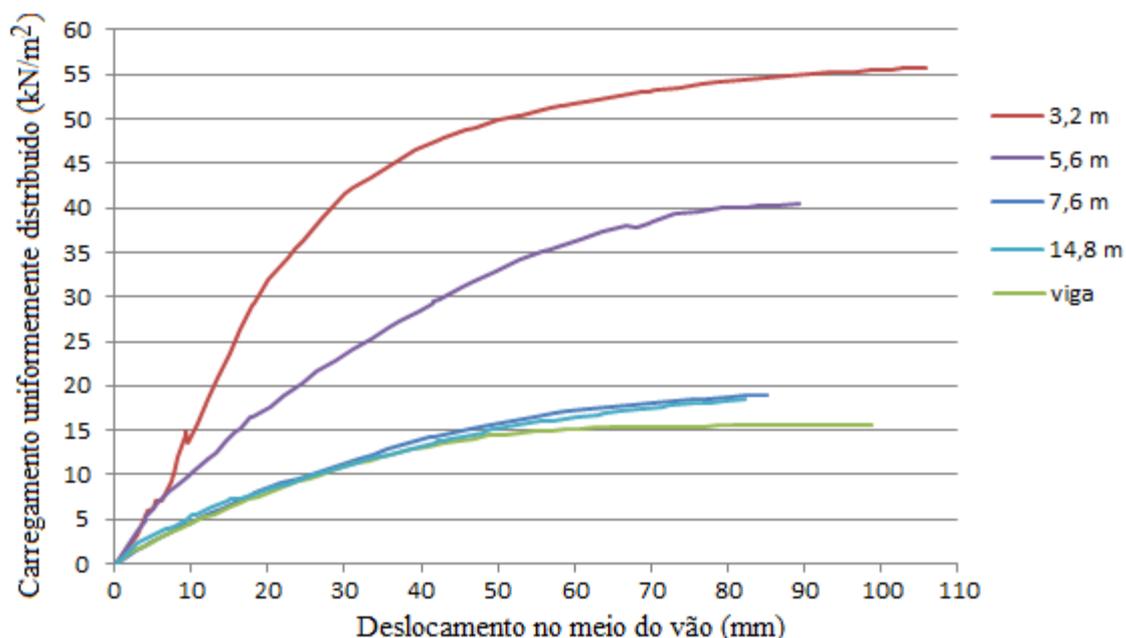
**Fonte: autor**

São apresentadas na Figura 30 as curvas carga deslocamento encontrada para as lajes nervuradas analisada neste exemplo. As lajes nervuradas tem dimensão na direção da nervura fixa de 4,9 m, na outra dimensão são verificados diferentes valores como já apresentados. Diferente do que acontece para os procedimentos de norma e tabelas de fabricantes, observa-se na Figura 30, que a capacidade de carga da laje nervurada depende significativamente da dimensão da laje na direção transversal às nervuras.

A curva identificada com o rótulo 'viga' na Figura 30 é obtida para uma análise numérica usando apenas o elemento unidimensional de viga apresentado neste capítulo. Ou seja, para esta análise é considerada uma viga de seção T dada pela Figura 24.

Verifica-se da Figura 30 que a medida em que se aumenta a dimensão transversal à nervura a resposta obtida aproxima da resposta para uma viga. Observa-se também que as respostas para vão de 7,6 m e 14,8 m já são praticamente coincidentes e são

muito próximas da resposta obtida considerando análise usando apenas o elemento de viga.

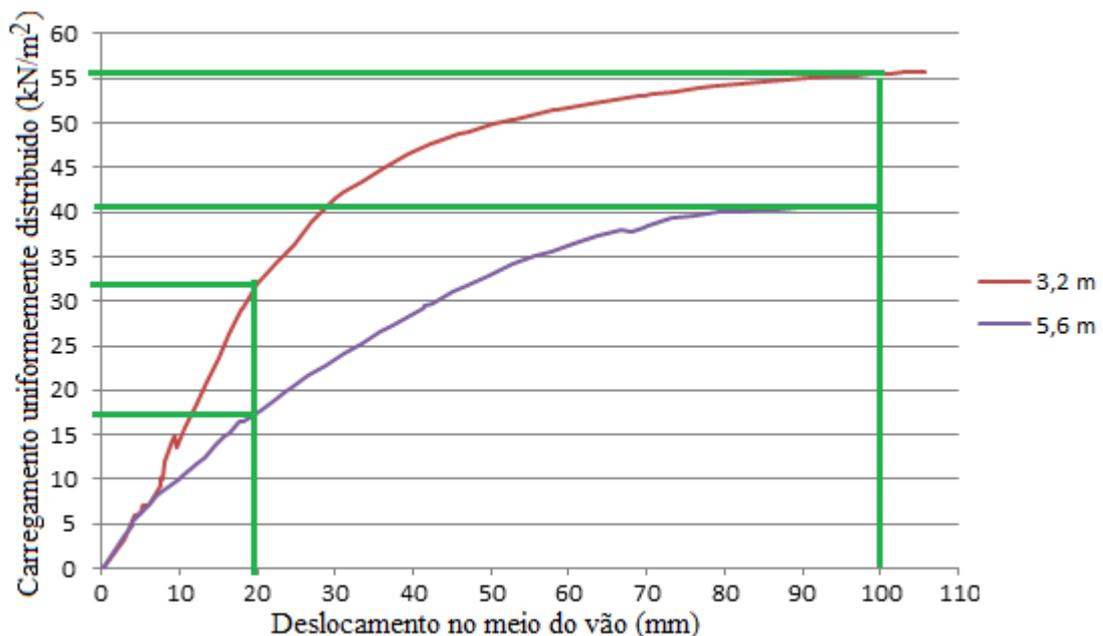


**Figura 30 – Curva carga deslocamento das lajes nervuradas – Obtidas pelo programa FEMOOP através do MEF**

**Fonte: autor**

Na Figura 31 é determinada a capacidade de carga para as lajes nervuradas de vão de 3,2 e 5,6 m considerando ELU e ELS de deformação excessiva. Para a laje com o vão de 3,2 m tem-se:  $p_{ds} = 32 \text{ kN/m}^2$  (carregamento para o deslocamento limite de 19,6 mm) e  $p_{du} = 56 \text{ kN/m}^2$  (máximo carregamento suportado pela laje). Usando as equações de combinação de carregamento definidas em 4.1) referente a análise usando os procedimentos da NBR 6118 define-se a capacidade de carga para a laje de vão de 3,2 m. Assim, para o ELS tem-se:  $2,4 + 0,4p_{qk} = 32 \rightarrow p_{qk} = 74 \text{ kN/m}^2$ . Para o ELU tem-se:  $3,36 + 1,4p_{qk} = 56 \rightarrow p_{qk} = 37,6 \text{ kN/m}^2$ . Dessa forma, conclui-se que a sobrecarga limite para a laje nervurada com o vão de 3,2 m é de  $p_{qk} = 37,6 \text{ kN/m}^2$ .

Para a laje com o vão de 5,6 m tem-se  $p_{ds} = 17 \text{ kN/m}^2$  (carregamento para o deslocamento limite de 19,6 mm) e  $p_{du} = 41 \text{ kN/m}^2$  (máximo carregamento suportado pela laje). Usando as equações de combinação de carregamento definidas referente a análise usando os procedimentos da NBR 6118, define-se a capacidade de carga para a laje de vão de 5,6 m. Assim, para o ELS tem-se:  $2,4 + 0,4p_{qk} = 17 \rightarrow p_{qk} = 36,5 \text{ kN/m}^2$ . Para o ELU tem-se:  $3,36 + 1,4p_{qk} = 41 \rightarrow p_{qk} = 26,9 \text{ kN/m}^2$ . Dessa maneira, conclui-se que a sobrecarga limite para a laje nervurada com o vão de 5,6 m é de  $p_{qk} = 26,9 \text{ kN/m}^2$ .



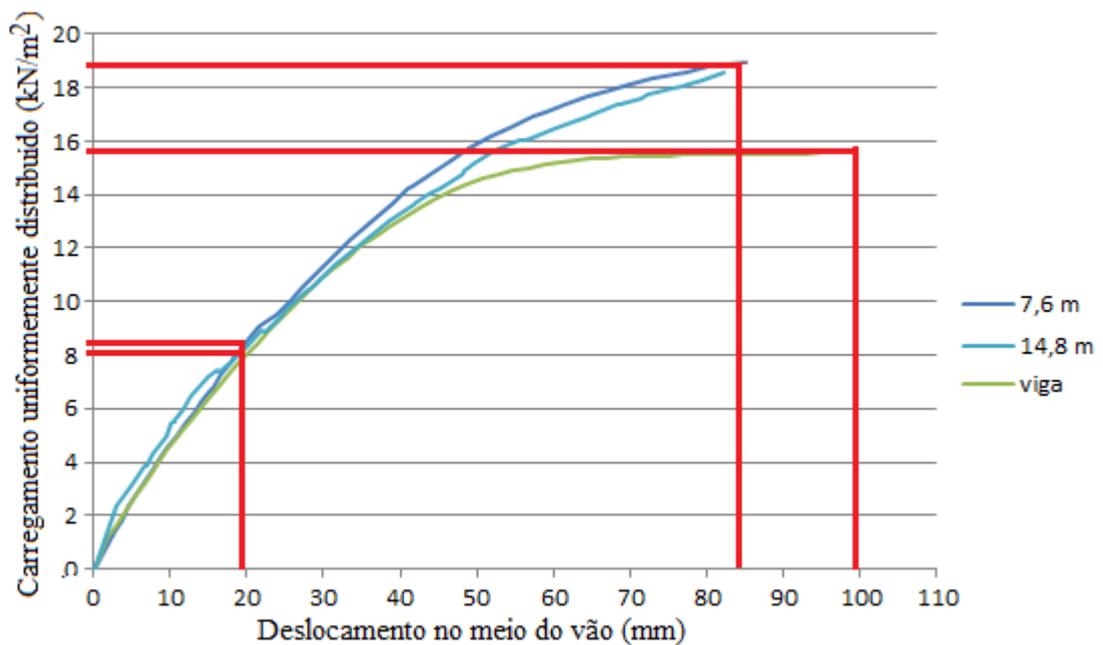
**Figura 31 – Identificação das cargas limites para os vãos de 3,2 e 5,6m**

**Fonte: autor**

Na Figura 32, é determinada a capacidade de carga para a laje nervurada de vão de 7,6 m e para a análise de viga considerando ELU e ELS de deformação excessiva. Para a laje com o vão de 7,6 m tem-se  $p_{ds} = 8,2 \text{ kN/m}^2$  (carregamento para o

deslocamento limite de 19,6 mm) e  $p_{du} = 18,8 \text{ kN/m}^2$  (máximo carregamento suportado pela laje). Usando as equações de combinação de carregamento definidas no item referente a análise usando os procedimentos da NBR 6118 define-se a capacidade de carga para a laje de vão de 7,6 m. Deste modo, para o ELS tem-se:  $2,4 + 0,4p_{qk} = 8,2 \rightarrow p_{qk} = 14,5 \text{ kN/m}^2$ . Para o ELU, tem-se:  $3,36 + 1,4p_{qk} = 18,8 \rightarrow p_{qk} = 11 \text{ kN/m}^2$ . Dessa forma, conclui-se que a sobrecarga limite para a laje nervurada com o vão de 7,6 m é de  $p_{qk} = 11 \text{ kN/m}^2$ .

Para a análise de viga tem-se  $p_{ds} = 8 \text{ kN/m}^2$  (carregamento para o deslocamento limite de 19,6 mm) e  $p_{du} = 15,6 \text{ kN/m}^2$  (máximo carregamento suportado pela viga). Usando as equações de combinação de carregamento definidas no item referente a análise usando os procedimentos da NBR 6118 define-se a capacidade de carga para a viga. Assim, para o ELS tem-se:  $2,4 + 0,4p_{qk} = 8 \rightarrow p_{qk} = 14 \text{ kN/m}^2$ . Para o ELU tem-se:  $3,36 + 1,4p_{qk} = 15,6 \rightarrow p_{qk} = 8,7 \text{ kN/m}^2$ . Dessa forma, conclui-se que a sobrecarga limite para a laje nervurada de vão transversal muito maior que o vão na direção da viga é de  $p_{qk} = 8,7 \text{ kN/m}^2$ .

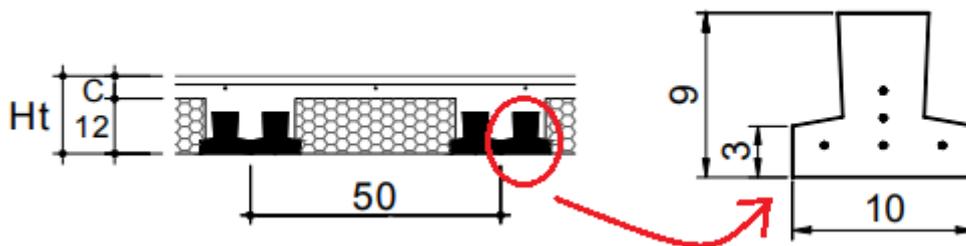


**Figura 32 - Identificação das cargas limites para os vãos de 7,6 e 14,8m**

Fonte: autor

## 5.2 EXEMPLO 2

Este segundo exemplo é semelhante ao exemplo anterior, porém foi alterada a altura do enchimento e a quantidade de fios de aço da vigota analisada como mostrado na Figura 33 a seguir. Nesta figura verifica-se que as vigotas apresentam distância entre seus eixos de 50 cm e são dispostas em duplas. As dimensões da vigota são de 10 e 3 cm para a largura e espessura da sapata inferior, e uma altura total de 9 cm. A vigota contém 5 fios de 4,0 mm de diâmetro de aço CP175RB de tensão de escoamento 1750 MPa e módulo de elasticidade  $E = 205 \text{ GPa}$ .



**Figura 33 – Corte transversal da laje nervurada**

**Fonte:**

A espessura da capa de concreto ( $f_{ck} = 20$  MPa) acima do enchimento de 12 cm de altura é dada por  $C = 4$  cm. Logo, a altura total da laje  $H_t$  é igual à 16 cm. A laje retangular nervurada é de 6,7 m de vão na direção da nervura. De acordo com procedimentos de norma e tabelas de fabricantes, para lajes nervuradas unidirecional, só o vão na direção da nervura interfere no dimensionamento. Dessa forma, para a análise numérica serão definidos vãos na direção transversal à direção longitudinal para avaliar a influência deste na capacidade de carga da laje nervurada.

### **5.2.1 Tabela fabricante**

De acordo com a tabela do fabricante TATU – blocos – lajes – pisos – telhas, disponível no endereço eletrônico [www.tatu.com.br](http://www.tatu.com.br) e apresentada no capítulo 4 deste trabalho, a capacidade de carga para a laje nervurada deste exemplo é de  $2,5 \text{ kN/m}^2$  para a sobrecarga. A marcação em vermelho apresentada na Tabela 12 mostra que para a laje com as dimensões e propriedades dos materiais definidas neste exemplo, suporta um carregamento permanente de  $2 \text{ kN/m}^2$  e sobrecarga de  $2,5 \text{ kN/m}^2$  para o vão de 670 cm.

**C=4**

$f_{ck,CAPA} = 20MPa$

SEÇÃO	DADOS DA SEÇÃO				VÃOS MÁXIMOS - $L_{MÁX.}(cm)$																VÃOS MÁXIMOS - $L_{MÁX.}(cm)$ PARA CADA CONDIÇÃO DE ESCORAMENTO					
	VIGOTA TIPO	Cons. (l/m <sup>3</sup> )	Peso (KN/m <sup>3</sup> )	M.R.U. KN.m/m	Sobrecarga (KN/m <sup>2</sup> )																0 ESCORA	1 ESCORA	2 ESCORAS			
					1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5				9,0	9,5	10,0
I	421	49	1,54	14,0	520	520	483	451	425	403	384	367	352	340	328	317	308	299	291	284	277	270	264	3,20	5,20	5,20
	431	49	1,54	19,0	600	600	562	525	495	469	447	428	411	396	382	370	359	349	339	330	322	315	308	3,20	6,00	6,00
	432	49	1,54	23,5	670	670	625	584	550	521	497	475	457	440	425	411	399	387	377	367	358	350	342	3,20	6,20	6,70
	442	49	1,54	27,2	795	728	673	628	592	561	535	511	491	473	457	442	429	417	406	395	386	377	368	3,20	6,20	7,95
	443	49	1,54	30,8	795	775	717	669	631	598	570	545	523	504	487	471	457	444	432	421	411	401	393	3,20	6,20	7,95
I - DUPLA	E443	45	1,54	30,8	851	775	717	669	631	598	570	545	523	504	487	471	457	444	432	421	411	401	393	5,00	6,20	10,00
	432D	59	2,00	36,1	670	670	670	670	652	621	594	570	549	530	513	497	483	470	458	446	436	426	417	3,20	6,20	6,70
	442D	59	2,00	41,9	795	795	788	741	702	669	639	614	591	570	552	535	520	506	493	481	470	459	449	3,20	6,20	7,95
II	E443D	53	2,00	47,0	969	894	834	785	743	708	677	650	626	604	585	567	551	536	522	509	497	486	476	5,00	6,20	10,00
	631	48	1,66	40,1	950	868	804	753	710	674	643	616	592	571	551	534	518	503	490	478	466	456	446	5,00	6,20	10,00

**Tabela 12 - Laje nervurada pré-moldada**

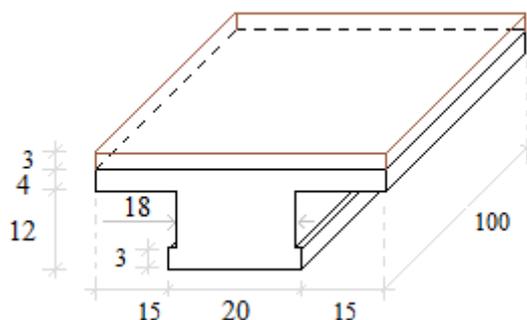
Fonte: [www.tatu.com.br](http://www.tatu.com.br)

### 5.2.2 Procedimentos da NBR 6118

Assim como no exemplo anterior, a laje nervurada deste exemplo será avaliada utilizando os procedimentos descritos na NBR 6118 (2014). São utilizados os mesmos parâmetros definidos no exemplo anterior.

- Carga distribuída devido ao peso próprio:

A partir das dimensões apresentadas na Figura 34 e dos pesos específicos do concreto, argamassa e piso cerâmico, determina-se o peso por metro quadrado de laje, somando-se mais o peso do revestimento e do piso, como mostrado na Equação 5.1. Neste cálculo foi desprezado o peso do enchimento.



**Figura 34 - Faixa na direção da nervura da laje**

$$P_{gk} = 0,03 \times 21 + 0,0422 \times 24 / 0,5 + 14,5 \times 10 / 1000 = 2,81 kN / m^2 \quad (5.1)$$

- Carga distribuída devido à ocupação:

No modelo de análise escolhido pelo autor foi considerado a laje com vão na direção da nervura de 670 cm e procura-se determinar qual a máxima carga accidental que esta laje suporta. Sendo assim, o carregamento distribuído devido à ocupação do ambiente  $p_{qk}$  (kN/m<sup>2</sup>) é uma incógnita a ser determinada.

- Carregamento de cálculo:

Considerando uma combinação última normal para verificação dos estados limites últimos de deformação excessiva do concreto e armadura chega-se ao valor da carga de cálculo dada pela Equação 5.2. Este valor é para um carregamento uniformemente distribuído na área da laje analisada. No caso do carregamento para a faixa de 50 cm que será utilizada para a verificação da capacidade de carga da laje nervurada unidirecional, o carregamento é distribuído linearmente com valor dado pela Equação 5.3.

$$p_{du} = 1,4p_{gk} + 1,4p_{qk} = 1,4 \times 2,81 + 1,4p_{qk} = (3,93 + 1,4p_{qk}) \text{ kN/m}^2 \quad (5.2)$$

$$p_{xdu} = (3,93 + 1,4p_{qk})0,5 = (1,96 + 0,7p_{qk}) \text{ kN/m} \quad (5.3)$$

Considerando uma combinação de serviço para verificação do estado limite de deformação excessiva chega-se ao valor da carga de cálculo dada pela Equação 5.4, onde o valor de 0,4 é referente a uma carga accidental de edifício comercial. De forma análoga a Equação 5.3 para o estado limite último chega-se à Equação 5.5.

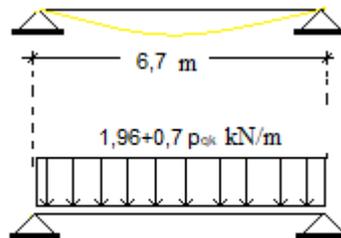
$$p_{ds} = p_{gk} + 0,4p_{qk} = (2,81 + 0,4p_{qk}) \text{ kN/m}^2 \quad (5.4)$$

$$p_{xds} = (2,81 + 0,4p_{qk})0,5 = (1,41 + 0,2p_{qk}) \text{ kN/m} \quad (5.5)$$

- Momento máximo positivo:

Considera-se que a laje nervurada é simplesmente apoiada em seu contorno perpendicular a direção das nervuras. Dessa forma, tem-se a viga bi-apoiada da

Figura 35 a qual apresenta apenas momento positivo com seu valor máximo dado pela Equação 5.6.



**Figura 35 – Viga na direção da nervura**

**Fonte: autor**

$$M_{xdu} = \frac{p_{xdu}l^2}{8} = \frac{(1,96+0,7p_{qk})\times 6,7^2}{8} = (11,05 + 3,93p_{qk})kNm \quad (5.6)$$

Para a verificação do estado limite de serviço o momento solicitante máximo no trecho de apoio a apoio é dado por:

$$M_{xds} = \frac{p_{xds}l^2}{8} = \frac{(1,41+0,2p_{qk})\times 6,7^2}{8} = (7,91 + 1,12p_{qk})kNm \quad (5.7)$$

- Avaliação do momento de cálculo resistente:

Observando a Figura 33 que mostra as posições das 5 barras na vigota e, considerando que a primeira camada está a 17 mm da base da vigota, a segunda está a 32 mm e a terceira a 47 mm. Temos então, que o centroide da armadura está a 26 mm da base da vigota, ou seja, a altura útil da viga é dada por  $d = 16 - 2,6 = 13,4$  cm.

Considerando as equações de dimensionamento apresentadas no capítulo 4 será verificada a possibilidade de a viga analisada ser dimensionada como seção

retangular de largura 50 cm. Para isso, deve-se verificar a posição da linha neutra na seção. Para este cálculo será admitido inicialmente que  $\varepsilon_c \geq 0,2\%$  e  $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$ , logo  $\sigma_c = f_{cd}$  e  $\sigma_s = f_{yd}$  nas equações de equilíbrio considerando flexão simples. Dessa forma, da equação de equilíbrio de força axial na seção com  $A_s = 0,628 \text{ cm}^2$ ,  $f_{yk} = 175 \text{ kN/cm}^2$ ,  $f_{ck} = 20000 \text{ kN/m}^2$ ,  $b = 0,4 \text{ m}$ ,  $d = 0,134 \text{ m}$  e coeficientes de 1,4 e 1,15 obtém-se os valores de cálculo das resistências do concreto e aço segundo a equação abaixo:

$$0,68f_{cd}bd\beta_x - A_s f_{yd} = 0 \rightarrow 0,68 \frac{20000}{1,4} 0,5 \times 0,134 \beta_x - 0,628 \frac{175}{1,15} = 0 \rightarrow \beta_x = 0,1468$$

(5.8)

Avaliando o resultado obtido pela Equação 5.8 observa-se que a seção é dimensionada no domínio 2a ( $0 < \beta_x < 0,1667$  para concreto até C50) onde se tem  $\varepsilon_c < 0,2\%$  e  $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$ , como foi admitido que  $\varepsilon_c \geq 0,2\%$  ( $\sigma_c = f_{cd}$ ) deve ser recalculado o valor de  $\beta_x$  usando a equação de equilíbrio para o domínio 2a.

$$a = \frac{A_s f_{yd}}{0,68f_{cd}bd} = \frac{0,628 \times \frac{175}{1,15}}{0,68 \times \frac{20000}{1,4} 0,5 \times 0,134} = 0,1468$$

$$-35\beta_x^3 + (10 - a)\beta_x^2 + 2a\beta_x - a = 0 \rightarrow \beta_x = 0,1491$$

(5.9)

Verificada a condição de domínio de deformação do concreto deve ser verificada a consideração inicial de que a LN está cortando a mesa, ou seja, seção dimensionada como retangular e largura de 50 cm. Como  $x = \beta_x d = 0,1491 \times 13,4 = 2 \text{ cm}$  é menor que a espessura da mesa (4 cm) verifica-se que esta consideração inicial é válida.

Para calcular o momento resistente da seção deve-se utilizar a equação de equilíbrio de momentos com o valor de  $\beta_x$  encontrado na Equação 5.9 e  $\sigma_c$  dado pela equação 5.10. Logo,

$$\sigma_c = f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{0,2\%} \right)^2 \right] = f_{cd} \beta_x \left[ \frac{10-35\beta_x}{(1-\beta_x)^2} \right] = 14066,52 \text{ kPa} \quad (5.10)$$

$$M_d = 0,68 \sigma_c b d^2 \beta_x (1 - 0,4 \beta_x)$$

$$M_d = 0,68 \times 14066,52 \times 0,5 \times 0,134^2 \times 0,1491 (1 - 0,4 \times 0,1491) = 12,04 \text{ kNm} \quad (5.11)$$

- Determinando o carregamento devido à ocupação para ELU:

Tomando a igualdade entre o momento solicitante na seção crítica e o momento resistente considerando as dimensões da laje nervurada e propriedades dos materiais ( $M_{xd} = M_d$ ) obtém-se o carregamento uniformemente distribuído de ocupação máximo para a laje analisada considerando estado limite último, como mostrado na equação 5.12 a seguir.

$$M_{xdu} = \frac{p_{xdu} l^2}{8} = \frac{(1,96 + 0,7 p_{qk}) \times 6,7^2}{8} = (11,05 + 3,93 p_{qk}) \text{ kNm}$$

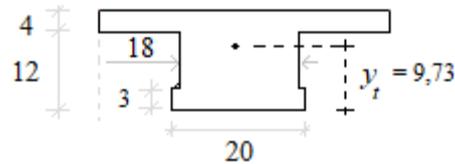
$$11,05 + 3,93 p_{qk} = 12,04 \quad \rightarrow \quad p_{qk} = 0,25 \text{ kN/m}^2 \quad (5.12)$$

- Momento de fissuração:

Para a verificação do estado limite de deformação excessiva é necessário a determinação do momento de inércia equivalente da viga que representa uma faixa de 50 cm ao longo do vão da laje nervurada na direção da nervura. Para isso, deve-se definir o momento de fissuração, momento máximo no trecho analisado, momento de inércia da seção não fissurada e o momento de inércia da seção fissurada.

Na equação 5.13 do momento de início de fissuração  $\alpha$  é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à

tração direta, igual a 1,2 para seção T.  $f_{ct}$  é a resistência à tração direta do concreto, dada por  $0,3f_{ck}^{\frac{2}{3}}$  no caso de verificação da deformação excessiva.  $I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto e  $y_t$  é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada como mostrado na Figura 36 a seguir. Logo:



**Figura 36 – Seção não fissurada**

Fonte: autor

$$M_r = \alpha \frac{f_{ct} I_c}{y_t} = 1,2 \frac{2210 \times 9,92 \times 10^{-5}}{0,0973} = 2,70 \text{ kNm} \quad (5.13)$$

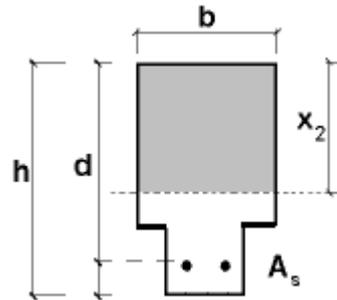
- Inércia da seção fissurada

No caso da seção fissurada boa parte do concreto abaixo da LN está fissurado. De forma aproximada e a favor da segurança o concreto abaixo da LN é desprezado e a seção é considerada como a parte acima da LN e a armadura na região tracionada.

Como  $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$  e considerando brita de Gnaisse, o módulo de elasticidade tangente inicial do concreto é dada pela Equação 5.14. Sendo o módulo de elasticidade do aço dado por  $E_s = 205 \text{ GPa}$  a relação entre os módulos de elasticidade do concreto e aço para a homogeneização da seção é dada por  $\alpha_e = E_s / E_{cs} = 9,63$ .

$$E_{cs} = 0,85 \times 5600 \sqrt{f_{ck}} = 0,85 \times 5600 \sqrt{20} = 21287 \text{ MPa} \quad (5.14)$$

Considerando a LN cortando a mesa da seção T como mostrada na Figura 37 a seguir, determina-se o centroide e a inércia da seção homogeneizada utilizando as equações a seguir para seção retangular. Caso a LN corte a alma da viga, devem ser definidas equações que levam em consideração uma seção T acima da LN.



**Figura 37 – Seção fissurada**

**Fonte: autor**

$$x_2 = \frac{-\alpha_e A_s + \sqrt{\alpha_e^2 A_s^2 + 2b\alpha_e A_s d}}{b} = \frac{-9,63 \times 0,628 + \sqrt{(9,63 \times 0,628)^2 + 2 \times 50 \times 9,63 \times 0,628 \times 13,4}}{50}$$

$$x_2 = 1,68 \text{ cm} \quad (5.15)$$

Da Equação 5.15 verifica que a consideração de que a LN está passando na mesa da seção T é verdadeira e, portanto, a seção T pode ser verificada utilizando as equações para seção retangular. Logo, o momento de inércia da seção fissurada pode ser obtido pela Equação 5.16.

$$I_2 = \frac{bx_2^3}{3} + \alpha_e A_s (d - x_2)^2 = \frac{0,5 \times 0,0168^3}{3} + 9,63 \times 0,628 \times 10^{-4} (0,134 - 0,0168)^2$$

$$I_2 = 9,1 \times 10^{-6} \text{ m}^4 \quad (5.16)$$

- Momento de Inércia Equivalente:

O momento de inércia equivalente em um determinado trecho da viga é dado pela equação 5.17. Observa-se desta equação que o momento de inércia no trecho é um valor entre o momento de inércia da seção não fissurada e o momento de inércia da seção fissurada. Quanto maior o momento solicitante no trecho ( $M_a = M_{xds}$ ) em relação ao momento de início de fissuração ( $M_r$ ), mais próximo o momento de inércia do trecho estará do momento de inércia da seção fissurada.

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_2 = \left[\frac{177}{M_{xds}^3} + 0,91\right] \times 10^{-5} \quad (5.17)$$

- Flecha imediata:

Como foi admitido trecho único para a faixa de largura de 50 cm ao longo do vão na direção das nervuras da laje, tem-se para análise de flecha uma viga bi-apoiada uniformemente carregada com flecha máxima no meio do vão, dada por:

$$\delta_i = \frac{5p_{xds}L^4}{384E_{cs}I_{eq}} = \frac{5 \times (1,41 + 0,2p_{qk}) \times 6,7^4}{384 \times 21287 \times 10^3 \times \left[\frac{177}{M_{xds}^3} + 0,91\right] \times 10^{-5}} \quad (5.18)$$

- Flecha diferida:

Considerando que a carga de longa duração atuará a partir de 1 mês de concretagem, fazendo  $t = t_0 = 1$  mês na equação  $\xi(t) = 0,68(0,996^t)t^{0,32}$ , tem-se  $\xi(1) = 0,677$ .

Para  $t > 70$  meses, tem-se  $\xi(t) = 2$ . Logo,  $\Delta\xi = 2 - 0,677 = 1,323$ . E, como  $A'_s = 0$  (sem armadura na região de compressão), obtemos  $\rho' = 0$ , Assim:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'} = \frac{1,323}{1 + 50 \times 0} = 1,323 \quad (5.19)$$

- Determinando a flecha para  $p_{qk} = 0,25 \text{ kN/m}^2$

Como já foi definida a carga de serviço considerando a verificação do ELU ( $p_{qk} = 0,25 \text{ kN/m}^2$ ) será verificada a flecha para essa carga de serviço. Caso a flecha seja maior que a flecha limite permitida, tem-se que o estado limite de serviço é determinante e deve ser determinada a carga de serviço para a flecha limite, caso contrário, não há necessidade de determinar esta carga.

$$M_{xds} = (7,91 + 1,12p_{qk}) = 8,19 \text{ kNm} \quad (5.7)$$

$$\delta_T = \delta_i + \alpha_f \delta_i = 2,323 \frac{5 \times (1,41 + 0,2p_{qk}) \times 6,7^4}{384 \times 21287 \times 10^3 \times \left[ \frac{177}{3} + 0,91 \right] \times 10^{-5}} \rightarrow \delta_T = 0,34 \text{ m} \quad (5.20)$$

Considerando a flecha limite, dada por  $\delta_{lim} = L / 250 = 670 / 250 = 2,68 \text{ cm}$  (aceitabilidade sensorial visual), verifica-se que o estado limite serviço é determinante, sendo necessária a determinação da carga de serviço considerando o estado limite de serviço. No entanto, observa-se da equação 5.21 a seguir que a flecha obtida considerando apenas o carregamento permanente ( $p_{qk} = 0$ ) é maior que a flecha limite. Assim, segundo os critérios da NBR 6118 (2014) o vão de 6,70 m para a laje nervurada não suporta nem o seu próprio peso considerando o requisito de flecha aceitável.

$$\delta_T = 2,323 \frac{5 \times 1,41 \times 6,7^4}{384 \times 21287 \times 10^3 \times \left[ \frac{177}{M_{xds}} + 0,91 \right] \times 10^{-5}} \rightarrow \delta_T = 0,29\text{m} \quad (5.21)$$

Na prática, pode-se aplicar uma contra-flecha dada pela flecha imediata somando-se mais a metade da flecha diferida, em que a flecha calculada, nesse caso, passa a ser metade da flecha diferida. Fazendo esta análise, chega-se a uma flecha de 10,3 cm que ainda é muito superior à flecha limite. Observa-se da análise numérica, dada no item seguinte, que o carregamento definido pelo fabricante pode ser aplicado considerando ELU e ELS, mostrando neste caso que o procedimento da NBR 6118 é muito conservador em termos de análise de serviço para este exemplo. A flecha obtida, segundo a NBR 6118, considera uma análise linear usando um momento de inércia equivalente para compensar essa aproximação. Além disso, o procedimento da norma penaliza em demasia a rigidez flexional da laje. Dessa forma, Isso, provavelmente, gera o conservadorismo da NBR 6118 para esse caso analisado.

### 5.2.3 Análise numérica

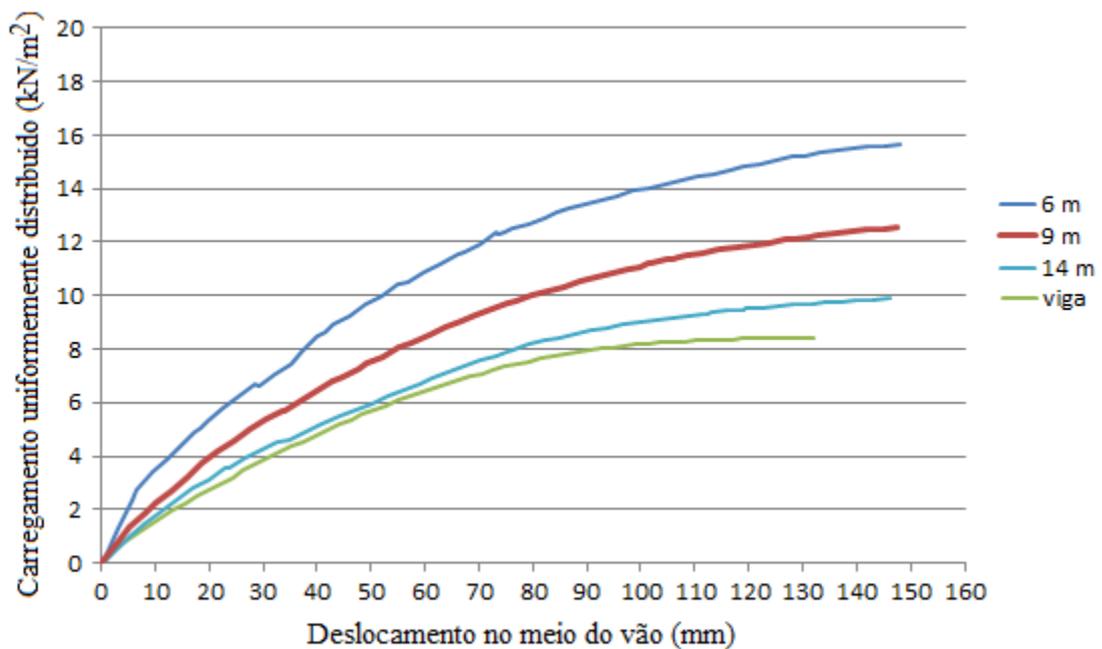
Assim como no exemplo anterior, a laje nervurada é discretizada em elementos finitos apresentados no capítulo 4 e para a análise numérica é necessária a definição da dimensão da laje nervurada transversal à direção das suas nervuras. Para verificar a influência desta dimensão no resultado da capacidade de carga da laje nervurada são analisados diferentes valores para esta dimensão, os quais são: 6 m, 9 m e 14 m.

Foi adotada uma divisão de 8 elementos na direção da nervura para formação da malha de elementos finitos, tanto para a capa de concreto quanto para as nervuras. Já para a direção transversal à nervura depende das dimensões para cada laje analisada, sendo adotada 6 elementos (vão de 6 m), 9 elementos (vão de 9 m) e 14 elementos (vão de 14 m). As relações tensão-deformação usadas para o concreto e armadura são as mesmas usadas para o exemplo anterior.

São apresentadas, na Figura 38, as curvas carga-deslocamento encontradas para as lajes nervuradas analisadas neste exemplo. As lajes nervuradas tem dimensão na direção da nervura fixa de 6,7 m e na outra dimensão são verificados diferentes valores como já apresentados. Diferente do que acontece para os procedimentos de norma e tabelas de fabricantes, observa-se da Figura 38 que a capacidade de carga da laje nervurada depende significativamente da dimensão da laje na direção transversal às nervuras.

A curva identificada com o rótulo 'viga' na Figura 38 é obtida para uma análise numérica usando apenas o elemento unidimensional de viga apresentado neste capítulo. Ou seja, para esta análise é considerada uma viga de seção T dada pela Figura 34.

Verifica-se da Figura 38 que a medida em que se aumenta a dimensão transversal à nervura a resposta obtida aproxima da resposta para uma viga. Observa-se também que a resposta da laje nervurada com vão na direção transversal a nervura de 14 m (um pouco maior que o dobro do vão na direção da nervura) é muito próxima da resposta obtida pela análise de viga.



**Figura 38 – Curva carga deslocamento das lajes nervuradas**

Fonte: autor

Na Figura 39 é determinada a capacidade de carga para as lajes nervuradas de vão de 6, 9 e 14 m considerando ELU e ELS de deformação excessiva. Para a laje com um vão de 6 m tem-se  $p_{ds} = 6,5 \text{ kN/m}^2$  (carregamento para o deslocamento limite de 26,8 mm) e  $p_{du} = 15,5 \text{ kN/m}^2$  (máximo carregamento suportado pela laje). Usando as equações de combinação de carregamento, definidas no item 4.1, referente a análise usando os procedimentos da NBR 6118, define-se a capacidade de carga para a laje de vão de 6 m. Assim, para o ELS, tem-se:  $2,81 + 0,4p_{qk} = 6,5 \rightarrow p_{qk} = 9,2 \text{ kN/m}^2$ . Para o ELU tem-se:  $3,93 + 1,4p_{qk} = 15,5 \rightarrow p_{qk} = 8,3 \text{ kN/m}^2$ .

Para a laje com um vão de 9 m, tem-se: para o ELS  $2,81 + 0,4p_{qk} = 4,8 \rightarrow p_{qk} = 4,9 \text{ kN/m}^2$ . Já para o ELU, temos:  $3,93 + 1,4p_{qk} = 12,3 \rightarrow p_{qk} = 5,9 \text{ kN/m}^2$ .

Para a laje com um vão de 14 m, tem-se: para o ELS  $2,81 + 0,4p_{qk} = 3,8 \rightarrow p_{qk} = 2,5 \text{ kN/m}^2$ . Para o ELU, tem-se:  $3,93 + 1,4p_{qk} = 9,9 \rightarrow p_{qk} = 4,3 \text{ kN/m}^2$ .

Observa-se que a sobrecarga limite para a laje nervurada avaliada neste exemplo é fortemente influenciada pela dimensão transversal à direção da nervura da laje. Conseguimos notar, também, que quando esta dimensão transversal é pequena, o ELU é determinante no dimensionamento, como visto para a laje de 6 m de largura. Já quando aumentamos esta dimensão, o ELS passa a ser determinante no dimensionamento, como é verificado nas lajes de largura 9 e 14 m.

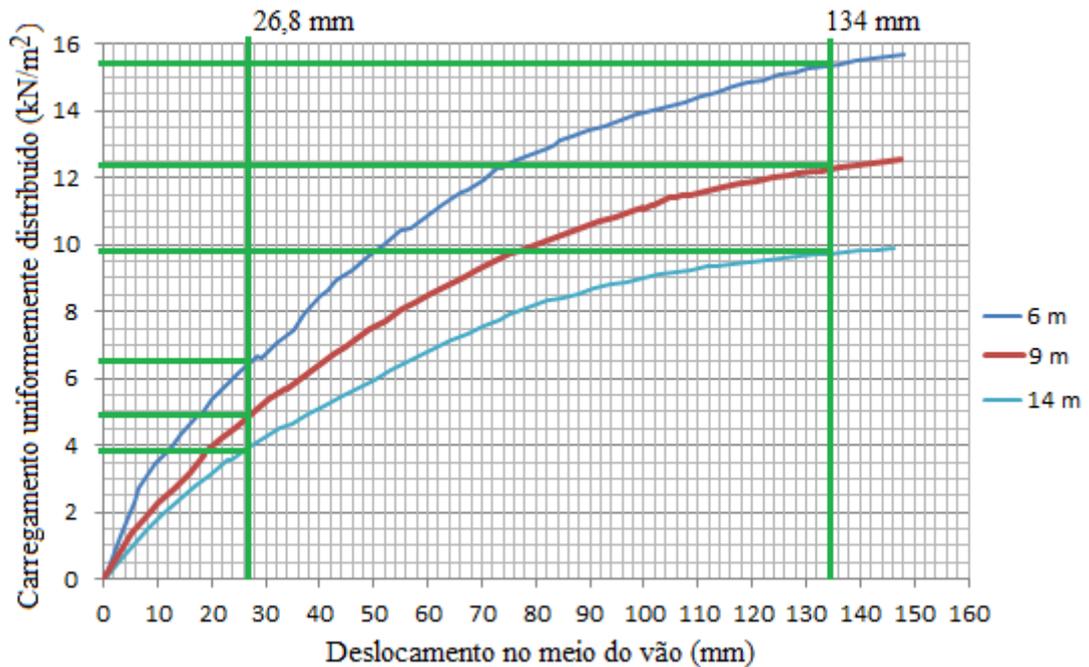


Figura 39 – Identificação das cargas limites vãos de 6, 9 e 14m

Fonte: autor

## 6 CONCLUSÃO

Nesse projeto foram avaliados os métodos descritos na NBR 6118 (2014) para o dimensionamento quanto aos estados limites últimos e de serviços de lajes nervuradas moldadas “in loco” ou pré-fabricadas. Nos exemplos analisados nesse trabalho, que se trata de duas lajes nervuradas pré-fabricadas, também foi avaliada a capacidade de carga da laje por meio de tabela de fabricante. Os resultados obtidos usando os métodos fornecidos pela NBR 6118 e tabelas de fabricantes foram comparados com resultados obtidos pelo software FEMOOP.

A simulação numérica de lajes nervuradas no FEMOOP foi feita através da associação de elementos planos de casca com elementos de viga por meio de elementos de interface.

Pode-se concluir com os resultados que os procedimentos da NBR 6118 é o mais conservador entre todos os métodos analisados, seguido pela tabela dos fabricantes. No caso 1, por exemplo, nota-se valores muito semelhantes entre os da norma e o da tabela, de 2,08 kN/m<sup>2</sup> e 2,0 kN/m<sup>2</sup> respectivamente. Já pelo método numérico, mesmo para o vão transversal muito maior que o vão da nervura, o resultado foi mais satisfatório que os métodos anteriores, com um valor de 8,7 kN/m<sup>2</sup> no estado limite último para um vão de 14,8 metros: três vezes maior que o vão da nervura. No caso 2, utilizando uma laje nervurada de vigota dupla, os procedimentos utilizados pela norma mostram que a laje nervurada não tem capacidade de suportar o peso próprio nesse exemplo analisado. Pelo método das tabelas, a carga suportada foi de 2,5 kN/m<sup>2</sup>. Já o método dos elementos finitos, a carga foi de 2,5 kN/m<sup>2</sup> para os estados limites de serviço par um vão de 14 metros, o dobro da dimensão do vão da nervura.

Pode-se observar ainda que, nos dois exemplos, a influência da dimensão transversal à direção das nervuras na estrutura. Quanto maior a dimensão transversal as nervuras, menor era a carga suportada pela laje.

Os resultados mostraram que os procedimentos da NBR 6118 e tabelas de fabricantes são seguros, porém antieconômicos mesmo nos casos de lajes aramadas

em uma direção (ou seja, maior vão maior que o dobro do menor vão) e nervuras na direção do menor vão.

## REFERÊNCIAS

ABNT NBR 6118:2014: Projetos de estruturas de concreto - procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ABNT NBR 6120:2019: Ações para cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 2014.

ABNT NBR 8681:2003: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ABNT NBR 14859-2: Lajes pré-fabricadas de concreto - parte 2: elementos inertes para enchimento e fôrma – requisitos. Rio de Janeiro, 2016.

ARAÚJO, José Milton de. Curso de Concreto Armado. 3. ed. Rio Grande:Dunas, 2010.4v.

Associação Brasileira das Empresas de Serviço de Concretagem – ABESC

AZEVEDO, F.M. ÁLVARO. Método dos Elementos Finitos, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto Portugal, 1ª Edição - Abril 2003.

CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto: segundo a NBR 6118:2014. 4. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2016.

FRANCA, A. B. M.; FUSCO, P. B. As lajes nervuradas na moderna construção de edifícios. São Paulo: Afala & Abrapex, 1997.

HUANG Z. BURGESS I.W., PLANK R.J. Modelling Membrane Action of Concrete Slabs in Composite Buildings in Fire. Part I: Theoretical Development. Journal of Structural Engineering, ASCE. v.129, n.8, 2003a; p.1093-1102

KAESTNER, Camile Luana. Como escolher o tipo de laje para o meu projeto estrutural, AltoQI – Eberick, 2021. Disponível em < <https://suporte.altoqi.com.br/hc/pt-br/articles/360041316053-Como-escolher-o-tipo-de-laje-para-o-meu-projeto-estrutural->>.

PINHEIRO, Libânio M.; RAZENTE, Júlio A. ESTRUTURAS DE CONCRETO: lajes nervuradas. São Paulo: Usp – Eesc, 2003. 18 p.

ROTS, J. G., KUSTERS, G.M.A, BLAAUWENDRAAD, J. The need for fracture mechanics options in finite element models for concrete structures. Proc., Int. Conf. On Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures. v.1, Part 1, 1984; p.19-32