

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO - UFOP
ESCOLA DE MINAS - EM
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, ADMINISTRAÇÃO E
ECONOMIA - DEPRO

FERNANDA SILVA CERCEAU ROLA

**Algoritmo Simulated Annealing aplicado à resolução
do problema de roteamento de veículos com coleta e
entrega simultânea, frota heterogênea e janela de
tempo**

Ouro Preto
2021

Fernanda Silva Cerceau Rola

Algoritmo Simulated Annealing aplicado à resolução do problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea, frota heterogênea e janela de tempo

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para a obtenção do Grau de Engenheiro de Produção.

Universidade Federal de Ouro Preto

Orientador: Prof. Dr. Aloisio de Castro Gomes Junior

Ouro Preto
2021



FOLHA DE APROVAÇÃO

Fernanda Silva Cerceau Rola

Algoritmo Simulated Annealing aplicado à resolução do problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea, frota heterogênea e janela de tempo

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção

Aprovada em 04 de novembro de 2021

Membros da banca

- [Doutor] - Aloísio de Castro Gomes Júnior - Orientador (Universidade Federal de Ouro Preto)
- [Mestre] - Cristiano Luis Turbino de França e Silva - (Universidade Federal de Ouro Preto)
- [Doutora] - Clarisse da Silva Vieira Camelo de Souza - (Universidade Federal de Ouro Preto)
- [Mestranda] - Naiara Helena Vieira - (Universidade Federal de Ouro Preto)

Aloísio de Castro Gomes Júnior, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito na Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso da UFOP em 04/11/2021



Documento assinado eletronicamente por **Aloísio de Castro Gomes Junior, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 04/11/2021, às 20:03, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0240927** e o código CRC **92B7DFA5**.

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a minha família por todo o apoio que me foi dado e por me proporcionar chegar até aqui, sempre me amparando. Agradeço, também, à UFOP e aos professores, principalmente meu orientador Aloísio, por ter me proporcionado todo o aprendizado, por todos esses anos. Agradeço, aos meus amigos, colegas e companheiras de república que estiveram comigo durante toda a minha jornada na UFOP, sempre me apoiando. E por fim, agradeço, também, meus familiares que sempre estiveram presentes e me auxiliando.

Resumo

O trabalho apresenta um problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea, frota heterogênea e janela de tempo. Esse problema objetiva definir rotas de veículos considerando minimizar a distância, levando-se em conta as características de coletar e entregar produtos no mesmo cliente, os veículos têm capacidades diferentes e existe um espaço de tempo onde deve ser feito as visitas aos clientes, levando-se em consideração o funcionamento do centro de distribuição. Primeiramente, foi desenvolvido um algoritmo baseado na meta heurística *Simulated Annealing* para solucionar o problema proposto, utilizando-se a linguagem de programação *Python*. O algoritmo foi testado usando-se 64 instâncias-teste, baseada em instâncias encontradas na literatura, com número de cidades a serem atendidas variando de 15 a 25 cidades. As soluções obtidas pelo algoritmo eram comparadas com os resultados obtidos pela resolução de um modelo de programação linear inteira mista. O algoritmo utilizado apresentou um bom desempenho, encontrando boas soluções em tempo computacional reduzido. Para ilustrar este desempenho, apenas em 1 instância a solução ótima não foi encontrada. Para a segunda etapa, aplicou-se o algoritmo desenvolvido para resolver o problema real de uma empresa distribuidora de bebidas. A empresa estudada faz a distribuição de bebidas em diversas cidades, mas neste estudo considerou-se apenas a distribuição feita na cidade de Patos de Minas, sede da empresa. Para fins de comparação, foram analisadas as rotas pré-definidas pela empresa, pelo roteirizador, a rota realizada pelo motorista e a rota gerada pelo algoritmo. Os resultados foram positivos, uma vez que houve uma melhora de mais de 46% em relação a distância percorrida pelos motoristas da empresa.

Palavras-chave: Logística; Pesquisa Operacional; Distribuição; Bebidas; PRV; Meta-heurística; *Simulated Annealing*.

Abstract

The work presents a vehicle routing problem with simultaneous collection and delivery, heterogeneous fleet and time window. This problem aims to define vehicle routes considering the distance, taking into account the characteristics of collecting and delivering products to the same customer, vehicles have different resources and there is a period of time where it should be done as customer visits, taking into account the functioning of the distribution center. First, an algorithm based on the heuristic goal textit Simulated Annealing was developed to solve the proposed problem, using the programming language textit Python. The algorithm was tested using 64 test knowledge, based on information found in the literature, with the number of cities to be served ranging from 15 to 25 cities. The corresponding solutions by the algorithm were compared with the results obtained by solving a mixed integer linear programming model. The algorithm used has a good performance, finding good solutions in reduced computational time. To illustrate this performance, only in 1 instance the optimal solution was not found. For a second step, the algorithm developed to solve the real problem of a beverage distribution company was applied. The studied company distributes beverages in several cities, but in this study only the distribution made in the city of Patos de Minas, the company's headquarters, is considered. For comparison purposes, routes pre-defined by the company, the scriptwriter, a route taken by the driver and a route generated by the algorithm were analyzed. The results were positive, as there was an improvement over 46 % in relation to the distance covered by the company's drivers.

. **Keywords:** Logistic; Operational Research; Distribution; Beverages; VRP; Meta-heuristics; Simulated Annealing.

Lista de abreviaturas e siglas

CD	Centro de Distribuição
DARP	<i>Dial-a-ride problem</i>
GRASP	<i>Greedy Randomized Adaptative Search Procedure</i>
ILS	<i>Iterated Local Search</i>
PLI	Programação linear inteira
PLIM	Programação linear inteira mista
PO	Pesquisa Operacional
PRPV	Problema de roteamento Periódico de Veículo
PRV	Problema de Roteamento de Veículos
PRVCE	Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega
PRVCSFHJT	Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultânea, Frota Heterogênea e Janela de Tempo
PRV FH	Problema de Roteamento de Veículos com Frotas Heterogêneas
PRV FM	Problema de Roteamento de Veículos com Frota Mista
PRV JT	Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo
PRV MD	Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos
PRV-IF	Problema de Roteamento de Veículos no Planejamento do Inventário Florestal
SA	<i>Simulated Annealing</i>

Lista de ilustrações

Figura 1 – Pseudo-código do método SA.	28
Figura 2 – Solução vizinha - Realocação.	32
Figura 3 – Solução vizinha - Troca.	32

Lista de tabelas

Tabela 1 – Resultados da Resolução do Modelo PLIM para as instâncias de 15 e 18 clientes	35
Tabela 2 – Resultados da Resolução do Modelo PLIM para as instâncias de 20 clientes	35
Tabela 3 – Resultados da Resolução do Modelo PLIM para as instâncias de 25 clientes	36
Tabela 4 – Resultados do método SA para as instâncias de 15 clientes	37
Tabela 5 – Resultados do método SA para as instâncias de 18 clientes	38
Tabela 6 – Resultados do método SA para as instâncias de 20 clientes	39
Tabela 7 – Resultados do método SA para as instâncias de 25 clientes	40
Tabela 8 – Resumo dos resultados do método SA para as instâncias testadas . . .	41
Tabela 9 – Resultados comparativos	43

Sumário

	Lista de ilustrações	7
	Lista de tabelas	8
1	INTRODUÇÃO	10
1.1	Objetivos	11
1.2	Justificativa	11
1.3	Estrutura do trabalho	11
2	REFERENCIAL TEÓRICO	13
2.1	Logística	13
2.2	Gestão de transportes	15
2.3	Pesquisa Operacional	17
2.4	Problema de roteamento de veículos (PRV)	19
2.4.1	Extensões do Problema de Roteamento de Veículos (PRV)	20
2.4.2	Problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea, frota heterogênea e janela de tempo (PRVCESFHJT)	22
2.5	Métodos meta-heurísticos	25
2.5.1	Simulated Annealing (SA)	26
2.5.2	Outras meta-heurísticas	28
2.6	Aplicações de métodos meta-heurísticos ao PRV	29
3	METODOLOGIA	31
3.1	Representação de uma solução	31
3.2	Geração de uma solução inicial	31
3.3	Estrutura de vizinhança	32
3.4	Função de avaliação	32
4	APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	34
5	ALGORITMO SA APLICADO À UM PROBLEMA REAL	42
5.1	A empresa	42
5.2	O cenário	42
5.3	Resultado prático	43
6	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	45
	REFERÊNCIAS	46

1 Introdução

O setor da logística é um dos principais setores de uma empresa integrando áreas como transporte, estoque, armazenamento, manuseio de materiais e embalagem. Porém, é também um dos setores que demandam maiores custos para uma empresa.

No âmbito de transporte, uma das principais decisões a serem tomadas é a definição da melhor rota, para distribuição de produtos/serviços, a ser seguida por cada veículo da frota, objetivando o menor custo e atendendo a todos os clientes. Uma vez que a excelência na escolha da rota pode ocasionar a diminuição dos custos nesse setor, existe cada vez mais investimentos e ênfases em pesquisas para otimizar as soluções para esse problema. Uma das ferramentas mais utilizadas para resolver esse tipo de problema é a Pesquisa Operacional. Esse tipo de problema é denominado de Problema de Roteamento de Veículos (PRV).

As decisões mais importantes a serem tomadas por empresas que prestam ou incluem serviços de transporte em suas atividades são: Qual rota os veículos devem seguir para que se possa atender todos os clientes ao menor custo possível? Que tipos e quantos veículos devem ser utilizados? E como atender as duas questões anteriores em um período de tempo determinado? Tomar a decisão correta pode reduzir significativamente os custos das empresas em relação ao transporte.

O Problema de Roteamento de Veículos (PRV) é um problema clássico de otimização combinatória e consiste em determinar um conjunto de rotas e atribuir a estas rotas um conjunto de veículos, de tal forma que o custo total de transporte seja mínimo. Existem diversas ramificações para este tipo de problema com diferentes características.

Essa monografia aborda o PRV com coleta e entrega simultânea, frota heterogênea e janela de tempo (PRVCESFHJT). O objetivo da resolução do PRVCESFHJT é determinar as rotas a serem percorridas pelos veículos, minimizando os custos totais de transporte, dado pela distância total das rotas, e atendendo as seguintes condições: (i) Cada rota começa e termina no depósito; (ii) Cada cliente é visitado exatamente uma vez por exatamente um veículo dentro de um intervalo de tempo especificado (janela de tempo); (iii) A demanda total (tanto de coleta quanto de entrega) de cada rota não deve exceder a capacidade do veículo.

Um cenário muito comum onde pode-se encontrar esse tipo de problema é a distribuição de refrigerante e cerveja, no setor de bebidas. Os pedidos de engarrafados e cascos de cerveja e refrigerante são entregues, e na mesma visita são devolvidos os cascos vazios pelos clientes, realizando a coleta e entrega simultânea.

1.1 Objetivos

O principal objetivo da presente pesquisa é a aplicação do método meta-heurístico *Simulated Annealing* (SA) à resolução do problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea, frota heterogênea e janela de tempo. Além disso, será realizado a aplicação desse sistema em uma empresa real.

O objetivo geral se dará através do desenvolvimento de um programa computacional em linguagem *Python* e sua validação através da utilização de um modelo de programação linear inteira mista. E para alcançar esse objetivo, os seguintes objetivos deverão ser alcançados: (i) adaptação de um modelo de PLIM para a resolução do problema; (ii) desenvolvimento do programa computacional em linguagem *Python*; (iii) através de instâncias-teste adaptadas para o problema estudado, validar o programa computacional desenvolvido; (iv) aplicar o programa computacional à um problema real de uma empresa distribuidora de bebidas.

1.2 Justificativa

A importância de se criar um programa computacional para a resolução do PRV-CESFHJT se dá pelos benefícios que se pode trazer às organizações atuais, inclusive para as indústrias de distribuição de bebidas, tanto em questão de otimização dos processos logísticos, como a redução de seus custos.

Programas como o apresentado no trabalho é uma importante ferramenta para a tomada de decisão na logística. O modelo computacional auxilia nas definições das melhores rotas rapidamente, uma vez que esses problemas são considerados complexos para serem solucionados. Com isso, as organizações diminuem seus custos de transporte, aumentam seus lucros e se tornam mais competitivas.

A resolução desse problema é considerada complexa. Os modelos matemáticos muitas vezes tem dificuldade ou não conseguem resolver esse problema otimamente, devido ao tempo e/ou a memória necessários para sua resolução. Portanto, foi escolhido a meta-heurística *Simulated Annealing* por sua capacidade de encontrar soluções rapidamente e próximas da solução ótima do problema. O método SA é um ótimo algoritmo para encontrar soluções próximas as ótimas em problemas de minimização igual ao problema que é apresentado no trabalho. Ele consegue contornar os ótimos locais através da aceitação de soluções de piora com certa probabilidade e criando mais possibilidades de encontrar valores próximos a solução ótima.

1.3 Estrutura do trabalho

O trabalho está dividido em 6 capítulos. O capítulo 2 aborda o referencial teórico que busca introduzir os assuntos do trabalho ao leitor. Ele aborda referências da logística,

gestão de transporte, pesquisa operacional, Problema de roteamento de Veículo e suas extensões, métodos meta-heurísticos e suas relações com o problema estudado.

O capítulo 3 é referente a metodologia. Neste capítulo é explicado como foi utilizado no estudo a representação da solução, a geração da solução inicial, a estrutura de vizinhança e a função de avaliação do modelo.

O capítulo 4 analisa o algoritmo desenvolvido através de instâncias existentes na literatura. Essa análise é feita por meio da análise das tabelas geradas.

O capítulo 5 aborda a análise da utilização do algoritmo na empresa estudada. Os resultados são obtidos através de comparações com os dados da empresa obtida e a solução resultante do algoritmo. Por fim, o capítulo 6 discute os resultados obtidos através do estudo

2 Referencial teórico

2.1 Logística

Uma das primeiras definições de logística situa-se no contexto militar a qual define a logística como a área militar que trabalha na obtenção, transporte e manutenção de pessoas, material e instalações. Porém, essa definição não aborda o contexto empresarial no qual a logística está inserida nos dias atuais.

Posteriormente, nota-se uma definição de logística no contexto empresarial que segundo Ballou (2007) são as atividades de movimentação e armazenamento que facilitam o escoamento de produtos, desde a compra de matérias-primas até o consumidor final. Assim como os fluxos de informação que colocam os produtos em movimento, a logística tem o propósito de providenciar níveis de serviços adequados aos clientes a um custo razoável. Mudando o conceito militar de logística para um conceito empresarial, empregando e otimizando os mais diversos produtos.

Ainda, a logística é colocada por Ballou (2007), como um conjunto de atividades funcionais (transportes, controle de estoques e outros) que se repetem inúmeras vezes ao longo do canal pelo qual as matérias-primas vão sendo convertidas em produtos acabados, aos quais se agrega valor ao consumidor. Assim, a logística é repetida diversas vezes devido aos materiais, matérias-primas e produtos terem diferentes destinos na cadeia de produção.

A logística é definida também como a área que envolve a gestão do processamento de pedidos, estoques, transportes e a combinação de armazenamento, manuseio de materiais e embalagem, todos integrados por uma rede de instalações. Seu objetivo é apoiar as necessidades operacionais de suprimento, manufatura e atendimento ao cliente na cadeia de suprimentos (BOWERSOX et al., 2014). A logística então, é colocada como um apoio para a cadeia de suprimentos e seu funcionamento.

A função da logística para Dias (2017) é de administrar e gerenciar os recursos materiais e equipamentos de uma organização, fazendo a coordenação da compra, a movimentação, o armazenamento, o transporte e a distribuição dos recursos, a partir das informações de cada fase do processo. Com isso, a logística utiliza da otimização do transporte dos recursos para administrar e gerir esses recursos da melhor forma.

O setor para Bowersox et al. (2014) é também responsável por projetar e administrar sistemas para controlar o transporte e a localização geográfica dos estoques de matérias primas, de produtos em processo e acabados pelo menor custo possível.

Paoleschi e Castiglioni (2017) citam em seu livro que existem as atividades primárias e secundárias da logística, que estão relacionadas ao sistema de operação da empresa. As atividades primárias têm como objetivo otimizar as entradas e saídas dos materiais,

controlar estoque e processar os pedidos afim de ter os níveis de serviços adequados e competitivos para o cliente. Essas atividades primárias são o transporte, a manutenção de estoque e o processamento de pedido.

Por outro lado as atividades secundárias estão relacionadas as atividades de apoio das atividades principais afim de manter a disponibilidade e a condição física dos materiais e produtos. Nessas atividades se encaixam a armazenagem, o manuseio de materiais, embalagens, programação de produtos e manutenção das informações (PAOLESCI; CASTIGLIONI, 2017).

É visto que a logística leva em consideração desde a matéria prima do produto, antes da produção, até o descarte final do produto. Para tanto, Ballou (2007) afirma que a vida de um produto, do ponto de vista da logística, não se encerra com a entrega ao consumidor. O ciclo de vida do produto continua após a entrega do consumidor uma vez que produtos tornam-se obsoletos, danificados ou inoperantes e são devolvidos aos seus pontos de origem para conserto ou descarte. Material de embalagem pode ser devolvido à origem devido a imposições da legislação ambiental ou porque sua reutilização faz sentido em termos econômicos (NOVAES, 2015).

O retorno dos bens após o consumo é chamada de logística reversa. A importância dessa logística no mundo vem aumentando, a partir da imposição que está sendo colocada para as empresas se preocuparem não apenas com a distribuição do produto, mas com o ciclo do produto após sua distribuição. Para tanto, Subramanian e Cabral (2007) afirmam que deve-se planejar, implementar e controlar o retorno de matérias-primas, produtos acabados e informações relativas ao ponto de consumo até o ponto de origem. Com isso, fica claro a necessidade de se ter uma logística reversa para encerrar todas as fases de logística de um produto, retornando assim, o produto para o fabricante.

Em termos de importância da logística, no contexto atual, ela é colocada como uma vantagem competitiva, uma vez que as empresas que têm uma competência logística de alto nível conquistam vantagens competitivas como resultado de fornecer um serviço superior a seus clientes mais importantes. As organizações que têm melhor desempenho usam uma tecnologia da informação capaz de monitorar a atividade logística global em tempo real. Essa tecnologia consegue identificar os potenciais problemas operacionais e facilita a ação corretiva antes da falha ocorrer (BOWERSOX et al., 2014).

A importância da área é tratada como a criação de valor para os clientes, fornecedores e todos aqueles que têm nela interesses diretos (BALLOU, 2007). O valor da logística é manifestado primeiramente em termos de tempo e lugar. Produtos e serviços não têm valor a menos que estejam em poder dos clientes quando e no lugar em que eles pretendem consumi-los.

Os produtos estão cada vez sendo transformados e aprimorados mais rapidamente, em uma velocidade nunca visto antes. Essa teoria serve principalmente para os produtos eletrônicos que são aperfeiçoados todo o tempo. A logística acaba tendo um papel

fundamental nesse processo.

Segundo Novaes (2015), a logística garante que o consumidor adquira um determinado produto no tempo desejado e de maneira correta. Qualquer falha da logística na cadeia de suprimento que atinja o consumidor diretamente, pode acarretar desconfiança e posterior perda desse cliente, o que traz sérias consequências para a empresa.

Há formas de se medir o desempenho logístico básico. Para Bowersox et al. (2014) esse desempenho é medido em termos de disponibilidade de estoque, desempenho operacional e confiabilidade do serviço. O termo serviço logístico básico descreve o nível de serviço que uma empresa presta a todos os clientes. Para isso, a disponibilidade necessita ter estoques sempre para atender as necessidades do cliente, o desempenho operacional trata do tempo necessário para a entrega do pedido e a confiabilidade do serviço envolve a qualidade da logística.

2.2 Gestão de transportes

Sabe-se que o setor de transporte para a distribuição física dos produtos é um dos setores que mais geram custos para as empresas, podendo chegar até a 2/3 do total dos custos lógicos. A gestão de transporte eficiente então torna-se um importante aliado na busca de redução dos custos de produção para aumentar sua competitividade (BALLOU, 2007).

A gestão de transportes para Bowersox et al. (2014) leva em conta responsabilidades pelo planejamento, execução e administração. Para isso, utiliza-se da tecnologia e suas ferramentas integradas para determinar as melhores movimentações dos produtos levando-se em consideração as restrições existentes. Observa-se que os principais resultados dessas ferramentas são a diminuição dos custos e a otimização dos processos.

Os principais tipos de serviço prestados por uma empresa de transporte é a movimentação e o armazenamento do produto. A função do transporte para Bowersox et al. (2014) é colocada como a movimentação dos estoques para seus destinos pela cadeia de suprimentos, levando em consideração tanto as matérias primas como o produto final. Os grandes custos recorrentes desse setor acarretam em custos indiretos para o produto sendo importante que os produtos sejam levados no tempo certo, para os lugares certos com o nível de serviço prometido e ao menor custo possível.

Castiglioni e Pigozzo (2014) classificam os transportes em terrestre, aquaviário e aéreo. Eles também são classificados em modais ou unimodais, intermodais, multimodais, segmentados e sucessivos. A diferença entre intermodais e multimodais é o contrato que é realizado para a atividade.

No transporte existem os modais rodoviários, ferroviários, aeroviários, hidrovíários e dutoviários. Esses modais podem ser exclusivos ou combinados (intermodal). Para Ballou (2007) a escolha dos modais é feita levando-se em conta preço, capacidade, tempo médio de viagem, confiabilidade, frequência, variabilidade do tempo de trânsito e outros.

Porém é importante destacar que a escolha do transporte é muito mais do que escolher o modal, deve-se considerar carga, seguro, documentação, programação dos horários, custos e outros.

O modal mais utilizado no Brasil é o rodoviário devido a algumas vantagens como custos, capacidade de operar porta-a-porta, o tamanho da malha rodoviária no país, frequência, disponibilidade e outros. Porém, Novaes (2015) afirma que o país não possui uma boa cobertura de rede integrada de todo o território.

A distribuição logística tem como objetivo liberar os produtos entre os distribuidores, atacadistas e varejistas. Essa distribuição é realizada de acordo com as quantidades pedidas, permitindo a disponibilidade dos produtos no momento e no lugar certo. Com isso, ele mantém o fluxo de suprimento. A gerência dessa distribuição deve então controlar o fluxo de estoque, planejando esse sistema para que tenha o estoque certo (PAOLESCHI; CASTIGLIONI, 2017).

Para Novaes (2015) o sistema de distribuição física é composto por instalações físicas, veículos, estoque de produtos, informações, hardwares e softwares, custos e pessoal. Os sistemas computacionais são importantes ferramentas para o transporte de materiais uma vez que se consegue planejar, programar e controlar a partir deles. Com isso, as empresas fazem altos investimentos nessas ferramentas, afim de otimizar esse processo e diminuir seus custos.

Segundo Paoleschi e Castiglioni (2017), o transporte é uma atividade primária da logística. Ele é responsável por deslocar matérias primas e os produtos por toda a cadeia, considerando as restrições impostas, principalmente relacionado ao cuidado com a carga e a confiabilidade dos prazos. Para isso, busca-se sempre o mínimo de perda de carga e seu aproveitamento, ao menor custo e a uma maior velocidade do transporte. Para tanto, é necessário um elo entre as equipes de venda e de suprimentos.

Existe no transporte diferentes sistemas de distribuição como a de um para um e a compartilhada. A distribuição compartilhada define-se pelo veículo com mercadorias que sai de um centro de distribuição para diversos destinos, já existindo um roteiro pré-determinado (NOVAES, 2015). Para definir a rota e o tipo de veículo deve-se levar em consideração fatores como tempos, capacidade e distância alinhados com o objetivo de atender as necessidades pelo menor custo possível e suas respectivas restrições.

O transporte de mercadorias por uma empresa pode ser realizado tanto com frota da própria empresa como utilizando a terceirização desse serviço. A escolha da frota é feita levando-se em consideração questões como custos, disponibilidade, capacidade e desempenho. Segundo Ballou (2007), ter uma frota própria é mais vantajoso quando o volume de entregas é alto. Porém, deve ser levado em conta as particularidades do serviço e se ela será realizada corretamente, como confiabilidade na entrega rápida, manuseio da carga, disponibilidade do serviço e outros.

O transporte demanda diversos custos como combustível, mão-de-obra, manutenção,

terminais, malha do transporte e administração. Esses custos são considerados em relação aos custos variáveis como o combustível, a quantidade de produtos a serem transportados, distância e outros e custos fixos como os equipamentos de transporte (BALLOU, 2007).

A definição de roteiro para os veículos é uma importante decisão e necessita de planejamento. A partir das rotas traçadas pode-se aumentar a eficiência dos equipamentos e pessoal do transporte. A otimização dessas rotas pode resultar na redução dos custos do transporte e no aperfeiçoamento dos serviços para com os clientes, além de poder minimizar as distâncias e os tempos de serviço (BALLOU, 2007).

2.3 Pesquisa Operacional

Os trabalhos que deram destaque a Pesquisa Operacional (PO) advém da Segunda Guerra Mundial. Na Guerra era necessário alocar os recursos da melhor forma possível, uma vez que existia escassez de materiais. Além disso, nesse período ela foi muito usada para resolver problemas mais complexos relacionados a operações em aviões e submarinos. Já no Brasil, a PO teve início na década de 1960 (ARENALES et al., 2015).

Após a Segunda Guerra observou-se a introdução da pesquisa operacional nas organizações como um todo. Atualmente nota-se aplicações da PO em diversos setores, de indústrias à hospitais, principalmente nas áreas de produção e logística, como na programação e controle da produção, na definição de rotas e outros (ARENALES et al., 2015).

Diversos autores na literatura definem PO como o estudo científico para tomar decisões, seja ela complexa ou não. Ela busca definir a melhor forma de projetar e operar um sistema a partir das condições impostas pelo sistema e da escassez dos recursos. Segundo Arenales et al. (2015), atualmente a PO também pode ser chamada de ciência e tecnologia da decisão. Hillier e Lieberman (2013) afirmam que a PO tem uma visão organizacional que busca solucionar problemas entre as unidades da organização, buscando as melhores soluções para as unidades através do todo.

Segundo Hillier e Lieberman (2013), o método simplex é um dos principais e primeiros métodos da PO para solução de problemas juntamente com a programação linear. Esse método foi desenvolvido em 1947 por George Dantzig. Teoria das filas, programação dinâmica e teoria do inventário também são outros métodos que existem para a resolução de problemas através da pesquisa operacional.

A PO utiliza a modelagem matemática para tratar e solucionar problemas de decisões reais. A área define modelo como uma forma de representar um sistema real, considerando as principais e mais importantes características daquele sistema. Um modelo matemático é a representação simplificada e abstrata de um dado problema real, precisando assim englobar os elementos essenciais de tal problema. Entretanto, ele também precisa de ser simples o suficiente para conseguir ser resolvido pelos métodos computacionais existentes (ARENALES et al., 2015).

Para a modelagem matemática é necessário então as definições das variáveis do problema real que serão consideradas e as relações existentes, para que a modelagem se torne o mais parecido com o problema real. Portanto essas variáveis e as relações matemáticas definidas descreveram o comportamento do sistema em questão.

Os tipos de modelos matemáticos são diversos. Um exemplo de modelo são os modelos de programação matemática (otimização matemática), como a programação linear (otimização linear), programação linear inteira (otimização discreta), programação em redes (otimização em redes) e programação não linear (otimização não linear). Existem também outros tipos, como os modelos de teoria de filas.

Segundo Arenales et al. (2015), existem as fases que são executadas para a formulação do modelo. Primeiro é realizado a definição do problema que será tratado. Depois é realizada a construção desse modelo, que irá simular a primeira fase através de relações matemáticas e/ou lógicas de simulação. A terceira fase é a solução do modelo criado na fase 2 através de métodos de soluções e algoritmos, geralmente já conhecidos. Após a solução do modelo é validado o modelo, é verificado se ele realmente comporta como o modelo real. E por último é realizado a fase de implementação da solução que transforma as soluções obtidas no modelo nas soluções reais e práticas, uma vez que foi concluído que o modelo condiz com o sistema real.

Portanto, existem 3 aspectos fundamentais da modelagem para sua formulação. Esses aspectos são a definição das decisões a serem tomadas, as restrições que limitam as escolhas das decisões em valores toleráveis e os objetivos que são formulados de acordo com as decisões que foram tomadas (ARENALES et al., 2015).

Para Hillier e Lieberman (2013) os modelos matemáticos são representados por símbolos e expressões matemáticas. Sendo portanto um sistema de equações e de expressões matemáticas que descrevem o sistema real. No modelo observa-se então que tem as variáveis de decisão, cujos valores devem ser determinados, existe as funções objetivos que é uma função matemática das variáveis de decisão que devem ser minimizadas ou maximizadas. Por fim, existem as restrições atribuídas a essas variáveis de decisão, que limitam os valores das variáveis.

A solução do modelo pode ser apenas uma solução ótima ou múltiplas soluções, sendo os valores o mesmo da função objetivo. Para solução do modelo existem os métodos exatos e os métodos heurísticos. Esses problemas podem ser resolvidos por diversos métodos tais como os métodos ótimos (exatos) que fornecem uma solução ótima, por algoritmos aproximados que encontra uma relação entre o valor da solução subótima encontrada e a solução ótima e por métodos heurísticos que fornecem uma solução subótima sem ter uma relação direta com o valor encontrado na solução ótima (ARENALES et al., 2015).

Os métodos exatos retornam apenas 1 valor da solução ou conclui-se que não existe um valor de solução para aquele problema. Entretanto, para modelos mais complexos esse método não é viável, principalmente em termos de tempo computacional. Ele torna

a solução muito difícil e até mesmo impossível com as ferramentas e técnicas que existem atualmente. Portanto, para esses problemas mais complexos utiliza-se um método computacional heurístico, para gerar uma boa solução para o problema. Entretanto, essa solução boa nem sempre será a solução ótima (ARENALES et al., 2015).

Um tipo de modelo matemático é a programação linear que utiliza apenas funções lineares para as funções matemáticas. Hillier e Lieberman (2013) afirmam que o tipo mais comum de programação linear envolve a alocação de recursos limitados para atividades que utilizam os mesmos recursos (competem entre si) da melhor maneira possível. Assim será determinado quanto de cada recurso será consumido em cada atividade.

Segundo Arenales et al. (2015), existem diversas aplicações para a programação linear. Algumas dessas aplicações podem ser relacionados a problema de misturas (como rações e ligas metálicas), transporte, planejamento da produção, programação de projetos e gestão financeira (como fluxo de caixa), meio ambiente, corte e empacotamento e muitos outros.

A programação linear inteira é um caso de programação linear, porém os resultados das variáveis necessitam de ser inteiros, não é permitido valores não inteiros. O modelo matemático para essa programação é o mesmo da programação linear, a única coisa que irá diferir é que existirá uma restrição adicional de que as variáveis de decisão devem possuir valores discretos. Contudo, se o problema possui variáveis inteiras e variáveis que podem assumir valores fracionários, este problema passa a ser chamado então de programação linear inteira mista (PLIM)(HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

Arenales et al. (2015) mostram em seu livro que podem ser utilizada variáveis binárias na modelagem, que geralmente são colocadas quando é preciso utilizar relações lógicas. Um exemplo é se o cliente for selecionado no momento da rota em questão a variável é 1, caso contrário é 0.

2.4 Problema de roteamento de veículos (PRV)

O problema de roteamento de veículos (PRV) é um problema na área de otimização combinatória de extrema importância para o planejamento da logística dentro de uma empresa, principalmente devido ao seu alto custo na logística em relação aos atrasos de entrega. Muitos dos produtos necessitam de uma entrega eficiente seja por seus valores econômicos, segurança e até mesmo mantê-los sem estragos.

Segundo Arenales et al. (2015), o PRV envolve definição de rotas de entrega e/ou coletas de veículos com custo mínimo, saindo de um ou mais depósitos, indo para um número de clientes, podendo se sujeitar a restrições. Já Goldbarg, Goldbarg e Luna (2016) consideram o PRV como um sistema que busca atender as demandas de transporte de uma rede.

O sistema de roteamento é definido no âmbito dos níveis estratégico, tático e operacional. Nesse sistema são definidos garagem, estocagem e frota de veículos levando-se em conta o atendimento da rede utilizando o menor custo (ARENALES et al., 2015).

O PRV necessita de parâmetros como a localização e capacidade dos depósitos, quantidade de carros, quantidade de clientes, demanda de cada cliente, capacidade e velocidade dos veículos. Além disso, é necessário também os parâmetros relacionados as restrições que deverão ser impostas. Esses problemas ainda podem ter mais de um objetivo, como por exemplo podendo buscar reduzir os prazos de entrega, os caminhos a serem percorridos, a alocação da mão de obra, riscos de acidentes e contratempos e número de veículos (GOLDBARG; GOLDBARG; LUNA, 2016).

A formulação matemática para o PRV utilizada por Arenales et al. (2015) inserem 4 conjuntos no programa: C (representa os clientes), N (representa os clientes e o depósito $(0, n + 1)$), E (corresponde as conexões dos arcos associados entre nós) e K (representa os veículos). Observa-se que as representações dos depósitos são: 0 para sair do depósito e $n + 1$, com n sendo o número de clientes, para o depósito que será retornado após o término da rota. Ainda existem os custos e os tempos relacionados ao cliente i indo para o cliente j . Existe também a demanda de cada cliente i . E por fim, relacionado ao veículo tem-se o conjunto K representando os veículos e o parâmetro do modelo Q representando a capacidade dos veículos, sendo essa capacidade variável em casos de frotas com diferentes tipos de veículos. Para esse modelo, o objetivo é então a minimização dos custos totais das viagens. E finalmente as restrições utilizadas são relacionadas ao carro que deve iniciar a rota no depósito e termina nele também, é necessário que o cliente seja visitado por um único veículo, a demanda total do veículo em uma rota não deve ultrapassar a capacidade (Q) do veículo e por fim, o tempo total de viagem da rota não pode ultrapassar o limite D .

O PRV é considerado um problema computacional de ordem complexa. A solução de problemas desse estilo entretanto são realizados através de abordagens heurísticas e meta-heurísticas como *Simulated Annealing* (SA), GRASP, Busca Tabu e Colônia de Formigas.

2.4.1 Extensões do Problema de Roteamento de Veículos (PRV)

As aplicações do PRV podem ser diversas, levando-se em consideração em cada uma suas especificidades. Goldbarg, Goldbarg e Luna (2016) classificam algumas das especificidades dessas aplicações que são relacionadas a mais de um depósito, periódico, restrição de distância ou tempo, para janela de tempo, restrições de capacidade, carregamento e entrega e os clientes atuando como depósitos.

Cada PRV tem suas próprias características e especificidades. Com isso existem diversas formas de dados de entrada (estatístico, dinâmico, estocástico), componentes das decisões de gestão (localização e roteamento, estoque e roteamento, plano de produção e distribuição) relacionados a números de depósitos (um ou múltiplos), tipos de operação (coleta ou entrega, coleta e entrega, *dial-a-ride problem*). Existem também as características relacionadas ao veículo (tipos, números, restrições de capacidade, política de carregamento), restrições de tempo (pelo consumidor, pelas vias de acesso, tempo de

serviço), estruturas de janela de tempo (única ou múltiplas), custos de transporte (distância, tempo veículo) e em relação a função objetivo (um objetivo ou multiobjetivo) (GOLDBARG; GOLDBARG; LUNA, 2016).

Uma das extensões do PRV é relacionado ao roteamento de veículos com janela de tempo (PRVJT). Portanto, o início do serviço em cada cliente deve estar dentro de um intervalo estabelecido. Para esse problema é aceitável que o veículo chegue antes da janela de tempo estabelecida pelo cliente em questão e fique esperando até entrar no intervalo sem que a espera acarrete custos. As janelas de tempo então são representadas por $[a_i, b_i]$, sendo i os clientes a serem visitados, a o início da janela e b o final da janela. Existe também a janela de tempo relacionada ao retorno ao depósito representado por $[a_{n+1}, b_{n+1}]$. As restrições adicionais dessa extensão são: o veículo k que parte de i para j não poderá chegar em j antes de $s_{ik} + t_{ij}$, sendo s_{ik} o momento em que o veículo k inicia o serviço no cliente i . E a outra restrição é que as janelas de tempo devem ser respeitadas (ARENALES et al., 2015).

Outra extensão do PRV colocada por Arenales et al. (2015) é o roteamento periódico de veículo (PRPV). Nesse problema cada cliente especificará uma frequência de visitas requeridas f_i e existirá um conjunto R_i representando as possíveis combinações de visitas. A variável l_i se refere ao dia que o cliente i será visitado. Nesse caso só existe o depósito 0, portanto a rota tem que começar e acabar em 0. O custo é representado por c_{ijkl} e o tempo de viagem é representado por t_{ijkl} , onde k representa o número do veículo e l representa o dia da visita, que já considera o tempo de serviço do cliente i . A demanda continua representada por d_i uma vez que a demanda é a mesma todos os dias. Neste problema, o objetivo continua sendo a minimização dos custos totais de viagem levando-se em consideração os dias no horizonte de tempo definido. Já as restrições são: cada cliente no dia l faz parte de apenas 1 rota. Para o problema é utilizada um parâmetro binário a_{rl} que determina se o dia l em questão pertence a combinação r de dias de visita. E existem também as variáveis binárias x_{ijkl} que define se o veículo k percorre a cidade i para a j no dia l e por fim, y_{ir} que define se r (combinação de dias de visita) é do cliente i .

E por fim, Arenales et al. (2015) citam o roteamento de veículos com múltiplos depósitos (PRVMD) que considera L dias no horizonte T . Ele define que a frequência de visita ao cliente (f_i) é igual a 1 e $R_i = 1, \dots, L$, sendo I os clientes a serem visitados. Com isso, os dias são associados ao depósito e será adicionado, utilizando o veículo k , o custo de viagem do depósito l com o cliente i sendo representados por c_{0jkl} e c_{i0kl} .

Existe também a extensão do PRV com coleta e entrega (PRVCE) em que o cliente i possui uma quantidade de demanda que será entregue d_i e uma quantidade de demanda que será coletada p_i . Assim, a demanda líquida é representada por $d_j = d_i - p_i$, a qual é admissível que seja negativa. Para cada cliente i a carga é definida por: *cargainicial* – *mercadorias entregues* + *mercadorias a serem coletadas*. As restrições colocadas são: a carga do veículo, que é atualizada em cada cliente i , não pode ser negativa em todo o

percurso da rota e também não pode ser maior que a capacidade Q do veículo (ALVES, 2015).

Em todas as extensões anteriores a frota de veículos é homogênea, o que significa que todos os veículos tem a mesma capacidade Q . Entretanto, há uma extensão do PRV com frotas heterogêneas (PRVFH), sendo a capacidade dos veículos diferentes. Essa extensão também é conhecida como problema de roteamento de veículos de frota mista (PRVFM). A variável que representa a demanda é q_i para cada cliente i , considerando a demanda do depósito $q_0 = 0$. M é o conjunto que representa os tipos de veículos, sendo $M = 1, \dots, m$. A capacidade de cada carro é representada por Q_k para cada veículo k , F_k representando o custo fixo do carro k e c_{ijk} representando o custo de transporte.

A extensão utilizada nesse trabalho será o PRV com coleta e entrega simultânea, frota heterogênea e janela de tempo (PRVCESFHJT), apresentada a seguir.

2.4.2 Problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea, frota heterogênea e janela de tempo (PRVCESFHJT)

O problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea, frota heterogênea e janela de tempo (PRVCESFHJT) é uma extensão do problema de roteamento de veículos (PRV). Segundo Subramanian e Cabral (2007), a coleta e entrega simultânea de veículos corresponde a entrega e já coletam produtos simultaneamente, enquanto na janela de tempo os clientes devem ser atendidos dentro de um intervalo de tempo do dia já pré determinado. Já a frota heterogênea no nosso problema indica que os veículos possuem capacidades diferentes.

Esse tipo de problema é muito comum nas empresas de distribuição de bebida. A distribuição de garrafas retornáveis de cerveja e refrigerante onde se entrega as garrafas cheias e recolhe engradados vazios é um ótimo exemplo de aplicação dessa extensão.

O objetivo da resolução do PRVCESFHJT é definir as rotas que serão percorridas por cada veículo afim de minimizar os custos totais de transporte a partir da distância total das rotas. Para isso são colocadas algumas condições ao programa afim de satisfazer as necessidades reais do problema. As restrições são: cada rota começa e termina no depósito, cada cliente é visitado exatamente uma vez por apenas um veículo dentro de um intervalo de tempo pré-definido (janela de tempo), a demanda total (levando-se em conta tanto a demanda de coleta quanto de entrega) de cada rota não deve exceder a capacidade do veículo.

O modelo de programação linear inteira mista desenvolvido no trabalho foi baseado em modelos já propostos anteriormente na literatura. Portanto, foi utilizado o modelo de extensão do PRV com janela de tempo do Arenales et al. (2015) e o modelo PRV com coleta e entrega simultânea dos autores Montané e Galvão (2006).

No modelo utilizado, o depósito (centro de distribuição) será representado pelos nós 0 e $(n + 1)$.

Abaixo está representado o modelo utilizado no trabalho.

Variáveis de decisão:

- $$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{se há viagem do local } i \text{ para o local } j \text{ usando o veículo } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$
- y_{ij} = demanda coletada dos clientes inseridos na rota até o nó i (incluindo o nó i) e transportada no arco (i, j)
- z_{ij} = demanda a ser entregue dos clientes inseridos na rota após o nó i até o nó j (incluindo o nó j) e transportada no arco (i, j)

Parâmetros dos modelo:

- K = conjunto de veículos disponíveis;
- C = conjunto de localidades a serem visitadas;
- N = conjunto de localidades a serem visitadas, incluindo o centro de distribuição;
- c_{ij} = custo de transporte do produto do local i para o local j ;
- Q^k = capacidade do veículo k ;
- p_j = demanda de coleta do cliente i ;
- d_j = demanda de entrega do cliente i ;
- a_i = início da janela de atendimento do cliente i ;
- ts_i = tempo de serviço necessário ao atendimento do cliente i ;
- b_i = término da janela de atendimento do cliente i ;
- M = constante de valor elevado.

E o modelo é apresentado a seguir:

$$\min Z = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} c_{ij} x_{ij}^k \quad (2.1)$$

Sujeito à:

$$\sum_{j \in N} \sum_{k \in K} x_{ij}^k = 1 \quad \forall i \in C \quad (2.2)$$

$$\sum_{i \in N} y_{ji} - \sum_{i \in N} y_{ij} = p_j \quad \forall j \in C \quad (2.3)$$

$$\sum_{i \in N} z_{ij} - \sum_{i \in N} z_{ji} = d_j \quad \forall j \in C \quad (2.4)$$

$$y_{ij} + z_{ij} - \sum_{k \in K} Q^k x_{ij}^k \leq 0 \quad \forall i \in N, \forall j \in N \quad (2.5)$$

$$\sum_{j \in N} x_{0j}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (2.6)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ih}^k - \sum_{j \in N} x_{hj}^k = 0 \quad \forall h \in C, \forall k \in K \quad (2.7)$$

$$\sum_{i \in N} x_{i,n+1}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (2.8)$$

$$s_i^k \geq a_i \quad \forall i \in N, \forall k \in K \quad (2.9)$$

$$s_i^k \leq b_i \quad \forall i \in N, \forall k \in K \quad (2.10)$$

$$s_i^k + t s_i + t_{ij} \leq s_j^k + (1 - x_{ij}^k) * M \quad \forall i \in N, \forall j \in N, \forall k \in K \quad (2.11)$$

$$x_{ii}^k = 0 \quad \forall i \in N, \forall k \in K \quad (2.12)$$

$$x_{i0}^k = 0 \quad \forall i \in N, \forall k \in K \quad (2.13)$$

$$x_{0,n+1}^k = 0 \quad \forall k \in K \quad (2.14)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N, \forall j \in N, \forall k \in K \quad (2.15)$$

$$z_{ij}, y_{ij} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall j \in N \quad (2.16)$$

A equação 2.1 representa a função objetivo que busca minimizar os custos totais do transporte. A restrição 2.2 assegura que cada cliente i é designado a apenas um veículo k . As restrições 2.3 e 2.4 garantem que a demanda de entrega e coleta são satisfeitas para cada cliente. A restrição 2.5 garante que a demanda de coleta e entrega não ultrapasse a

capacidade do veículo k . As restrições 2.6 e 2.8 garantem que cada veículo saia e chegue apenas uma vez no centro de distribuição (CD). A restrição 2.7 garante que o mesmo veículo chega e sai de cada cliente por ele servido. As restrições 2.9 e 2.10 garantem que os limites da janela de tempo sejam respeitados. A restrição 2.11 garante que se o veículo k deixa o nó i e viaja para o nó j , então ele não pode chegar em j antes de $s_i^k + ts_i + t_{ij}$. A restrição 2.12 garante que não existem veículos saindo e chegando na mesma localidade. As restrições 2.13 e 2.14 garantem que nenhum veículo chegará ao nó 0 e que não haverá viagem do CD para ele mesmo, respectivamente. As restrições 2.15 e 2.16 representam o domínio das variáveis.

2.5 Métodos meta-heurísticos

Diversos problemas da pesquisa operacional são complexos sendo chamados de problemas NP-difíceis, sejam devido ao seu tamanho, restrições ou dificuldades de resolução. Muitos desses problemas não conseguem ou demoram para ser resolvidos por métodos exatos devido ao alto grau de processamento de tempo ou memória necessário para solucionar o problema. Existem então métodos não exatos de resolução para esses problemas afim de facilitar o encontro da solução.

Goldbarg, Goldbarg e Luna (2016) definem heurística como uma técnica computacional que encontra soluções viáveis para o problema a partir da avaliação de soluções encontradas. Entretanto essas soluções são não exatas, apresentando soluções próximas a solução ótima, mas nem sempre ótimas. A meta-heurística é definida pelo mesmo autor como uma estrutura de regras formadas de acordo com um tema comum, servindo de base para projetos na área de heurísticas computacionais.

Um método heurístico geralmente é um algoritmo iterativo que procura uma nova solução para o problema, melhor que a encontrada anteriormente, a cada interação executada. Normalmente o método é criado para resolver um problema específico. A meta-heurística é mais geral e busca estratégia para escapar dos melhores locais afim de obter resultados mais próximos da solução ótima (ótimo global) (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

Grande parte das heurísticas existentes são específicas para um problema específico, não conseguindo ser utilizado para problemas mais amplos. As meta-heurísticas são estruturas heurísticas mais desenvolvidas com características teóricas e mais flexíveis e menos rígidas podendo ser utilizado mais amplamente, podendo também ser chamados de métodos "inteligentemente flexíveis". Os métodos meta-heurísticos são desenvolvidos a partir de propriedades matemáticas e analogias relacionados a química, física, biológicos, sociais e outros (SOUZA, 2011).

Goldbarg, Goldbarg e Luna (2016) classificam as meta-heurísticas em relação as estruturas de vizinhança empregadas, sendo: vizinhança física, flexível e variável. Outra

classificação é relacionada a escolha da obtenção das soluções, podendo ser: construtiva, evolutivas, de decomposição e de informação compartilhada.

A meta-heurística é um ótimo método para se encontrar boas soluções com alguma rapidez. Entretanto, não se pode afirmar que a solução encontrada será a melhor solução do problema, pode ser até mesmo divergente da solução ótima (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

As meta-heurísticas se diferenciam basicamente pelo modo como elas escapam dos ótimos locais. Cada uma usa um artifício diferente baseados em processos industriais, fatores biológicos, químicos e outros. As principais meta-heurísticas são: *Simulated Annealing* (SA), Busca Tabu, GRASP, Algoritmos Genéticos e Colônia de Formigas.

2.5.1 Simulated Annealing (SA)

O *Simulated Annealing* (SA), chamado também de recozimento simulado ou arrefecimento simulado, é um método meta-heurístico de busca local. Ele foi proposto por Kirkpatrick, Gellat Jr. e Vecchi em 1983 e baseado na teoria proposta por Metropolis, Rosenbluth e Teller e Teller em 1953. Ele é baseado no tratamento térmico dos metais, chamado recozimento. Primeiramente o metal é colocado em altas temperaturas e depois o metal é resfriado gradualmente, configurando sua forma geométrica além de produzir diferentes propriedades. Assim, esse método procura sair de ótimos locais, através da piora de soluções, para posteriormente melhorar a solução, a partir do reaquecimento da temperatura.

Portanto, as analogias da termodinâmica e do SA são: o estado do sistema como soluções viáveis; energia como o custo da função objetivo; mudança de estado como solução vizinha; temperatura como parâmetro de controle; *quenching* - tempera como a busca local e; estado cristalizado como solução heurística (GOLDBARG; GOLDBARG; LUNA, 2016).

Kripka e Kripka (2013) definem o método, em termos computacionais, como um processo estocástico que busca a organização dos átomos com energia interna mínima. O processo é feito a partir do aumento da temperatura para depois ir diminuindo lentamente para que os átomos se tornem estáveis e com baixa energia interna.

Os parâmetros do método são: temperatura inicial (valor alto), número de iterações ou limite de tempo de processamento e fator de redução de temperatura. A temperatura é o parâmetro fundamental de controle.

O método SA parte de uma solução inicial gerada, em geral aleatoriamente, e consiste de um procedimento iterativo que gera, a cada iteração, um único vizinho da solução corrente s . Caso a nova solução gerada seja melhor que a anterior, ele é aceito e substitui a solução anterior. Porém, caso a nova solução gerada seja pior que a solução atual, com uma porcentagem de erro definido anteriormente, a probabilidade dele ser aceito diminui consideravelmente, resfriando-se a temperatura (T) gradualmente, até que T seja um valor

muito baixo. A probabilidade de aceitação de uma solução não melhor se dá na intenção de se escapar de máximos/mínimos locais. Com isso a melhor solução durante a busca local é transformada em uma aproximação para a solução ótima.

Kripka e Kripka (2013) afirmam que o processo considera primeiramente uma temperatura T alta para o problema inicialmente. São geradas novas soluções na vizinhança da solução atual e caso surja soluções melhores que a existente, a solução anterior é substituída e a busca irá girar em torno da nova solução. Entretanto, se a solução for pior que a já existente é realizado cálculos probabilísticos para definir se será aceito ou não essa nova solução. Esse critério considera:

$$P(\Delta f) = \exp\left(\frac{-\Delta f}{T_i}\right) \quad (2.17)$$

Onde:

P : probabilidade da transição entre as soluções já existentes e a solução nova gerada gerada;

T_i : parâmetro temperatura na iteração i , regulador da probabilidade de piora da função objetivo;

Δf : variação da função objetivo entre o valor da solução já existente e a nova solução gerada.

Essa nova solução só será aceita caso o valor de $P(\Delta f)$ for próximo de 1 e superior a um número aleatório gerado entre o intervalo $[0, 1]$.

Para o problema deve ser definido o número de interações i que será feita com uma dada temperatura T_i para obter o "equilíbrio térmico". Outro dado que precisa ser definido é fator de redução da temperatura α . Portanto a mudança de temperatura se dará por:

$$T_i = \alpha * (T_{i-1}) \quad (2.18)$$

O algoritmo para de ser executado quando a temperatura T_i chegar a um valor próximo a zero.

A figura 1 apresenta o pseudo-código do método SA.

Figura 1 – Pseudo-código do método SA.

```

procedimento  $SA(f(\cdot), N(\cdot), \alpha, SAmax, T_0, s)$ 
1   $s^* \leftarrow s;$            {Melhor solução obtida até então}
2   $IterT \leftarrow 0;$        {Número de iterações na temperatura T}
3   $T \leftarrow T_0;$        {Temperatura corrente}
4  enquanto ( $T > 0$ ) faça
5      enquanto ( $IterT < SAmax$ ) faça
6           $IterT \leftarrow IterT + 1;$ 
7          Gere um vizinho qualquer  $s' \in N(s);$ 
8           $\Delta = f(s') - f(s);$ 
9          se ( $\Delta < 0$ )
10             então
11                  $s \leftarrow s';$ 
12                 se ( $f(s') < f(s^*)$ ) então  $s^* \leftarrow s';$ 
13             senão
14                 Tome  $x \in [0, 1];$ 
15                 se ( $x < e^{-\Delta/T}$ ) então  $s \leftarrow s';$ 
16         fim-se;
17     fim-enquanto;
18      $T \leftarrow \alpha \times T;$ 
19      $IterT \leftarrow 0;$ 
20 fim-enquanto;
21  $s \leftarrow s^*;$ 
22 Retorne  $s;$ 
fim  $SA;$ 

```

Fonte: Souza (2011)

2.5.2 Outras meta-heurísticas

A Busca Tabu proíbe alguns movimentos ou ações de buscas em sua execução para buscar soluções ou explorar vizinhanças. Goldberg, Goldberg e Luna (2016) citam 3 princípios básicos desse algoritmo, sendo: não se deve revisitar soluções já encontradas; não se deve guardar todas as soluções encontradas uma vez que se utiliza muita memória para isso, sendo melhor alterar soluções ou variáveis já existentes; e por último ele reduz as chances de se voltar a uma solução já encontrada, mas não proíbe. Ele busca diminuir o número de soluções encontradas e as modificações das soluções são chamadas de perturbações.

A meta-heurística GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) divide a busca por soluções em duas fases. A fase construtiva é executada na forma semi-gulosa e adaptativa, buscando soluções diversificadas e com melhor qualidade, podendo ser executada por diversos métodos. A fase de busca local vai apenas melhorar a fase

construtiva (GOLDBARG; GOLDBARG; LUNA, 2016).

Os Algoritmos Genéticos fazem analogia a teoria da evolução de Charles Darwin. As soluções viáveis do problema correspondem aos integrantes de uma espécie, que serão analisadas a partir do valor da função objetivo do problema. A solução do problema é tratada como um conjunto de soluções viáveis. Essas soluções passam por mutações que podem transformar elas com características novas. Existem diversos tipos de algoritmos genéticos cada um com suas características específicas (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

O algoritmo Colônia de Formigas utiliza um método em sua busca local baseada no comportamento real de formigas. Segundo Kripka e Kripka (2013), a execução do algoritmo é feito por 3 atividades: construção de soluções com formigas (algoritmo construtivo guloso aleatorizado), aplicação da busca local (opcional) e atualização dos feromônios. Portanto, é importante que essas atividades sejam escalonadas e sincronizadas, podendo ser executadas paralelamente e independentemente.

2.6 Aplicações de métodos meta-heurísticos ao PRV

Silva Neto et al. (2020) resolveram a extensão do Problema de Roteamento de Ônibus Escolares (SBRP) buscando minimizar o custo total das rotas do ônibus que buscavam os alunos e levava-os para a escola. Para isso, foi utilizado um algoritmo híbrido usando a meta-heurística *Iterated Local Search* (ILS) e uma formulação da programação linear inteira (PLI). Os resultados foram obtidos utilizando-se instâncias já existentes na literatura e foi então realizado uma comparação com 2 resultados do problema já existentes na literatura utilizando meta-heurística GRASP-VND e por algoritmo *branch-and-price*. Os resultados obtidos mostraram que o método proposto é bastante competitivo com os métodos já encontrados na literatura e mostrou soluções melhores em 18 instâncias, indicando um GAP médio de $-0,42\%$ em relação aos outros métodos.

Maia et al. (2018) realizaram um estudo da utilização da meta-heurística GRASP na otimização das rotas de distribuição de medicamentos no município de Mossoró, Rio Grande do Norte. A análise foi feita através de dados reais por meio de duas situações: situação 1 em que foi utilizada a distribuição de forma semanal e a situação 2 realizando a distribuição de forma mensal. A aplicação foi observada e comparada com métodos algoritmos exatos e apresentou resultados satisfatórios, apresentando rotas de tempo viáveis.

Barros Junior et al. (2018) realizaram um estudo do PRV com extensão ao planejamento do inventário florestal (PRV-IF). Esse problema consiste em realizar rotas nos povoamentos florestais a fim de coletar dados. Para isso, eram necessários criar rotas para as equipes visitarem as localidades e para a realização desse estudo foi utilizado a meta-heurística *Iterated Local Search* (ILS). O estudo foi analisado através da criação de instâncias de diferentes tamanhos para essa extensão. Para fins de resultado houve a utilização do *software* CPLEX afim de comparar a aplicação com métodos exatos. Portanto, observou-se que a utilização do método meta-heurístico obteve bons resultados e soluções

viáveis ótimas, principalmente em instâncias maiores. Houveram poucas execuções em que os resultados do CPLEX foram melhores que o método ILS.

Malheiros et al. (2020) utilizaram a meta-heurística ILS juntamente com um procedimento exato para resolver a extensão de PRV *dial-a-ride problem* (DARP). Essa extensão consiste em criar rotas que atendam coleta e entrega, restrição de capacidade, janela de tempo e tempo máximo de viagem, buscando um custo mínimo. Os experimentos foram feitos utilizando instâncias já existentes em literatura. Para fins de comparação foram utilizados outros estudos já realizados anteriormente e foi observado que o método foi capaz de resolver o problema em tempos menores do que os trabalhos comparados e o chegou a ser até 5 vezes mais ágil em relação ao método usado como referência.

Existem diversos trabalhos na bibliografia que já relacionam o problema de roteamento de veículo com a meta-heurística *Simulated Annealing*. (SILVA et al., 2019) utilizam a extensão do PRV com frota heterogênea e janela de tempo e o método SA aplicado a uma distribuidora de bebidas. Para tanto, o objetivo da aplicação é minimizar as distâncias percorridas pelos veículos na rota, utilizando a linguagem C para desenvolver o problema e o *software* PathFind. Os resultados demonstraram-se promissores, gerando melhores soluções que as utilizadas pela empresa, havendo uma melhora de 38,8%.

3 Metodologia

Neste capítulo será descrito como foi desenvolvido o método computacional e suas características. Primeiramente serão exemplificados as etapas que foram realizadas para o desenvolvimento do programa computacional. Por fim, serão descritos como foi realizado a geração da solução inicial, o cálculo da função de avaliação e a representação da estrutura de vizinhança.

O desenvolvimento do programa computacional se deu criando uma solução inicial e calculando a função objetivo dessa solução. A segunda etapa foi a utilização do método meta-heurístico *Simulated Annealing* (SA) para procurar soluções melhores que a inicial pelo método do recozimento simulado. Por fim, foi calculado o GAP, o quanto o método SA melhorou a solução inicial.

3.1 Representação de uma solução

A solução do problema é representada através de uma lista (vetor), a qual estão contidas outras listas. A quantidade de listas contidas dentro do vetor varia de acordo com a quantidade de veículos que farão a distribuição. Cada lista contém a rota que cada veículo deverá executar, indicando as cidades que deverão ser visitadas pelo veículo. Abaixo segue um exemplo de representação de uma solução para o problema:

$$S = \left[\begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} 1 \\ 3 \\ 9 \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} 7 \\ 2 \\ 6 \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} 4 \\ 5 \\ 8 \end{array} \right] \end{array} \right]$$

Nesse exemplo, a distribuição será feita por três veículos. A rota do veículo 1 inicia no centro de distribuição (CD), passa pelas localidades 1, 3 e 9, nessa ordem e retorna ao centro de distribuição. Já a rota do veículo 2, sai do CD, visita as cidades 7,2,6 e retorna ao CD. E o veículo 3 faz a seguinte rota: CD-4-5-8-CD.

3.2 Geração de uma solução inicial

O método vai gerando a rota de cada veículo, a cada interação. Por isso, a cada iteração, um veículo é selecionado e os clientes vão sendo inseridos aleatoriamente na rota, respeitando a capacidade do veículo. Quando não houver como inserir uma cidade na rota, um novo veículo é selecionado, gerando a rota do próximo veículo.

A geração da solução inicial só é finalizada quando todos os veículos tiverem sua rota definida. Se caso, houver um cliente que não foi alocado em uma das rotas, ele será alocado ao veículo com maior capacidade restante.

3.3 Estrutura de vizinhança

As soluções vizinhas a partir da representação apresentada anteriormente são obtidas através de dois tipos de movimentação. A primeira movimentação usada no método é a realocação, onde um cliente é realocado, saindo da rota de um veículo e passando para outro veículo ou pode haver realocação também dentro do próprio veículo. Um exemplo desse tipo de vizinhança é representada na Figura 2 , onde o cliente 2 é realocado do veículo 1 para o veículo 2.

Figura 2 – Solução vizinha - Realocação.

$$s = \left[\begin{array}{c|c|c} [1] & [4] & [7] \\ [2] & [5] & [8] \\ [3] & [6] & [9] \end{array} \right] \quad s' = \left[\begin{array}{c|c|c} [1] & [4] & [7] \\ [3] & [5] & [8] \\ [2] & [6] & [9] \end{array} \right]$$

Fonte: próprio autor.

A movimentação de troca acontece simplesmente trocando os elementos de lugar. Assim, um cliente que está na rota de um veículo é trocada com um cliente que está em outra rota, transformando a lista em uma nova solução. Pode haver também troca de elementos dentro de um mesmo veículo. Um exemplo desse tipo de vizinhança é representada na Figura 3. No caso do exemplo a seguir o cliente 2 que será visitado pelo veículo 1 irá ser trocado com o cliente 5 do veículo 2.

Figura 3 – Solução vizinha - Troca.

$$s = \left[\begin{array}{c|c|c} [1] & [4] & [7] \\ [2] & [5] & [8] \\ [3] & [6] & [9] \end{array} \right] \quad s' = \left[\begin{array}{c|c|c} [1] & [4] & [7] \\ [5] & [2] & [8] \\ [3] & [6] & [9] \end{array} \right]$$

Fonte: próprio autor.

É importante deixar claro que esses dois tipos de movimentação podem acontecer dentro de uma mesma rota.

3.4 Função de avaliação

A equação abaixo representa a função de avaliação do problema. Ela é composta pelo custo de transporte acrescido de uma penalização pela violação das restrições de janela de tempo e capacidade, caso não sejam cumpridas. Nessa equação, α e β são os

fatores de penalização e $f_1(x)$ e $f_2(x)$ representam a quantidade de produto que excedeu a capacidade do veículo e o tempo a janela de tempo foi ultrapassada, respectivamente.

$$FA = \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}x_{ij} + \alpha f_1(x) + \beta f_2(x) \quad (3.1)$$

4 Apresentação e discussão dos resultados teóricos

Primeiramente foi realizada a adaptação de um modelo de programação linear inteira mista (PLIM) para o problema. O objetivo desta etapa era obter uma melhor familiarização com o problema estudado, além de verificar a eficiência do método de resolução proposto. O modelo de PLIM foi resolvido pelo *software* de otimização CPLEX, utilizando-se a linguagem AMPL. Utilizaram-se aqui instâncias com pequeno número de clientes a serem visitados, devido ao tempo computacional necessário para resolver instâncias com maior número de clientes.

Foi realizado então a implementação do programa computacional baseado no método meta-heurístico SA para a resolução do PRVCEFHJT na linguagem *Python*. Após a implementação do método foi realizado os testes com instâncias já existentes na literatura que foram adaptadas para o problema. Por fim, foram realizadas as comparações com os resultados obtidos.

O computador utilizado para os testes tem processador Intel(R) Core(TM) i5-3210M @ 2.50GHz e memória RAM de 4,00 GB. Os testes computacionais foram feitos com instâncias-teste adaptadas da literatura. As instâncias utilizadas foram criadas por Solomon e disponibilizadas no site: <https://neo.lcc.uma.es/vrp/>. A partir das instâncias de 25 clientes foram geradas instâncias de 15, 18, 20 e 25 clientes. Foram adicionados à estas instâncias a demanda de coleta dos clientes e veículos com diferentes capacidades. Foram criadas 8 instâncias com 15 e 18 clientes e 24 instâncias com 20 e 25 clientes.

Posteriormente foi aplicado o programa em uma empresa real, afim de verificar o desempenho do programa.

As tabelas 1 a 3 apresentam os resultados obtidos para as instâncias-teste. Os testes como o modelo PLIM foram limitados a 3600 segundos. Se não conseguisse chegar à solução ótima, o modelo retornava a melhor solução encontrada até então.

Nas tabelas a seguir são representadas as instâncias utilizadas (Inst), o número de veículos (N^o veic) utilizados na instância em questão, as soluções ótimas geradas (SO) pelo modelo no *software* CPLEX e o tempo gasto (TG) para encontrar a solução, em segundos. As soluções em que não houve geração de uma solução ótima são representadas por *.

Tabela 1 – Resultados da Resolução do Modelo PLIM para as instâncias de 15 e 18 clientes

Inst	Nº veic	SO	TC (s)	Inst	Nº veic	SO	TC (s)
1501	3	210	83	1801	3	153	0
1502	2	147	0	1802	3	177	1
1503	2	142	2	1803	4	160	0
1504	3	147	1	1804	4	149	1
1505	3	337	1	1805	3	315	20
1506	3	433	3	1806	4	449	246
1507	3	270	12	1807	4	309	2
1508	4	340	3	1808	4	407	6

Tabela 2 – Resultados da Resolução do Modelo PLIM para as instâncias de 20 clientes

Inst	Nº veic	SO	TC (s)	Inst	Nº veic	SO	TC (s)
2001	3	176	0	2013	3	306	4
2002	3	168	9	2014	3	309	14
2003	3	162	150	2015	3	285	2
2004	3	160	3	2016	2	253	21
2005	2	200	1	2017	8	507	0
2006	2	200	1	2018	7	433	60
2007	2	199	6	2019	5	369	2126
2008	2	200	2	2020	4	331*	3620
2009	4	382	2	2021	3	326	3
2010	3	312	24	2022	3	305	19
2011	3	304	57	2023	3	305	96
2012	3	295	58	2024	2	269	4

Tabela 3 – Resultados da Resolução do Modelo PLIM para as instâncias de 25 clientes

Inst	Nº veic	SO	TC (s)	Inst	Nº veic	SO	TC (s)
2501	3	192	0	2513	3	336	27
2502	3	191	61	2514	3	322	9
2503	3	191	1279	2515	3	298	22
2504	3	187	105	2516	2	268*	3653
2505	2	217	1	2517	8	616	1
2506	2	217	1	2518	7	547*	3630
2507	2	217	3	2519	5	465*	3653
2508	2	217	1	2520	4	417*	3633
2509	4	461	52	2521	3	392	32
2510	3	344	96	2522	3	373	1034
2511	3	331*	3655	2523	3	360	697
2512	3	306	49	2524	2	326	51

Como pode ser visto nas Tabelas 1 a 3, apenas 6 instâncias não foram resolvidas otimamente, sendo 5 instâncias com 25 clientes e 1 instância com 20 clientes. O tempo computacional médio para resolver as instâncias de 15 clientes foi de 3,1 segundos com desvio padrão de 3,8 segundos. Já o tempo computacional médio para as instâncias com 18 clientes foi de 34,5 segundos com desvio padrão de 80,2 segundos. O tempo computacional médio dispendido para resolver as instâncias com 20 e 25 clientes foi de 261,8 segundos (desvio padrão de 817,1 segundos) e 906,0 segundos (desvio padrão de 1442,6 segundos), respectivamente.

Antes de aplicar o método SA para resolver o problema proposto, fez-se vários testes para determinar o valor ideal dos parâmetros do método que são: temperatura inicial, fator de redução e número máximo de iterações. O conjunto de valores usados para determinar o melhor conjunto de parâmetros foi:

- temperatura inicial: 500, 100, 1500 e 2000;
- temperatura final: 0,01;
- fator de redução da temperatura: 0,99 e 0,995;
- número máximo de iterações: $5 \cdot n$ e $10 \cdot n$ (sendo n a quantidade de localidades).

Todas as instâncias foram rodadas 30 vezes com cada conjunto de parâmetros. E o conjunto de parâmetros que obteve os melhores resultados foi:

- temperatura inicial = 1500;
- temperatura final = 0,01;

- fator de redução = 0,995;
- número máximo de iterações = $10 \cdot n$.

As tabelas 4 a 7 apresentam os resultados da aplicação do método SA (Figura 1) para as instâncias de 15, 18, 20 e 25 clientes, respectivamente. Nessas tabelas, a primeira coluna (Inst) apresenta a instância a ser resolvida. A segunda coluna (SO) apresenta a solução ótima (ou a melhor solução obtida quando o método foi interrompido por tempo). A terceira coluna (TC) apresenta o tempo computacional, em segundos, gasto para resolver a instância pelo modelo de PLIM. A quarta coluna (SGbest) apresenta a melhor solução gerada pela aplicação do método SA e a quinta coluna (SGmed) apresenta a média das soluções geradas pelas 30 execuções do método. A sexta coluna (TCmed) apresenta o tempo computacional médio dentro das 30 execuções. A sétima coluna (GAPb(%)) apresenta o GAP entre a melhor solução obtida com o modelo de PLIM e a melhor solução obtida pelo método SA e a oitava coluna (GAPm(%)) apresenta o GAP entre a melhor solução obtida com o modelo de PLIM e a média das soluções gerada pelas 30 execuções do método SA. A nona (DP(SO)) e a décima (DP(TC)) colunas apresentam o desvio padrão das soluções geradas pelo método e o desvio padrão do tempo computacional, respectivamente.

Tabela 4 – Resultados do método SA para as instâncias de 15 clientes

Inst	SO	TC (s)	SGbest	SGmed	TCmed (s)	GAPb (%)	GAPm (%)	DP (SO)	DP (TC)
1501	210	83	210	210,03	55,76	0	-0,01	0,18	13,95
1502	147	0	147	147	62,65	0	0	0	2,91
1503	142	2	142	142	58,57	0	0	0	9,03
1504	147	1	147	147	50,39	0	0	0	4,75
1505	337	1	337	337	60,3	0	0	0	6,45
1506	433	3	433	433	53,53	0	0	0	5,2
1507	270	12	270	270	59,38	0	0	0	1,26
1508	340	3	340	342,17	68,91	0	-0,64	4,6	1,26

Como pode ser observado na tabela 4, o algoritmo proposto conseguiu sempre encontrar a solução ótima para todas as instâncias. Em 6 instâncias, a solução ótima foi encontrada em todas as vezes que o algoritmo foi executado, pois a média das soluções (SGmed) é igual à melhor solução encontrada (SO). Nas outras 2 instâncias, os GAPS em relação à menor solução foram pequenos: 0,01% para a instância 1501 e 0,64% para a instância 1508. O tempo computacional médio para a resolução do problema pelo algoritmo foi de 58,7 segundos com desvio padrão de 5,3 segundos.

Tabela 5 – Resultados do método SA para as instâncias de 18 clientes

Inst	SO	TC (s)	SGbest	SGmed	TCmed (s)	GAPb (%)	GAPm (%)	DP (SO)	DP (TC)
1801	153	0	153	153	80,12	0	0	0	5,31
1802	177	1	177	177,1	81,86	0	-0,06	0,55	1,8
1803	160	0	160	161,63	78,25	0	-1,02	2,46	15,63
1804	149	1	149	152,73	87,17	0	-2,5	8,74	2,96
1805	315	20	315	315	81,61	0	0	0	2,85
1806	449	246	449	454,07	87,92	0	-1,13	10,85	3
1807	309	2	309	309,27	81,46	0	-0,09	1,46	17,14
1808	407	6	407	409,07	88,48	0	-0,51	2,02	5,23

Observando-se os dados da tabela 5, o algoritmo utilizado conseguiu encontrar a solução ótima para todas as instâncias ($GAPb = 0$). Em duas instâncias (1801 e 1805), a solução ótima foi encontrada em todas as vezes que o algoritmo foi executado ($GAPm = 0$). Nas outras instâncias, os gaps em relação à melhor solução foram pequenos, variando de 0,06% a 2,5%. O tempo computacional médio para a resolução do problema pelo algoritmo foi de 83,4 segundos, com desvio padrão de 3,66 segundos.

Tabela 6 – Resultados do método SA para as instâncias de 20 clientes

Inst	SO	TC (s)	SGbest	SGmed	TCmed (s)	GAPb (%)	GAPm (%)	DP (SO)	DP (TC)
2001	176	0	176	176	94,82	0	0	0	5,77
2002	168	9	168	168	98,07	0	0	0	1,94
2003	162	150	170*	170	90,56	-4,94	-4,94	0	9,73
2004	160	3	160	160,13	94,58	0	-0,08	0,35	6,63
2005	200	1	200	201,9	72,43	0	-0,95	4,35	2,34
2006	200	1	200	205,17	85,09	0	-2,58	5,53	7,47
2007	199	6	199	199,37	95,76	0	-0,19	0,49	2,82
2008	200	2	200	202,33	93,38	0	-1,17	2,59	4,58
2009	382	2	382	382	103,35	0	0	0	2,71
2010	312	24	312	312	99,58	0	0	0	2,46
2011	304	57	304	304	100,15	0	0	0	3,48
2012	295	58	295	295,03	97	0	-0,01	0,18	2,67
2013	306	4	306	306	91,96	0	0	0	2,93
2014	309	14	309	312	97,89	0	-0,97	3,57	2,57
2015	285	2	285	288,87	98,61	0	-1,36	6,97	2,32
2016	253	21	253	255,83	96,82	0	-1,12	5,17	2,55
2017	507	0	507	507	127,76	0	0	0	4,34
2018	433	60	433	433	118,34	0	0	0	8,73
2019	369	2126	369	371,2	75,3	0	-0,6	4,42	2,1
2020	331	3620	331	337,27	70,85	0	-1,89	8,03	1,99
2021	326	3	326	329,83	67,95	0	-1,17	5,97	1,07
2022	305	19	305	306,33	68,35	0	-0,44	1,86	0,69
2023	305	96	305	309,73	69,49	0	-1,55	5,8	1,49
2024	269	4	269	271	65,74	0	-0,74	4,66	1,06

Como pode ser observado na tabela 6, o algoritmo proposto conseguiu encontrar a solução ótima para 23 instâncias. Apenas a instância 2003 não conseguiu achar a solução ótima com o algoritmo desenvolvido. A média das soluções (SGmed) foram iguais a melhor solução encontrada (SO) em 8 instâncias. As outras 16 instâncias tiveram valores da SGmed diferente da solução ótima, variando de 0,01% a 4,94%. O tempo computacional médio para a resolução do problema pelo algoritmo foi de 90,58 segundos com desvio padrão de 15,63 segundos.

Tabela 7 – Resultados do método SA para as instâncias de 25 clientes

Inst	SO	TC (s)	SGbest	SGmed	TCmed (s)	GAPb (%)	GAPm (%)	DP (SO)	DP (TC)
2501	192	0	192	192	152,37	0	0	0	11,48
2502	191	61	191	191	109,05	0	0	0	7,07
2503	191	1279	191	191	131,17	0	0	0	17,68
2504	187	105	187	187,5	123,98	0	-0,27	1,07	14,92
2505	217	1	217	218,07	139,08	0	-0,49	3,38	3,13
2506	217	1	217	220,33	139,2	0	-1,53	7,58	2,85
2507	217	3	217	218,63	110,62	0	-0,75	5,08	10,91
2508	217	1	217	221,53	139,2	0	-2,09	7,39	2,53
2509	461	52	461	461	82,58	0	0	0	8,7
2510	344	96	344	344	82,14	0	0	0	5,48
2511	331	3655	331	331,07	77,59	0	-0,02	0,25	6,43
2512	306	49	306	306,03	77,35	0	-0,01	0,18	5,43
2513	336	27	336	336	72,31	0	0	0	3,07
2514	322	9	322	322	77,62	0	0	0	4,76
2515	298	22	298	299,3	76,77	0	-0,44	3,41	2,71
2516	268	3653	268	270,57	75,77	0	-0,96	6,5	3,92
2517	616	1	616	617,6	103,9	0	-0,26	3,83	8,52
2518	547	3630	547	548,1	88,87	0	-0,2	3,79	2,87
2519	465	3653	465	465,47	87,06	0	-0,1	1,55	5,82
2520	417	3633	417	417	75,96	0	0	0	0,71
2521	392	32	392	401,3	74,19	0	-2,37	8,74	1,01
2522	373	1034	373	378,67	74,59	0	-1,52	7,42	0,8
2523	360	697	360	365,27	74,46	0	-1,46	7,12	3,41
2524	326	51	326	335,97	72,04	0	-3,06	7,18	1,3

Observando-se os dados da tabela 7, o algoritmo utilizado conseguiu encontrar a solução ótima para todas as instâncias ($GAPb = 0$). Em oito instâncias, a solução ótima foi encontrada em todas as vezes que o algoritmo foi executado ($GAPm = 0$). Nas outras instâncias, os gaps em relação à melhor solução foram pequenos, variando de 0,01% a 3,06%. O tempo computacional médio para a resolução do problema pelo algoritmo foi de 96,58 segundos, com desvio padrão de 26,19 segundos.

Através das tabelas acima, pôde-se observar que apenas em uma instância a melhor solução não foi encontrada (instância 2003). Além disso, o maior GAP médio foi de 4,94%. O tempo computacional médio variou de 50 a 150 segundos. O tempo computacional médio para cada grupo de instâncias é apresentado na Tabela 8, onde NClientes indica a quantidade de clientes do conjunto de instâncias, TCmed representa o tempo médio computacional utilizado para solucionar o problema, em segundos, e o GAPmed apresenta o percentual médio de vezes que a melhor solução foi encontrada, em porcentagem.

Tabela 8 – Resumo dos resultados do método SA para as instâncias testadas

NClientes	TCmed (em s)	DP (em s)	GAPmed (%)
15	58,7	5,3	-0,08
18	83,4	3,6	-0,67
20	90,6	15,6	-0,82
25	96,6	26,2	-0,65

Na tabela 8 pode-se observar que quanto maior são os dados da instância, maior será o tempo necessário para encontrar uma solução. Em relação ao desvio padrão observa-se que apesar da quantidade de clientes ser maior, as instâncias com 18 clientes tiveram uma dispersão maior nos seus resultados em relação as instâncias que contém 15 cidades. O GAP das soluções encontradas foi muito pequeno comparado a solução ótima.

5 Algoritmo SA aplicado à um problema real

5.1 A empresa

Os dados utilizados no trabalho foram coletados de uma empresa do setor de distribuição de bebidas, a qual é sediada na cidade de Patos de Minas, em Minas Gerais. Ela é responsável pela distribuição de bebidas de uma das maiores empresas nacionais do ramo. A empresa faz a distribuição em mais de 30 cidades na região e faz em média 200 entregas diárias somente na cidade de Patos de Minas.

A definição das rotas na empresa é feita utilizando-se um *software* da empresa de bebida a qual é feita a distribuição e há também um funcionário que faz as rotas de entrega. Entretanto, os motoristas não são obrigados a fazer as rotas pré-definidas.

5.2 O cenário

Os dados foram adquiridos por meio do gerente de logística da empresa em questão. Os dados coletados são referentes ao dia 13/08/2021, contendo informações das rotas de distribuição dos motoristas, prevista e realizada, somente na cidade de Patos de Minas. As informações coletadas para o trabalho foram: veículos utilizados, distância prevista e realizada da rota (por cada veículo), volume de carga entregue a cada cliente, tempo de atendimento realizados e as latitudes e longitudes (coordenadas) de cada cliente. Nessa coleta obteve-se as informações de 10 veículos, porém foram utilizados apenas 8 para o trabalho. Portanto, a rota criada foi feita para 204 clientes.

Os veículos tem capacidades de: 420, 140, 420, 406, 420, 420, 420, 420 unidades de volume.

Além disso, foram coletados a rota prevista, definida pelo roteirizador da empresa e a rota realizada pelos motoristas. Esses dados serão considerados para fins de comparação com o algoritmo proposto.

Foi realizado o cálculo das distâncias entre todos os clientes e o centro de distribuição, para criação da matriz de distâncias. Para isso, foi utilizado o Google Maps, onde era coletado a distância de menor caminho entre as localidades. Ainda, para as distâncias as quais o Google Maps mostrava a distância de 0,0 km, foram definidos uma distância de 5 metros. Em relação ao volume de produto coletado, foi realizado o cálculo utilizando o volume total entregue. Assim, o volume coletado foi calculado para 25% sobre o volume total entregue a cada cliente. A janela de tempo foi definida utilizando-se o horário de 7h às 16h para o funcionamento do centro de distribuição. Por fim, os tempos de serviço os quais eram considerados 0s foram considerados como sendo 5 minutos de atendimento.

Para o cálculo do tempo de viagem foi levado em consideração a velocidade média do caminhão de 40 Km/h, dentro da cidade.

Para o programa proposto foram utilizados os parâmetros que obtiveram os melhores resultados teóricos, mostrados anteriormente. Portanto, foram utilizados os seguintes parâmetros para o algoritmo *Simulated Annealing* desenvolvido:

- temperatura inicial = 1500;
- temperatura final = 0.01;
- fator de redução = 0.995;
- número máximo de iterações = $10 \cdot n$.

5.3 Resultado prático

A solução inicial gerada pelo programa obteve uma função objetivo inicial de 1162,77. Entretanto, utilizando-se o método SA foi obtido uma melhora na solução e função objetivo de mais de 84%. Portanto, a melhor solução gerada pelo programa encontrou uma função objetivo de 175,41 Km. A solução gerada pelo programa ainda utilizou 2 veículos a menos para determinar a rota de distribuição, utilizando somente 6 veículos. Os dois veículos não utilizados foram os veículos com capacidade de carga de 140 e 420 unidades de medidas.

Para fins de comparação, foi calculado a função objetivo para as rotas coletadas na empresa. Foi calculado o FO para a rota pré-definida pelo roteirizador e a rota realizada pelos motoristas. Abaixo, a tabela 9 mostra os resultados obtidos da FO para o programa proposto e para as rotas do roteirizador e do motorista, onde Veic é a quantidade de veículos utilizados para definir a rota.

Tabela 9 – Resultados comparativos

Rota	FO	Veic
Programa proposto	175,41	6
Roteirizador	270,47	8
Motoristas	325,31	8

Portanto, a distância total percorrida pela rota obtida pelo algoritmo foi de 175,41 Km, utilizando-se 6 veículos. Enquanto a rota do roteirizador e dos motoristas, utilizando-se 8 veículos, tiveram uma distância total percorrida de 270,47 Km e 325,31 Km, respectivamente.

A tabela 9 mostrou que os resultados obtidos pela solução do algoritmo foram melhores em relação as rotas utilizadas pela empresa. Pode-se observar que houve uma melhora de mais de 35% em relação a rota definida pelo roteirizador e de mais de 46% em relação a rota utilizada pelos motoristas para a distribuição das bebidas.

Se for levado o preço do diesel atual como sendo R\$5,299 e supondo que o caminhão faz 6 Km/L pode-se obter uma economia da empresa em relação ao gasto com combustível. Utilizando-se esses dados, observa-se que a empresa poderia estar economizando R\$132,36 em apenas 1 dia, considerando somente o gasto com combustível. Outros aspectos que podem ser considerados são: depreciação do veículo, manutenção e etc, mas esses dados não foram considerados, pois não foram informados pela empresa.

6 Conclusões e considerações finais

Este trabalho utilizou a extensão do Problema de Roteamento de Veículos com coleta e entrega simultânea, frota heterogênea e janela de tempo e planejou utilizar o método meta-heurístico *Simulated Annealing* para a definição de rotas para o problema, por se tratar de um método de fácil implementação e, geralmente, resulta em bons resultados para esse tipo de problema.

A empresa estudada disponibilizou dados referentes a um dia de entrega na cidade de Patos de Minas para realização desse trabalho. Essa empresa, realiza as rotas de acordo com o que o motorista achava melhor, mesmo dispondo de um roteirizador para gerar as rotas a serem realizadas.

O objetivo do estudado era determinar as rotas dos veículos da empresa através do método proposto, minimizando as distâncias percorridas para a distribuição das bebidas.

Em relação aos resultados teóricos pode-se definir que obteve-se bons resultados se considerar que quase todas as instâncias testadas geraram as soluções ótimas através do programa proposto e não apenas uma solução viável, apenas a instância 2003 não conseguiu gerar a solução ótima.

Já em relação aos resultados obtidos através dos dados coletados na empresa em questão, os resultados obtidos pelo trabalho foram positivos. Isso ocorre uma vez que o programa proposto obteve resultados melhores em relação as rotas do roteirizador (pré-definidas) e as realizadas pelos motoristas da empresa. Os resultados do algoritmo gerou uma melhora no problema em até 46% em relação as rotas utilizadas pela empresa.

Para trabalhos futuros, propõe-se utilizar as janelas de tempo de acordo com as janelas de cada cliente, contrariamente ao que foi considerado por este trabalho, sendo considerado apenas a janela de tempo do centro de distribuição. Além disso, também pode ser estudado a utilização de métodos meta-heurísticos além do estudado, como busca tabu e colônia de formiga e ILS.

Referências

- ALVES, F. S. *Problemas de roteamento de veículos aplicados no planejamento logístico do transporte escolar da cidade de Coxim -MS*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, 2015.
- ARENALES, M. et al. *Pesquisa Operacional*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015.
- BALLOU, R. H. *Gerenciamento da cadeia de suprimentos/logística empresarial*. Porto Alegre: Bookman, 2007.
- BARROS JUNIOR, A. A. de et al. Meta-heurística ILS para o problema de roteamento no planejamento do inventário florestal. *Anais SBPO*, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, v. 50, 2018.
- BOWERSOX, D. J. et al. *Gestão logística da cadeia de suprimentos*. Porto Alegre: AMGH, 2014.
- CASTIGLIONI, J. A. de M.; PIGOZZO, L. *Transporte e distribuição*. São Paulo: Érica, 2014.
- DIAS, M. A. *Introdução à logística: fundamentos, práticas e integração*. São Paulo: Atlas, 2017.
- GOLDBARG, M. C.; GOLDBARG, E. G.; LUNA, H. P. L. *Otimização combinatória e meta-heurísticas: algoritmos e aplicações*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2016.
- HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. *Introdução à pesquisa operacional*. Porto Alegre: AMGH, 2013.
- KRIPKA, R. M. L.; KRIPKA, M. Simulated annealing aplicado ao problema de alocação de salas com deslocamentos mínimos. In: LOPES, H. S.; RODRIGUES, L. C. de A.; STEINER, M. T. A. (Orgs.). *Meta-heurísticas em pesquisa operacional*. 22. ed. Curitiba: Omnipax, 2013. p. 325–338.
- MAIA, C. et al. Aplicação da metaheurística GRASP na otimização das rotas de distribuição de medicamentos no município de Mossoró-RN. *Anais da Escola Potiguar de Computação e Suas Aplicações*, v. 11, p. 56–63, 2018.
- MALHEIROS, I. et al. Um algoritmo híbrido para o heterogeneous dial-a-ride problem. *Anais SBPO*, João Pessoa, Paraíba, v. 52, 2020.
- MONTANÉ, F. A. T.; GALVÃO, R. D. A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service. *Computers e Operations Research*, v. 33, p. 595–619, 2006.
- NOVAES, A. *Logística e gerenciamento da cadeia de distribuição*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015.
- PAOLESCHI, B.; CASTIGLIONI, J. A. de M. *Introdução à logística*. São Paulo: Érica, 2017.

SILVA, J. N. Y. da et al. Aplicação do método simulated annealing para determinar as rotas de uma empresa distribuidora de bebidas. *Anais SPOLM*, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, v. 19, 2019.

SILVA NETO, I. da Costa e et al. Um algoritmo heurístico para o problema de roteamento de ônibus escolares. *Anais SBPO*, João Pessoa, Paraíba, v. 52, 2020.

SOUZA, M. J. F. Inteligência computacional para otimização: Notas de aula. Ouro Preto, Minas Gerais, 2011.

SUBRAMANIAN, A.; CABRAL, L. dos A. F. GRASP/VND aplicado ao problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea. *Anais SBPO*, Fortaleza, Ceará, v. 39, p. 1518–1529, 2007.