Universidade Federal de Ouro Preto
Instituto de Ciências Sociais Aplicadas ICSA
Departamento de Economia

UMA EXTENSÃO DO MODELO DE EQUILÍBRIO GERAL COM PRODUÇÃO

MARINA ALMEIDA FERRAZ MARTINS

MARIANA, MG, 2020.

UMA EXTENSÃO DO MODELO DE EQUILÍBRIO GERAL COM PRODUÇÃO

Monografia apresentada ao Curso de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau em Bacharel em Ciências Econômicas.

ORIENTADOR: MARTIN HARRY VARGAS BARRENECHEA

MARIANA - MG

FEVEREIRO DE 2020

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

M386e Martins, Marina Almeida Ferraz .
Uma extensão do modelo de equilíbrio geral com produção. [manuscrito] / Marina Almeida Ferraz Martins. Marina Martins. - 2020.
40 f.

Orientador: Prof. Dr. Martin Barrenechea.
Monografia (Bacharelado). Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Sociais Aplicadas. Graduação em Ciências Econômicas .

1. Administração da produção. 2. Produção (Teoria econômica). 3. Mercados. I. Martins, Marina. II. Barrenechea, Martin. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 330.12

Bibliotecário(a) Responsável: Essevalter De Sousa - Bibliotecário CRB6a 1407

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
INSTITUTO DE CIENCIAS SOCIAIS E APLICADAS
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS

FOLHA DE APROVAÇÃO

Marina Almeida Ferraz Martins

Uma extensão do modelo de equilíbrio geral com produção

Membros da banca

Martin Harry Vargas Barrenechea - Prof. Dr. - UFOP
Carlos Eduardo da Gama Torres - Prof. Dr. - UFOP
Marcelo Aparecido Cabral Nogueira - Prof. Dr. - UFOP

Versão final
Aprovado em 11 de maio de 2020

De acordo

Professor (a) Orientador (a)

Documento assinado eletronicamente por **Martin Harry Vargas Barrenechea**, **PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 11/05/2020, às 10:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0 , informando o código verificador **0053471** e o código CRC **9A4C75A0**.

Referência: Caso responda este documento, indicar expressamente o Processo nº 23109.003650/2020-56 SEI nº 0053471

R. Diogo de Vasconcelos, 122, - Bairro Pilar Ouro Preto/MG, CEP 35400-000
Telefone: - www.ufop.br

Resumo

Atualmente o conceito básico de equilíbrio geral, vem sendo estudado e apresentado como um equilíbrio de puras trocas e raramente o equilíbrio de um consumidor e um produtor e 1 insumo e 1 bem. Observa-se a partir disso, uma lacuna no uso destes modelos básicos para outras aplicações fora do mero estudo da teoria econômica. Classicamente em tais modelos o insumo estudado é a força de trabalho, objetiva-se assim, estender este modelo para incluir outros fatores, neste caso colocamos o fator terra. Portanto, este trabalho de conclusão de curso propõe como objetivo de estudo, demostrar como pode ser estendido o modelo de 1 consumidor e 1 produtor para um modelo com dois insumos, força de trabalho e terra. Para tanto, realiza-se inicialmente a apresentação teórica conceitual da teoria de equilíbrio geral, apresentando as premissas básicas e indispensáveis da teoria do consumidor e do produtor. Conclui-se este trabalho com a apresentação de diferentes trabalhos e possibilidades de uso da teoria de equilíbrio geral com diferentes insumos, assim como, sua importância no avanço dos estudos econômicos.

Palavras-chave: Equilíbrio Geral, Equilíbrio Geral com produção.

Abstract

The basic concept of general equilibrium has been studied and presented as a pure exchange balance and rarely as the balance of a consumer and a producer with one input and one good. From this, there is a gap in the use of these basic models for other applications outside the mere study of economic theory. Classically in such models, the input studied is the workforce, so the objective is to extend this model to include other factors, in this case, we put the land factor. Therefore, this work proposes to study how the one consumer and one producer model can be extended to a model with two inputs, workforce, and land. Initially, the conceptual theoretical presentation of the general equilibrium theory is presented. As a central point of this work will be exposed and described the mathematical functions that characterize and model the market behavior and its equilibrium relations when considering the inputs workforce and land. The paper concludes with the presentation of different work papers and possibilities of using the general equilibrium theory with different inputs, as well as its importance in the advancement of economic studies.

Keywords: General Equilibrium, General Equilibrium with Production.

Lista de ilustrações

Lista de tabelas

Sumario

Introdução

O modelo de equilíbrio geral foi inicialmente estudado por Walras no século XIX e seu apresenta o estudo da determinação de preços em condições consideradas de equilíbrio (oferta igual a demanda). Atualmente o equilíbrio walrasiano, de forma genérica, é conhecido como a situação em que a oferta e demanda agregadas são iguais nos mercados de bens e nos mercados de fatores. No seu livro Elementos de economia Pura Walras forneceu uma quantidade significativa de modelos e variáveis de forma a representar o funcionamento de uma economia. A partir disso, Walras não só inseriu amplo debate sobre o equilíbrio único de mercado, como também o debate sobre tal equilíbrio estar definido sobretudo através dos preços.

Walras propõe que os preços sejam definidos de forma centralizada através da figura de um leiloeiro, o leiloeiro walrasiano. Desta forma, tal leiloeiro deveria intervir de forma a equilibrar a oferta e a demanda, assim como manter transparentes as negociações e ausência de custos de transação. Em um mercado competitivo, os preços seriam ajustados por um processo descrito como tâtonnement (tateio), no qual os preços seriam definidos individualmente até que fosse alcançado um preço de equilíbrio. O processo descrito por Walras se assemelha a leilão onde a partir de um lance feito pelo leiloeiro os consumidores indicariam repetidamente os preços que estariam dispostos a pagar até que o preço máximo fosse alcançado (WALRAS,1996).

Apesar do desenvolvimento teórico básico que foi feito pelo Walras o modelo de equilíbrio geral mudou pouco. Sua análise foi proposta para situações simples como dos agentes (troca pura), e ao longo do tempo surgiram questionamentos sobre a existência de equilíbrio num mercado com um número arbitrário de agentes. Tais análises requereriam, no entanto, o desenvolvimento e uso da matemática e suas conexões com a economia o que propiciou os desdobramentos de novos ferramentais para a análise da economia, como por exemplo, a teoria dos jogos.

Em seu livro The Theory of Games and Economic Behavior (NEUMANN et.al, 2007) Neumann afirmava que a matemática desenvolvida para as ciências físicas, que descreve os trabalhos de natureza desinteressada, era um modelo insuficiente para a economia, e desta forma introduziram a teoria dos jogos como ferramental apropriado. A teoria dos jogos é o estudo da interação entre agentes racionais, os equilíbrios destes modelos foram generalizados por Nash no conhecido teorema de existência de equilíbrio de Nash onde são usadas técnicas de pontos fixos. A partir desses avanços Kenneth Arrow conseguiu provar a existência de equilíbrio walrasiano usando técnicas similares ao usadas pelo Nash (ver DEBREU,1973 e ARROW et. al,2010)

Atualmente nos cursos de economia são ensinados os conceitos básicos de equilíbrio geral, como ser o equilíbrio de puras trocas e raramente o equilíbrio de um consumidor e um produtor e 1 insumo e 1 bem. Desta forma, observa-se uma lacuna no uso destes modelos básicos para outras aplicações fora do mero estudo da teoria econômica. O objetivo deste estudo é, portanto, demostrar como pode ser estendido o modelo de 1 consumidor e 1 produtor para um modelo com dois insumos. Classicamente em tais modelos o insumo estudado é a força de trabalho, objetivamos assim estender este modelo para incluir outros fatores, neste caso colocamos o fator terra.

Uma das principais aplicações dos modelos de equilíbrio geral é na análise de políticas tributárias. Pois segundo o autor, tais modelos são instrumentos eficazes na captura das principais interações entre os agentes econômicos e seus reflexos. Além disso, o autor afirma ainda que, os modelos de equilíbrio geral possibilitam a comparação em termos quantitativos da importância, de forma relativa, dos efeitos das políticas econômicas implementadas, assim como, a identificação de quem ganha e perde em tais interações. A aplicação dos modelos de equilíbrio geral nos estudos econômicos, vem crescendo continuamente, isso se deve ao fato de que tais modelos por serem multisetoriais e conseguirem abranger todos os agentes da economia de forma coerente, fornecem resultados mais robustos sobre as rela- ções complexas que caracterizam os efeitos em rede que uma mudança de política econômica proporciona (FOCHEZATTO, 2006).

Para além disso, o fato de proporcionar análises desagregadas capturando as principais interdependências do sistema econômico, caracteriza uma das grandes virtudes da aplicação dessa teoria e método.

Apesar de ser defendida como uma ferramenta importante na constatação do nível natural de desemprego, a teoria do equilíbrio geral sofreu ao longo dos anos, críticas (ver SILVA, 2009). Por exemplo os preços deveriam ser medidos de maneira real, mas só é possível observa-los de forma relativa e por essa razão, tal interpretação deve ser vista como um mecanismo reduzido de conceitos de soluções (KREPS, 2019),.

No Brasil, o debate acerca das perspectivas setoriais e da carência de ferra- mentas que possibilitem a análise de políticas econômicas de forma sólida e consistente, abre espaço para o desenvolvimento de modelos de equilíbrio geral computáveis. Um bom exemplo desse tipo de trabalho pode ser verificado no trabalho proposto por Haddad e Domingues(2001).Neste trabalho os autores desenvolvem um modelo de equilíbrio geral determinista em tempo discreto para o Brasil. O objetivo é projetar um cenário consistente de médio prazo, baseado nas várias combinações de projeções macroeconômicas derivadas, nas palavras dos autores, “de um modelo satélite de consistência macroeconômica, projeções de exportações, mudanças tecnológicas e “expert advice”.

Outro bom exemplo do uso de modelos de equilíbrio geral é o exposto no tra- balho realizado por Tourinho, Motta e Alves(2003), que adapta um modelo de equilíbrio geral à aplicação de políticas ambientais, comportando três diferentes cenários de emissão de carbono. Esta aplicação viabilizou a observação de diferentes impactos econômicos.

Também tal metodologia, desta vez para analisar a relação entre câmbio e tarifas e seus impactos nos setores produtivos. O objetivo dos autores nesse trabalho é apresentar um modelo que fosse eficiente como instrumento de planejamento para economia brasileira (ver NAJBERG et al.,1995).

Por outro lado, busca analisar através de um modelo de equilíbrio geral computável, os efeitos econômicos da competição tributária regional. Para tanto, o autor elaborou um modelo inter-regional que divide a economia brasileira em regiões integradas. E, para realizar as análises esperadas implementou-se dois experimentos de simulação utilizando políticas contrafactuais de competição fiscal (ver PORSSE, 2005).

A fim de analisar o efeito do salário mínimo sobre a pobreza no Brasil, adota o uso de um modelo de equilíbrio geral, porque dentre outras razões, possibilita a consideração de mecanismos de transmissão desencadea- dos pelo salário mínimo. O objetivo do trabalho é estimar o impacto de uma variável sobre a outra, neste caso o salário mínimo sobre a pobreza. A incorporação desses efeitos, só é possível, segundo o autor pelo uso de um modelo desse tipo. Um modelo de equilíbrio geral computável, para o autor, permite a estimação do nível de pobreza sob a premissa de que o salário é o único parâmetro que o afeta na economia (ver BARROS, et. al, 2001).

Percebe-se, portanto, que a aplicação de modelos de equilíbrio geral como método de análise na economia tem aumentado e ao mesmo tempo diversificado suas áreas de aplicação. Matematicamente verificou-se que mantendo-se as propriedades básicas do modelo e sua composição matemática, pressupondo sempre que os agentes agem racionalmente a fim de maximizar seu bem-estar e consumir sempre mais de dois bens, poderá se obter um equilíbrio que seja socialmente ótimo.

A teoria do equilíbrio geral, é importante e necessária na análise de política econômica, pois tais políticas representam mudanças institucionais que afetam os mercados de uma economia de forma direta e indireta. Tal pesquisa é importante porque fornece ferramentas à análise de mercados com mais de 1 insumo sob a perspectiva microeconômica clássica com uma diferente configuração no processo produtivo.

Desta forma, reconhecendo a importância e relevância do tema, o presente trabalho está dividido em dois capítulos além dessa introdução e uma conclusão. O primeiro capítulo é dedicado a realização de uma revisão bibliográfica acerca da teoria do equilíbrio geral, aqui é revisado em detalhe o modelo de equilíbrio geral com produção. O segundo capítulo apresentará e analisará o modelo de produção sob a perspectiva da teoria do equilíbrio geral com dois insumos. Por fim, uma breve conclusão sobre os resultados e perspectivas de pesquisas futuras será apresentada.

A Teoria Básica do Equilíbrio Geral

Ao analisar as interações entre oferta e demanda de um bem ou serviço em um mercado, o modelo de equilíbrio geral é uma importante ferramenta para o entendimento de como os mercados, em sua singularidade, funcionam e se desenvolvem. No entanto, não todos os mercados são independentes entre si, por assim ser, o que acontece em um deles afeta direta ou indiretamente os outros mercados. É, portanto, através do uso da análise sob a perspectiva da teoria do equilíbrio geral, que é possível observar essas interrelações e, a partir disso, realizar previsões mais corretas dos mercados objetos de estudo.

Os modelos de equilíbrio geral são particularmente importantes para análise de política econômica. Isso porque, tais políticas representam mudanças institucionais que afetam os mercados de uma economia de forma direta, quando é instituída no mercado de interesse e, indireta pelo transbordamento dos efeitos alcançados.

Nos últimos 50 anos, os economistas desenvolveram muitos modelos como os de "equilíbrio geral" que podem ser vistos de diferentes formas em todos os subcampos da economia. O interessante é que os modelos de equilíbrio geral, mais complexos, como aqueles onde muitas empresas e consumidores são envolvidos, foram desenvolvidos matematicamente a partir das ferramentas básicas, assim como, conceitos e ideias que podem ser ilustrados através de pequenos exemplos.

Neste capítulo desenvolvemos os modelos básicos que são estudados nos cursos de graduação em economia ou em textos de economia básica.

O Mercado de Trocas Puras

A troca no sentindo econômico sustenta-se a partir do compreendimento das preferências do consumidor e do seu instinto maximizador. Isto é, o consumidor possui um conjunto de preferências que direcionam de alguma forma suas escolhas. Por ser um indivíduo racional, busca obter sempre as maiores e melhores combinações possíveis entre os bens disponíveis dada sua restrição orçamentária.

O equilíbrio do processo descrito no parágrafo anterior ocorre quando são alcançadas combinações, entre dois ou mais indivíduos, ótimas no sentido de Pareto[1]. Supondo que um indivíduo “A” disponha de uma certa quantidade de um determinado produto e, que o um outro indivíduo “B”, tenha a sua disposição uma certa quantidade de outro determinado produto. Se for economicamente benéfico a realização de uma troca entre ambos indivíduos e senão existir nenhuma possibilidade de troca que deixe ambos satisfeitos após efetivação dela, então, o equilíbrio ótimo foi alcançado.

Uma técnica gráfica desenvolvida pelo economista Francis Edgeworth (1845- 1926) conhecida como caixa de Edgeworth nos permite ver os princípios dessa economia de troca dentro de uma única imagem. Através da caixa de Edgeworth é possível representar as cestas de consumo possíveis dos dois consumidores, as alocações factíveis e as preferências de ambos os consumidores, ou seja, nos fornece uma descrição completa das características econômicas relevantes.

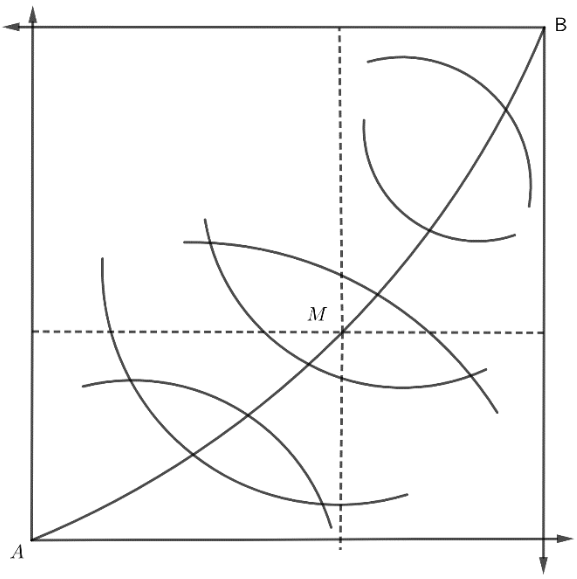
Na F igura1estão representadas as possíveis combinações entre dois diferentes bens de distintos indivíduos, **A** e **B**. A curva definida como Curva de Contratos é composta por todas alocações eficientes de bens entre os dois indivíduos. Cada ponto sobre a curva é um ponto eficiente pois, um indivíduo não pode aumentar seu bem-estar sem reduzir o do outro.

Graficamente os consumidores/indivíduos irão negociar até alcançarem a área em formato de lente entre as duas curvas de indiferença representada na Figura 1. Quando essa região for atingida, e em seguida o ponto central (ponto **M**), os consumidores terão esgotado todos os ganhos de comércio e alcançado uma divisão eficiente da dotação nessa economia.

Apesar de descrevermos e ressaltarmos alocações Pareto eficiente, tais alo- cações, não implicam em alocações advindas de operações mutuamente acordadas pelos consumidores. Isso porque os consumidores já sabem que podem garantir um nível mínimo de utilidade apenas consumindo sua dotação inicial. Desta forma, um

[1] Eficiência ou ótimo de Pareto de acordo com (BARR,2020) é um estado de alocação de recursos em que é impossível realocá-los diferentemente sem que a situação de qualquer um dos indivíduos envolvidos seja melhorada sem que a situação individual dos outros sejam pioradas.

FIGURA 1: CAIXA DE EDGEWORTH



Fonte: Realização própria em base a imagem do Varian (2006) pp 603.

indivíduo racional não concordaria com negociações que os tornem piores do que estavam antes de começar a negociar.

A partir disso, é razoável supor que os consumidores só terão incentivos para negociar uns com os outros desde que a distribuição dos bens não seja Pareto eficiente. E assim, a ideia de que os consumidores irão negociar até alcançar uma alocação eficiente onde nenhum dos consumidores estará em pior situação do que estavam evidência um aspecto essencial no alcance do equilíbrio: a negociação.

Contudo, o processo de troca descrito acima e sua determinação de equilíbrio, não pontua exatamente o momento em que os indivíduos terminam sua interação. Isto é, em essência os pressupostos indicam que os envolvidos se moverão sempre para uma alocação onde ambos estejam melhores. Um processo de troca pura, é um processo específico que reflete o resultado de um processo competitivo, ou seja, as trocas efetuadas em um mercado competitivo.

Os mercados competitivos caracterizam-se primordialmente por ser composto muitos vendedores e compradores. Se há muitos vendedores oferecendo um deter- minado produto ou bem, tais vendedores terão pouco ou nenhum controle sobre a determinação dos preços. O preço é determinado pelo mercado e é único. Quando os preços dos dois são iguais, cada unidade de um bem pode ser trocada por uma unidade do outro bem.

O mercado de trocas puras, por sua vez, reflete as trocas possíveis e efetivas em um mercado competitivo. O ponto que tangencia as curvas de indiferenças, isto é, a curva representativa das preferencias alocativas entre dois bens do consumidor **A** e **B** na Figura1, é um ponto de equilíbrio eficiente.

O desequilíbrio de mercado pode ocorrer de duas formas. A primeira delas é quando a quantidade demandada de um bem é maior que a quantidade ofertada, ou seja, há um excesso de demanda. A outra maneira ocorre através do excesso de oferta quando a quantidade ofertada de um bem é maior que a quantidade demandada. Porém, tais desequilíbrios são temporários, pois, à medida que é percebido as quantidades de produção são ajustadas através do que já foi definido anteriormente como tâtonnement ou tateio.

A existência de um equilíbrio competitivo eficiente é importante à medida que, tal equilíbrio e mercado servem como modelo nas análises dos outros mercados e equilíbrios. E por assim ser, no desenvolvimento da teoria do equilíbrio geral assume-se mercados competitivos e o equilíbrio buscado é, portanto, derivado do equilíbrio de trocas puras.

A Determinação dos Preços

É a partir da tentativa de se determinar os preços que equilibram os mercados que dois métodos de análise foram desenvolvidos. A abordagem do equilíbrio parcial e a abordagem do equilíbrio geral. Na primeira, os efeitos que o mercado sob análise pode ocasionar nos outros mercados são desconsiderados. Apesar disso, são admitidos na análise os efeitos dos demais mercados na economia. Isto é, o preço de uma mercadoria pode afetar a demanda da outra, caso se trate de bens substitutos ou complementares. Entretanto as inter-relações entre os mercados são importantes no entendimento do completo funcionamento de um mercado. Na segunda abordagem, como já mencionado neste trabalho todos os mercados estão inter-relacionados.

A partir da perspectiva apresentada pela abordagem do equilíbrio parcial entende-se como verdadeiro o primeiro e segundo teorema do bem-estar. O Primeiro Teorema do Bem-Estar estabelece que sob certas condições, o equilíbrio em um mercado competitivo é eficiente. O segundo teorema do Bem-Estar estabelece a existência de um conjunto de preços que garanta um equilíbrio de mercado eficiente no sentido de Pareto. A abordagem do equilíbrio geral, por sua vez, assume como válidas as afirmativas do primeiro e segundo teorema do bem-estar.

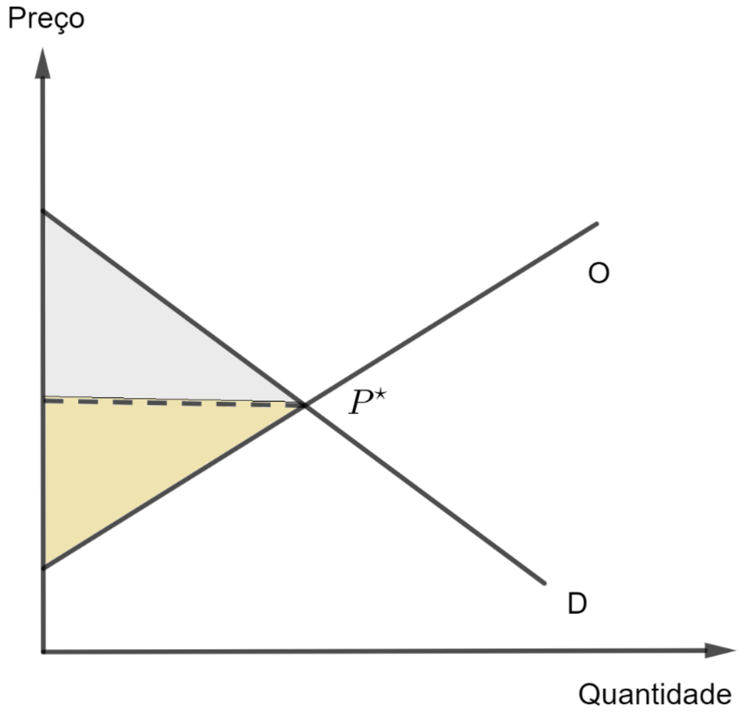
> "Em uma economia perfeitamente competitiva, a razão entre o preço de X e o preço de Y fornece essa taxa comum de troca à qual todos os agentes se ajustam. Como os preços são tratados como parâmetros fixos nas decisões de maximização da utilidade dos indivíduos e nas decisões de maximização do lucro das empresas, todas as taxas de troca entre X e Y serão igualadas à taxa na qual X e Y podem ser negociados no mercado (P_X/P_Y). Como todos os agentes enfrentam os mesmos preços, todas as taxas de troca serão equalizadas e uma alocação eficiente será alcançada. Este é o "Primeiro Teorema Fundamental" do bem-estar." (SNYDER; NICHOLSON; STEWART,2012, pg. 466) ... "que qualquer alocação eficiente de Pareto possa ser alcançada através da alocação de dotações de insumos e produtos. Este é o inverso do nosso "Primeiro teorema" e, portanto, o "Segundo Teorema Fundamental" da economia do bem-estar." (tradução nossa) (SNYDER; NICHOLSON; STEWART,2012, pg. 468)

Na economia de troca o preço de equilíbrio resulta em dois consumidores otimizando seus orçamentos no mesmo ponto da Caixa de Edgeworth. A determinação dos preços e quantidades na economia, sob a perspectiva da teoria do equilíbrio geral, é simultânea através dos efeitos de realimentação ou feedback[2].

---

[2] O efeito feedback, é um ajuste de preço ou de quantidade advindo dos ajustes de preços ou quantidades em mercados correlatos. (PINDYCK; RUBINFELD; RABASCO,2013)

FIGURA 2: EFICIÊNCIA ECONOMIA E ANÁLISE DE BEM-ESTAR



Fonte: Elaborado em base ao gráfico em Nicholson (2018) pp 201.

No caso quando existe um mercado e um produto e muitos consumidores e firmas a análise do bem estar é feito por meio das curvas de oferta e demanda. A área entre as duas curvas de demanda **D** e oferta **O**, na Figura 2, representa a soma dos excedentes do consumidor[3] e produtor. O excedente do consumidor corresponde a área acima do preço $P^{\star}$ e abaixo da curva de demanda. O excedente do produtor, por sua vez, consiste na área abaixo do preço e acima da curva de oferta. A utilização dos excedentes do consumidor e produtor viabiliza a realização de cálculos sobre perdas de bem-estar, isto é, qualquer combinação entre preço e quantidade que não maximize o bem-estar não poderia ser considerada Pareto eficiente. O ajuste nos preços e quantidades ocorrerá sistematicamente até que o equilíbrio seja alcançado.

[3] O excedente do consumidor representa o valor recebido por alguns compradores quando são capazes de comprar um bem por menos do que o valor máximo que estariam dispostos a pagar ver SNYDER, NICHOLSON e STEWART (2012).

O Modelo de Produção com um Insumo

É durante o processo produtivo que as firmas transformam os insumos em produtos. Essa transformação, pode ocorrer de várias maneiras, isto é, a partir de várias combinações de mão de obra, matérias prima e capital. A relação entre todos os fatores de produção, ou seja, tudo aquilo que pode ser utilizado pela firma nesse processo de transformação, é descrito matematicamente em uma função de produção

À medida que a os processos de produção se alteram e evoluem, a função de produção que os descrevem se modifica. O ajuste dos fatores de produção aos novos processos, deve, no entanto, mostrar-se sempre factíveis, pois tais funções descrevem o que é tecnicamente viável quando a firma atua de forma eficiente.

Para além disso, é importante pontuar ainda, que os ajustes entre as quantidades dos fatores de produção é consequência de um processo lento. No curto prazo, todos aqueles insumos de maior dificuldade de ajuste, isto é, que requer um planejamento maior, como por exemplo recursos tecnológicos ou treinamentos são considerados insumos fixos.

Dentre os dois insumos mencionados anteriormente, por exemplo, se a terra e o trabalho fossem os únicos fatores de produção, a curto prazo a terra seria considerada um insumo fixo. Isto é, tal insumo, requer um longo tempo de investimento aquisitivo e preparo. De “imediato” a única forma do empreendedor aumentar a sua produção, neste cenário, seria aumentando o insumo trabalho.

Nesta seção, começaremos por descrever as relações que organizam o mercado de produção, partindo da análise de situações com menor complexidade, para então, discutir suas extensões teóricas. Concomitantemente buscar-se-á descrever também a importância dessa análise sob a ótica do equilíbrio geral.

Uma Economia Simples

Inicialmente, é importante saber que, quando a produção for possível, as quantidades dos bens não serão fixas, mas responderão aos preços de mercado. Isso significa que a dinâmica do mercado será definida pelos preços e não pelas quantidades.

Com isso em mente, para analisar como e quando será alcançado o equilíbrio no mercado de produção, o primeiro passo é identificar quais são os produtos e o que define os preços de mercados dos mesmos. Comumente os economistas apresentam a economia de Robinson Crusoé como um exemplo fácil para se entender como são estabelecidas as relações no mercado de produção e seu equilíbrio. E por assim ser, é considerada uma economia simples.

Robinson Crusoé, encontra-se isolado em uma ilha e tem, já de início, que lidar com um determinístico trade-off econômico. Gastar seu tempo com nenhuma atividade produtiva, isto é, lazer, ou, gastar seu tempo acumulando cocos para sua subsistência. O trade-off é simples e sua importância elementar, quanto mais tempo gastar acumulando cocos, mais cocos terá para se alimentar, mas com isso, menos tempo terá para lazer.

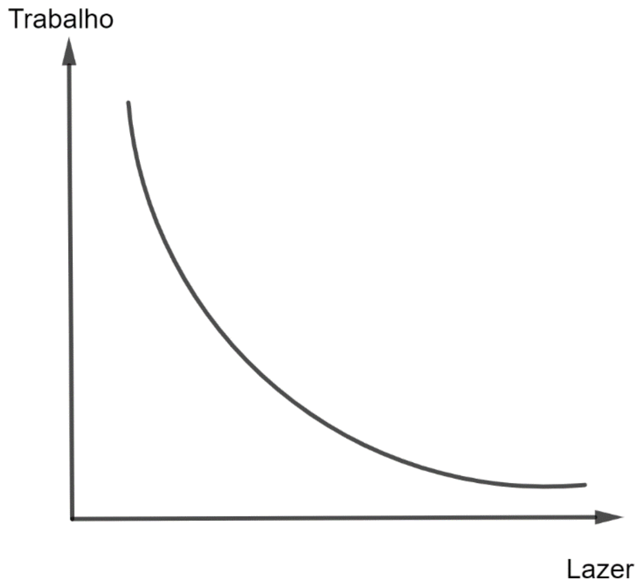
No entanto, Crusoé percebe, ao decorrer do dia, que seu esforço não é recompensado linearmente. Quanto mais tempo gasta acumulando cocos, mais cansado fica e, ao fim do dia, menos cocos conseguirá encontrar e consequentemente acumular. Essa relação decrescente da eficiência no acúmulo de cocos por Crusoé, é definido em economia por retornos decrescentes do trabalho ou de escala.

A partir dessa simples reflexão, é possível estabelecer duas curvas características desse mercado, representadas na Figura 3. Uma curva representa o trade-off de Crusoé como consumidor, que decide entre lazer e trabalho. Uma curva similar aconteceria para uma relação de produção entre horas trabalhadas e eficiência.

A Relação entre Produto, Preços e Trabalho

O consumidor tem uma série de preferencias sobre uma gama de bens a sua disposição. A combinação desses bens retorna ao agente consumidor uma determinada utilidade. Os bens, por sua vez, são diversos e reagem de formas diferentes a preços e renda. Tais reações os classificam e desta forma ajuda a explicar as diversas variações nas cestas dos consumidores dadas as variações no mercado. Suas escolhas, no entanto, são limitadas por sua restrição orçamentária.

FIGURA 3: TRADE-OFF CRUSOÉ



Fonte: Elaboração própria

O produtor tem a sua disposição diferentes tecnologias ou insumos que juntas define o meio de produção de um determinado bem. A combinação dessas tecnologias retorna ao agente produtor uma determinada utilidade. A característica do mercado, isto é, se é um mercado competitivo, monopolista ou oligopolista ajuda a determinar como serão definidos os preços, mas é também pelos custos que o produtor analisa suas possibilidades de rentabilidade.

Os mercados são compostos por consumidores e produtores. As relações entre eles têm diferentes repercussões, mas sempre encontram uma trajetória de equilíbrio. O equilíbrio de mercado é um importante argumento de composição pois é alcançado à medida que os interesses de ambos, consumidores e produtores, são atingidas.

Para que seja possível manter o mesmo nível de receita em uma economia com produtividade marginal do trabalho decrescente, seria necessário que os preços se elevassem conforme a quantidade de produto diminuísse. Contudo, se o mercado é de concorrência perfeita o produtor não consegue administrar tão eficientemente a variação dos preços a seu favor.

Se, no entanto, esteja sendo feita uma análise de uma situação econômica semelhante a retratada no início dessa sessão, mas que Crusoé tenha a sua disposição apenas um espaço definido e não expansível para plantio de cocos e, que além disso, tenha a sua disposição um processo de produção que proporcione retornos constantes do trabalho, a relação de preços teria outro significado. Os preços, nessa situação, expressariam uma relação entre salário e o aluguel da terra, já que o preço de produção seria, assim como, o espaço para plantio, fixo e não expansível.

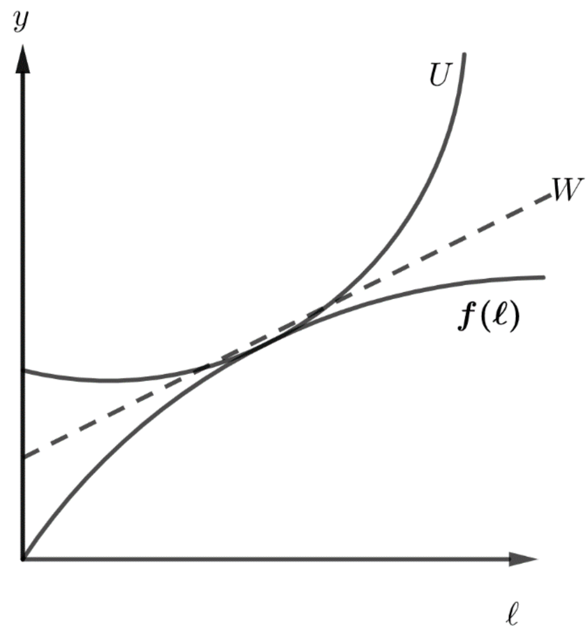
Sob a ótica do trabalhador, neste mesmo cenário e pressupondo que a terra seja produtiva e que o retorne uma renda positiva, mas, que ele não disponha dos meios de produção para usufrui-la economicamente, o único uso para tal, seria usá-la como um ativo alugando-a completamente para o produtor. Assim, vale ressaltar, o trabalhador que é racional buscando resolver seu trade-off, lazer e trabalho voltado para o consumo, decidiria por prover os meios para obter o máximo consumo possível, já que não haveria utilidade alguma em deixar a terra inutilizada.

A partir disso, pode-se presumir que, no curto prazo, a fronteira de produção é estabelecida aqui como uma relação entre a mão de obra do trabalhador e quanto de produto poderia ser obtido por ela. Isto é, se o trabalhador oferece todo o seu meio de produção ao produtor, a taxa de aluguel da terra de equilíbrio será ajustada conforme a variação de trabalho. Como o trabalho possui um produto marginal decrescente a curva que representa a fronteira de produção seria, portanto, côncava.

As curvas de indiferença do trabalhador, isto é, as curvas que representam as combinações ótimas entre lazer e trabalho voltado para o consumo do trabalhador, dado suas preferências, podem ser expressas como curvas em nível em formato de U. E desta, forma, assim como expresso na teoria do consumidor, mais é sempre melhor para o indivíduo racional maximizador. O trabalhador preferirá a combinação que lhe permita ter a combinação máxima de bens e, desta forma, a curva mais alta e possível dada a curva de produção existente, será a curva que determinará o equilíbrio nesse mercado.

A curva orçamentária que expressa o conjunto de possível lucros dessa economia, será a curva que tangencia tanto a curva de indiferença do trabalhador quanto a curva de fronteira de produção. Sua inclinação expressa a relação entre produção e salários. Contudo, se considerarmos a produção fixa, a inclinação dessa curva expressa na verdade, os salários possíveis.

FIGURA 4: FUNÇÃO DE PRODUÇÃO, UTILIDADE E SALÁRIOS



Fonte: Elaboração própria

Em um equilíbrio competitivo, o ponto de equilíbrio determinado pela interseção entre a curva de fronteira de produção e a curva de indiferença, retorna ao produtor lucro zero. A partir disso, entende-se que o ponto de equilíbrio não é um ponto que expresse lucratividade, mas na verdade o preço pago ao produto fixo que está sendo alugado do trabalhador, em outras palavras, o lucro. O lucro e o salário do trabalhador podem ser considerados, portanto, iguais.

Como se vê na figura4, a curva que representa as combinações ótimas entre lazer e trabalho representada pela função de utilidade, $\boldsymbol{U}$, é convexa. A curva que representa a função de produção com dois insumos produto e trabalho, $f(\ell)$ é côncava a medida que na economia representada há retornos decrescentes de escala

A restrição orçamentária, $\boldsymbol{W}$ por sua vez, é uma curva cujo formato é crescente expressando uma relação crescente entre horas trabalhadas e salários.

Especificações matemáticas do modelo com produção

O modelo matemático que expressa o comportamento dessa economia busca representar da forma mais simples possível o mercado de produção. Neste subtópico objetiva-se entender como tal mercado se insere na proposta do modelo de equilíbrio geral, matematicamente.

Assim sendo, vamos supor que a fronteira de produção esteja definida por uma função, e que como tal expresse o produto entre a produtividade do trabalho, respeito o número de trabalhadores ou horas trabalhadas ℓ, necessários para a produção de um determinado bem. A função f é mostrada a seguir:

$$f(\ell) = A\ell^{\beta}$$

Onde A é uma constante positiva β é uma constante positiva menor do que 1.

Para o caso do produtor temos que

$$\max_{x,\ell} px - w\ell \text{ s.a. } x = A\ell^{\beta}$$

A variável p simboliza o preço de mercado e a variável w os salários a serem pagos para o trabalhador.

O lagrangiano deste problema então será

$$\mathcal{L} = px - w\ell - \lambda\left(x - A\ell^{\beta}\right)$$

Resolvendo obtemos que:

$$\ell^{D} = \left(\frac{\beta pA}{w}\right)^{1/(1-\beta)}$$

A qual é a demanda por trabalho , e como resultado da solução deste problema obtemos tambem a oferta do bem.

$$x^{S} = A\left(\frac{\beta pA}{w}\right)^{\beta/(1-\beta)}$$

Usando os resultados obtemos a função de lucro do produtor :

$$\pi(w,p) = (1-\beta)(Ap)^{1/(1-\beta)}\left(\frac{\beta}{w}\right)$$

Neste caso temos que o lucro da firma é uma renda a mais para o consumidor, assim agora vamos estudar o problema do consumidor.

Vamos supor que as preferências de cada indivíduo podem ser expressas por uma função de utilidade.

$$u(x, L, \ell) = x^{\alpha}(L-\ell)^{1-\alpha}$$

onde α é uma constante positiva menor do que 1, e L é a oferta máxima de trabalho.

O problema de otimização, torna-se a partir de tais equações, maximizar a utilidade sujeita a função de produção descrita , como é proposto na equação abaixo.

$$\max_{x,\ell} x^{\alpha}(L-\ell)^{1-\alpha} \ \text{ s.a. } px = w\ell + \pi(w,p)$$

O lagrangiano deste problema então será

$$\mathcal{L} = x^{\alpha}(L-\ell)^{1-\alpha} - \lambda\big(px - w\ell - \pi(w,p)\big)$$

Resolvendo o problema obtemos os valores otimos de ℓ e x, como indicados a seguir:

$$\ell^{S} = \alpha L - \frac{(1-\alpha)\pi(w,p)}{w}$$

Substituindo o valor de $\pi(w,p)$ obtemos

$$\ell^{S} = \alpha L - \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{\beta}\left(\frac{\beta\, pA}{w}\right)^{1/(1-\beta)}$$

Isto é a oferta de trabalho, e a demanda pelo produto é:

$$x^{D} = \frac{\alpha}{p}\big(wL + \pi(w,p)\big) = \frac{\alpha w}{p}\left(L + \frac{1-\beta}{\beta}\right)\left(\frac{\beta p\, A}{w}\right)^{1/(1-\beta)}$$

Para calcular os preços de equilíbrio dessa economia simples a demanda deve ser igual a oferta no mercado de trabalho e produção. Isto é , a medida que ambos estão relacionados é intuitivo que o equilíbrio de um dos mercados implique necessariamente no equilíbrio do outro.

Algebricamente, ao se igualar a demanda e oferta de trabalho:

$$\ell^{D} = \ell^{S}$$

$$\left(\frac{\beta pA}{w}\right)^{1/(1-\beta)} = \alpha L - \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{\beta}\left(\frac{\beta\, pA}{w}\right)^{1/(1-\beta)}$$

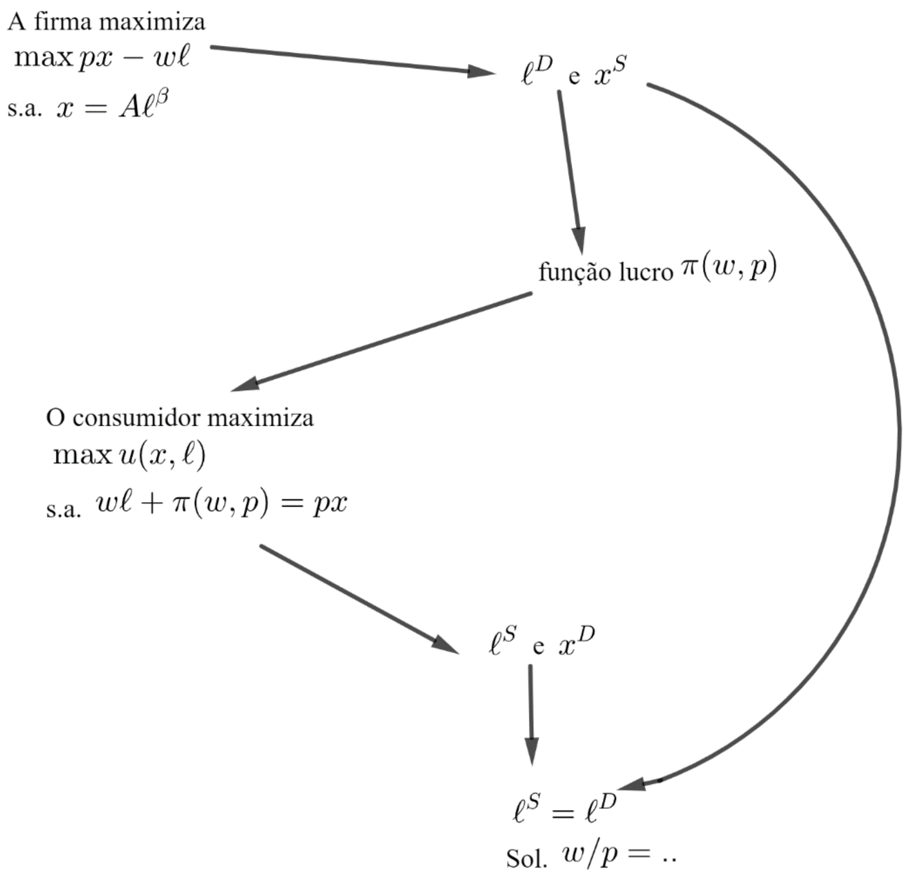
Resolvendo w obtémos o salário que equilibra esse mercado em relação ao preço, ou seja:

$$w^{\star} = \beta A\left(\frac{1-\alpha(1-\beta)}{\alpha\beta L}\right)^{(1-\beta)} p^{\star}$$

Por conseguinte, obtemos a relação de salários e preços de equilíbrio.

O diagrama a seguir, resume as decisões a serem tomadas por ambos lados, produtor e trabalhador dada funções matemáticas aqui mostradas.

FIGURA 5: MECÂNICA PARA ENCONTRAR A RELAÇÃO DE PREÇOS W/P



O modelo em se mesmo representa uma economia muito simples, por isso os lucros da firma forman parte do orçamento do consumidor pois o consumidor possui a firma. Assim em primeiro são calculados as funções de demanda condicional por trabalho $\ell^D(w,p)$ e a oferta do bem condicional $x^S(w,p)$ com ambas a função lucro $\pi(w,p)$ é calculada. Com a função de lucro podemos especificar com claridade a forma do orçamento do consumidor como $w\ell + \pi(w,p)$ usando essa restrição resolvemos o problema do consumidor e obtemos a oferta condicional de trabalho $\ell^S(w,p)$ e a demanda condional do bem $x^D(w,p)$. Agora pela lei de Walras quando um desses dois mercados está em equilibrio (oferta iguala a demanda) isto implica equilibrio no outro mercado outro mercado está em equilibrio. Assim usamos o mercado de trabalho $\ell^D = \ell^S$ para obter a relação de preços de equilibrio $w^\star/p^\star$.

O modelo de equilibrio geral com dois insumos

Neste capítulo será discutido o modelo de produção com dois insumos. Diferentemente do capítulo anterior onde foi incluso somente 1 insumo (trabalho), neste capitulo o modelo será estendido tomando em conta o fator terra adicional ao fator trabalho. A terra, simboliza o espaço e recurso a ser dedicado no exercício do trabalho, aplicações diretas som modelos de equilibrio em mercados agricolas.

Da mesma forma que no caso anterior o procedimento para alcançar os preços que equilibram o mercado, consiste em encontrar as demandas condicionais ao produtor. Isto é, supondo que a firma opte por um certo nível de produção ao menor preço possível, o que analogamente significa que tal nível de produção maximiza os lucros da firma, então a combinação de insumos correspondente estará sujeita as demandas condicionais ao nível de produção optado.

Estas demandas condicionais ao produtor possuem algumas propriedades indispensáveis. A primeira delas é que tais demandas devem ser homogeneas de grau zero no custo dos insumos. Além disso, tais demandas são não crescentes no preço dos insumos e o efeito dos preços cruzados devem ser iguais. Tais preposições garantem um comportamento monotonico às funções (ver JEHLE(2001)) e em consequencia existencia de equilibrio.

O problema do produtor

Suponha que um determinado produtor decidiu produzir um determinado produto e oferta-o no mercado. Este produtor deverá, por sua vez, determinar uma série de procedimentos a fim de garantir o sucesso de seu empreendimento. Dentre os insumos necessários na produção de qualquer bem, o produtor deverá determinar a mão de obra necessária para garantir que tudo que for produzido seja consumido ao preço de mercado. Assim a função de produção será a seguinte:

$$f(y, \ell) = y^{1-\beta}\, \ell^{\beta}$$

Onde y é a quantidade terra e ℓ é a quantidade trabalho, e $\beta \in (0,1)$, assim esta seria uma função de produção Cobb-Douglas com rendimentos constantes a escala.

Para além da mão de obra, o produtor deverá ainda, definir os salários e quanto estará disposto a pagar pelo arrendamento da terra ou aluguel do capital. Os salários e o aluguel do capital irão determinar o custo total da produção. Vale ressaltar, porém, que o custo dependerá do nível do produto desejado e também de quanto será necessário de mão de obra. O preço de equilíbrio será no fim, consequência dos salários e alugueis pagos, pois, comporão a restrição orçamentária do indivíduo consumidor. E desta forma, o problema do produtor pode ser definido, portanto, em como maximizar o seu lucro, tendo em vista que ao determinar o nível de produção estará também definindo as condições de equilíbrio do mercado.

Se o lucro e o salário são em situação de equilíbrio iguais, então o produtor deve ao tentar maximizar o lucro da empresa, levando em consideração tanto a terra (insumo básico para produção) quanto a mão de obra do trabalhador. Desta forma, teremos, portanto, a seguinte relação maximizadora:

$$max\, p\mathrm{x} - \mathrm{ry} - \mathrm{w}\ell \text{ s.a. } \mathrm{x} = y^{1-\beta}\ell^{\beta}$$

Onde y representa a terra, ℓ o trabalho, w os salários, r o aluguel pago pelo uso da terra. O que gera o seguinte Lagrangiano deste problema

$$\mathcal{L} = \mathrm{px} - \mathrm{ry} - \mathrm{w}\ell - \lambda\left(x - y^{1-\beta}\ell^{\beta}\right)$$

Ao derivar o lagrangiano obtemos as seguintes tres equações:

$$\begin{gathered} \mathrm{p} - \lambda = 0 \\ -\mathrm{r} + \lambda(1-\beta)\,\mathrm{y}^{-\beta} = 0 \\ -\mathrm{w} + \lambda\beta\ell^{\beta-1} = 0 \end{gathered}$$

Resolvendo obteremos a demanda condicional por trabalho como

$$\ell^{D}(p, w, r) = \left(\frac{p\beta}{w}\right)^{1/(1-\beta)}$$

ou então:

$$\ell^{D}(p, w, r) = p^{1/(1-\beta)}\beta^{1/(1-\beta)}w^{-1/(1-\beta)}$$

e a demanda condicional por terra será

$$\mathrm{y}^{\mathrm{D}}(\mathrm{p}, \mathrm{w}, \mathrm{r}) = \left(\frac{\mathrm{p}(1-\beta)}{\mathrm{r}}\right)^{1/\beta}$$

Ou pode ser escrita como

$$\mathrm{y}^{\mathrm{D}}(\mathrm{p}, \mathrm{w}, \mathrm{r}) = \mathrm{p}^{1/\beta}(1-\beta)^{1/\beta}r^{-1/\beta}$$

E a oferta condicional será

$$x^S(p,w,r) = \left(\frac{p(1-\beta)}{r}\right)^{(1-\beta)/\beta} \left(\frac{p\beta}{w}\right)^{\beta/(1-\beta)}$$

Ou

$$\mathrm{x^S(p,w,r)} = (1-\beta)^{(1-\beta)/\beta}\beta^{\beta/(1-\beta)}\mathrm{p}^{(1-2\beta+2\beta^2)/(\beta-\beta^2)}r^{-(1-\beta)/\beta}w^{-\beta/(1-\beta)}$$

Usando estes resultados podemos obter a função de lucro

$$\pi(\mathrm{p,w,r}) \;=\; \mathrm{p}x^S(p,w,r) - \mathrm{w}\ell^D(p,w,r) - \mathrm{r}y^D(p,w,r)$$

Ou

$$\begin{aligned}\pi(\mathrm{p,w,r}) \;=\; & (1-\beta)^{(1-\beta)/\beta}\beta^{\beta/(1-\beta)}\mathrm{p}^{(1-\beta+\beta^2)/(\beta-\beta^2)}r^{-(1-\beta)/\beta}w^{-\beta/(1-\beta)} \\ & - p^{1/(1-\beta)}\beta^{1/(1-\beta)}w^{-\beta/(1-\beta)} - \mathrm{p}^{1/\beta}(1-\beta)^{1/\beta}r^{-(1-\beta)/\beta}\end{aligned}$$

O problema do consumidor

Então o problema do consumidor fica da seguinte maneira:

$$max\, x^{\alpha}(Y-y)^{\gamma}(L-\ell)^{1-\alpha-\gamma} \text{ s.a. } w\ell + ry + \pi(p,w,r) = px$$

Onde Y é a quantidade total de terra posuida pelo consumidor[4]

Então o lagrangiano deste problema fica da seguinte maneira:

$$\mathcal{L} = x^{\alpha}(Y-y)^{\gamma}(L-\ell)^{1-\alpha-\gamma} - \lambda(\mathrm{w}\ell + \mathrm{ry} + \pi(p,w,r) - \mathrm{px})$$

Assim temos o seguinte sistema de equações:

$$\alpha \mathrm{x}^{\alpha-1}\,(\mathrm{Y}\;-\mathrm{y})^{\gamma}(\mathrm{L}-\ell)^{1-\alpha-\gamma} + \;\lambda\mathrm{p} \;=\; 0$$

$$-(1-\alpha-\gamma)\mathrm{x}^{\alpha}(Y-y)^{\gamma}(L-\ell)^{-\alpha-\gamma} - \lambda\mathrm{w} = 0$$

$$-\gamma \mathrm{x}^{\alpha}(\mathrm{Y}-\mathrm{y})^{\gamma-1}(\mathrm{L}-\ell)^{1-\gamma-\alpha} - \lambda\mathrm{r} = 0$$

Ou reescrevendo

$$-\alpha \mathrm{x}^{\alpha-1}\,(\mathrm{Y}\;-\mathrm{y})^{\gamma}(\mathrm{L}-\ell)^{1-\alpha-\gamma} = \;\lambda\mathrm{p}$$

$$-(1-\alpha-\gamma)\mathrm{x}^{\alpha}(Y-y)^{\gamma}(L-\ell)^{-\alpha-\gamma} = \lambda\mathrm{w}$$

[4] Outra forma de resolver o problema por exemplo no caso quando o consumidor não internaliza ou quando o nível de terra não tem limites é fixar a quantidade de terra para 1.

$$-\gamma x^{\alpha}(Y-y)^{\gamma-1}(L-\ell)^{1-\gamma-\alpha}=\lambda r$$

Ao dividir a primeira com a segunda equação obtemos

$$\ell = L-\frac{p}{w}\left(\frac{1-\alpha-\gamma}{\alpha}\right)x$$

Ao dividir a primeira com a terceira equação obtemos

$$y = Y-\frac{p}{r}\left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)x$$

Substituindo isto na restrição orcamentaria temos

$$Lw-p\left(\frac{1-\alpha-\gamma}{\alpha}\right)x+rY-\frac{p\gamma}{\alpha}x+\pi(p,w,r)=px$$

Assim, resolvendo para x^D obtemos

$$x^D=\frac{\alpha}{p}\big(Lw+Yr+\pi(p,w,r)\big)$$

E assim tambem obtemos usando x^D os resultados para a oferta de terra e trabalho

$$\ell^S=L-\left(\frac{1-\alpha-\gamma}{w}\right)\big(Lw+Yr+\pi(p,w,r)\big)$$

Ou reescrevendo

$$\ell^S=(\alpha+\gamma)L-(1-\alpha-\gamma)Y\frac{r}{w}-(1-\alpha-\gamma)\left(\frac{\pi(p,w,r)}{w}\right)$$

E no caso da oferta por terra

$$y^S=Y-\frac{\gamma}{r}\big(Lw+Yr+\pi(p,w,r)\big)$$

Ou

$$y^S=(1-\gamma)Y-\gamma\frac{w}{r}L-\gamma\frac{\pi(p,w,r)}{r}$$

Equilibrio Walrasiano

Para encontrar o equilibrio neste caso como temos 3 mercados (bens, trabalho e terra) podemos encontrar o equilibrio walraiano desta economia igualando a oferta e demanda em 2 mercados assim usando a demanda e oferta de trabalho temos que

$$\ell^D(p,w,r) = p^{1/(1-\beta)}\beta^{1/(1-\beta)}w^{-1/(1-\beta)}$$
$$= (\alpha+\gamma)\mathrm{L} - (1-\alpha-\gamma)\mathrm{Y}\frac{r}{\mathrm{w}} - (1-\alpha-\gamma)\left(\frac{\pi(\mathrm{p,w,r})}{\mathrm{w}}\right) = \ell^{\mathrm{S}}$$

Ao reemplazar a expresão para $\pi(\mathrm{p,w,r})$ obtemos

$$p^{1/(1-\beta)}\beta^{1/(1-\beta)}w^{-1/(1-\beta)}$$
$$= (\alpha+\gamma)\mathrm{L} - (1-\alpha-\gamma)\mathrm{Y}\frac{r}{\mathrm{w}}$$
$$- (1-\alpha$$
$$- \gamma)(1-\beta)^{(1-\beta)/\beta}\beta^{\beta/(1-\beta)}\mathrm{p}^{(1-\beta+\beta^2)/(\beta-\beta^2)}r^{-(1-\beta)/\beta}w^{-1/(1-\beta)}$$
$$+ (1-\alpha-\gamma)p^{1/(1-\beta)}\beta^{1/(1-\beta)}w^{-1/(1-\beta)}$$
$$+ (1-\alpha-\gamma)\mathrm{p}^{1/\beta}(1-\beta)^{1/\beta}r^{-(1-\beta)/\beta}w^{-1}$$

Assim

$$(\alpha+\gamma)\mathrm{L} - (1-\alpha-\gamma)\mathrm{Y}\frac{r}{\mathrm{w}}$$
$$- (1-\alpha$$
$$- \gamma)(1-\beta)^{(1-\beta)/\beta}\beta^{\beta/(1-\beta)}\mathrm{p}^{(1-\beta+\beta^2)/(\beta-\beta^2)}r^{-(1-\beta)/\beta}w^{-1/(1-\beta)}$$
$$- (\alpha+\gamma)p^{1/(1-\beta)}\beta^{1/(1-\beta)}w^{-1/(1-\beta)}$$
$$+ (1-\alpha-\gamma)\mathrm{p}^{1/\beta}(1-\beta)^{1/\beta}r^{-(1-\beta)/\beta}w^{-1} = 0$$

No caso do mercado de terra teremos que

$$\mathrm{y^D(p,w,r)} = \mathrm{p}^{1/\beta}(1-\beta)^{1/\beta}r^{-1/\beta} = (1-\gamma)\mathrm{Y} - \gamma\frac{w}{\mathrm{r}}\mathrm{L} - \gamma\frac{\pi(\mathrm{p,w,r})}{\mathrm{r}} = \mathrm{y^S}$$

Ao reemplazar a expresão para $\pi(\mathrm{p,w,r})$ obtemos

$$\mathrm{p}^{1/\beta}(1-\beta)^{1/\beta}r^{-1/\beta}$$
$$= (1-\gamma)\mathrm{Y} - \gamma\frac{w}{\mathrm{r}}\mathrm{L}$$
$$- \gamma(1-\beta)^{(1-\beta)/\beta}\beta^{\beta/(1-\beta)}\mathrm{p}^{(1-\beta+\beta^2)/(\beta-\beta^2)}r^{-1/\beta}w^{-\beta/(1-\beta)}$$
$$+ \gamma p^{1/(1-\beta)}\beta^{1/(1-\beta)}w^{-\beta/(1-\beta)}r^{-1} + \gamma\mathrm{p}^{1/\beta}(1-\beta)^{1/\beta}r^{-1/\beta}$$

E finalmente obtemos

$$(1-\gamma)\mathrm{Y}-\gamma\frac{w}{\mathrm{r}}\mathrm{L}$$
$$-\gamma(1-\beta)^{(1-\beta)/\beta}\beta^{\beta/(1-\beta)}\mathrm{p}^{(1-\beta+\beta^2)/(\beta-\beta^2)}r^{-1/\beta}w^{-\beta/(1-\beta)}$$
$$+\gamma p^{1/(1-\beta)}\beta^{1/(1-\beta)}w^{-\beta/(1-\beta)}r^{-1}-(1$$
$$-\gamma)\mathrm{p}^{1/\beta}(1-\beta)^{1/\beta}r^{-1/\beta}=0$$

Então deveremos obter as relações de equilibrio $\frac{w}{\mathrm{p}}$ e $\frac{r}{\mathrm{p}}$ porém infelizmente ambos sistemas são não lineares, sendo assim o meio de resolver este sistema é eventualmente numérico. Assim obeteremos varias soluções para um conjunto pequeno de parametros se tomamos os valores de $\alpha = 1/2$; $\beta = 1/2$; $\gamma = 1/4$; $L = 100$, tomaremos o valor de $p = 1$ fazendo ele de numerario um procedimento que é comun nos modelos de equilibrio geral computáveis. O sistem de equações foi resolvido numericamnte usando Mathematica 11[5] e o código do programa encontra-se no Anexo. Assim a continuação mostramos os resultados ao incrementar os valores da Terra Y, para os valores 100, 500 e 1000. Essa simulação mostra que a medida que a quantidade de terra aumenta a renda da terra r baixa e o salario w aumenta (ver tabela a seguir).

TABELA 1: SOLUÇÕES PARA DIVERSOS VALORES DE *Y*.

Out[95]=

Terra	Soluções
100	{w → 0.0700146, r → 0.138916}
500	{w → 0.0864292, r → 0.0532734}
1000	{w → 0.0968627, r → 0.0354287}

[5] Ver http://wolfram.com para mais informações sobre o software.

Considerações Finais

O modelo de equilibrio geral com produção faz a uma reprodução muito simples de uma economia onde é produzido 1 bem somente. A solução do modelo é razoavel para o caso de funções de produção do tipo Cobb-Douglas e no caso de utilidade Cobb-Douglas.

Quando é introduzido 1 insumo neste modelo, com funções de produção e utilidade do tipo Cobb-Douglas a complexidade aumenta de forma importante, assim as equações de equilibrio de mercados são muito não lineares o que faz impossível o calculo de soluções usando métodos analiticos. Porem, a mecanica do processo para encontrar a solução não é diferente da usada pelo caso de um insumo so, o que nos leva afirmar que o modelo de um insumo é um topico razoavel de ser estudiado ao nível de graduação e fornce o espiritu de casos com uma variedade maior de bens e insumos cujos equilibrios são encontrados somente de forma numérica. Sendo assim modelos com mais de 2 insumos são modelos que fican naturalmnete indexado na esfera de modelos de equilibrio geral computaveis.

A partir das análises feitas, é possível que seja não apenas observado como também demonstrado, que os mercados ao se mostrarem auto relacionados evidenciam a facilidade com que podem ter seu estado de equilíbrio afetado. Assim como mencio- nado anteriormente, tal constatação deixa claro que a tomada de decisão sobre uma política pública por exemplo, deve levar em consideração não apenas o seu mercado objetivo, como também todos os outros diretamente e indiretamente relacionados.

Assim sendo, podemos estender a aplicação deste modelo em diversos e diferentes mercados e cenários econômicos. Buscando sempre determinar cuidadosa- mente as relações que gerenciam e determinam as escolhas dos agentes envolvidos no objeto de estudo. Um dos pré-requisitos básicos segundo Fochezatto (2006), para que seja possível a adaptação de tais modelos aos variados estudos é, por exemplo,a existência de dados suficientes para construção de suas hipóteses e desenho do comportamento dos agentes.

Uma outra possível extensão e aplicação desse trabalho seria a adição do governo no modelo. O objetivo seria verificar se a atuação do governo na distribuição equitativa de dotações poderia garantir alocações que não apenas cumprem a ideia de equilíbrio Paretiano, mas também, de justiça.

Os modelos de equilíbrio geral, devem possuir uma forte argumentação teórica, já que possuem a sua disposição um amplo e sólido arcabouço teórico. Além disso, podem e por assim ser devem contemplar as interdependências entre os diferentes componentes do mercado analisado, sejam eles agentes, instituições ou mercados completos.

Referências

ARROW, K. J.; SEN, A.; SUZUMURA, K. Handbook of social choice and welfare. [S.l.]: Elsevier, 2010.

BARR, N. Economics of the welfare state. [S.l.]: Oxford University Press, USA, 2020.

BARROS, R. P. d.; CORSEUIL, C. H.; CURY, S. Salário mínimo e pobreza no brasil: estimativas que consideram efeitos de equilíbrio geral. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea), 2001.

DEBREU, G. Teoría del valor: un análisis axiomático del equilibrio económico. [S.l.]: Antoni Bosch editor, 1973.

FOCHEZATTO, A. Modelos de equilíbrio geral aplicados na análise de políticas fiscais: uma revisão da literatura. Análise–Revista de Administração da PUCRS, v. 16, n. 1, 2006.

HADDAD, E. A.; DOMINGUES, E. P. Efes-um modelo aplicado de equilíbrio geral para a economia brasileira: projeções setoriais para 1999-2004. Estudos Econômicos (São Paulo), v. 31, n. 1, p. 89–125, 2001.

JEHLE, G. A. Advanced microeconomic theory. [S.l.]: Pearson Education India, 2001.

KREPS, D. M. Microeconomics for managers. [S.l.]: Princeton University Press, 2019.

NAJBERG, S. et al. Modelo de equilíbrio geral computável como instrumento de política econômica: uma análise de câmbio x tarifas. Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social, 1995.

NECHYBA, T. Microeconomics: an intuitive approach with calculus. [S.l.]: Nelson Education, 2016.

NEUMANN, J. V.; MORGENSTERN, O.; KUHN, H. W. Theory of games and economic behavior (commemorative edition). [S.l.]: Princeton university press, 2007.1

NICHOLSON, W. Teoria microeconômica: princípios básicos e aplicações. Tradução 12o ed. Americana. Cengage, p. 432, 2018.

PINDYCK, R. S.; RUBINFELD, D. L.; RABASCO, E. Microeconomia. [S.l.]: Pearson Italia, 2013.4,6,7,8, PORSSE, A. A. Competição tributária regional, externalidades fiscais e federalismo no brasil: uma abordagem de equilíbrio geral computável. 2005.

SILVA, V. A. D. O equilíbrio geral: Uma abordagem histórica e conceitual. 2009.

SNYDER, C. M.; NICHOLSON, W.; STEWART, R. Microeconomic theory: Basic principles and extensions. [S.l.]: South-Western Cengage Learning, 2012.

TOURINHO, O. A. F.; MOTTA, R. S. d.; ALVES, Y. L. B. Uma aplicação ambiental de um modelo de equilíbrio geral. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), 2003.

VARIAN, H. R. Microeconomia-princípios básicos. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2006.

WALRAS, L. Compêndio dos elementos de economia política pura. [S.l.]: Nova Cultural, 1996.

Anexo: Solução Numerica em Mathematica

```
ClearAll[α, β, γ, L, Y, p, w, r, y, l]
apaga tudo

Eq1[α_, β_, γ_, L_, Y_, p_, w_, r_] :=
 (α + γ) * L - (1 - α - γ) * Y * r / w -
  (1 - α - γ) * ((1 - β) ^ ((1 - β) / β)) * (β ^ (β / (1 - β))) * (p ^ ((1 - β + β ^ 2) / (β - β ^ 2))) *
   (r ^ (- (1 - β) / β)) * (w ^ (- β / (1 - β))) -
  (α + γ) * (p ^ (1 / (1 - β))) * (β ^ (1 / (1 - β))) * (w ^ (-1 / (1 - β))) +
  (1 - α + γ) * (p ^ (1 / β)) * ((1 - β) ^ (1 / β)) * (r ^ (- (1 - β) / β)) * (w ^ (-1))
Eq2[α_, β_, γ_, L_, Y_, p_, w_, r_] :=
 (1 - γ) * Y - γ * w * L / r - γ * ((1 - β) ^ ((1 - β) / β)) * (β ^ (β / (1 - β))) *
   (p ^ ((1 - β + β ^ 2) / (β - β ^ 2))) * (r ^ (-1 / β)) * (w ^ (- β / (1 - β))) -
  γ * (p ^ (1 / (1 - β))) * (β ^ (1 / (1 - β))) * (w ^ (- β / (1 - β))) * r ^ (-1) -
  (1 - γ) * (p ^ (1 / β)) * ((1 - β) ^ (1 / β)) * (r ^ (-1 / β))
```

```
In[65]:= NSolve[Eq1[1 / 2, 1 / 2, 1 / 4, 100, 100, 1, w, r] == 0 &&
         solução numérica
           Eq2[1 / 2, 1 / 2, 1 / 4, 100, 100, 1, w, r] == 0 && w > 0 && r > 0, {w, r}]

Out[65]= {{w → 0.0700146, r → 0.138916}}
```

```
In[93]:= Table[
         tabela
           Prepend[NSolve[Eq1[1 / 2, 1 / 2, 1 / 4, 100, tx, 1, w, r] == 0 &&
           adiciona··· solução numérica
              Eq2[1 / 2, 1 / 2, 1 / 4, 100, tx, 1, w, r] == 0 && w > 0 && r > 0, {w, r}], tx],
           {tx, {100, 500, 1000}}];
         Grid[%, Frame → All]
         grade    quadro tudo
```

Out[94]=

100	{w → 0.0700146, r → 0.138916}
500	{w → 0.0864292, r → 0.0532734}
1000	{w → 0.0968627, r → 0.0354287}

```
In[95]:= ReplacePart[
         substitui uma parte
          Grid[{{100, {w → 0.0700146, r → 0.138916}}, {500, {w → 0.0864292, r → 0.0532734}},
          grade
            {1000, {w → 0.0968627, r → 0.0354287}}}, Frame → All],
                                                       quadro tudo
          1 →
           Prepend[
           adiciona no início
            First[Grid[{{100, {w → 0.0700146, r → 0.138916}}, {500, {w → 0.0864292, r → 0.0532734}},
            primeirc grade
               {1000, {w → 0.0968627, r → 0.0354287}}}, Frame → All]], {"Terra", "Soluções"}]]
                                                          quadro tudo
```

Out[95]=

Terra	Soluções
100	{w → 0.0700146, r → 0.138916}
500	{w → 0.0864292, r → 0.0532734}
1000	{w → 0.0968627, r → 0.0354287}