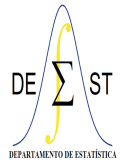




UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA
BACHARELADO EM ESTATÍSTICA



Otimização em Redes de Filas Gerais através de Procedimentos Heurísticos

Joziani Mota Vieira

Ouro Preto-MG

Outubro de 2020

Joziani Mota Vieira

Otimização em Redes de Filas Gerais através de Procedimentos Heurísticos

Monografia de Graduação apresentada ao Departamento de Estatística do Instituto de Ciências Exatas e Biológicas da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para a obtenção do grau de bacharel em Estatística.

Orientador

Dr. Anderson Ribeiro Duarte

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO – UFOP
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA – DEEST

Ouro Preto-MG

Outubro de 2020

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

V657o Vieira, Joziani Mota .
Otimização em redes de filas gerais através de procedimentos
heurísticos. [manuscrito] / Joziani Mota Vieira. - 2020.
57 f.: il.: gráf., tab..

Orientador: Prof. Dr. Anderson Ribeiro Duarte.
Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto.
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Graduação em Estatística .

1. Otimização. 2. Programação não-linear. 3. Teoria das filas. I.
Duarte, Anderson Ribeiro. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III.
Título.

CDU 519.2

Bibliotecário(a) Responsável: Celina Brasil Luiz - CRB6-1589



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA



FOLHA DE APROVAÇÃO

Joziani Mota Vieira
Otimização em Redes de Filas Gerais através de Procedimentos Heurísticos

Membros da banca

Anderson Ribeiro Duarte (orientador) doutor em Estatística Universidade Federal de Ouro Preto
Gabriel Lima de Souza mestre e doutorando em Ciência da Computação Universidade Federal de Ouro Preto
Helgem de Souza Martins mestre em Estatística Universidade Federal de Minas Gerais e doutorando em Estatística aplicada e Biometria Universidade Federal de Viçosa

Versão final
Aprovado em 14 de Outubro de 2020

De acordo

Professor Orientador Anderson Ribeiro Duarte



Documento assinado eletronicamente por **Anderson Ribeiro Duarte, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 14/10/2020, às 16:28, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0092575** e o código CRC **5C951977**.

Referência: Caso responda este documento, indicar expressamente o Processo nº 23109.007774/2020-19

SEI nº 0092575

R. Diogo de Vasconcelos, 122, - Bairro Pilar Ouro Preto/MG, CEP 35400-000
Telefone: - www.ufop.br

Este trabalho é dedicado à minha família, principalmente mãe e irmã e aos professores que me ajudaram a fazer desse momento possível.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família, principalmente minha mãe e irmã, agradeço o apoio incondicional em todos os momentos difíceis da minha trajetória acadêmica. As duas estiveram sempre do meu lado me dando força para seguir em frente e ajudando em tudo que eu precisei até então.

Tenho a agradecer, também, a todos os meus amigos que me acompanharam nessa trajetória e me guiaram de várias maneiras. Especialmente a Andressa que se tornou uma grande aliada nesse percurso e que esteve do meu lado em vários momentos difíceis. E, também, agradeço a uma amiga que me ajudou a perceber que a estatística combina muito mais comigo do que a engenharia.

Agradeço aos integrantes das duas empresas que fizeram parte da minha graduação e foram de grande importância durante meu aprendizado. Primeiramente à Estatística, pois nela consegui aprender não só a parte prática da estatística, mas, também, como Presidente aprendi sobre empreendedorismo e a agir diante das dificuldades que a vida empresarial nos faz enfrentar, amei ter feito parte desse movimento, por ter me aproximado de pessoas maravilhosas, principalmente aqueles que fundaram a empresa junto comigo, os dois Brunos, a Ana, o Gleizer, o Henrique, a Pat e o Thiago, e também o Luiz, que mesmo não fazendo parte da empresa, me ajudou a crescer muito também. E agradeço a Oper por me proporcionar a oportunidade que me deram como estagiária, pois aprendi muito além do que esperava, conseguindo aplicar o conhecimento estatístico de forma prática de várias maneiras.

E por último, mas não menos importante, agradeço a todos os professores que estiveram do meu lado nessa grande jornada. Muitas vezes me ajudaram a não desistir e sim a persistir, e hoje vejo que a estatística é o melhor curso que eu poderia fazer graças a eles.

Citação

Existem muitas hipóteses em ciência que estão erradas. Isso é perfeitamente aceitável, eles são a abertura para achar as que estão certas. Carl Sagan

LISTA DE FIGURAS

1	Um sistema de montagem automotiva adaptado de Spieckermann et al. (2000).....	19
2	Uma representação em rede de filas finitas do sistema de montagem proposto por Spieckermann et al. (2000).....	19
3	Algoritmo de Powell	28
4	Esquema ilustrativo de utilização do Método de Expansão Generalizado.	29
5	Uma rede complexa (adaptada de MacGregor Smith e Cruz (2005)). ...	33
6	Padrão de alocação de <i>buffers</i> e servidores (a).....	34
7	Padrão de alocação de <i>buffers</i> e servidores (b).....	40
8	Padrão de alocação de <i>buffers</i> e servidores (c).....	47

LISTA DE TABELAS

1	Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.1, 0.9, 0.3, 0.7, 0.5, 0.5)$	35
2	Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.2, 0.8, 0.3, 0.7, 0.5, 0.5)$	36
3	Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.3, 0.7, 0.3, 0.7, 0.5, 0.5)$	37
4	Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.4, 0.6, 0.3, 0.7, 0.5, 0.5)$	38
5	Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.5, 0.5, 0.3, 0.7, 0.5, 0.5)$	39
6	Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.1, 0.9, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$	41
7	Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.2, 0.8, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$	42
8	Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.3, 0.7, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$	43
9	Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.4, 0.6, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$	44
10	Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$	45
11	Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.1, 0.9, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$	48
12	Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.2, 0.8, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$	49
13	Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.3, 0.7, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$	50
14	Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.4, 0.6, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$	51
15	Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$	52

RESUMO

Este projeto estudou o problema de otimização em redes de filas finitas, trata-se de um desafiador problema de investigação científica. O interesse foi adaptar a quantidade de servidores e áreas de espera (do inglês, *buffer*), que atenda aos requisitos de desempenho do sistema, como por exemplo, a taxa de saída (do inglês, *throughput*). A grande maioria dos sistemas tem disponibilidade de recursos limitada, isso para a quantidade de servidores e também para o espaço total em áreas de espera, o custo total envolvido no processo é afetado sobremaneira por esses impactos financeiros. Nesse contexto ganha destaque o problema de alocação conjunta de servidores e áreas de espera, conhecido como BCAP (do inglês *Buffer and Server (c) Allocation Problem*), um excitante problema na área de teoria das filas, cuja metodologia de solução pode ser aplicada a diversas situações reais modeladas na forma de filas ou redes de filas. O problema de alocação conjunta de servidores e áreas de espera (BCAP) não possui um tratamento simplista do ponto de vista computacional, isso se deve ao fato de se tratar de um problema de programação não-linear, cuja solução analítica não apresenta forma fechada, conseqüentemente devem ser utilizados métodos aproximados em sua solução. A investigação para obtenção de uma solução para esse problema se torna ainda mais complexa quando o objeto de interesse deixa de ser um sistema de filas simples e se torna uma rede de filas complexa. Com o intuito de compreender e incentivar a iniciação a pesquisa, este projeto pretende estudar alguns conceitos de teorias de filas e otimização e enfatizar, principalmente, a otimização em sistemas de filas. Sistemas de filas estão presentes em diversos cenários: o fluxo de tráfego em grandes centros urbanos, serviços telefônicos de atendimento (*call-center*), serviços de emergência médica, atendimentos de serviços públicos, entre outros. A metodologia empregada nesse trabalho foi utilizada para generalizar o estudo de diversos sistemas de filas em situações reais. As conclusões apresentadas, foram obtidas através da análise de várias redes e podem auxiliar aos profissionais da área no planejamento de redes de filas gerais.

Palavras-chave: BCAP; RBCAP; Otimização; Programação não-linear; Teoria de Filas.

ABSTRACT

This project studied the problem of optimization in finite queue networks, it is a challenging scientific research problem. The interest was to adapt the number of servers and buffers which meet the performance requirements of the system, like the output rate (throughput) for example. The total cost involved in a process is greatly affected by financial impacts related to the availability of resources in these systems, which are mostly limited, such as the number of servers and total buffers area. In this context, the problem of joint allocation of servers and buffers, known as the BCAP (Buffer and Server (*c*) Allocation Problem) is highlighted, an exciting problem in the field of queueing theory, whose solution methodology can be applied to several real situations modeled as queues or networks of queues. The problem of joint allocation of servers and buffers (BCAP) does not have a simplistic treatment from the computational point of view, this is due to the fact that it is a non-linear programming problem, whose analytical solution does not present a closed form, consequently, approximate methods should be used in its solution. The investigation to obtain it becomes even more complex when the object of interest ceases to be a single simple queue and becomes a complex network of queues. In order to understand and encourage the research, this work intends to study some concepts of queue theories and optimization emphasizing, mainly, optimization in queue systems. They are present in many scenarios: traffic flow in large urban centers, telephone answering services (*call-center*), emergency medical services, public services, among others. The methodology employed in this study was used to generalize the study of several queueing systems in real situations. The conclusions presented were obtained through the analysis of several networks and can help professionals in the area in planning general queueing networks.

Keywords: BCAP; RBCAP; Optimization; Nonlinear programming; Queue Theories.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES	20
2	ASPECTOS METODOLÓGICOS	22
2.1	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	23
2.2	RELAXAÇÃO LAGRANGEANA	25
2.3	TÉCNICA DE OTIMIZAÇÃO	27
2.4	MÉTODO DE EXPANSÃO GENERALIZADO	28
2.4.1	Reconfiguração de rede	29
2.4.2	Estimação de parâmetros	30
2.4.3	Eliminação da retroalimentação	31
3	RESULTADOS E DISCUSSÕES	33
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	54
4.1	PROPOSTAS DE CONTINUIDADE	55
	REFERÊNCIAS	56

1 INTRODUÇÃO

De acordo com o livro, *Engineering Optimization: An Introduction with Metaheuristic Applications* (Yang, 2010), embora os problemas de otimização estejam presente em todo lugar, da engenharia à ciência da computação e do sequenciamento de tarefas à economia, constatar tal fato não torna a resolução de tais problemas algo trivial. Na prática, problemas de descrição muito simples podem ser extremamente difíceis de resolver. Tome-se por exemplo o problema do caixeiro viajante, no qual um vendedor precisa visitar, por exemplo, 30 cidades, exatamente uma única vez, em uma sequência tal que a distância total percorrida seja minimizada. Apesar da facilidade e simplicidade de definição e compreensão deste problema e da compreensão simples do objetivo a ser minimizado, é de certa forma surpreendente que não se conheça ainda um algoritmo eficiente para ele.

Desenvolvimentos recentes observados nos últimos anos para o problema do caixeiro viajante tendem a usar algoritmos metaheurísticos. As mais modernas técnicas de otimização, de forma generalista, são usualmente heurísticas ou metaheurísticas. É possível citar como exemplos: o *Simulated Annealing*; a otimização por enxame de partículas PSO; a busca harmônica; os algoritmos genéticos NSGA entre outros. Tais algoritmos vêm se tornando bastante eficazes na resolução de problemas de otimização com grau de dificuldade elevado.

Em particular, diversos problemas ligados aos estudos de teoria de filas carecem de técnicas de otimização. Sempre que há incerteza sobre o fluxo de produtos, usuários, mensagens, e assim por diante, com uma taxa de chegada, e seu processamento, com uma taxa de serviço, tem-se como resultado um sistema de filas. O seu arranjo em uma configuração em rede, é uma generalização natural e relevante, pelos diversos sistemas reais que pode modelar.

A solução do problema de alocação conjunta de servidores e áreas de espera (BCAP), mencionado no resumo deste texto, está diretamente vinculada ao desempe-

nho da rede de filas para a qual deseja-se obter a solução ótima e a configuração de número de servidores e tamanho das áreas de espera em cada vértice de uma rede de filas vista como um grafo $G = (V, A, P)$, em que V é o conjunto de todos os vértices que compõe a rede, A é o conjunto de arestas que interconectam pares de vértices e P são as respectivas probabilidades de roteamento entre os arcos.

O BCAP visa otimizar o volume das áreas de *buffers* e número de servidores disponibilizados de forma que a taxa de atendimento resultante seja maior que um limiar predefinido de taxa de atendimento. Estudos dessa natureza necessitam de requisitos como a obtenção de medidas de desempenho em filas e redes de filas finitas. Existe um vasto ferramental para tarefas de análise de desempenho em redes de filas. Destacam-se por exemplo, os métodos forma-produto, métodos numéricos, métodos aproximados e simulações.

Uma metodologia amplamente utilizada no cálculo e obtenção de medidas de desempenho para redes de filas são as técnicas de simulação. Muitos estudos bem sucedidos são baseados nessa metodologia. Acoplado aos métodos de simulação, os métodos de otimização numérica são ferramentas bastante empregadas para análise de desempenho. Uma vez estabelecido um modelo de programação matemática, a otimização é aplicada para resolução de problemas nos quais deseja-se minimizar ou maximizar alguma função objetivo por meio de uma escolha sistemática de valores para suas variáveis dentre os valores pertencentes ao seu espaço de soluções viáveis. Dentre os métodos de otimização, os não-lineares destacam-se na solução de problemas de otimização em redes de filas, devido à natureza da função objetivo, ou das restrições existentes nos modelos de otimização, geralmente não-lineares.

Este estudo utiliza métodos clássicos de estimação de medidas de desempenho em filas finitas configuradas em redes, em particular do consagrado método da expansão generalizado (ou GEM, do inglês, *Generalized Expansion Method*), já amplamente difundido. Também apresenta um modelo de programação matemática para o problema de alocação conjunta de servidores e de áreas de espera. Analisa o BCAP

via experimentos computacionais, para identificação de padrões nas soluções ótimas para um grande conjunto de possíveis configurações. A questão colocada neste trabalho é de como é possível modelar sistemas reais contendo incerteza do fluxo de produtos e seu processamento, prever com precisão medidas de desempenho dos modelos e planejar de forma eficaz tais sistemas para que alcancem desempenho ótimo. Além disso, neste estudo procura-se caracterizar e otimizar a topologia de um sistema de redes de filas finitas gerais. Busca-se propriedades que permitam modelar e construir algoritmos para otimizá-los. Essa discussão já foi apresentada por Martins et al. (2019), na discussão anterior, redes de filas com menor teor de complexidade são abordadas. A investigação buscará a compreensão como as diversas alocações de áreas de circulação, de servidores, roteamentos entre filas e os valores dos quadrados dos coeficientes de variação do tempo de serviço podem influenciar a configuração ótima do sistema de filas finitas gerais configuradas em redes para estruturas de rede de maior complexidade.

O interesse em modelar sistemas por meio de filas está em encontrar uma configuração ótima, para distribuição dos recursos. De outra forma, distribuir servidores e áreas de espera, para atender aos requisitos de desempenho e minimize o custo envolvido como em Cruz e van Woensel (2014). É notório que a maioria dos sistemas possui alguma limitação de recursos, isso gera impactos financeiros diretos nos custos do processo.

O problema de alocação conjunta de servidores e áreas de espera é um desafiador problema na área de teoria das filas (van Woensel et al., 2010a), suas soluções podem ser aplicada em diversas situações reais modeladas na forma de filas ou redes de filas. Sua principal característica é a relação intrínseca existente entre o custo dos servidores e áreas de espera. Conhecer uma configuração ótima desta relação de custo permite o desenvolvimento de redes de filas cujo serviço seja eficiente e o desempenho máximo possa ser obtido.

Exemplo 1.1 Para ilustrar melhor esse tipo de estudo, considere o exemplo de fabricação que representa o projeto conceitual de um sistema de montagem automotiva analisado por Spieckermann et al. (2000), em que buffers finitos são necessários para evitar avarias em uma área da planta e desacoplar o processo de montagem representado na figura 1.

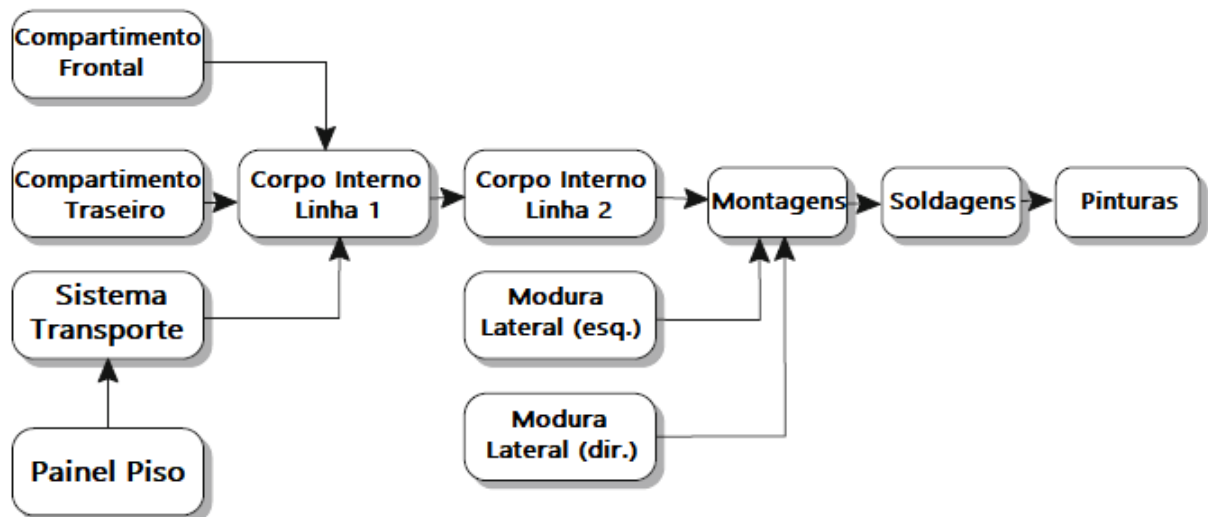


Figura 1: Um sistema de montagem automotiva adaptado de Spieckermann et al. (2000).

Uma representação simplificada em termos de uma rede de filas é dada na figura 2.

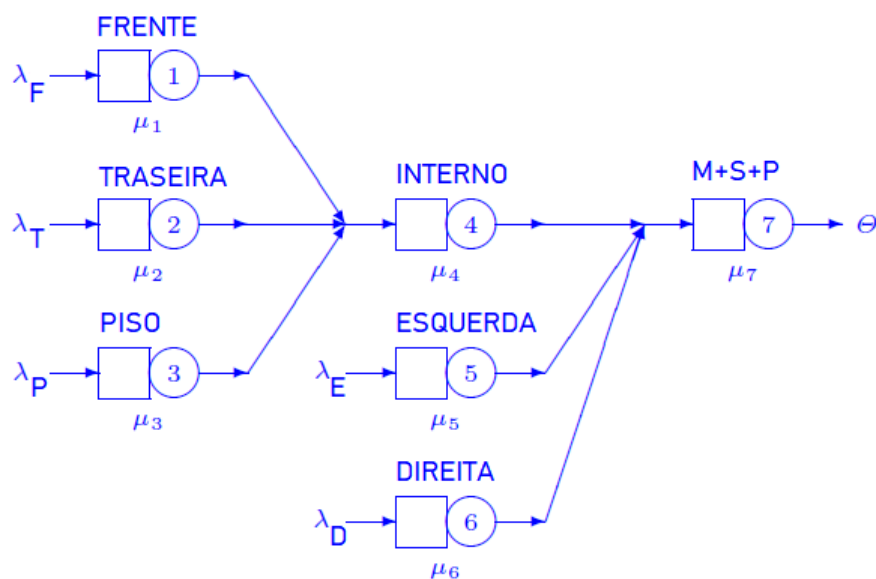


Figura 2: Uma representação em rede de filas finitas do sistema de montagem proposto por Spieckermann et al. (2000).

Observe que algumas partes dos processos que correspondiam às filas foram mescladas em uma única fila para simplificar a construção do diagrama representativo, porém isso ocorre sem nenhuma perda de generalidade, obviamente levando em consideração as taxas de serviço combinadas das respectivas filas. Um mau dimensionamento das áreas de espera nas filas ou do número de servidores poderiam levar à perda significativa da eficiência e rentabilidade do processo, dados os altos custos envolvidos. Em casos como estes, a utilização de métodos que otimizem simultaneamente o número de servidores e a capacidade das áreas de espera se faz necessária.

O problema de alocação conjunta de servidores e áreas de espera é um problema de difícil solução do ponto de vista computacional, por se tratar de um problema de programação não-linear, cuja solução analítica não apresenta forma fechada e conseqüentemente devem ser utilizados métodos aproximados em sua solução. A solução deste problema se torna ainda mais complexa quando o objeto de interesse deixa de ser um sistema de filas simples e se torna uma rede de filas complexa, como no caso do exemplo apresentado.

1.1 PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES

Além da aplicabilidade já mencionada, são escassos na bibliografia especializada estudos específicos sobre o problema de alocação conjunta de áreas de espera e servidores (BCAP). Neste sentido, as principais contribuições deste estudo incluem:

- apresentação de uma revisão da bibliográfica na área de modelagem e otimização de redes de filas finitas;
- utilização da linguagem $\text{T}_\text{E}_\text{X}$, que é padrão na confecção de textos estatísticos em vários níveis de pesquisa;
- apresentação de métodos clássicos de estimação de medidas de desempenho em filas finitas configuradas em redes;

- utilização do algoritmo de Powell, com múltiplos reinícios (para evitar mínimos locais), acoplado ao GEM, como ferramenta de resolução do BCAP;
- execução de diversas simulações computacionais, visando uma análise para os resultados fornecidos pelo mecanismo de otimização;
- análise do BCAP via experimentos computacionais, para identificação de padrões nas soluções ótimas.

O presente texto é iniciado com uma seção introdutória que discute os aspectos de pesquisa abordados durante a investigação deste tema e o delineamento prévio de objetivos que será investigado. A seção de Materiais e Métodos detalha o ferramental estatístico, em particular de métodos de otimização e teoria de filas, que foi discutido e utilizado ao longo da monografia. A terceira seção apresenta de forma mais definitiva todo o conjunto de resultados alcançados. Por fim, a última seção apresenta as conclusões alcançadas através dessa investigação e também propostas de continuidade desse estudo.

2 ASPECTOS METODOLÓGICOS

No cenário ilustrado através do Exemplo 1.1, não é suficiente buscar a otimização da quantidade de servidores ou então do tamanho das áreas de espera em cada fila do sistema de forma individualizada. Isto não é suficiente para garantir um desempenho ótimo do sistema sob investigação. No objetivo de busca pelo funcionamento mais eficiente do sistema, é necessário procurar pela melhor configuração possível tanto para os servidores em cada uma das filas do sistema e também para as áreas de espera disponibilizadas para cada uma dessas filas de maneira simultânea. Situações como esta leva a consideração do problema de alocação conjunta de servidores e áreas de espera (BCAP).

Uma descrição enxuta do BCAP seria analisar o problema de determinar de quantos servidores e qual o tamanho das áreas de espera que deve ser disponibilizada para que o sistema de filas sob investigação alcance um desempenho satisfatório. Neste contexto, o termo satisfatório diz respeito a alcançar uma taxa de atendimento θ , que seja superior a algum limiar mínimo de aceitação pré-determinado θ_{min} . Claro que esta investigação se torna mais adequada em situações que se considera a relação realista de custos existente entre os servidores e as áreas de espera (representada pela razão entre os custos de servidores e áreas de espera c/B). Ao considerar que as filas envolvidas no sistema possuem uma limitação de espaço de alocação de clientes em espera, existe a probabilidade de um cliente encontrar alguma fila bloqueada, aqui nominada por p_k . Dessa forma, a alocação ótima deverá ser obtida utilizando uma configuração que minimize as probabilidades p_k 's de que clientes encontrem o sistema bloqueado. Tal probabilidade está vinculada à taxa de atendimento do sistema dada a expressão:

$$\theta = \lambda(1 - p_k), \quad (1)$$

que em última análise indica que minimizar a probabilidade de bloqueio implica em

maximizar a taxa de atendimento.

Sistemas de manufatura complexos otimizados por meio de teoria de filas são alvos de estudos de grande impacto nas últimas décadas. Na maioria desses estudos, estuda-se a alocação ótima de elementos componentes dos sistemas, com interesse na melhoria de desempenho. Os principais estudos envolvem a alocação ótima de servidores (MacGregor Smith; Cruz; van Woensel, 2010), áreas de espera (MacGregor Smith; Cruz, 2005; Cruz; Duarte; van Woensel, 2008), roteamento ótimo (van Woensel; Cruz, 2014), taxas de serviço ou uma combinação destes elementos. Exemplos de otimização simultânea destes podem ser verificados em análises conjuntas de taxas de serviço e áreas de espera (Cruz et al., 2012), roteamento e áreas de espera (Daskalaki; MacGregor Smith, 2004), número de servidores e áreas de espera (van Woensel et al., 2010b), dentre outros.

De forma mais restritiva, em uma observação dentre as possíveis situações de otimizações simultânea, a que envolve o número de servidores e tamanho das áreas de espera em sistemas representados por filas não é vastamente explorada na literatura. van Woensel et al. (2010b) apresentam o problema de alocação conjunta de servidores e áreas de espera (BCAP) em redes de filas do tipo $M/G/c/K$, da notação de Kendall (1953). No trabalho de Cruz e van Woensel (2014) é apresentada uma revisão sobre modelagem e otimização em redes de filas finitas, incluindo discussão e resultados sobre o BCAP. Os dois trabalhos mencionados apresentam metodologia de solução do BCAP como problema de otimização cuja solução envolve técnicas de programação inteira não-linear.

2.1 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Uma definição adequada para uma rede de filas pode ser proposta através de um grafo $G = (V, A, P)$, em que V é o conjunto de todos os vértices (filas) que compõe a rede, A é o conjunto de arestas que ligam pares de vértices e P são as respectivas probabilidades de roteamento entre as arestas. O intuito do BCAP é mini-

mizar o número de áreas de espera e servidores de forma que a taxa de atendimento resultante seja maior que um limiar pré-definido. Pode ser definida matematicamente pela seguinte formulação de programação não-linear descrito por van Woensel et al. (2010b).

(BCAP):

$$Z = \min \left[\sum_{\forall i \in N} \omega_i c_i + \sum_{\forall i \in N} (1 - \omega_i) B_i \right], \quad (2)$$

sujeito a

$$\theta(\mathbf{c}, \mathbf{B}) \geq \theta_{\min}, \quad (3)$$

$$c_i \in \{1, 2, \dots\}, \quad \forall i \in N, \quad (4)$$

$$B_i \in \{0, 1, \dots\}, \quad \forall i \in N, \quad (5)$$

em que c_i é o número de servidores no vértice i , B_i representa o tamanho das áreas de espera puras, ou seja, excluindo aqueles que encontram-se em atendimento (a capacidade total do vértice i é representada por $K_i = c_i + B_i$), $\theta(\mathbf{c}, \mathbf{B})$ é a taxa de saída resultante, que é dada em função dos servidores (\mathbf{c}) e das áreas de espera (\mathbf{B}), θ_{\min} é o limiar mínimo aceitável para a taxa de atendimento resultante e ω_i é uma variável que representa o custo relativo entre servidores e áreas de espera ($0 \leq \omega_i \leq 1$).

Os valores ω_i refletem a relação de custo comparativo entre os servidores e as áreas de espera. Situações em que o valor de ω_i decresce, temos a diminuição relativa do custo dos servidores com respeito ao custo das áreas de espera. Por outro lado, se o valor de ω_i é aumentado, os servidores se tornam mais caros se comparados às áreas de espera. Com variações nos valores de ω_i , verificações nas variações

existentes nas alocações de servidores e áreas de espera se tornam possíveis no processo de busca por padrões existentes nas alocações de recursos resultantes. Outra possibilidade que emerge da relação de custos é a verificação de quais valores de ω_i tornam significativas as alterações em alocações de servidores e áreas de espera. Caso ω_i seja definido igual à 0 $\forall i \in N$, o BCAP é reduzido ao problema de alocação de áreas de espera (ou BAP, do inglês *Buffer Allocation Problem*), já se definido igual à 1 $\forall i \in N$ o BCAP se torna um problema de alocação de servidores (ou CAP, do inglês *Server Allocation Problem*).

O sistema pode ter a soluções com nenhuma área de espera (em inglês, *zero-buffer* ou *bufferless*), ou seja, pode ocorrer em alguns vértices $B_i = 0$. Esse tipo de rede de filas pode ser observado em várias ocasiões, pode ser observado em todo sistema de produção ou em alguns ambientes que não são necessárias áreas de espera. Isso, em geral, tende a ser causado pela ausência da capacidade de armazenamento entre dois vértices do sistema.

Além das restrições apresentadas para garantir a existência de uma solução ótima finita é necessária também que:

$$\rho_i \equiv \frac{\lambda_i}{c_i \mu_i} < 1, \quad (6)$$

em que μ_i é a taxa média de serviço no servidor i . Essa é uma restrição usual em problemas de Teoria de Filas

2.2 RELAXAÇÃO LAGRANGEANA

O BCAP, definido pelas expressões (2), (3), (4) e (5), apresenta restrições complexas, sobretudo a representada pela expressão (3).

A relaxação lagrangeana para tratamento de restrições tem sido aplicada com sucesso em BAP (Cruz; Duarte; van Woensel, 2008) e CAP (MacGregor Smith; Cruz; van Woensel, 2010). O intuito é englobar as restrições mais complexas na função

objetivo, e diminuir a complexidade do problema sob investigação.

A relaxação lagrangeana é uma técnica que consiste em relaxar as restrições mais complexas e incluí-las diretamente na função objetivo com uma forma de penalização. No BCAP a restrição complexa encontrada na Equação 3 pode ser relaxada em termos da variável lagrangeana $\alpha > 0$, assim, temos o BCAP relaxado RBCAP (do inglês *Relaxed Buffer and Server Allocation Problem*), cuja fórmula é:

(RBCAP):

$$Z_\alpha = \min \left[\sum_{\forall i \in N} \omega_i c_i + \sum_{\forall i \in N} (1 - \omega_i) B_i + \alpha (\theta_{\min} - \theta(\mathbf{c}, \mathbf{B})) \right], \quad (7)$$

sujeito às restrições (4) e (5).

É possível observar que na fórmula do RBCAP o termo $\alpha (\theta_{\min} - \theta(\mathbf{c}, \mathbf{B}))$ é sempre não-positivo, para qualquer solução viável da proposta original do BCAP. Dessa forma, com as restrições 3, 4 e 5 satisfeitas, Fica garantido que $\alpha (\theta_{\min} - \theta(\mathbf{c}, \mathbf{B})) \leq 0$, logo $Z_\alpha \leq Z$. Portanto, Z_α pode ser usado como cota inferior no lugar de Z . A expectativa é que Z_α esteja o mais próximo possível do verdadeiro valor de Z .

Cabe destacar que α fornece uma penalização para os casos em que a restrição não for atendida. Nos resultados apresentados por Cruz, Duarte e van Woensel (2008), o lagrangeano α foi fixado em 10^3 . Proposto o modelo de otimização para a solução do RBCAP, será estabelecido o limiar mínimo θ_{\min} igual à taxa de chegada λ e utilizada uma aproximação em dois momentos em conjunto com o método da expansão generalizado (GEM), para obtenção das probabilidades de bloqueio p_k , necessárias ao cálculo aproximado da taxa de saída $\theta(\mathbf{c}, \mathbf{B})$, para uma particular configuração de servidores e tamanho de áreas de espera.

2.3 TÉCNICA DE OTIMIZAÇÃO

A otimização do RBCAP, definido pela função objetivo representada na Eq. (7), sujeito às restrições (4) e (5), será executada através do método de Powell, trata-se de um algoritmo bastante difundido para problemas de otimização não-linear que não utiliza derivadas. Esta estratégia de resolução já foi utilizada por Martins et al. (2019). A otimização por método de Powell será utilizada de forma acoplada com o GEM, que calculará as medidas de desempenho de interesse. Neste caso, será a taxa de atendimento θ .

O método de Powell é descrito detalhadamente em Himmelblau (1972), o procedimento localiza o mínimo de uma função não linear $f(x)$ por meio de sucessivas buscas unidimensionais a partir de um ponto de partida inicial $x_{(0)}$ ao longo de um conjunto de direções conjugadas. As direções conjugadas são geradas internamente no próprio procedimento. O método de Powell se baseia na premissa de que se um mínimo de uma função não-linear $f(x)$ é observado ao longo de p direções conjugadas, em algum estágio da busca, um passo apropriado deverá ser dado em cada direção. O passo geral do início do procedimento até o p -ésimo sub-passo é conjugado em todas as p sub-direções. A Figura 3 descreve o algoritmo de otimização irrestrita de Powell.

A utilização do método de Powell (através do algoritmo descrito na figura 3) acoplado ao método da expansão generalizado GEM requer alguns cuidados adicionais na solução do problema de alocação de servidores e áreas de espera, isso porque o algoritmo de Powell é um processo de busca irrestrito. Em outras palavras, se a busca não for cuidadosamente controlada, alguns vetores de soluções podem violar as restrições impostas pelo problema. Além disso, para evitar soluções que sejam pontos ótimos locais, o algoritmo foi reiniciado diversas vezes (20 vezes) com diferentes pontos de partida aleatoriamente selecionados.

```

algoritmo
  leia  $G(N, A, \mathbf{p}), \lambda, \mu$  e  $\mathbf{x}^{(0)}$ 
  /* escolha direções de busca */
  escolha  $\mathbf{d}^{(1)}, \dots, \mathbf{d}^{(n)}$ 
   $\mathbf{x}^{(\text{opt})} \leftarrow \mathbf{x}^{(0)}$ 
  repita
     $\mathbf{x}^{(1)} \leftarrow \mathbf{x}^{(\text{opt})}$ 
    para  $i = 1$  até  $n$  faça
      /* busca unidimensional */
      /* calcule  $f(\bullet)$  via GEM */
       $\mathbf{x}^{(i+1)} \leftarrow \gamma \in \mathcal{R} f(\mathbf{x}^{(i)} + \gamma \mathbf{d}^{(i)})$ 
    fim para
     $\mathbf{x}^{(n+2)} \leftarrow 2\mathbf{x}^{(n+1)} - \mathbf{x}^{(1)}$ 
    se  $f(\mathbf{x}^{(n+2)}) \geq f(\mathbf{x}^{(1)})$  então
       $\mathbf{x}^{(\text{opt})} \leftarrow \mathbf{x}^{(n+1)}$ 
    senão
       $\mathbf{x}^{(\text{opt})} \leftarrow \gamma \in \mathcal{R} f(\mathbf{x}^{(n+1)} + \gamma(\mathbf{x}^{(n+1)} - \mathbf{x}^{(1)}))$ 
      escolha nova direção de busca  $\mathbf{d}^{(1)}, \dots, \mathbf{d}^{(n)}$ 
    fim se
  até  $\|\mathbf{x}^{(\text{opt})} - \mathbf{x}^{(1)}\| < \epsilon$ 
  imprima  $\mathbf{x}^{(\text{opt})}$ 
fim algoritmo

```

Figura 3: Algoritmo de Powell

2.4 MÉTODO DE EXPANSÃO GENERALIZADO

O Método de Expansão Generalizado é um algoritmo utilizado em muitas situações e com bastante sucesso para a estimação de medidas em desempenho de redes de filas acíclicas finitas com configurações de rede arbitrária apresentado por Kerbache e MacGregor Smith (2000). O GEM é uma combinação da decomposição nó-a-nó e tentativas repetidas, em que cada fila é avaliada em separado para execução de correções com o intuito de contabilizar os efeitos de inter-relacionamentos entre as filas finitas da rede. O GEM considera que os bloqueios fila a fila, ocorrem se, após o serviço estar concluído em alguma fila, a fila subsequente já tem sua área de circulação completamente ocupada, ou seja, existe um cliente em serviço no servidor único da fila e além disso, todos os espaços de espera da fila se encontram preenchidos.

A Figura 4 descreve bem o GEM. É importante observar que a distribuição

exponencial é uma aproximação de boa qualidade para os tempos entre saídas de clientes de uma fila na rede.

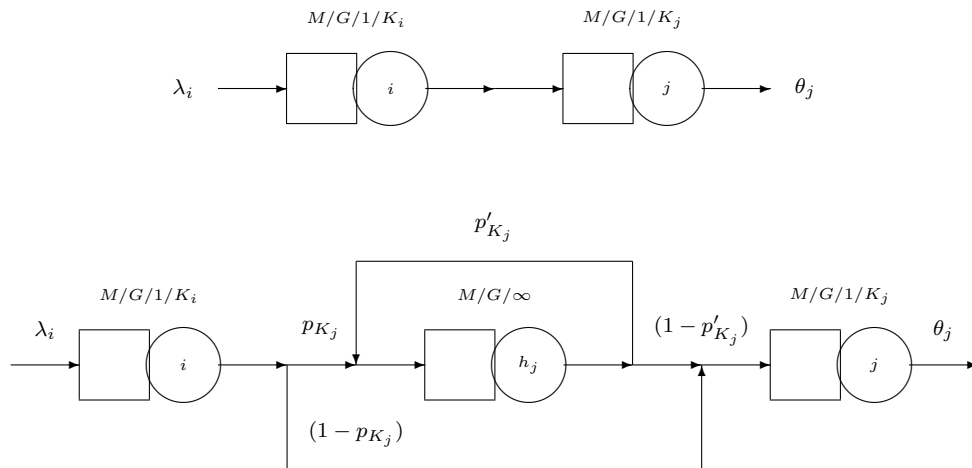


Figura 4: Esquema ilustrativo de utilização do Método de Expansão Generalizado.

Um resultado clássico, que é a “quase-reversibilidade” pode ser obtido para uma ampla gama de filas finitas. Em particular, para as filas finitas gerais dependentes do estado, $M/G/c/c$, de acordo com Cheah e MacGregor Smith (1994). A considerar que clientes perdidos pelo bloqueio são incluídos, o processo de saída segue distribuição Poisson. Diversos estudos apresentam resultados empíricos nesta direção como MacGregor Smith e Cruz (2005), MacGregor Smith, Cruz e van Woensel (2010), Cruz, Duarte e van Woensel (2008), Andriansyah et al. (2010), Cruz, van Woensel e MacGregor Smith (2010) e Cruz, Oliveira e Duczmal (2010). O GEM pode ser dividido em três estágios mais relevantes: *reconfiguração de rede*, *estimação dos parâmetros*, e *eliminação da retroalimentação*.

2.4.1 Reconfiguração de rede

Na reconfiguração de rede, um nó auxiliar h_j é criado e é modelado como uma fila $M/G/\infty$ com taxa de serviço μ_h posicionando antes de cada fila finita j . Ao deixar o nó i , em direção ao nó seguinte, j , o cliente pode ser bloqueado com probabilidade P_{K_j} , ou desbloqueado com probabilidade $(1 - P_{K_j})$. Em condição de bloqueio, os clientes são redirecionados para o nó h_j , e passam por um período de espera, isso

enquanto o nó j estiver ocupado. Posteriormente a este período de espera, o cliente pode ser novamente bloqueado, com uma probabilidade P'_{K_j} , para um segundo período de espera. O nó h_j contabiliza o tempo que um cliente deverá aguardar, até que possa, de fato, ser aceito no nó j . Além disso, contabiliza a taxa de chegada efetiva (isto é, descontado os efeitos de bloqueios) ao nó j .

2.4.2 Estimação de parâmetros

O procedimento de estimação de parâmetros tem principal interesse em estimar os valores P_K , P'_K , e a taxa μ_h (para simplificar foi omitido o subscrito referente ao nó j).

A probabilidade de bloqueio, P_K , é obtida pela aproximação descrita na equação (8).

$$P_k = \frac{\rho \left(\frac{2 + \sqrt{\rho} s^2 - \sqrt{\rho} + 2(k-1)}{2 + \sqrt{\rho} s^2 - \sqrt{\rho}} \right) (\rho - 1)}{\rho \left(\frac{2 + \sqrt{\rho} s^2 - \sqrt{\rho} + (k-1)}{2 + \sqrt{\rho} s^2 - \sqrt{\rho}} \right) - 1}, \quad (8)$$

Já a probabilidade de ocorrer um segundo bloqueio, P'_K , é obtida por uma aproximação via técnicas de difusão, desenvolvida por Labetoulle e Pujolle (1980):

$$P'_K = \left(\frac{\mu_j + \mu_h}{\mu_h} - \frac{\lambda \left((r_2^K - r_1^K) - (r_2^{K-1} - r_1^{K-1}) \right)}{\mu_h \left((r_2^{K+1} - r_1^{K+1}) - (r_2^K - r_1^K) \right)} \right)^{-1}, \quad (9)$$

em que r_1 e r_2 são as raízes do polinômio $\lambda - (\lambda + \mu_h + \mu_j)x + \mu_h x^2 = 0$, isso com $\lambda = \lambda_j - \lambda_h(1 - p'_K)$, em que λ_h é a taxa de chegada real ao nó artificial criado e λ_j a taxa de chegada real para o nó finito j , obtidas através da expressão $\lambda_j = \tilde{\lambda}_i(1 - p_K) = \tilde{\lambda}_i - \lambda_h$, em que $\tilde{\lambda}_i$ é a taxa de atendimento na fila antecessora.

Por fim, a taxa μ_h é obtida por meio de teoria da renovação:

$$\mu_h = \frac{2\mu_j}{1 + \sigma_j^2 \mu_j^2}, \quad (10)$$

em que σ_j^2 é a variância do tempo de serviço.

2.4.3 Eliminação da retroalimentação

Dadas as visitas repetidas ao nó artificial h_j , em decorrência da retroalimentação, um forte lastro de dependência no processo de chegada ao nó j é produzido. A eliminação desse efeito é obtida por um acréscimo adequado ao tempo de serviço no nó i , durante sua primeira passagem através do nó de retenção. A taxa de serviço ajustada, para o nó h_j , μ'_h , é então:

$$\mu'_h = (1 - p'_K) \mu_h. \quad (11)$$

O objetivo do GEM é propiciar uma estratégia de aproximação para as taxas de serviço dos nós i , isso claro, que levem em conta o bloqueio após serviço, causados por possíveis bloqueios no nós subsequentes ao nó j :

$$\tilde{\mu}_i^{-1} = \mu_i^{-1} + p_K (\mu'_h)^{-1}. \quad (12)$$

Para cada fila finita j posterior a uma fila finita i , um conjunto de equações não lineares simultâneas para as variáveis P_K , P'_K , e μ_h , associadas com outras variáveis auxiliares, como λ e $\tilde{\lambda}_i$. A solução dessas equações de forma simultânea executadas recursivamente possibilita o cálculo das medidas de desempenho da rede de filas:

$$\lambda = \lambda_j - \lambda_h(1 - P'_K), \quad (13)$$

$$\lambda_j = \tilde{\lambda}_i(1 - P_K), \quad (14)$$

$$\lambda_j = \tilde{\lambda}_i - \lambda_h, \quad (15)$$

$$P'_K = \left(\frac{\mu_j + \mu_h}{\mu_h} - \frac{\lambda \left((r_2^K - r_1^K) - (r_2^{K-1} - r_1^{K-1}) \right)}{\mu_h \left((r_2^{K+1} - r_1^{K+1}) - (r_2^K - r_1^K) \right)} \right)^{-1}, \quad (16)$$

$$z = (\lambda + 2\mu_h)^2 - 4\lambda\mu_h, \quad (17)$$

$$r_1 = \frac{[(\lambda + 2\mu_h) - \sqrt{z}]}{2\mu_h}, \quad (18)$$

$$r_2 = \frac{[(\lambda + 2\mu_h) + \sqrt{z}]}{2\mu_h}, \quad (19)$$

$$(20)$$

As equações (13) a (16) se referem às chegadas e também à retroalimentação do nó artificial h_j . As equações (17) a (19) são utilizadas para a resolução da Equação (16), em que z uma quantidade auxiliar, utilizada para simplificar o procedimento. Por fim, a equação (8) fornece a probabilidade de bloqueio para a fila. Assim, na prática são cinco equações para serem resolvidas, ou seja, as equações (13) a (16) e a também a equação (8).

Uma discussão mais profunda acerca da utilização e implementação do método de Powell em conjunto com o GEM na análise do RBCAP, bem como suas restrições e características de desempenho, foram descritas em van Woensel et al. (2010b).

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O mecanismo de otimização já foi testado em redes menores nas topologias *série*, *divisão* e *fusão* no trabalho de Martins et al. (2019). O objetivo do estudo era a identificação de possíveis padrões de alocação existentes, através da variação de parâmetros de interesse presentes em cada uma das topologias. As investigações anteriores trabalharam com a topologia série de até 6 vértices. A topologia divisão sempre com 3 vértices sendo 1 vértice se dividindo em 2 através de um vetor com duas probabilidades de roteamento. Por fim, a topologia divisão sempre com 3 vértices sendo 2 vértices se fundindo em 1. O presente estudo buscou a proposição do efeito na investigação da busca por soluções ótimas em uma rede mais complexa, todas as investigações se basearam na rede apresentada na figura 5 para diferentes estruturas de roteamento.

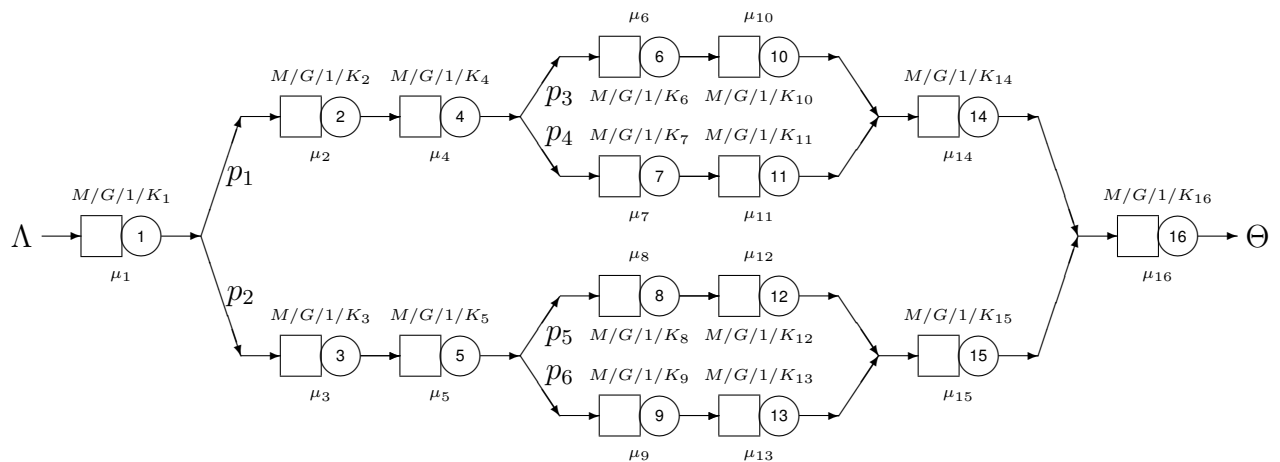


Figura 5: Uma rede complexa (adaptada de MacGregor Smith e Cruz (2005)).

Todos os algoritmos descritos foram implementados em FORTRAN e estão disponíveis, a pedido, para fins de pesquisa.

A topologia sob investigação foi testada com os seguintes quadrados dos coeficientes de variação dos tempos de serviço, $s^2 = 0,5$, $1,0$ e $1,5$. Assim, estão representados sistemas *hipoexponenciais* (isto é, com $s^2 = 0,5$), *markovianos* (com $s^2 = 1,0$) e *hiperexponenciais* (ou seja, com $s^2 = 1,5$). Além disso, o vetor de roteamento $p = (p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6)$ foi investigado com diversas configurações.

Na Figura 6 tem-se a representação gráfica dos padrões de alocação para as diferentes configurações de relações de custo entre servidores e *buffers* e quadrados dos coeficientes de variação dos tempos de serviço (s^2) com as probabilidade de roteamento $P = (0.1, 0.9, 0.3, 0.7, 0.5, 0.5)$, $P = (0.2, 0.8, 0.3, 0.7, 0.5, 0.5)$, $P = (0.3, 0.7, 0.3, 0.7, 0.5, 0.5)$, $P = (0.4, 0.6, 0.3, 0.7, 0.5, 0.5)$ e $P = (0.5, 0.5, 0.3, 0.7, 0.5, 0.5)$.

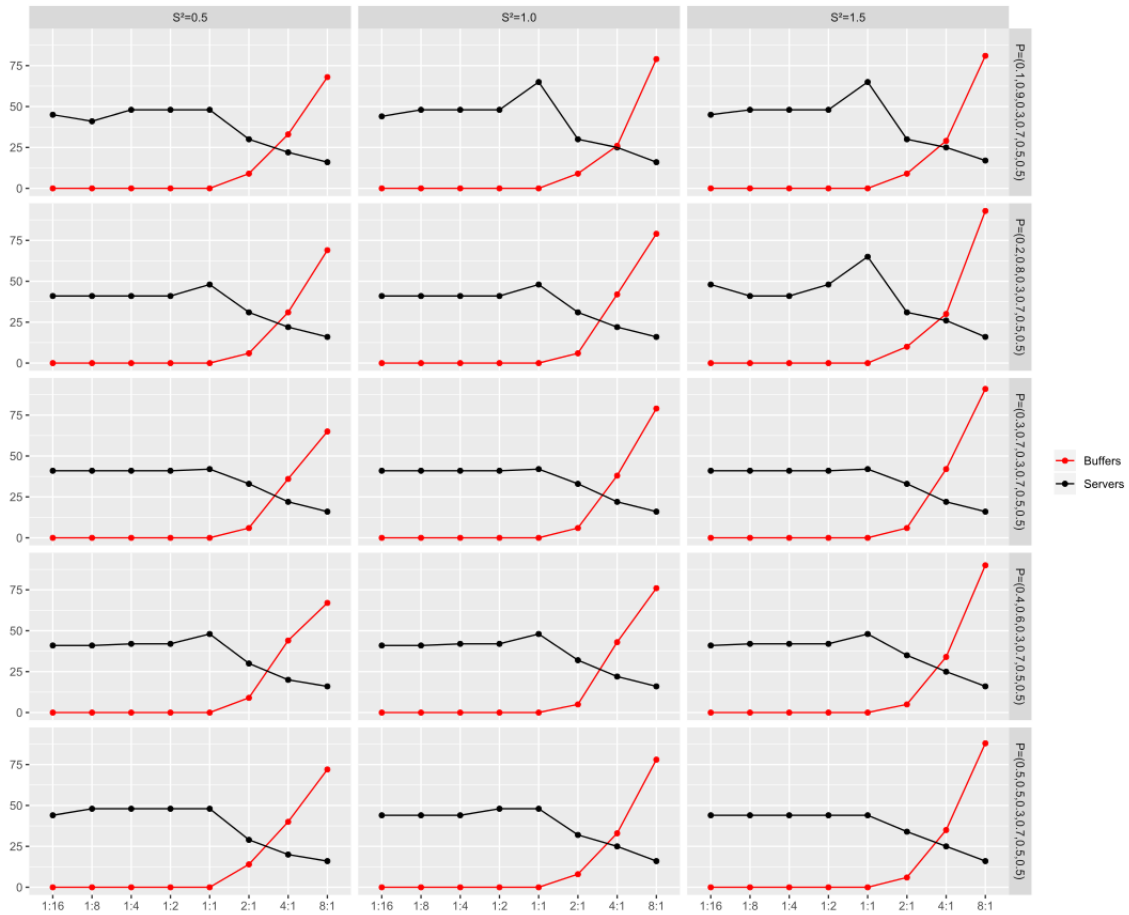


Figura 6: Padrão de alocação de *buffers* e servidores (a).

Nas Tabelas 1 a 5 encontram-se soluções sub-ótimas para roteamentos $P = (0.1, 0.9, 0.3, 0.7, 0.5, 0.5)$, $P = (0.2, 0.8, 0.3, 0.7, 0.5, 0.5)$, $P = (0.3, 0.7, 0.3, 0.7, 0.5, 0.5)$, $P = (0.4, 0.6, 0.3, 0.7, 0.5, 0.5)$ e $P = (0.5, 0.5, 0.3, 0.7, 0.5, 0.5)$. Verifica-se estabilização da alocação ótima em todos os cenários cujo custo de *buffers* é maior ou igual ao de servidores. Essa relação sofre alterações a medida que o custo de servidores se torna superior. Observa-se que quando o custo de servidores se torna 4 vezes maior que o de *buffers* as soluções ótimas gastam mais em *buffers* que em servidores.

Tabela 1: Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.1, 0.9, 0.3, 0.7, 0.5, 0.5)$

s^2	c/B	alocação	$\sum_i c_i$	$\sum_i K_i$	$\sum_i B_i$	$\Theta(c, B)$
0.5	1:16	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9993
	1:8	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9993
	1:4	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9993
	1:2	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9979
	1:1	$c = (4\ 2\ 3\ 2\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 2\ 4\ 4)$ $K = (4\ 2\ 3\ 2\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 2\ 4\ 4)$	45	45	0	4.9991
	2:1	$c = (3\ 1\ 3\ 1\ 3\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 3\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 1\ 2\ 3\ 3\ 1\ 2\ 3\ 3\ 2\ 3\ 3)$	30	39	9	4.9989
	4:1	$c = (2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3)$ $K = (5\ 2\ 5\ 2\ 5\ 1\ 2\ 5\ 5\ 1\ 2\ 5\ 5\ 2\ 5\ 3)$	22	55	33	4.9988
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (11\ 2\ 10\ 2\ 10\ 1\ 2\ 5\ 5\ 1\ 2\ 5\ 5\ 2\ 10\ 11)$	16	84	68	4.9990
1.0	1:16	$c = (4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 5\ 4\ 4\ 4\ 4)$ $K = (4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 5\ 4\ 4\ 4\ 4)$	65	65	0	5.0000
	1:8	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9990
	1:4	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9990
	1:2	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9990
	1:1	$c = (4\ 2\ 3\ 2\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 2\ 4\ 3)$ $K = (4\ 2\ 3\ 2\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 2\ 4\ 3)$	44	44	0	4.9987
	2:1	$c = (3\ 1\ 3\ 1\ 3\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 3\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 1\ 2\ 3\ 3\ 1\ 2\ 3\ 3\ 2\ 3\ 3)$	30	39	9	4.9984
	4:1	$c = (2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2)$ $K = (6\ 2\ 5\ 2\ 5\ 1\ 2\ 3\ 3\ 1\ 2\ 3\ 3\ 2\ 5\ 6)$	25	51	26	4.9988
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (13\ 2\ 11\ 2\ 11\ 1\ 2\ 6\ 6\ 1\ 2\ 6\ 6\ 2\ 11\ 13)$	16	95	79	4.9987
1.5	1:16	$c = (4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 5\ 4\ 4\ 4\ 4)$ $K = (4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 5\ 4\ 4\ 4\ 4)$	65	65	0	5.0000
	1:8	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9986
	1:4	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9986
	1:2	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9986
	1:1	$c = (4\ 2\ 3\ 2\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 2\ 3\ 5)$ $K = (4\ 2\ 3\ 2\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 2\ 3\ 5)$	45	45	0	4.9986
	2:1	$c = (3\ 1\ 3\ 1\ 3\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 3\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 1\ 2\ 3\ 3\ 1\ 2\ 3\ 3\ 2\ 3\ 3)$	30	39	9	4.9979
	4:1	$c = (2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2)$ $K = (6\ 2\ 6\ 2\ 6\ 1\ 2\ 3\ 3\ 1\ 2\ 3\ 3\ 2\ 6\ 6)$	25	54	29	4.9988
	8:1	$c = (1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (15\ 2\ 6\ 2\ 13\ 1\ 2\ 6\ 6\ 1\ 2\ 6\ 6\ 2\ 13\ 15)$	17	98	81	4.9984

Tabela 2: Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.2, 0.8, 0.3, 0.7, 0.5, 0.5)$

s^2	c/B	alocação	$\sum_i c_i$	$\sum_i K_i$	$\sum_i B_i$	$\Theta(c, B)$
0.5	1:16	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9994
	1:8	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9988
	1:4	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9988
	1:2	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9988
	1:1	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9988
	2:1	$c = (3\ 2\ 3\ 1\ 3\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 3\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 3\ 3\ 1\ 2\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3\ 3)$	31	37	6	4.9976
	4:1	$c = (2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3)$ $K = (5\ 3\ 4\ 3\ 4\ 2\ 2\ 4\ 4\ 2\ 2\ 4\ 4\ 3\ 4\ 3)$	22	53	31	4.9976
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (11\ 3\ 8\ 3\ 8\ 2\ 3\ 5\ 5\ 2\ 3\ 5\ 5\ 3\ 8\ 11)$	16	85	69	4.9990
1.0	1:16	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9992
	1:8	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9985
	1:4	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9985
	1:2	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9985
	1:1	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9985
	2:1	$c = (3\ 2\ 3\ 1\ 3\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 3\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 3\ 3\ 1\ 2\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3\ 3)$	31	37	6	4.9967
	4:1	$c = (2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3)$ $K = (6\ 3\ 5\ 3\ 5\ 2\ 3\ 5\ 5\ 2\ 3\ 5\ 5\ 3\ 5\ 4)$	22	64	42	4.9989
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (13\ 3\ 10\ 3\ 10\ 2\ 3\ 5\ 5\ 2\ 3\ 5\ 5\ 3\ 10\ 13)$	16	95	79	4.9987
1.5	1:16	$c = (4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 5\ 4\ 4\ 4\ 4)$ $K = (4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 5\ 4\ 4\ 4\ 4)$	65	65	0	5.0000
	1:8	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9989
	1:4	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9981
	1:2	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9981
	1:1	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9989
	2:1	$c = (3\ 2\ 3\ 1\ 3\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 3\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 3\ 3\ 1\ 2\ 3\ 3\ 1\ 2\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	31	41	10	4.9972
	4:1	$c = (2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 3)$ $K = (6\ 3\ 5\ 3\ 5\ 2\ 3\ 3\ 3\ 2\ 3\ 3\ 3\ 3\ 5\ 4)$	26	56	30	4.9987
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (15\ 4\ 11\ 4\ 11\ 2\ 3\ 6\ 6\ 2\ 3\ 6\ 6\ 4\ 11\ 15)$	16	109	93	4.9988

Tabela 3: Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.3, 0.7, 0.3, 0.7, 0.5, 0.5)$

s^2	c/B	alocação	$\sum_i c_i$	$\sum_i K_i$	$\sum_i B_i$	$\Theta(c, B)$
0.5	1:16	$c=(5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9992
	1:8	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9992
	1:4	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9992
	1:2	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9992
	1:1	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9992
	2:1	$c=(3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$ $K=(3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$	33	39	6	4.9986
	4:1	$c=(2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3)$ $K=(5\ 4\ 4\ 4\ 4\ 2\ 3\ 4\ 4\ 2\ 3\ 4\ 4\ 4\ 4\ 3)$	22	58	36	4.9986
	8:1	$c=(1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K=(11\ 4\ 7\ 4\ 7\ 2\ 3\ 4\ 4\ 2\ 3\ 4\ 4\ 4\ 7\ 11)$	16	81	65	4.9986
1.0	1:16	$c=(5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9990
	1:8	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9990
	1:4	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9990
	1:2	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9990
	1:1	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9990
	2:1	$c=(3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$ $K=(3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$	33	39	6	4.9981
	4:1	$c=(2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3)$ $K=(6\ 4\ 4\ 4\ 4\ 2\ 3\ 4\ 4\ 2\ 3\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4)$	22	60	38	4.9979
	8:1	$c=(1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K=(13\ 4\ 9\ 4\ 9\ 2\ 3\ 5\ 5\ 2\ 3\ 5\ 5\ 4\ 9\ 13)$	16	95	79	4.9987
1.5	1:16	$c=(5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9988
	1:8	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9987
	1:4	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9987
	1:2	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9987
	1:1	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9987
	2:1	$c=(3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$ $K=(3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$	33	39	6	4.9975
	4:1	$c=(2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3)$ $K=(6\ 4\ 4\ 4\ 4\ 2\ 3\ 5\ 5\ 2\ 3\ 5\ 5\ 4\ 4\ 4)$	22	64	42	4.9977
	8:1	$c=(1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K=(15\ 5\ 10\ 5\ 10\ 2\ 4\ 5\ 5\ 2\ 4\ 5\ 5\ 5\ 10\ 15)$	16	107	91	4.9988

Tabela 4: Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.4, 0.6, 0.3, 0.7, 0.5, 0.5)$

s^2	c/B	alocação	$\sum_i c_i$	$\sum_i K_i$	$\sum_i B_i$	$\Theta(c, B)$
0.5	1:16	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9996
	1:8	$c = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9991
	1:4	$c = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9991
	1:2	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9988
	1:1	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9988
	2:1	$c = (3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$	30	39	9	4.9972
	4:1	$c = (3\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 3)$ $K = (3\ 4\ 6\ 4\ 6\ 2\ 4\ 4\ 4\ 2\ 4\ 4\ 4\ 4\ 6\ 3)$	20	64	44	4.9981
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (11\ 5\ 6\ 5\ 6\ 2\ 4\ 4\ 4\ 2\ 4\ 4\ 4\ 5\ 6\ 11)$	16	83	67	4.9988
1.0	1:16	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9994
	1:8	$c = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9989
	1:4	$c = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9989
	1:2	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9985
	1:1	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9985
	2:1	$c = (3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$	32	37	5	4.9967
	4:1	$c = (2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3)$ $K = (6\ 5\ 4\ 5\ 4\ 2\ 4\ 4\ 4\ 2\ 4\ 4\ 4\ 5\ 4\ 4)$	22	65	43	4.9986
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (13\ 5\ 7\ 5\ 7\ 3\ 4\ 4\ 4\ 3\ 4\ 4\ 4\ 5\ 7\ 13)$	16	92	76	4.9984
1.5	1:16	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9992
	1:8	$c = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9986
	1:4	$c = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9986
	1:2	$c = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9986
	1:1	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9982
	2:1	$c = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 1\ 2\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3\ 3)$	35	40	5	4.9981
	4:1	$c = (2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 2\ 3)$ $K = (6\ 3\ 4\ 3\ 4\ 2\ 4\ 4\ 4\ 2\ 4\ 4\ 4\ 3\ 4\ 4)$	25	59	34	4.9981
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (15\ 6\ 8\ 6\ 8\ 3\ 4\ 5\ 5\ 3\ 4\ 5\ 5\ 6\ 8\ 15)$	16	106	90	4.9987

Tabela 5: Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.5, 0.5, 0.3, 0.7, 0.5, 0.5)$

s^2	c/B	alocação	$\sum_i c_i$	$\sum_i K_i$	$\sum_i B_i$	$\Theta(c, B)$	
0.5	1:16	$c = (3333333333333333)$ $K = (3333333333333333)$	48	48	0	4.9996	
	1:8	$c = (3333333333333333)$ $K = (3333333333333333)$	48	48	0	4.9996	
	1:4	$c = (3333333333333333)$ $K = (3333333333333333)$	48	48	0	4.9996	
	1:2	$c = (3333333333333333)$ $K = (3333333333333333)$	48	48	0	4.9996	
	1:1	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9996	
	2:1	$c = (3222212111221223)$ $K = (3333322332223333)$	29	43	14	4.9980	
	4:1	$c = (3111111111111113)$ $K = (3555524332433553)$	20	60	40	4.9974	
	8:1	$c = (1111111111111111)$ $K = (116666344434446611)$	16	88	72	4.9993	
	1.0	1:16	$c = (3333333333333333)$ $K = (3333333333333333)$	48	48	0	4.9994
		1:8	$c = (3333333333333333)$ $K = (3333333333333333)$	48	48	0	4.9994
1:4		$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9995	
1:2		$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9995	
1:1		$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9995	
2:1		$c = (3222212221222223)$ $K = (3333322222222333)$	32	40	8	4.9976	
4:1		$c = (2222211111111223)$ $K = (6333334443444334)$	25	58	33	4.9985	
8:1		$c = (1111111111111111)$ $K = (136666354435446613)$	16	94	78	4.9987	
1.5		1:16	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9994
		1:8	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9994
	1:4	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9994	
	1:2	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9994	
	1:1	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9994	
	2:1	$c = (3222222222222223)$ $K = (3333322222222333)$	34	40	6	4.9976	
	4:1	$c = (2222211111111223)$ $K = (6333335443544334)$	25	60	35	4.9983	
	8:1	$c = (1111111111111111)$ $K = (157777354435447715)$	16	104	88	4.9986	

Na Figura 7 novamente tem-se uma representação gráfica para os padrões de alocação em diferentes configurações de relações de custo entre servidores e *buffers* e quadrados dos coeficientes de variação dos tempos de serviço (s^2) com valores 0.5, 1.0 e 1.5, e ainda com vetores de probabilidade de roteamento $P = (0.1, 0.9, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$, $P = (0.2, 0.8, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$, $P = (0.3, 0.7, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$, $P = (0.4, 0.6, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$ e $P = (0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$.

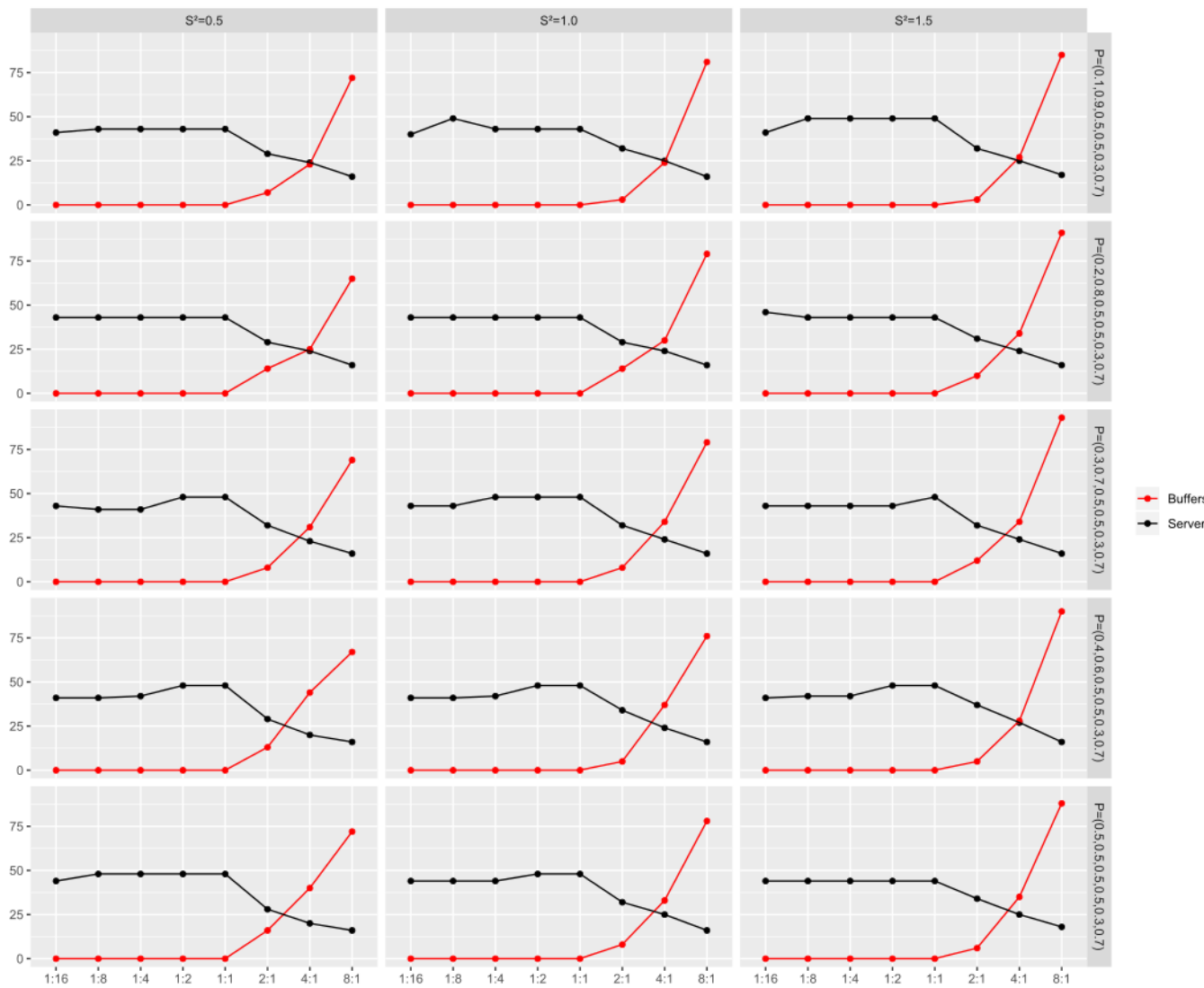


Figura 7: Padrão de alocação de *buffers* e servidores (b).

As Tabelas 6 a 10 apresentam soluções sub-ótimas referentes às soluções da figura 7.

Tabela 6: Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.1, 0.9, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$

s^2	c/B	alocação	$\sum_i c_i$	$\sum_i K_i$	$\sum_i B_i$	$\Theta(c, B)$
0.5	1:16	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9996
	1:8	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9996
	1:4	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9996
	1:2	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9996
	1:1	$c=(4\ 2\ 3\ 2\ 4\ 1\ 1\ 2\ 4\ 1\ 1\ 2\ 4\ 2\ 4\ 4)$ $K=(4\ 2\ 3\ 2\ 4\ 1\ 1\ 2\ 4\ 1\ 1\ 2\ 4\ 2\ 4\ 4)$	41	41	0	4.9993
	2:1	$c=(3\ 1\ 3\ 1\ 3\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 3\ 3)$ $K=(3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 1\ 1\ 1\ 3\ 3\ 1\ 1\ 2\ 3\ 2\ 3\ 3)$	29	36	7	4.9978
	4:1	$c=(2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 3)$ $K=(5\ 2\ 5\ 2\ 5\ 1\ 1\ 1\ 3\ 4\ 1\ 1\ 1\ 3\ 4\ 2\ 5\ 3)$	24	47	23	4.9982
	8:1	$c=(1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K=(11\ 2\ 10\ 2\ 10\ 2\ 2\ 4\ 7\ 2\ 2\ 4\ 7\ 2\ 10\ 11)$	16	88	72	4.9992
1.0	1:16	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9994
	1:8	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9994
	1:4	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9994
	1:2	$c=(5\ 2\ 5\ 2\ 5\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 5\ 5)$ $K=(5\ 2\ 5\ 2\ 5\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 5\ 5)$	49	49	0	4.9999
	1:1	$c=(4\ 2\ 4\ 2\ 4\ 1\ 1\ 2\ 4\ 1\ 1\ 2\ 3\ 2\ 4\ 3)$ $K=(4\ 2\ 4\ 2\ 4\ 1\ 1\ 2\ 4\ 1\ 1\ 2\ 3\ 2\ 4\ 3)$	40	40	0	4.9990
	2:1	$c=(3\ 1\ 3\ 1\ 3\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3\ 1\ 1\ 2\ 3\ 1\ 3\ 3)$ $K=(3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3\ 1\ 1\ 2\ 3\ 2\ 3\ 3)$	32	35	3	4.9981
	4:1	$c=(2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2)$ $K=(6\ 2\ 5\ 2\ 5\ 1\ 1\ 2\ 4\ 1\ 1\ 2\ 4\ 2\ 5\ 6)$	25	49	24	4.9983
	8:1	$c=(1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K=(13\ 2\ 11\ 2\ 11\ 2\ 2\ 4\ 8\ 2\ 2\ 4\ 8\ 2\ 11\ 13)$	16	97	81	4.9988
1.5	1:16	$c=(5\ 2\ 5\ 2\ 5\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 5\ 5)$ $K=(5\ 2\ 5\ 2\ 5\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 5\ 5)$	49	49	0	4.9998
	1:8	$c=(5\ 2\ 5\ 2\ 5\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 5\ 5)$ $K=(5\ 2\ 5\ 2\ 5\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 5\ 5)$	49	49	0	4.9998
	1:4	$c=(5\ 2\ 5\ 2\ 5\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 5\ 5)$ $K=(5\ 2\ 5\ 2\ 5\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 5\ 5)$	49	49	0	4.9998
	1:2	$c=(5\ 2\ 5\ 2\ 5\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 5\ 5)$ $K=(5\ 2\ 5\ 2\ 5\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 5\ 5)$	49	49	0	4.9998
	1:1	$c=(4\ 2\ 3\ 2\ 4\ 1\ 1\ 2\ 4\ 1\ 1\ 2\ 4\ 2\ 3\ 5)$ $K=(4\ 2\ 3\ 2\ 4\ 1\ 1\ 2\ 4\ 1\ 1\ 2\ 4\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9988
	2:1	$c=(3\ 1\ 3\ 1\ 3\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3\ 1\ 1\ 2\ 3\ 1\ 3\ 3)$ $K=(3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3\ 1\ 1\ 2\ 3\ 2\ 3\ 3)$	32	35	3	4.9975
	4:1	$c=(2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2)$ $K=(6\ 2\ 6\ 2\ 6\ 1\ 1\ 2\ 4\ 1\ 1\ 2\ 4\ 2\ 6\ 6)$	25	52	27	4.9982
	8:1	$c=(1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K=(15\ 2\ 6\ 2\ 13\ 2\ 2\ 4\ 9\ 2\ 2\ 4\ 9\ 2\ 13\ 15)$	17	102	85	4.9986

Tabela 7: Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.2, 0.8, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$

s^2	c/B	alocação	$\sum_i c_i$	$\sum_i K_i$	$\sum_i B_i$	$\Theta(c, B)$
0.5	1:16	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9998
	1:8	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9998
	1:4	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9998
	1:2	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9998
	1:1	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9998
	2:1	$c=(3\ 1\ 3\ 1\ 3\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 3\ 3)$ $K=(3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 2\ 2\ 3\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3\ 3\ 3)$	29	43	14	4.9987
	4:1	$c=(2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 3)$ $K=(5\ 3\ 4\ 3\ 4\ 2\ 2\ 3\ 3\ 2\ 2\ 3\ 3\ 3\ 4\ 3)$	24	49	25	4.9981
	8:1	$c=(1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K=(11\ 3\ 8\ 3\ 8\ 2\ 2\ 3\ 6\ 2\ 2\ 3\ 6\ 3\ 8\ 11)$	16	81	65	4.9986
1.0	1:16	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9997
	1:8	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9997
	1:4	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9997
	1:2	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9997
	1:1	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9997
	2:1	$c=(3\ 1\ 3\ 1\ 3\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 3\ 3)$ $K=(3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 2\ 2\ 3\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3\ 3\ 3)$	29	43	14	4.9980
	4:1	$c=(2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 3)$ $K=(6\ 3\ 5\ 3\ 5\ 2\ 2\ 3\ 3\ 2\ 2\ 3\ 3\ 3\ 5\ 4)$	24	54	30	4.9983
	8:1	$c=(1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K=(13\ 3\ 10\ 3\ 10\ 2\ 2\ 4\ 7\ 2\ 2\ 4\ 7\ 3\ 10\ 13)$	16	95	79	4.9987
1.5	1:16	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9996
	1:8	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9996
	1:4	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9996
	1:2	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9996
	1:1	$c=(4\ 2\ 4\ 2\ 4\ 2\ 2\ 2\ 4\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 4\ 5)$ $K=(4\ 2\ 4\ 2\ 4\ 2\ 2\ 2\ 4\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 4\ 5)$	46	46	0	4.9999
	2:1	$c=(3\ 2\ 3\ 1\ 3\ 1\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 3\ 3)$ $K=(3\ 2\ 3\ 3\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3\ 3\ 3)$	31	41	10	4.9976
	4:1	$c=(2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 3)$ $K=(6\ 3\ 5\ 3\ 5\ 2\ 2\ 4\ 4\ 2\ 2\ 4\ 4\ 3\ 5\ 4)$	24	58	34	4.9984
	8:1	$c=(1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K=(15\ 4\ 11\ 4\ 11\ 2\ 2\ 4\ 8\ 2\ 2\ 4\ 8\ 4\ 11\ 15)$	16	107	91	4.9985

Tabela 8: Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.3, 0.7, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$

s^2	c/B	alocação	$\sum_i c_i$	$\sum_i K_i$	$\sum_i B_i$	$\Theta(c, B)$
0.5	1:16	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9995
	1:8	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9995
	1:4	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9984
	1:2	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9984
	1:1	$c = (4\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 4\ 2\ 2\ 2\ 4\ 2\ 3\ 4)$ $K = (4\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 4\ 2\ 2\ 2\ 4\ 2\ 3\ 4)$	43	43	0	4.9997
	2:1	$c = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 3\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 3)$	32	40	8	4.9983
	4:1	$c = (3\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3)$ $K = (3\ 4\ 4\ 4\ 4\ 2\ 2\ 3\ 5\ 2\ 2\ 3\ 5\ 4\ 4\ 3)$	23	54	31	4.9980
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (11\ 4\ 7\ 4\ 7\ 3\ 3\ 3\ 6\ 3\ 3\ 3\ 6\ 4\ 7\ 11)$	16	85	69	4.9990
1.0	1:16	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9993
	1:8	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9993
	1:4	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9993
	1:2	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9996
	1:1	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9996
	2:1	$c = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 3\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 3)$	32	40	8	4.9976
	4:1	$c = (2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 3)$ $K = (6\ 4\ 4\ 4\ 4\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 4\ 4\ 4)$	24	58	34	4.9986
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (13\ 4\ 9\ 4\ 9\ 3\ 3\ 3\ 6\ 3\ 3\ 3\ 6\ 4\ 9\ 13)$	16	95	79	4.9987
1.5	1:16	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9991
	1:8	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9995
	1:4	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9995
	1:2	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9995
	1:1	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 5)$	43	43	0	4.9995
	2:1	$c = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 3)$	32	44	12	4.9981
	4:1	$c = (2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 3)$ $K = (6\ 4\ 4\ 4\ 4\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 4\ 4\ 4)$	24	58	34	4.9977
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (15\ 5\ 10\ 5\ 10\ 3\ 3\ 4\ 7\ 3\ 3\ 4\ 7\ 5\ 10\ 15)$	16	109	93	4.9989

Tabela 9: Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.4, 0.6, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$

s^2	c/B	alocação	$\sum_i c_i$	$\sum_i K_i$	$\sum_i B_i$	$\Theta(c, B)$
0.5	1:16	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9996
	1:8	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9996
	1:4	$c = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9988
	1:2	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9985
	1:1	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9985
	2:1	$c = (3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 3\ 3\ 3\ 2\ 3\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$	29	42	13	4.9972
	4:1	$c = (3\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 3)$ $K = (3\ 4\ 6\ 4\ 6\ 3\ 3\ 3\ 5\ 3\ 3\ 3\ 5\ 4\ 6\ 3)$	20	64	44	4.9981
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (1\ 1\ 5\ 6\ 5\ 6\ 3\ 3\ 3\ 5\ 3\ 3\ 3\ 5\ 5\ 6\ 1\ 1)$	16	83	67	4.9989
1.0	1:16	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9994
	1:8	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9994
	1:4	$c = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9984
	1:2	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9981
	1:1	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9981
	2:1	$c = (3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 3\ 3)$	34	39	5	4.9973
	4:1	$c = (2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 3)$ $K = (6\ 5\ 4\ 5\ 4\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 5\ 4\ 4)$	24	61	37	4.9988
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (1\ 3\ 5\ 7\ 5\ 7\ 3\ 3\ 3\ 6\ 3\ 3\ 3\ 6\ 5\ 7\ 1\ 3)$	16	92	76	4.9984
1.5	1:16	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9992
	1:8	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9992
	1:4	$c = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9981
	1:2	$c = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9981
	1:1	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9977
	2:1	$c = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3\ 3\ 3)$	37	42	5	4.9988
	4:1	$c = (2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 3)$ $K = (6\ 3\ 4\ 3\ 4\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 4\ 4)$	27	55	28	4.9985
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (1\ 5\ 6\ 8\ 6\ 8\ 4\ 4\ 3\ 6\ 4\ 4\ 3\ 6\ 6\ 8\ 1\ 5)$	16	106	90	4.9987

Tabela 10: Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$

s^2	c/B	alocação	$\sum_i c_i$	$\sum_i K_i$	$\sum_i B_i$	$\Theta(c, B)$
0.5	1:16	$c = (3333333333333333)$ $K = (3333333333333333)$	48	48	0	4.9996
	1:8	$c = (3333333333333333)$ $K = (3333333333333333)$	48	48	0	4.9996
	1:4	$c = (3333333333333333)$ $K = (3333333333333333)$	48	48	0	4.9996
	1:2	$c = (3333333333333333)$ $K = (3333333333333333)$	48	48	0	4.9996
	1:1	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9996
	2:1	$c = (3222211121112223)$ $K = (3333332223322333)$	28	44	16	4.9978
	4:1	$c = (3111111111111113)$ $K = (3555533243324553)$	20	60	40	4.9974
	8:1	$c = (1111111111111111)$ $K = (116666443444346611)$	16	88	72	4.9993
1.0	1:16	$c = (3333333333333333)$ $K = (3333333333333333)$	48	48	0	4.9994
	1:8	$c = (3333333333333333)$ $K = (3333333333333333)$	48	48	0	4.9994
	1:4	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9995
	1:2	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9995
	1:1	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9995
	2:1	$c = (322222122212223)$ $K = (3333322222222333)$	32	40	8	4.9976
	4:1	$c = (2222211111111223)$ $K = (6333344344434334)$	25	58	33	4.9985
	8:1	$c = (1111111111111111)$ $K = (36666443544356613)$	16	94	78	4.9987
1.5	1:16	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9994
	1:8	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9994
	1:4	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9994
	1:2	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9994
	1:1	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9994
	2:1	$c = (322222222222223)$ $K = (3333322222222333)$	34	40	6	4.9976
	4:1	$c = (2222211111111223)$ $K = (6333344354435334)$	25	60	35	4.9983
	8:1	$c = (1111111111111111)$ $K = (157777443544357715)$	16	104	88	4.9986

As Tabelas anteriores (de 6 a 10) apresentam as soluções sub-ótimas de redes de filas para vetores com as probabilidades de roteamento sendo $P = (0.1, 0.9, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$, $P = (0.2, 0.8, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$, $P = (0.3, 0.7, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$, $P = (0.4, 0.6, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$ e $P = (0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$ nas quais alguns aspectos e padrões de alocação são verificados. Para o vetor de probabilidade de roteamento $P = (0.1, 0.9, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$ verificou-se que apenas no caso mais extremo de elevação do custo dos servidores em relação ao custo dos *buffers* que ocorreu uma maior alocação de *buffers*. Este resultado independe se tratamos de atendimentos hipoeponenciais, hiperexponenciais ou puramente exponenciais.

Já para avaliar os demais vetores de probabilidades de roteamentos, $P = (0.2, 0.8, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$, $P = (0.3, 0.7, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$, $P = (0.4, 0.6, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$ e $P = (0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.3, 0.7)$ a partir da relação de custo 4 por 1 do custo de servidores em relação ao custo de *buffers* as soluções sub-ótimas apresentam uma alocação de *buffers* superior ao número de usuários.

Vale observar que se a relação de custos deixa o custo de *buffers* maior ou igual ao custo dos servidores, as soluções encontradas constroem sistemas do tipo zero-*buffer* o que é bastante razoável pensando em termos de produtividade da rede de filas.

Uma comparação entre as Tabelas 1 a 5 e Tabelas 6 a 10 ilustra que mesmo com algumas variações entre os vetores de probabilidades de roteamento não existem impactos que sejam suficientes para afetar globalmente a estrutura de alocação de áreas de circulação e dos servidores nas filas da rede.

Ao analisar a distribuição dos servidores nos vetores c (servidores) apresentados nas Tabelas 6 a 10, verifica-se uma estrutura de distribuição quase simétrica. Já para o vetor K que agrupa os servidores e *buffers* alocados essa simetria tende a desaparecer a medida que o custo dos servidores fica mais elevado que o custo dos *buffers*.

Por fim, a Figura 8 mostra uma representação gráfica dos padrões de alocação para as diferentes configurações de relações de custo entre servidores e *buffers* e também de quadrados dos coeficientes de variação dos tempos de serviço (s^2) fazendo sistemas com atendimento hipoexponencial, hiperexponencial e exponencial. Além disso para com vetores de probabilidade de roteamento $P = (0.1, 0.9, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$, $P = (0.2, 0.8, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$, $P = (0.3, 0.7, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$, $P = (0.4, 0.6, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$ e $P = (0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$.

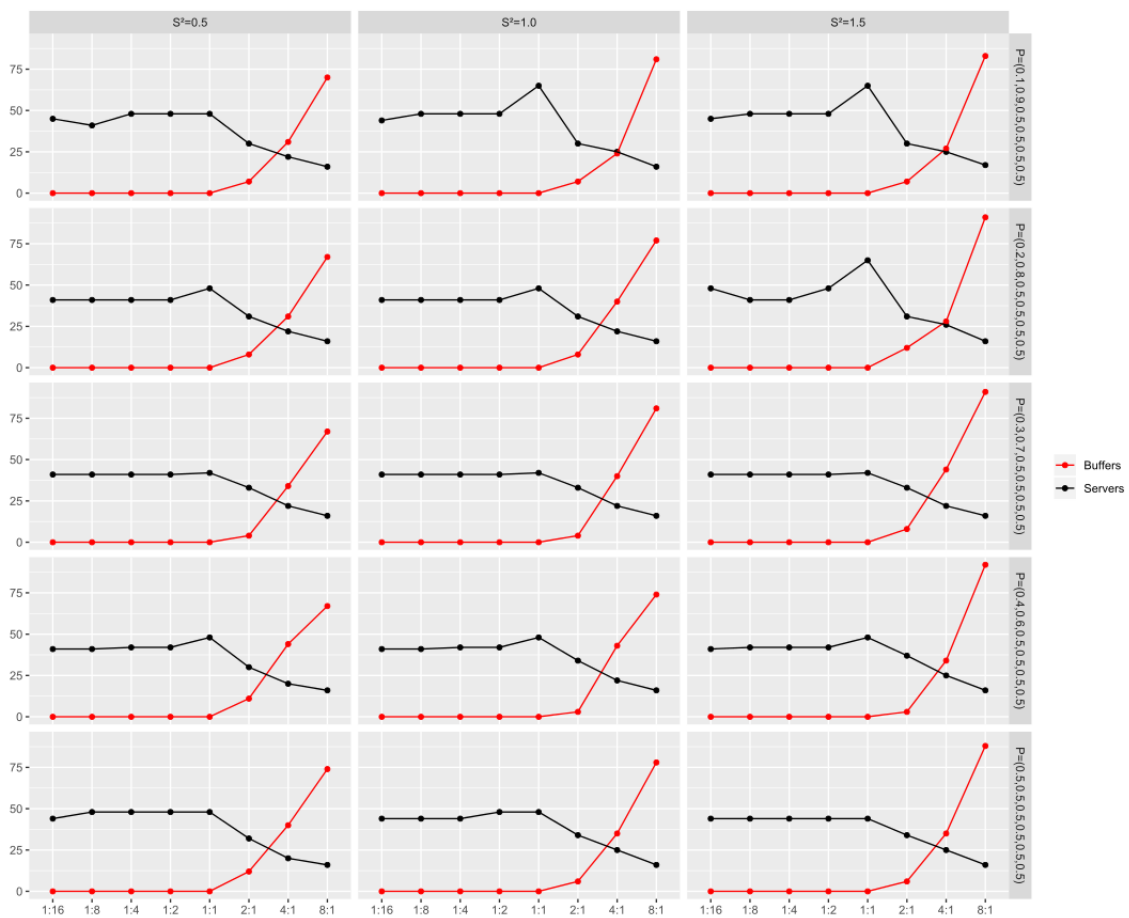


Figura 8: Padrão de alocação de *buffers* e servidores (c).

Nas Tabelas 11 a 15 encontram-se soluções sub-ótimas de redes para roteamentos $P = (0.1, 0.9, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$, $P = (0.2, 0.8, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$, $P = (0.3, 0.7, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$, $P = (0.4, 0.6, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$ e $P = (0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$. Novamente as filas do sistema tendem a trabalhar com configuração zero-*buffer* quando a relação de custos faz o custo de *buffers* maior ou igual ao custo de servidores.

Tabela 11: Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.1, 0.9, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$

s^2	c/B	alocação	$\sum_i c_i$	$\sum_i K_i$	$\sum_i B_i$	$\Theta(c, B)$
0.5	1:16	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9993
	1:8	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9993
	1:4	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9993
	1:2	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9979
	1:1	$c = (4\ 2\ 3\ 2\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 2\ 4\ 4)$ $K = (4\ 2\ 3\ 2\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 2\ 4\ 4)$	45	45	0	4.9994
	2:1	$c = (3\ 1\ 3\ 1\ 3\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 3\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 1\ 1\ 3\ 3\ 1\ 1\ 3\ 3\ 1\ 1\ 3\ 3\ 2\ 3\ 3)$	30	37	7	4.9985
	4:1	$c = (2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3)$ $K = (5\ 2\ 5\ 2\ 5\ 1\ 1\ 5\ 5\ 1\ 1\ 5\ 5\ 1\ 1\ 5\ 2\ 5\ 3)$	22	53	31	4.9983
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (11\ 2\ 10\ 2\ 10\ 2\ 2\ 5\ 5\ 2\ 2\ 5\ 5\ 2\ 2\ 10\ 11)$	16	86	70	4.9991
1.0	1:16	$c = (4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 5\ 4\ 4\ 4\ 4)$ $K = (4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 5\ 4\ 4\ 4\ 4)$	65	65	0	5.0000
	1:8	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9990
	1:4	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9990
	1:2	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9990
	1:1	$c = (4\ 2\ 3\ 2\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 2\ 4\ 3)$ $K = (4\ 2\ 3\ 2\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 2\ 4\ 3)$	44	44	0	4.9989
	2:1	$c = (3\ 1\ 3\ 1\ 3\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 3\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 1\ 1\ 3\ 3\ 1\ 1\ 3\ 3\ 1\ 1\ 3\ 3\ 2\ 3\ 3)$	30	37	7	4.9979
	4:1	$c = (2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2)$ $K = (6\ 2\ 5\ 2\ 5\ 1\ 1\ 3\ 3\ 1\ 1\ 3\ 3\ 1\ 1\ 3\ 3\ 2\ 5\ 6)$	25	49	24	4.9983
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (13\ 2\ 11\ 2\ 11\ 2\ 2\ 6\ 6\ 2\ 2\ 6\ 6\ 2\ 2\ 11\ 13)$	16	97	81	4.9988
1.5	1:16	$c = (4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 5\ 4\ 4\ 4\ 4)$ $K = (4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 5\ 4\ 4\ 4\ 4)$	65	65	0	5.0000
	1:8	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9986
	1:4	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9986
	1:2	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9986
	1:1	$c = (4\ 2\ 3\ 2\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 2\ 3\ 5)$ $K = (4\ 2\ 3\ 2\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 1\ 1\ 4\ 4\ 2\ 3\ 5)$	45	45	0	4.9989
	2:1	$c = (3\ 1\ 3\ 1\ 3\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 3\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 1\ 1\ 3\ 3\ 1\ 1\ 3\ 3\ 1\ 1\ 3\ 3\ 2\ 3\ 3)$	30	37	7	4.9973
	4:1	$c = (2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2)$ $K = (6\ 2\ 6\ 2\ 6\ 1\ 1\ 3\ 3\ 1\ 1\ 3\ 3\ 1\ 1\ 3\ 3\ 2\ 6\ 6)$	25	52	27	4.9982
	8:1	$c = (1\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (15\ 2\ 6\ 2\ 13\ 2\ 2\ 6\ 6\ 2\ 2\ 6\ 6\ 2\ 2\ 13\ 15)$	17	100	83	4.9985

Tabela 12: Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.2, 0.8, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$

s^2	c/B	alocação	$\sum_i c_i$	$\sum_i K_i$	$\sum_i B_i$	$\Theta(c, B)$
0.5	1:16	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9994
	1:8	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9988
	1:4	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9988
	1:2	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9988
	1:1	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9988
	2:1	$c = (3\ 2\ 3\ 1\ 3\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 3\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 3\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3\ 3)$	31	39	8	4.9981
	4:1	$c = (2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3)$ $K = (5\ 3\ 4\ 3\ 4\ 2\ 2\ 4\ 4\ 2\ 2\ 4\ 4\ 3\ 4\ 3)$	22	53	31	4.9977
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (11\ 3\ 8\ 3\ 8\ 2\ 2\ 5\ 5\ 2\ 2\ 5\ 5\ 3\ 8\ 11)$	16	83	67	4.9988
1.0	1:16	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9992
	1:8	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9985
	1:4	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9985
	1:2	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9985
	1:1	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9985
	2:1	$c = (3\ 2\ 3\ 1\ 3\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 3\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 3\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3\ 3)$	31	39	8	4.9975
	4:1	$c = (2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3)$ $K = (6\ 3\ 5\ 3\ 5\ 2\ 2\ 5\ 5\ 2\ 2\ 5\ 5\ 3\ 5\ 4)$	22	62	40	4.9987
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (13\ 3\ 10\ 3\ 10\ 2\ 2\ 5\ 5\ 2\ 2\ 5\ 5\ 3\ 10\ 13)$	16	93	77	4.9985
1.5	1:16	$c = (4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 5\ 4\ 4\ 4\ 4)$ $K = (4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 5\ 4\ 4\ 4\ 4)$	65	65	0	5.0000
	1:8	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9989
	1:4	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9981
	1:2	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9981
	1:1	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9989
	2:1	$c = (3\ 2\ 3\ 1\ 3\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 3\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 3\ 3\ 2\ 2\ 3\ 3\ 2\ 2\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	31	43	12	4.9981
	4:1	$c = (2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 3)$ $K = (6\ 3\ 5\ 3\ 5\ 2\ 2\ 3\ 3\ 2\ 2\ 3\ 3\ 3\ 5\ 4)$	26	54	28	4.9985
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (15\ 4\ 11\ 4\ 11\ 2\ 2\ 6\ 6\ 2\ 2\ 6\ 6\ 4\ 11\ 15)$	16	107	91	4.9986

Tabela 13: Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.3, 0.7, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$

s^2	c/B	alocação	$\sum_i c_i$	$\sum_i K_i$	$\sum_i B_i$	$\Theta(c, B)$
0.5	1:16	$c=(5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9993
	1:8	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9992
	1:4	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9992
	1:2	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9992
	1:1	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9992
	2:1	$c=(3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$ $K=(3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$	33	37	4	4.9980
	4:1	$c=(2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3)$ $K=(5\ 4\ 4\ 4\ 4\ 2\ 2\ 4\ 4\ 2\ 2\ 4\ 4\ 4\ 4\ 3)$	22	56	34	4.9980
	8:1	$c=(1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K=(11\ 4\ 7\ 4\ 7\ 3\ 3\ 4\ 4\ 3\ 3\ 4\ 4\ 4\ 7\ 11)$	16	88	67	4.9987
1.0	1:16	$c=(5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9991
	1:8	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9990
	1:4	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9990
	1:2	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9990
	1:1	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9990
	2:1	$c=(3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$ $K=(3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$	33	37	4	4.9972
	4:1	$c=(2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3)$ $K=(6\ 4\ 4\ 4\ 4\ 3\ 3\ 4\ 4\ 3\ 3\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4)$	22	62	40	4.9981
	8:1	$c=(1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K=(13\ 4\ 9\ 4\ 9\ 3\ 3\ 5\ 5\ 3\ 3\ 5\ 5\ 4\ 9\ 13)$	16	97	81	4.9990
1.5	1:16	$c=(5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9988
	1:8	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9987
	1:4	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9987
	1:2	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9987
	1:1	$c=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K=(5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9987
	2:1	$c=(3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$ $K=(3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 3\ 3\ 2\ 2\ 3\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$	33	41	8	4.9978
	4:1	$c=(2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3)$ $K=(6\ 4\ 4\ 4\ 4\ 3\ 3\ 5\ 5\ 3\ 3\ 5\ 5\ 4\ 4\ 4)$	22	66	44	4.9980
	8:1	$c=(1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K=(15\ 5\ 10\ 5\ 10\ 3\ 3\ 5\ 5\ 3\ 3\ 5\ 5\ 5\ 10\ 15)$	16	107	91	4.9988

Tabela 14: Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.4, 0.6, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$

s^2	c/B	alocação	$\sum_i c_i$	$\sum_i K_i$	$\sum_i B_i$	$\Theta(c, B)$
0.5	1:16	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9996
	1:8	$c = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9992
	1:4	$c = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9992
	1:2	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9989
	1:1	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9989
	2:1	$c = (3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 3\ 3\ 2\ 2\ 3\ 3\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$	30	41	11	4.9976
	4:1	$c = (3\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 3)$ $K = (3\ 4\ 6\ 4\ 6\ 3\ 3\ 4\ 4\ 3\ 3\ 4\ 4\ 4\ 6\ 3)$	20	64	44	4.9981
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (11\ 5\ 6\ 5\ 6\ 3\ 3\ 4\ 4\ 3\ 3\ 4\ 4\ 5\ 6\ 11)$	16	83	67	4.9988
1.0	1:16	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9994
	1:8	$c = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9989
	1:4	$c = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9989
	1:2	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9986
	1:1	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9986
	2:1	$c = (3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3)$ $K = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$	34	37	3	4.9971
	4:1	$c = (2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3)$ $K = (6\ 5\ 4\ 5\ 4\ 3\ 3\ 4\ 4\ 3\ 3\ 4\ 4\ 5\ 4\ 4)$	22	65	43	4.9987
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (13\ 5\ 7\ 5\ 7\ 3\ 3\ 4\ 4\ 3\ 3\ 4\ 4\ 5\ 7\ 13)$	16	90	74	4.9982
1.5	1:16	$c = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$	48	48	0	4.9992
	1:8	$c = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9987
	1:4	$c = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9987
	1:2	$c = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 3\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	42	42	0	4.9987
	1:1	$c = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$ $K = (5\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 5)$	41	41	0	4.9983
	2:1	$c = (3\ 2\ 3\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3)$ $K = (3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3\ 3)$	37	40	3	4.9986
	4:1	$c = (2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 2\ 3)$ $K = (6\ 3\ 4\ 3\ 4\ 3\ 3\ 4\ 4\ 3\ 3\ 4\ 4\ 3\ 4\ 4)$	25	59	34	4.9983
	8:1	$c = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$ $K = (15\ 6\ 8\ 6\ 8\ 4\ 4\ 5\ 5\ 4\ 4\ 5\ 5\ 6\ 8\ 15)$	16	108	92	4.9989

Tabela 15: Resultados do BCAP para o vetor de roteamento $P = (0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$

s^2	c/B	alocação	$\sum_i c_i$	$\sum_i K_i$	$\sum_i B_i$	$\Theta(c, B)$
0.5	1:16	$c = (3333333333333333)$ $K = (3333333333333333)$	48	48	0	4.9996
	1:8	$c = (3333333333333333)$ $K = (3333333333333333)$	48	48	0	4.9996
	1:4	$c = (3333333333333333)$ $K = (3333333333333333)$	48	48	0	4.9996
	1:2	$c = (3333333333333333)$ $K = (3333333333333333)$	48	48	0	4.9996
	1:1	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9998
	2:1	$c = (2222222222222222)$ $K = (5333322222222335)$	32	44	12	4.9989
	4:1	$c = (3111111111111113)$ $K = (335553333333551)$	20	60	40	4.9974
	8:1	$c = (1111111111111111)$ $K = (11666644444446611)$	16	90	74	4.9994
1.0	1:16	$c = (3333333333333333)$ $K = (3333333333333333)$	48	48	0	4.9994
	1:8	$c = (3333333333333333)$ $K = (3333333333333333)$	48	48	0	4.9994
	1:4	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9997
	1:2	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9997
	1:1	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9997
	2:1	$c = (3222222222222223)$ $K = (3333322222222333)$	34	40	6	4.9971
	4:1	$c = (2222211111111223)$ $K = (633334444444334)$	25	60	35	4.9987
	8:1	$c = (1111111111111111)$ $K = (13666644444446613)$	16	94	78	4.9982
1.5	1:16	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9996
	1:8	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9996
	1:4	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9996
	1:2	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9996
	1:1	$c = (5333322222222335)$ $K = (5333322222222335)$	44	44	0	4.9996
	2:1	$c = (3222222222222223)$ $K = (3333322222222333)$	34	40	6	4.9979
	4:1	$c = (2222211111111223)$ $K = (633334444444334)$	25	60	35	4.9983
	8:1	$c = (1111111111111111)$ $K = (15777744444447715)$	16	104	88	4.9986

O volume de *buffers* alocados é superior ao volume de servidores somente quando o custo dos servidores é pelo menos 4 vezes maior que o custo dos *buffers*. Isso não ocorreu apenas em um dos casos, que foi verificado para serviço exponencial com o vetor de probabilidades de roteamento $P = (0.1, 0.9, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$. Tal efeito se deve ao grande desequilíbrio no primeiro roteamento da rede de filas.

Para sistemas hipoexponenciais é possível verificar que enquanto os recursos em *buffers* são mais onerosos que os recursos em servidores, as alocações fornecidas pelo método são em geral homogêneas nas 16 filas. Esse efeito começa a desaparecer quando o custo se torna igual. A medida que o custo em servidores se torna mais elevado, o conhecido efeito bacia, para alocação de recursos, começa a surgir na alocação de k (*buffers*+servidores), com uma maior alocação nas extremidades da rede e menor no centro da rede.

Vale ressaltar que se a relação de custos deixa o custo de *buffers* maior ou igual ao custo dos servidores, as soluções encontradas constroem sistemas do tipo zero-*buffer* o que é bastante razoável pensando em termos de produtividade da rede de filas.

O efeito anterior se repete em sistemas exponenciais, ou seja, *buffers* mais onerosos que servidores levam para alocações mais homogêneas e servidores mais caros que *buffers* levam ao efeito bacia na alocação de k (*buffers*+servidores).

Para sistemas hiperexponenciais é possível verificar que o efeito bacia ocorre em praticamente todas as alocações, porém é menos evidente quando os servidores custam o dobro dos *buffers*. Novamente se a relação de custos deixa o custo de *buffers* maior ou igual ao custo dos servidores, as soluções encontradas constroem sistemas do tipo zero-*buffer*.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo propõe uma continuidade dos trabalhos apresentados em van Woensel et al. (2010b), Cruz e van Woensel (2014) e Martins et al. (2019). Estes estudos tratam da análise do *problema de alocação conjunta de servidores e áreas de espera* (BCAP).

Propõe ainda, um breve levantamento da bibliografia com estudo recentes na área de alocação em redes das filas. Principalmente para o BCAP e da sua formulação em termos de um modelo de programação matemática. Além de estratégias para relaxação das complexas restrições impostas pelo problema.

Além disso, a execução deste estudo permitiu aprofundamento na utilização da linguagem \TeX . Trata-se de um editor de textos que é padrão na confecção de textos estatísticos e de outras áreas de estudo em vários níveis de pesquisa.

Foi apresentado o algoritmo de Powell. Um eficaz algoritmo de otimização que dispensa o uso de derivadas. Esse algoritmo é apropriado para a resolução de problemas de programação não linear inteira como o BCAP em estudo nesta pesquisa.

O estudo exigiu ainda a capacitação para o planejamento de uma extensa gama de experimentos. Muitas execuções de simulação computacional foram necessárias para a realização da presente investigação.

A principal contribuição deste trabalho se refere à identificação de alocações ótimas em uma rede de filas complexa com diversas configurações de roteamento. A complexidade da rede se mostra no fato de apresentar conjuntamente as topologias em série, divisão e fusão.

Observa-se que, apesar da complexa topologia da rede em estudo, a alocação de servidores e áreas de espera apresenta resultados homogêneos para todos os casos. É sugerida ausência de áreas de espera (sistemas *zero-buffer*) para situações nas quais os custos de espaços de espera sejam superiores aos (ou não tão distantes dos) custos de servidores.

Por outro lado, ocorre crescimento de consumo de recurso em alocação de tais áreas de espera quanto o custo do servidor se torna mais elevado. Esta constatação pode colaborar para a resolução do problema para redes de filas mais gerais. Além disso, pode também auxiliar na interpretação de problemas reais modelados por redes de filas.

4.1 PROPOSTAS DE CONTINUIDADE

Como trabalhos futuros, podem-se citar os seguintes:

- Análise dos padrões obtidos em redes de filas complexas combinando as três topologias básicas;
- Verificação da homogeneidade das soluções com oscilações nas taxas de serviço μ_j ;
- Investigação das soluções do BCAP em redes de filas com tempos de chegada gerais e independentes, ou seja em redes do tipo $G/G/c/K$, na notação de Kendall (1953);
- Alocação ótima em redes de filas com ciclos, que podem modelar o retrabalho, dentre diversas outras possibilidades.

Investigações futuras também incluem a avaliação da qualidade na estimação de outras medidas de desempenho das filas da rede, tais como a probabilidade da ociosidade do servidor, $P(M = 0)$, o tempo de espera no sistema, W , e o tempo médio de permanência na fila, W_q . Outras investigações com filas de estruturas distintas, tais como filas markovianas multi-servidoras infinitas, $M/M/c$, finitas, $M/M/c/K$, e assim por diante. Estes são apenas alguns tópicos para trabalhos futuros nesta instigante linha de pesquisa.

REFERÊNCIAS

- Andriansyah, R. et al. Performance optimization of open zero-buffer multi-server queueing networks. *Computers & Operations Research*, v. 37, n. 8, p. 1472–1487, 2010.
- Cheah, J. Y.; MacGregor Smith, J. Generalized $m/g/c/c$ state dependent queueing models and pedestrian traffic flows. *Queueing Systems*, Springer, v. 15, n. 1-4, p. 365–386, 1994.
- Cruz, F. R. B.; Duarte, A. R.; van Woensel, T. Buffer allocation in general single-server queueing networks. *Computers & Operations Research*, v. 35, n. 11, p. 3581–3598, 2008.
- Cruz, F. R. B. et al. Throughput maximization of queueing networks with simultaneous minimization of service rates and buffers. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2012, n. Article ID 692593, p. 19 pages, 2012.
- Cruz, F. R. B.; Oliveira, P. C.; Duczmal, L. State-dependent stochastic mobility model in mobile communication networks. *Simulation Modelling Practice and Theory*, v. 18, n. 3, p. 348–365, 2010.
- Cruz, F. R. B.; van Woensel, T. Finite queueing modeling and optimization: A selected review. *Journal of Applied Mathematics*, Hindawi Publishing Corporation, v. 2014, 2014.
- Cruz, F. R. B.; van Woensel, T.; MacGregor Smith, J. Buffer and throughput trade-offs in $M/G/1/K$ queueing networks: A bi-criteria approach. *International Journal of Production Economics*, v. 125, n. 2, p. 224–234, 2010. ISSN 0925-5273.
- Daskalaki, S.; MacGregor Smith, J. Combining routing and buffer allocation problems in series-parallel queueing networks. *Annals of Operations Research*, v. 125, n. 1-4, p. 47–68, 2004. ISSN 0254-5330.
- Himmelblau, D. M. *Applied Nonlinear Programming*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1972.
- Kendall, D. G. Stochastic processes occurring in the theory of queues and their analysis by the method of embedded Markov chains. *Annals Mathematical Statistics*, v. 24, p. 338–354, 1953.
- Kerbache, L.; MacGregor Smith, J. Multi-objective routing within large scale facilities using open finite queueing networks. *European Journal of Operational Research*, v. 121, n. 1, p. 105–123, 2000.
- Labetoulle, J.; Pujolle, G. Isolation method in a network of queues. *IEEE Transactions on Software Engineering*, IEEE, v. 4, p. 373–381, 1980.
- MacGregor Smith, J.; Cruz, F. R. B. The buffer allocation problem for general finite buffer queueing networks. *IIE Transactions*, v. 37, n. 4, p. 343–365, 2005.

- MacGregor Smith, J.; Cruz, F. R. B.; van Woensel, T. Optimal server allocation in general, finite, multi-server queueing networks. *Applied Stochastic Models in Business & Industry*, v. 26, n. 6, p. 705–736, 2010.
- MacGregor Smith, J.; CRUZ, F. R. B.; van Woensel, T. Topological network design of general, finite, multi-server queueing networks. *European Journal of Operational Research*, v. 201, n. 2, p. 427–441, 2010.
- Martins, H. S. R. et al. Modeling and optimization of buffers and servers in finite queueing networks. *OPSEARCH*, Springer, v. 56, n. 1, p. 123–150, 2019.
- Spieckermann, S. et al. Simulation-based optimization in the automotive industry—a case study on body shop design. *Simulation*, SCS Society for Computer Simulation, v. 75, n. 5/6, p. 276–286, 2000.
- van Woensel, T. et al. Allocation in general multi-server queueing networks. *International Transactions in Operational Research*, v. 17, n. 2, p. 257–286, 2010.
- van Woensel, T. et al. Buffer and server allocation in general multi-server queueing networks. *International Transactions in Operational Research*, Wiley Online Library, v. 17, n. 2, p. 257–286, 2010.
- van Woensel, T.; Cruz, F. R. B. Optimal routing in general finite multi-server queueing networks. *PLoS ONE*, Public Library of Science, v. 9, n. 7, p. e102075, 07 2014. Disponível em:
- Yang, X. S. *Engineering Optimization: An Introduction with Metaheuristic Applications*. 1st. ed. [S.l.]: Wiley Publishing, 2010. ISBN 0470582464, 9780470582466.