

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ISABELA MATIAS DOS ANJOS

**MOBILE LEARNING E GEOMETRIA DINÂMICA NO ENSINO DE
CÔNICAS: POSSIBILIDADES E DESAFIOS**

OURO PRETO

2019

ISABELA MATIAS DOS ANJOS

**MOBILE LEARNING E GEOMETRIA DINÂMICA NO ENSINO DE
CÔNICAS: POSSIBILIDADES E DESAFIOS**

Monografia apresentada ao Curso de Matemática da
Universidade Federal de Ouro Preto como requisito
para a obtenção do título de Licenciatura em
Matemática.

OURO PRETO

2019



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal de Ouro Preto
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas (ICEB)
Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática



Ata da sessão pública para julgamento da Monografia de conclusão de curso de Isabela Matias dos Anjos, na área de Matemática, do Instituto de Ciências Exatas e Biológicas da Universidade Federal de Ouro Preto.

Aos vinte e oito dias do mês de novembro do ano de dois mil e dezenove, às 19h00min, no auditório do Departamento de Matemática (Sala 2-02 – ICEB III) do Instituto de Ciências Exatas e Biológicas da Universidade Federal de Ouro Preto, reuniu-se a Comissão Julgadora composta pelos professores: Marli Regina dos Santos (orientadora), Érica Resende Malaspina e Marcos Dias da Rocha para avaliação da monografia da aluna Isabela Matias dos Anjos, intitulada “**Mobile learning e geometria dinâmica no ensino de cônicas: possibilidades e desafios**”. A sessão pública foi aberta pela professora Marli Regina dos Santos, Presidente da Comissão Julgadora e orientadora, que após formalidades de praxe passou a palavra à aluna para apresentação oral e, em seguida, arguição pelos membros da Banca. Terminada a arguição, a Comissão reuniu-se em sessão secreta para julgamento e expedição do resultado final e decidiu pela aprovação da Monografia, por unanimidade. O resultado foi comunicado publicamente à aluna pela presidente da comissão. Nada havendo mais a tratar, foi encerrada a sessão da qual lavrou-se a presente ata que vai assinada pela Comissão Julgadora. Ouro Preto, 28 de novembro de 2019.

Prof.^a Marli Regina dos Santos
Universidade Federal de Ouro Preto
Presidente

Prof.^a Érica Resende Malaspina
Universidade Federal de Ouro Preto

Prof. Marcos Dias da Rocha
Instituto Federal Minas Gerais – Ouro Preto

Agradeço à minha orientadora Marli por toda paciência durante a elaboração da monografia, à professora Érica por colaborar com a pesquisa e ao professor Marcos por ter me inspirado na escolha do tema.

Dedico este trabalho aos meus pais, Marilda e Ronaldo e a minha avó Alice.

RESUMO

Este estudo investiga a inserção do celular, ou smartphone, em sala de aula, no ensino de cônicas, com o objetivo de investigar possibilidades e limites atrelados à essa inserção. Para isso foram elaboradas atividades de construção e investigação da parábola, hipérbole e elipse, usando o aplicativo GeoGebra, nas quais os alunos foram convidados a realizar a construção em seus celulares e investigar as relações e propriedades envolvidas. Foi aplicado um questionário visando um levantamento sobre o perfil dos alunos participantes e sobre suas experiências e opiniões quanto ao uso do celular no ensino e na aprendizagem. Este estudo apresenta, também, uma reflexão teórica quanto ao uso das tecnologias na sociedade e no ensino, focando na tendência do Mobile Learning, ou ensino com uso de dispositivos móveis, e na geometria Dinâmica. Para desenvolver as atividades, contatamos a docente responsável pela disciplina de Geometria Analítica de uma turma do 1º período do curso de licenciatura em matemática da UFOP, já que o conteúdo focado é pertinente a esta disciplina. O estudo foi, então, realizado junto à referida turma, em horário de aula, em dois encontros nos quais os alunos foram convidados a realizar construções em seus celulares e relacionar com as definições, propriedades e conceitos das cônicas em destaque. Foi possível concluir que o uso da tecnologia no ensino pode ser um importante recurso no processo de aprendizagem, visto que os alunos estão em constante contato com elas, dentro e fora dos espaços de ensino, e isso facilita sua inserção, em especial dos celulares. Em meio às dificuldades encontradas e relatadas neste estudo, notamos também que o uso do software, por si só, não implica necessariamente em um melhor desempenho do aluno, mas a aprendizagem pode ser facilitada por esses recursos, principalmente quando se foca na investigação e análises do aprendiz, em que o professor tem o papel de orientador e não apenas de detentor do conhecimento. O uso do celular permitiu o envolvimento de todos, já que, muitas vezes, o docente não encontra a estrutura tecnológica adequada que permita que todos os alunos de uma turma possam utiliza-las visando a investigação e a compreensão dos conceitos.

Palavras chaves: Tecnologias, Smartphones, Mobile Learning, Cônicas, Geogebra.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	7
CAPÍTULO 1 – TECNOLOGIAS, SOCIEDADE E EDUCAÇÃO.....	11
1.1 Tecnologias na sociedade	11
1.2 Tecnologias na escola e no ensino	15
1.3 Tecnologias e educação matemática.....	18
CAPÍTULO 2 – GEOMETRIA DINÂMICA E MOBILE LEARNING.....	23
2.1 Geometria dinâmica: movimento, visualização e interação	24
2.2 Mobile Learning: recursos móveis na aprendizagem matemática.....	28
CAPITULO 3: METODOLOGIA DO ESTUDO.....	33
3.1 Sobre o estudo de campo e o perfil dos participantes.....	33
3.2 Abordagem qualitativa.....	35
CAPITULO 4: O ESTUDO DAS CÔNICAS COM CALOUROS DA MATEMÁTICA: UMA PERSPECTIVA MOBILE LEARNING	37
4.1 Estudando as Cônicas com GD: explorando construções, definições e propriedades.....	37
CONCLUSÃO.....	63

INTRODUÇÃO

A expressão “vida acadêmica” faz parte e acompanha o cotidiano daqueles que estão interessados e dispostos a estudar. No decorrer da vida acadêmica, passam professores que ficam marcados, como ícones, e acabam virando inspiração para não desistir, já que esse percurso de estudo pode envolver grandes desafios e dificuldades. Uma característica daqueles que gostam de estudar é não pensar em parar jamais e sempre querer enriquecer de conhecimento a sua vida acadêmica. Nessa trajetória, vamos descobrindo o que mais se assemelha com nossa personalidade, escolhemos caminhos e nos movemos na direção de nossos objetivos.

No decorrer da minha vida escolar, nunca cheguei a ter certeza sobre o que eu queria fazer, ou me dedicar, e sempre tive dúvidas sobre meu futuro profissional. Por outro lado, sempre gostei de estudar e desde o início apresentei um forte interesse por uma disciplina: a matemática.

Ainda durante a educação básica, e analisando o mercado de trabalho a partir do 1º ano do Ensino Médio, senti que estava fora de cogitação ser professora, afinal, por estudar em escola pública, e ter professores muitas vezes sobrecarregados e mal remunerados, isso desestimulava o interesse pela profissão.

Tinha certeza que iria fazer um curso que envolvia cálculos, então tentei ingressar no curso de engenharia geológica, deixando como segunda opção o curso de matemática. Não obtive nota suficiente para ingressar na minha primeira opção de curso, mas para a segunda, sim. Logo, me matriculei no curso de Licenciatura em Matemática.

Comecei o curso mesmo não sendo o que eu queria e já no primeiro ano senti as dificuldades que viriam. Estudava muito, mas, pelas notas baixas, pude perceber que não sabia estudar da maneira correta. Apesar de ter me saído mal em algumas disciplinas, consegui recuperar e rever as formas de estudar e aprender.

Mesmo que no início não tivesse interesse pela docência, quando comecei a fazer as disciplinas de Práticas de Ensino, comecei a me interessar mais pelo curso e pela possibilidade de atuar na docência. Interessada nessa parte prática do curso de Licenciatura, participei, como bolsista, do PIBID¹. Nesse programa, os bolsistas iam para

¹ O Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência (PIBID) é uma ação da Política Nacional de Formação de Professores do Ministério da Educação (MEC) que visa proporcionar ao licenciando uma aproximação prática com o cotidiano das escolas públicas de educação básica.

as escolas dar monitorias, desenvolver atividades de ensino e aprendizagem, feiras de matemática, tudo ligado à Educação Matemática nas escolas.

A partir dessas experiências descobri uma vocação e um novo interesse: dar aulas. Tudo isso também influenciou, de certa forma, este trabalho. A ideia do tema desta monografia surgiu ao longo da minha vida acadêmica no curso em meio às várias experiências com o ensino da matemática que pude desenvolver.

Na última disciplina de estágio da graduação, que realizei paralelamente com uma disciplina chamada *Tecnologia no Ensino de Matemática* pude perceber algumas possibilidades para o ensino por meio de recursos tecnológicos. Foi um período de grande interesse pelo ensino de matemática envolvendo não só o uso de computadores, mas também celulares e outros dispositivos. No estágio, que era realizado em uma escola Federal de Ensino Médio de Ouro Preto/MG, em conversa com o professor supervisor da escola, ele me explicou sobre um projeto que idealizou sobre o uso de celular com o aplicativo do GeoGebra² para lecionar conteúdos aos alunos e me propôs que em algumas aulas de minhas regências de estágio na turma fosse utilizado este recurso computacional.

O professor utilizava o GeoGebra no celular para que os alunos pudessem entender e visualizar geometricamente o conteúdo estudado. A maioria dos alunos do professor já tinha uma familiaridade muito grande com o programa, visto que era utilizado com frequência nas aulas. Em algumas aulas o GeoGebra era utilizado da seguinte forma: depois que os alunos faziam cálculos e raciocinavam sobre a questão eles conferiam os resultados fazendo uma análise geométrica, observando se o resultado encontrado fazia ou não sentido.

O assunto a ser tratado nas minhas regências na turma, especificamente, foi Circunferências, presente no conteúdo de geometria analítica. A disciplina de *Tecnologia no Ensino de Matemática* me possibilitou um conhecimento maior do GeoGebra, o que me deu segurança e capacidade de planejar uma aula utilizando esse recurso computacional. Apesar das dificuldades que encontrei num primeiro momento, tais como Datashow com defeito, versões diferentes do programa nos computadores, perda de tempo para acertar problemas técnicos, consegui contornar a situação. Nessa regência notei que consegui tentar sair de uma *zona de conforto*, mesmo tendo utilizado também recursos como o quadro e o giz. Parti para a apresentação de um software colocando em desafio o meu desempenho como professora, buscando explorar a capacidade de

² GeoGebra é um software de Geometria Dinâmica, serão concedidas mais informações.

visualização e entendimento dos alunos mediante uma aula que, pra mim, foi uma novidade, pois nunca havia usado esse recurso no estágio ou na aula. Notei que a maioria dos professores de ensino básico que acompanhei não usavam softwares em suas aulas, muitas vezes por nem conhecer ou saber usa-los, portanto nunca tive a oportunidade de pensar junto com eles no uso para o ensino em minhas regências.

Obtive um resultado bastante satisfatório com o uso do software em minhas regências, que eu não esperava, e me impressionei com a reação dos alunos quando viram a possibilidade de movimento do GeoGebra e a dinamicidade da atividade proposta. Percebi a potencialidade de se explorar o software junto aos alunos no ensino de matemática. Notei que uma das vantagens de usar o aplicativo GeoGebra no celular era que cada aluno seria o “dono” da sua própria construção e, portanto, poderia explorar melhor aquilo que fez, o que é diferente de quando o professor apenas projeta a imagem da construção que fez no computador e o aluno apenas assiste. Quando ele apenas observa, não pode manusear a construção ou usar ferramentas, o que dificulta análises e observações e mesmo novas descobertas.

O uso do aplicativo no seu próprio celular parece dar certa autonomia para o aluno seguir alguns caminhos diferentes ou arriscar testes para comprovar suas intuições e análises a partir da construção que realiza e intuições que possa querer testar.

A disciplina de *Tecnologia no Ensino de Matemática*, que cursei no 8º período, também possibilitou um aprendizado muito grande com relação ao GeoGebra. Havia uma prática intensa do software, principalmente quando apresentei um estudo sobre cônicas, enfatizando a representação geométrica a partir da definição. Esta apresentação foi feita passo a passo: primeiramente dada a definição de cada cônica, em um segundo momento realizada a construção e depois a discussão sobre ela.

A partir desta disciplina pude conhecer melhor as múltiplas funções do GeoGebra e perceber as várias possibilidades de aplicação no ensino da matemática.

Foi a partir dessas experiências que surgiu meu interesse pelo tema e o desejo de aprofundar nas questões que tangenciei ao longo das vivências na licenciatura, apresentadas aqui. Assim, este estudo visa pesquisar mais sobre as tecnologias no ensino, em especial da matemática, por meio de atividades que colaborem com o aprendizado dos alunos, trazendo para dentro de sala de aula os recursos tecnológicos para se aprender matemática de um modo mais interativo que possibilite a investigação pelo processo de visualização e movimento.

Nesse sentido, o foco dessa pesquisa é inserir a tecnologia nas aulas de matemática através de smartphones e do aplicativo GeoGebra no estudo das cônicas com o apoio da Geometria Dinâmica (GD), buscando destacar as dificuldades e as possibilidades que o professor pode experimentar ao optar por uma abordagem que envolve tais recursos e onde o aluno é o investigador das atividades que visam a análise e a descoberta. Espera-se contribuir com a discussão sobre o uso de tecnologias no ensino, em especial dos smartphones, com atividades investigativas visando o ensino de cônicas. Esperamos, assim, analisar a possibilidade de se implementar atividades onde o aprendizado possa ser interativo, evidenciando diálogos, aberturas, dificuldades e limites encontrados durante a realização desse estudo.

CAPÍTULO 1: TECNOLOGIAS, SOCIEDADE E EDUCAÇÃO

Neste capítulo serão abordadas algumas discussões quanto aos avanços tecnológicos na sociedade enfatizando o celular como um possível facilitador na vida da maioria dos usuários. Focará também sobre o uso e a evolução da tecnologia no meio escolar, direcionando a discussão para as possibilidades do uso de smartphones nas escolas em prol do ensino e da aprendizagem.

1.1 Tecnologias na sociedade

A fase que estamos vivenciando no século XXI mostra um embaralhar de informações e inovações em termos dos avanços tecnológicos e suas consequências. A cada dia estamos nos deparando com o crescimento acelerado de recursos e objetos cada vez mais modernos, muitos deles objetos de consumo que surgem em meio à essa tendência tecnológica e inovadora que presenciamos.

Na era dos smartphones, computadores e outros equipamentos “inteligentes”, os mesmos surgem prometendo melhorias para o ser humano, fazendo com que seja cada vez mais fácil a comunicação e busca pela informação, atrelando tecnologia com qualidade de vida.

Estamos vivendo um ápice da influência tecnológica da história. Ela está presente em diversos espaços da sociedade como em aplicativos de transporte e compra, na TV por assinatura, no compartilhamento de músicas, nas transações bancárias e nas redes sociais.

Nos dias atuais, em que a tecnologia se apresenta como uma aliada para a sociedade, tentamos captar as informações que recebemos progressivamente. Segundo Straubhaar e LaRose (2004 apud Fonseca, 2013, p.164) “em poucos anos a tecnologia da informação tornou-se parte de nossa vida diária, e promete moldar profundamente o nosso futuro”. Isso já se configura como uma realidade nos dias atuais.

“[...] as tecnologias invadem as nossas vidas, ampliam a nossa memória, garantem novas possibilidades de bem-estar e fragilizam as capacidades naturais do ser humano. Somos muito diferentes dos nossos antepassados e nos acostumamos com alguns confortos tecnológicos – água encanada, luz elétrica, fogão, sapatos e telefones, são tecnologias que nem podemos imaginar como seria viver sem elas” (KENSKI 2007, p. 19).

O sentido de tecnologia trazido por Kenski (2007) refere-se ao conjunto de conhecimentos e princípios científicos que se aplicam ao planejamento, à construção e à

utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade. Isso quer dizer que desde a Idade Média os seres humanos já interagem com as mais variadas tecnologias, como as que permitiram criar o fogo ou as ferramentas feitas em madeira e metal. Nos tempos atuais, o termo tecnologias nos remete, em geral, àquelas relacionadas à informática. Desse modo, nos últimos tempos a humanidade presenciou uma grande popularização das Tecnologias Digitais (TD), em especial daquelas relacionadas à informação e à comunicação, ou seja, as TIC (tecnologias da Informação e Comunicação)³ possibilitadas pela utilização da informática, como o computador, os smartphones, a internet e outras.

Nesta perspectiva, faz-se necessário englobar as tecnologias da informação em prol das relações sociais, pois cada vez mais estamos usando dispositivos informatizados não só para nos comunicar e entrosar com outras pessoas, mas também para ampliar a visão de mundo.

Dentre os recursos tecnológicos mais utilizados, aquele que mais sofreu atualizações e cujo acesso das pessoas aumentou exponencialmente, foi o smartphone. Hoje, seu uso vai muito além de fazer e atender ligações, como há pouco tempo atrás, e suas atualizações e melhorias indicam um caminho promissor para o acesso às diferentes tecnologias e os mais diversificados usos, do lazer ao trabalho. Os celulares ou smartphones funcionam praticamente como computadores, com capacidade de processamento rápido, com funções e aplicações das mais variadas e abrangendo diversas áreas do conhecimento humano. A quantidade de usuários de aplicativos de relacionamento que permitem a troca de mensagens e compartilhamentos, e que funcionam conectados à internet, como o WhatsApp e Facebook, aumentou drasticamente e continua a atrair novos interessados com as mais diversas finalidades e usos, inclusive educacionais, por meio de grupos de discussão de temas e disciplinas.

Uma pesquisa quanto ao uso de celular pelos brasileiros, disponibilizada pelo G1⁴, mostra que o número de vendas de smartphones no Brasil nos últimos anos foi muito alto. O ano de 2018 encerrou com mais de 44,4 milhões de smartphones vendidos e, como motivo desta grandiosa venda, temos uma avantajada influência dos aplicativos na vida das pessoas. Eles se tornaram um facilitador para diversas necessidades junto às pessoas que deles fazem uso, pelo fato da facilidade em resolver variados tipos de problemas e

³ Como exemplos de TIC, destacamos não só os computadores, as calculadoras, a Internet, e aparelhos móveis, mas também os vídeos e softwares.

⁴ Disponível em: <https://especiais.g1.globo.com/economia/tecnologia/a-vida-na-era-dos-apps/>

também pela possibilidade em utilizá-los para o trabalho, podendo resultar em uma fonte de renda ou mesmo de sustento familiar. Os aplicativos de transporte permitem que seja selecionada uma corrida indicando seu início e seu destino sem que seja preciso chamar um taxi ou esperar um ônibus. Com os app de banco se pode consultar saldo, fazer transferências ou contestar uma compra no cartão de crédito, sem precisar sair de casa. Com a criação da moeda digital o próprio dinheiro ganhou novas configurações e o pagamento em um restaurante pode ser feito em um click, usando o smartphone.

Existem aplicativos que conectam as pessoas com interesses convergentes. Um deles é o *Be my eyes*⁵ que foi criado para ajudar pessoas cegas ou que possuem baixa visão, conectando voluntários que se dispõem a auxiliar o deficiente visual. Esses voluntários leem rótulos, descrevem imagens e cores, determinam chegada e partida de pontos de ônibus, dentre outras ações que ajudam o solicitante a obter informações ou suprir alguma necessidade.

Outro aplicativo é o *Hand Talk*⁶ que realiza tradução automática para a Língua Brasileira de Sinais: o tradutor traz acessibilidade digital em Libras para a comunidade surda, quebrando a barreira de comunicação entre surdos e ouvintes, contribuindo com ambos para que a comunicação ocorra. O aplicativo possui um personagem 3D chamado Hugo, que torna a comunicação interativa e de fácil compreensão. Ele busca democratizar o acesso à informação e à comunicação, sendo complementar ao trabalho dos intérpretes de Libras.

Nas escolas, a inserção das tecnologias também está ocorrendo, mas de forma mais lenta e gradual, principalmente quanto aos seus usos pedagógicos. As secretarias e os professores das escolas estaduais estão utilizando diários de classe virtual, que é uma plataforma idealizada pela Secretaria de Estado de Educação de Minas, cuja proposta é ampliar a interação entre estudantes, pais, responsáveis e profissionais da educação. Trata-se de uma ferramenta criada para otimizar o trabalho burocrático dos professores, monitorar a frequência dos estudantes e garantir maior segurança dos dados escolares.

Para além dos usos burocráticos, a presença da tecnologia como recurso que auxilie na ação didática docente parece enfrentar diversos obstáculos para que possa ser realmente implementada nas salas de aula, como ausência de laboratórios de informática

⁵ Tradução: Seja meus olhos – disponível em:

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.bemyeyes.bemyeyes&hl=pt_BR

⁶ Tradução: Conversa de mão - Link: <https://www.handtalk.me/app>

nas escolas ou recursos ultrapassados, falta de preparação do professor em sua formação inicial, poucos cursos de capacitação (BORBA & CHIARI, 2013).

O mundo está globalizado e as tecnologias estão avançando cada vez mais, fazendo com que as pessoas e instituições busquem acompanhar essa evolução. A todo momento temos referências de tecnologia em nosso cotidiano, seja com o computador ou o celular, nos mais variados locais e em constante modificação. Parece uma tendência a escola e o ensino não ficarem de fora dos usos desses avanços tecnológicos, uma vez que tecnologia traz informação e esta é a base das relações de ensino e aprendizagem.

Existem preocupações quanto ao uso excessivo dos celulares. Uma preocupação dos pais da atualidade é com as consequências sobre o uso excessivo dos celulares pelos seus filhos. Problemas de visão são um deles. Os consultórios de oftalmologia estão chamando de falsa miopia uma distorção causada pelo uso excessivo de celulares, tablets e computadores, que atinge muitas crianças e adolescentes. O uso excessivo também pode causar: dores no pescoço, consequência do tempo que se passa em apenas uma posição, dores no braço e nos ombros pelo fato de passar muito tempo digitando; inflamações como tendinites; dores de cabeça e problemas na coluna etc.

Pode causar também problema na escrita e na leitura, já que com o uso das redes sociais escrevemos muitas palavras abreviadas. Esse mal hábito pode se refletir na escrita formal.

No ensino, o uso inadequado de dispositivos pelos alunos em sala levou as escolas a adotarem a sua proibição nesse espaço. Mesmo assim, isso não é respeitado de modo geral. Nota-se um grande interesse dos alunos em estarem conectados, interagindo de forma mais enfática com o dispositivo que tem em mãos do que com a explicação do professor. Em meio às tecnologias, a fala do professor muitas vezes não ganha a atenção dos alunos. Por outro lado, considerando os avanços e as possibilidades abertas, tais dispositivos indicam caminhos para uma prática pedagógica inovadora.

Considerando que somente o quadro, o giz, a caneta e o papel não mantém os alunos interessados em aprender, hoje, com o avanço tecnológico, o cenário do ensino e da aprendizagem é bem diferente daquele em que as TIC não estavam presentes. Por isso, ao invés de banir os recursos móveis dos espaços de ensino, proibindo-o em sala de aula, pode-se inserir os smartphones no processo de aprendizagem, visto que os mesmos possuem câmeras, mapas, gravadores, diversos aplicativos, além do acesso à internet, que podem ser aproveitados para tornar a aula mais dinâmica fazendo do aluno o protagonista do próprio aprendizado.

É importante ressaltar que o uso dos smartphones em sala de aula sem nenhuma estratégia pedagógica ou objetivos educacionais explícitos não é uma real inserção visando a aprendizagem. É necessário que o professor trace as metas e os objetivos que deseja alcançar e seja capaz de formular aulas com tais dispositivos que não sejam apenas o “mais do mesmo”, ou seja, apenas uma inserção para “enfeitar a aula” e sem fins pedagógicos reais. Além disso, é preciso que ele desperte o interesse do aluno a participar desse processo de aprendizagem, tornando-se o sujeito do saber.

1.2 Tecnologias na escola e no ensino

Há alguns anos os recursos tecnológicos não eram tão populares e por isso eram pouco usados em espaços escolares. As pesquisas e consultas eram feitas a partir de livros e enciclopédias. Os vídeos eram exibidos uma vez ou outra caso a escola possuísse os recursos. O projetor era algo caro e difícil de ser utilizado.

Pode-se ter dois pontos de vista em relação às mudanças associadas às tecnologias, como na pesquisa de conteúdo, por exemplo. O primeiro é que uma pesquisa em livros exige uma série de leituras em diferentes fontes, que há uma maior confiança na veracidade dos fatos e exige-se do aluno uma capacidade de síntese para compreender o conteúdo pesquisado. O segundo, é que na internet é fácil encontrar o que se busca, mas é necessário tomar certo cuidado quanto às referências e à fidedignidade do que nos chega, visto que ela abrange uma quantidade de pessoas e de fontes muito grande, além de que o conteúdo pesquisado pode sofrer edições. Nesse sentido, a internet fornece um método fácil e rápido de se obter informação, porém os cuidados devem ser dobrados.

Por outro lado, não podemos negar que os livros vem sendo cada vez menos usados para realização de pesquisas e que o uso da internet no espaço escolar para buscas de conteúdos e assuntos é cada vez mais amplo.

As TIC possibilitam diversas formas de aprendizado e de exploração do conteúdo. Pensando na realidade tecnológica em que estamos inseridos, marcada por uma geração chamada de *geração Z*, que são as crianças nascidas depois dos anos 2000 e que já nasceram na época da internet e são capazes de lidar com as tecnologias de formas diversas, explorar situações de ensino com as TIC pode ser ainda mais interessante. O fato dessas crianças estarem envolvidas com a tecnologia pode ser um facilitador da sua inserção em sala de aula, visto que elas entendem, quase que intuitivamente, sobre o funcionamento de um celular, computador ou qualquer outro aparelho eletrônico.

Por outro lado, apenas saber usar não é suficiente. É preciso um maior envolvimento do professor para que essa inserção das TIC em sala de aula ocorra a contento. Conforme Carneiro e Passos (2014, p. 102), “o professor precisa participar de forma ativa do processo de construção do conhecimento do aluno, sendo um mediador, motivador e orientador da aprendizagem”. Desta forma, os recursos tecnológicos podem ser usados para que o professor tenha maior facilidade em repassar e construir o conhecimento. Para isso é necessário que, em alguns momentos, ele busque novas experiências usando as TIC e abandone a *zona de conforto* “onde quase tudo é conhecido, previsível e controlável”, e caminhe em direção à *zona de risco*, na qual ele não está totalmente à vontade e seguro. Essa zona de risco “aparece principalmente em decorrência de problemas técnicos e da diversidade de caminhos e dúvidas que surgem quando os alunos trabalham com um computador.” (BORBA; PENTEADO, 2001, p. 55).

Um outro aspecto quanto à relutância para a inserção das tecnologias na escola pode ser atribuído ao fato da resistência de alguns professores por pensar que podem ser substituídos pelas máquinas, assim como vem acontecendo em outros setores, como na indústria. Ao contrário disso, a inserção das tecnologias nas escolas exige e altera cada vez mais o trabalho docente, visto que, sem o professor, essa inserção é apenas um complemento que pode não levar à aprendizagem dos alunos.

Como explicitam os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN – (BRASIL, 1998, p. 140) “a tecnologia deve servir para enriquecer o ambiente educacional propiciando a construção de conhecimentos por meio de uma atuação ativa, crítica e criativa por parte de alunos e professores”. Sendo assim, segundo Carneiro e Passos (2014, p. 103), “a instalação de equipamentos de informática, de TVs e de aparelhos de DVD na escola e acesso à internet, por modismo, não é sinônimo de um ensino de boa qualidade”. Ela exige um trabalho docente envolvente e comprometido.

Mesmo com algumas resistências por parte dos docentes, a afinidade dos alunos com tecnologias digitais deveria fazer a escola abrir espaço para novas abordagens de ensino usando as TIC. Apesar da estrutura inadequada da maioria das escolas, muitas delas possuem, mesmo que em número reduzido, alguns tipos de aparelhos tecnológicos que podem ser usados para facilitar o processo de ensino.

O Datashow é um grande aliado e facilitador na vida do professor, pois permite a mostrar imagens, textos, tópicos sobre a aula, para toda a sala de aula e todos os alunos conseguem visualizar com mais facilidade aquilo que seria apenas escrito no quadro. O professor ainda economiza tempo pelo fato de não ter que copiar tudo no quadro.

Os vídeos também são recursos tecnológicos usados por professores para contextualizar conteúdos, pelo fato de terem um forte apelo visual e poderem ser adequados ao grau de complexidade da turma. Arroio e Giordan (2006 apud MUCHENSK; BEILNER, 2015, p.144) destacam, em relação aos vídeos, que é importante verificar a sua linguagem, analisando o nível das ideias e se elas se enquadram com os alunos que irão assisti-lo. Dessa maneira, o material multimídia tem um apelo visual, dinâmico e, às vezes, emocional e pode ser utilizado para estimular e motivar a aprendizagem dos conteúdos apresentados.

Laboratórios de informática e os softwares adequados podem ser importantes na verificação de conceitos e na interação entre alunos e professor em sala de aula. É um espaço diferente no que se compara à sala de aula, e que pode dar expansão à criatividade dos alunos (e também dos professores), dinamizar o trabalho e enriquecer as atividades de ensino-aprendizagem. A aplicação de atividades do tipo laboratorial, quando possível, pode ser importante como modo de conseguir uma melhor qualidade na aprendizagem, instigar as habilidades dos alunos e incentiva-los a fazer descobertas no que diz respeito à construção do seu próprio conhecimento.

Outro recurso importante, e que de certo modo conecta os diversos outros recursos, é a internet. Ela pode contribuir com a aquisição de conhecimento, ligando alunos e professores aos espaços virtuais de ensino e trazendo uma infinidade de possibilidades e ideias que podem ser aplicados no processo de ensino e aprendizado.

A utilização de softwares educativos pode possibilitar uma forma de dinamização no ensino e motivação para aprendizagem. Levando em consideração a matemática, cuja ementa possui o estudo de conteúdos abstratos e de difícil entendimento para os alunos, com ajuda dos softwares é possível elaborar uma aula que vai além do que o quadro e o giz permitem.

Conectando possibilidades tecnológicas, como a internet e os softwares, podemos destacar os dispositivos móveis, como tablets e smartphones, como outro tipo de recurso promissor para o ensino e aprendizagem. Como a grande maioria dos alunos em sala de aula possuem acesso a smartphones ou outros dispositivos móveis, como tablets e computadores portáteis, tais aparelhos podem ser utilizados em prol do aprendizado. Quando conectados com a internet, podem promover ainda mais interações nesse sentido. Por outro lado, devido aos jogos e redes sociais, eles podem acabar por se tornar um dificultador durante as aulas, caso os alunos se distraiam por outros recursos que não são

o foco da aula. Por isso, é preciso atentar-se para o seu uso, para que ocorra de forma correta e a favor do ensino e da aprendizagem.

Devido às amplas possibilidades de inserção de recursos móveis no ensino, muitos estudos têm se voltado para esses dispositivos em associação com os espaços de sala de aula (FERREIRA, Neuber; ARAUJO JR, Carlos; PALANCH, Wagner, 2019). Uma das vantagens da inserção da tecnologia móvel na escola é melhorar a qualidade de ensino para os alunos a partir de ferramentas que eles já possuem, visto que algumas escolas sequer têm condições de oferecer material pedagógico para diferentes atividades a serem aplicadas, ou laboratórios de informática equipados adequadamente.

Focalizando na matemática, são muitos os aplicativos e software que podem contribuir com esta disciplina, tornando-a mais dinâmica e interativa. Uma das vantagens da inserção da tecnologia nas aulas da disciplina é melhorar a qualidade de ensino possibilitando aos alunos explorar e fazer investigações. É importante destacar que não se trata de deixar de lado os modos convencionais de ensino, com foco em uma boa aula, mas sim explorar as contribuições que a modernização e as tecnologias permitem, de modo a contribuir e complementar as diversas metodologias de ensino. Assim, as tecnologias e o ensino tradicional expositivo podem estar em conexão de modo que o professor tire proveito disso para dinamizar suas aulas e a aprendizagem dos alunos, trazendo para dentro de sala de aula atividades que incentivem os alunos ao aprendizado.

Focando especificamente no celular, há muitos aplicativos e recursos, como jogos, com objetivos didáticos. Considerando ainda que o investimento em infraestrutura nas escolas está aquém do desejado, o uso de celular pode ser uma alternativa com ônus mínimo, que auxilia na inserção das tecnologias nos espaços de ensino aprendizagem.

1.3 Tecnologias e Educação matemática

Qualquer pessoa pode ter algum tipo de limitação ou dificuldade, seja na escola, no trabalho ou na vida como um todo, nas mais diversas situações cotidianas, escolares e profissionais. Porém, elas podem ser amenizadas no decorrer do tempo com a prática e o exercício. Nas escolas, temos um exemplo concreto dessa situação: existem alunos que possuem muita dificuldade em determinados conteúdos, sendo que alguns se esforçam para aprender e ser aprovado e outros abandonam ou sentem repúdio pela matéria e se encontram totalmente desmotivados em aprender.

O histórico do ensino de matemática mostra que, pelo olhar dos alunos, ela é a disciplina menos apreciada por eles. Pode-se considerar que o fracasso escolar de alguns alunos na disciplina de matemática é devido às dificuldades que eles têm em estudar conteúdos que envolvem cálculos. Alguns estudantes até tentam entender o assunto tratado, mas pelo fato de não obterem sucesso e não compreenderem o porquê de alguns resultados acabam desistindo, criando um ciclo vicioso de desmotivação e insucesso.

Um dos motivos dos alunos não compreenderem a matemática pode ser a falta de contextualização ou correlações com o cotidiano. Muitas vezes, no ensino da disciplina, não se faz conexão da matéria estudada com o dia a dia dos alunos. Para o aluno é difícil entender um tema que não faz parte da sua rotina e do seu cotidiano. O que faz surgir a clássica pergunta: "Onde vou usar isso, professora?"

Na matemática, apesar de todo o raciocínio e lógica que envolve, muitas vezes ela é apresentada de modo mecanizado, levando à um desinteresse do aluno ou à mera repetição de etapas. Dentre os recursos que podem auxiliar na ação docente para reverter esse quadro, os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) destacam os recursos informáticos (BRASIL, 1994). De acordo com os PCN as "(...) ferramentas tecnológicas permitem que os alunos construam uma visão mais completa da verdadeira natureza da atividade matemática e desenvolvam atitudes positivas diante de seu estudo" (BRASIL, 1994, pág. 43-44). Como as tecnologias estão cada vez mais presentes em variadas atividades da sociedade, esses recursos, familiares aos alunos, podem trazer contribuições para o ensino de matemática.

As tecnologias auxiliam no processo de despertar o interesse do aluno, de forma complementar às formas tradicionais de ensino, e não como uma substituta, por exemplo, dos livros didáticos. Como indicado pelos PCN,

“no mundo atual saber fazer cálculos com lápis e papel é uma competência de importância relativa e que deve conviver com outras modalidades de cálculo, como o cálculo mental, as estimativas e o cálculo produzido pelas calculadoras, portanto, não se pode privar as pessoas de um conhecimento que é útil em suas vidas” (BRASIL, 2014).

Para que o aluno se sinta motivado para aprender a matemática, devemos buscar formas de despertar seu interesse trazendo para sala de aula o que ele considera importante para utilizar nos afazeres do dia, por exemplo, utilizar contas do lar, troco de ônibus e supermercado, conferir saldo em banco, simular a administração de uma empresa. Em todos os casos a investigação e a exploração matemática podem contribuir com a aprendizagem e a formação do estudante.

Quando não relaciona o ensino da disciplina, ou ele fica sem sentido, o aluno pode perder o estímulo para estudar, o que é preocupante para os educadores, visto que a formação é contínua, e um fator depende do outro: o não aprendizado de um conteúdo terá consequências no estudo de outro no futuro. Também é importante mostrar para os alunos que não estudamos somente para fazer prova. Temos que ter prazer em aprender para que possamos aplicar o que aprendemos no espaço em que vivemos como cidadãos, seja o aprendizado em matemática, português, história ou qualquer outra disciplina.

Obviamente, no cotidiano do professor, não é possível trazer novidades e recursos em todas as aulas e a todo momento. Além disso, a maioria dos professores tem um cronograma anual a ser cumprido, o que dificulta novas inserções. Mas é possível adequar e acrescentar ao plano de aula tópicos que auxiliem na compreensão do aluno para que ele veja as conexões da matemática com seu dia a dia e dentro da própria matemática.

As tecnologias usadas em sala são uma possibilidade para se explorar novas formas de aprendizado em sala de aula, onde o aluno é o protagonista que busca entender as conexões que se pretende estabelecer por meio da interação com os colegas e o professor.

O uso da tecnologia não é a solução para a melhoria do aprendizado nas escolas públicas, mas pode ser uma forma de contribuir com as metodologias usadas em sala de aula, de forma que o aluno se interesse mais pela matemática e suas aplicações.

Borba (2012) relata quatro fases da tecnologia digital em educação matemática que sintetizaremos nesse tópico, a fim de conhecer a inserção e usos no ensino em sala de aula, em especial da matemática. Ele aborda as fases das tecnologias e como isso permitiu a exploração de caminhos alternativos em prol do ensino e aprendizagem de matemática, destacando a evolução dessas tecnologias, como elas eram utilizadas e de que forma elas contribuíram/contribuem para a educação.

Destaca-se que o surgimento de uma fase sucessora não excluiu ou substituiu a fase anterior, uma vez que tecnologias consideradas ultrapassadas ainda são utilizadas e agregam muito valor ao ensino, como por exemplo os livros, que são um tipo de tecnologia ainda muito usada, mas que aos poucos estão sendo substituídos por arquivos em pdf (leitura digital).

Borba (2012) explica que a primeira fase das tecnologias digitais ocorreu entre os anos de 1980 e 1989, onde a expressão “tecnologias informáticas” estavam sendo usadas para se referirem aos computadores. Um século antes o uso de máquinas era muito restrito, poucas pessoas tinham acesso. Foi no ano de 1980 que a utilização das

calculadoras se tornou um importante instrumento para auxiliar pesquisadores a realizarem cálculos com maior facilidade.

A primeira fase também é marcada pelo software LOGO (1985). O nome LOGO se originou de um termo grego que significa pensamento, ciência, raciocínio e cálculo. É um programa voltado para o ambiente educacional, que possibilita desenhar um simples quadrado ou plotar um gráfico de alta complexidade, o que depende do que e pra quem se visa ensinar. O ambiente LOGO envolve uma tartaruga (robô) que responde a comandos do usuário. Esses comandos indicam os movimentos que a tartaruga realizará, como passos e giros, que permitem a construção de objetos geométricos, como segmentos de retas e ângulos.

Na primeira fase estendeu-se a discussão sobre a implantação de laboratórios de informática nas escolas, o que seria um grande facilitador no ensino. Deu-se, então, foco em projetos voltados para o uso de tecnologias na formação de professores em uma abordagem inovadora para a educação, visando formar cidadãos que poderiam explorar tecnologias, podendo contribuir para o desenvolvimento social.

A segunda fase teve início no ano de 1990. O computador ainda não era acessível a todos, e eram poucas pessoas que utilizavam essa tecnologia. Muitos não usavam por medo, falta de oportunidade ou insegurança por não saber manusear adequadamente. Não havia o foco em atividades pedagógicas. À medida que o acesso aos computadores foi aumentando, alguns professores e instituições escolares foram aprimorando o uso do computador na área educacional. Os professores foram encontrando formas de inserir as TIC em sala de aula, mas para isso foi necessário sair da *zona de conforto* e seguir para a *zona de descoberta* e arriscar um novo método de ensinar. A partir daí vários softwares começaram a ser desenvolvidos e testados, como o Winplot que é uma ferramenta computacional para construir gráficos em duas e três dimensões, de maneira simples, gratuita e em formato pequeno e portátil, comparado com outros programas existentes.

O Graphmathica é outro exemplo, voltado para imagens e construção de funções matemáticas, podendo ser utilizado para visualizar gráficos de equações algébricas. O Cabri Géomètre é um programa de GD, pago, que permite a construção de diversos objetos geométricos. O geometricks também é um programa de GD bem parecido com o anterior. Com ele é possível construir objetos geométricos como pontos, retas, segmentos de retas, circunferências, ponto médio de segmentos, retas paralelas e perpendiculares, os quais podem ser movimentados livremente na tela e editados com diferentes cores e com traçados contínuos ou tracejados. É possível também calcular distância entre pontos,

medida de ângulos, áreas de polígonos e circunferências e determinar lugares geométricos de pontos e retas.

Com a chegada da internet e maior acesso à ela, inicia-se a terceira fase no ano de 1999. No meio educacional, a internet começou a ser utilizada entre os membros da escola para trocas de informações e as vezes para algum curso a distância. Ela abriu espaço também para a pesquisa tecnológica, em que seria possível criar um ambiente virtual de aprendizagem e investigações na área da álgebra e geometria.

Com o desenvolvimento da tecnologia para o ensino e necessidade de sua inserção nas escolas foi necessário a criação de uma formação continuada de professores para que os mesmos pudessem emergir na área e tomar conhecimento de atividades que poderiam ser aplicadas no ensino de matemática, visto que para a maioria dos professores dessa geração, a formação inicial não abordou as TIC e sua inserção nos espaços educativos.

A quarta fase é a atual que estamos vivenciando e que teve início no ano de 2004, quando a internet se torna de melhor qualidade e as pessoas passam a ter mais acesso aos computadores, dispositivos e à própria internet. A quarta fase é marcada por uma série de tecnologias digitais como apps e softwares, no cenário da educação digital, na era da internet.

No livro, Borba questiona “Será que a sociedade acompanha o ritmo da evolução do computador e internet?” Pensando no ensino da matemática, tal indagação nos leva em direção às práticas e ações que possam ser implementadas, a fim de verificar as possibilidades e limites que se colocam ao fazer do professor.

Canavaro (1994 apud Carneiro; Passos, 2014) classifica em quatro elementos a utilização das tecnologias, em especial os computadores, em sala de aula pelos professores. O primeiro é o Elemento de Motivação, para despertar o interesse dos alunos, o que deve ser feito com cuidado para que as aulas com os celulares e computadores não torne algo tão convencional quanto o quadro e o giz. O segundo é o Elemento de Modernização visto que a tecnologia digital já faz parte do cotidiano da sociedade. O terceiro é Elemento de Facilitação pelo fato de economia de tempo, facilidade de acesso e de visualização para conteúdos principalmente interligados a geometria. E por último é o Elemento de Mudança para criar atividades mais interativas, e principalmente, por abandono da zona de conforto para inovar o processo de ensino e aprendizagem.

Ainda que os modos e usos das tecnologias possam ser diversificados e distintos frente às práticas docente de cada um, o seu uso nos leva a pensar sobre qual é o papel da tecnologia no processo de ensino e na formação do cidadão. Segundo Borba e Pentead

(2001 p. 06) “o acesso às TIC deve ser um direito e as pessoas precisam ser alfabetizadas tecnologicamente”. De fato, o crescimento da tecnologia acontece rapidamente e nem todos conseguem acompanhar devido à exclusão digital que ainda se faz presente em nossa sociedade. Um fato é que, na maioria dos empregos, é necessário conhecimento tecnológico. Se a escola adequa a essa necessidade de aprendizagem para a vida, torna-se vantajoso para os alunos, visto que, além da tecnologia ser aliada no processo de aprendizagem, é também aliada no processo de preparação para futuras atividades profissionais. Por esse fato, a tecnologia pode ser aplicado em união com as diversas áreas do conhecimento, visto que os alunos estarão aprendendo a fazer pesquisas, planilhas, editar textos e acessar a internet com responsabilidade e olhar crítico.

Sobre a dificuldade de alguns professores com as TIC, é importante ressaltar a necessidade de cursos de formação continuada para que eles se preparem para a sala de aula, ou até mesmo que possam explorar aulas mais interativas usando as TIC. Como relata Carneiro e Passos (2014, p.106), “as TIC são mais uma ferramenta que podem auxiliar no ensino e na aprendizagem da matemática, desde que utilizadas com compreensão pelo professor do que se pretende com elas”. Por isso, se faz necessário repensar a sala de aula e também as condições para que os professores se sintam cada vez mais preparados para inserir tais recursos em sua prática.

Estudos, como este que realizamos, visam contribuir com a inserção da tecnologia nas escolas e com a discussão sobre a sua implementação. Ainda que com poucos recursos tecnológicos e com insegurança do professor, acreditamos que é possível inserir as TIC como um recurso coadjuvante no ensino aprendido.

CAPÍTULO 2 – GEOMETRIA DINÂMICA E MOBILE LEARNING

Neste capítulo será abordada uma discussão sobre a GD, a possibilidade de visualização e movimento por meio dela, e suas contribuições para o ensino e aprendizagem da matemática, destacando o principal software utilizado no estudo: o GeoGebra. Será abordado também o conceito de Mobile Learning, ou seja, a aprendizagem por meio de recursos tecnológicos móveis e como essa tecnologia pode contribuir com o ensino e aprendizado, dentro e fora de sala de aula, bem como trazer mudanças metodológicas para o ensino de matemática.

2.1 Geometria dinâmica: movimento, visualização e interação

As ferramentas e os recursos criados para facilitar no aprendizado dos alunos geralmente é utilizado por professores de diferentes disciplinas e níveis, buscando integrá-los no processo de ensino. Cabe ao professor refletir sobre os conceitos e ideias que quer ensinar e quais conhecimentos visa explorar, conectando ferramentas, recursos e metodologias em vista a uma prática pedagógica que busca envolver os alunos tendo como objetivo a eficácia na aprendizagem pela utilização desses meios didáticos.

Um recurso tecnológico muito difundido na atualidade e que pode ser abordado em sala de aula pelo professor e contribuir com as descobertas dos alunos são os softwares de Geometria Dinâmica (GD). O termo, concebido por Nick Jackiw e Steve Rasmussen (1990), busca destacar a diferença entre os softwares que permitem construção e movimentação e os demais softwares de geometria.

Os softwares de GD possibilitam a transformação e o movimento, além de permitir manter vinculados os objetos inseridos para a construção de um lugar geométrico. Nesses softwares, também há a possibilidade de substituir lápis, régua e compasso por mecanismos, ou ferramentas, mais precisos, mas que não deixam de exigir a atenção do usuário para concluir uma construção geométrica. Borba (2015) explica que “o dinamismo da GD pode ser atribuído as possibilidades em que podemos utilizar, manipular, combinar visualizar e construir virtualmente objetos geométricos permitindo novos caminhos de investigação”.

A interação dos alunos em atividades com softwares de GD e seu uso nas aulas de matemática pode oportunizar a exploração, a investigação e a verificação da construção que ele realiza, fazendo com que cada aluno seja protagonista da sua própria realização. Para Miskulin e Piva Jr. (2007, apud Silva, G. H. G. D. & Penteado, M. G. 2013), “(...)as práticas pedagógicas, de uma forma planejada e sistemática, com o uso da TIC permitem que os alunos desenvolvam uma competência de trabalho autônomo”, o que é muito importante para a investigação matemática. É necessário que em sala de aula, o aluno tenha espaços para testar intuições e encontrar erros, tendo a oportunidade de corrigi-los. Isso faz com que alunos sejam protagonistas da sua aprendizagem e vejam a matemática como uma ciência farta de possibilidades e não como algo que lhe é apresentado pronto e acabado.

Muitos estudos, como os que apresentamos a seguir, têm sido realizados com o uso da GD, indicando resultados e caminhos promissores para o ensino aprendizagem, em especial da matemática, e da geometria, particularmente.

Em sua pesquisa, Correia (2011) usou a GD junto a futuros professores de matemática para propor não apenas uma aprendizagem significativa em Geometria Analítica, mas também uma possível modificação da forma de condução da aprendizagem desses futuros profissionais da educação. O foco do estudo foi em atividades investigativas e exploratórias com o uso do GeoGebra para uma aprendizagem significativa da Geometria Analítica, em especial, pontos e retas.

Já Araújo (2017) deu ênfase na formação continuada de professores de matemática do Ensino Fundamental, criando atividades exploratórias de Álgebra e Geometria com a utilização do software GeoGebra. Em seu estudo, explora conceitos, tais como gráfico de função do primeiro e segundo grau, raízes das funções do primeiro e segundo grau, somas dos ângulos internos e externos de um triângulo, propriedades do baricentro, dentre outros assuntos. O pesquisador nota que quaisquer atividades propostas, utilizando-se de softwares educativos no ensino de Álgebra e Geometria, devem explicitar o caráter dinâmico e interativo, a fim de que o conhecimento seja expandido, não como um conjunto de conhecimentos isolados, prontos e acabados, mas como um conhecimento que estará sempre em transformação (ARAÚJO, 2017). A autora ressalta que as tecnologias no processo de ensino da Matemática abrem diversas possibilidades para que nossas práticas possam ser ampliadas de maneira significativas atendendo às novas demandas da sociedade.

Mais especificamente sobre o tema desta monografia, o estudo de Neves (2016) relata os passos de uma experiência de ensino pela qual envolveu diferentes abordagens sobre os conceitos de cônicas, em que uma delas envolvia o GeoGebra. Ele notou avanços significativos no posicionamento dos alunos perante a disciplina de Geometria Analítica. O autor destaca que, após a realização das atividades, ficava evidente o grau de satisfação e compromisso do que tinha sido estabelecido no plano de ensino do curso.

Ainda sobre as cônicas, Vidal (2013) elaborou uma sequência didática voltada para o ensino médio utilizando o GeoGebra. O pesquisador buscou provocar uma reflexão acerca do ensino deste conteúdo e incentivar o uso da história da matemática como recurso pedagógico no ensino da matemática, o uso de suas aplicações tanto no cotidiano quanto em outras áreas e o uso do software GeoGebra como instrumento de visualização e manipulação das propriedades de cada cônica. Vidal (2013) acredita que, com o seu

trabalho e fazendo as complementações necessárias, o professor poderá fazer com que o aluno não só aprenda o conteúdo, mas também pode despertar o seu interesse por compreender que as cônicas não são apenas mais um tópico a ser estudado por compor o currículo, mas são também um tópico rico em sua constituição, que foi construído ao longo dos séculos e que possui diversas aplicações em outras áreas do conhecimento.

Além das pesquisas e estudos envolvendo GD, vários produtos educacionais relacionados a educação matemática nos permitem perceber a importância de trazer a GD para dentro da sala de aula. Os estudos e produtos indicam caminhos promissões para o processo ensino-aprendizagem. Nota-se, que é preciso repensar os processos de ensino que priorizam apenas a exposição que levam a um receber passivo do conteúdo pelo aluno. É preciso que os alunos deixem de ver a Matemática como um produto acabado, cuja transmissão de conteúdo é vista como um conjunto estático de conhecimentos e técnicas (D'AMBRÓSIO, 2003), avançando em direção à um ensino mais ativo, por processos e metodologias que estimulem a participação.

Considerando a importância do software GeoGebra no âmbito da GD, incluindo nas pesquisas e estudos práticos, apresentamos a seguir um pouco mais sobre ele.

2.1.1 O GeoGebra e sua comunidade

O software GeoGebra foi idealizado e desenvolvido em 2001 por Markus Hohenwarte e desde de 2006 Yves Kreis é seu desenvolvedor.

O GeoGebra é um software gratuito de GD que pode ser utilizado em diferentes áreas e níveis de ensino. Na matemática, ele possui uma infinidade de aplicações por meio de ferramentas que possibilitam o estudo, por exemplo, das figuras geométricas no ensino fundamental, o estudo das funções no ensino médio, e no ensino superior o estudo do comportamento de alguns gráficos mais complexos. Ele também vem ganhando destaque em áreas afim, como Engenharias e Física, pelas possibilidades de construção e movimentação que seus recursos oferecem.

O GeoGebra estabelece uma ligação entre a geometria, álgebra, estatística, dentre outras aplicações.

É possível fazer download gratuito do software ou aplicativo tanto em computadores e notebooks quanto em smartphones. Ele possui versões em vários idiomas, inclusive no português.

O GeoGebra possui uma comunidade de educadores e educadoras na internet⁷ interessados pelo software, e onde são disponibilizado diversos tipos de materiais didáticos com a sua utilização. Neste site da comunidade existem tutoriais de como utilizar os seus comandos, como pontos, retas (paralelas, perpendiculares, mediatrizes), polígonos, cônicas, circunferências, entre outros comandos importantes não só no estudo de matemática, mas também em outras disciplinas que o utilizam como ferramenta. Existe também a versão do GeoGebra 3D com o qual é possível fazer a construção de sólidos geométricos, superfícies quadráticas, cilíndricas e vetores em R^3 .

No Facebook⁸ há uma página dedicada ao GeoGebra e composta por aproximadamente sete mil pessoas interessadas, que tem o objetivo de promover a resolução colaborativa de problemas utilizando o GeoGebra, discutir propostas de construção no software, apresentar novidades de uso, sugerir vídeo aulas. Permite que não só professores, mas também alunos, compartilhem atividades, curiosidades, dúvidas e informações sobre o software.

O uso do GeoGebra é muito fácil e intuitivo e, para ajudar, o software possui um sistema de perguntas e respostas que pode ser visualizado por qualquer usuário para sanar dúvidas quanto a algumas construções ou utilização de alguma ferramenta.

Além disso, diversas instituições ou pesquisadores individuais criam cursos para os interessados em suas funcionalidades, como a Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR - Apucarana) que disponibiliza um curso, que em 2019 está em sua 16^o edição⁹. Tal curso tem o objetivo de fomentar conhecimentos nos aspectos técnicos do aplicativo e de promover reflexões sobre seu uso em situações de ensino e aprendizagem de matemática. O curso é composto por em 8 módulos, em que são disponibilizadas aulas online e material de apoio, sendo totalmente gratuito.

O GeoGebra possui diversas potencialidades, sendo uma das mais importante a exploração da visualização e do movimento, que não seriam possíveis no quadro negro que é um ambiente estático quanto às ilustrações e imagens. Com o uso do GeoGebra é dada a oportunidade de os alunos idealizarem o movimento, constatar mudanças, características e propriedades de uma determinada construção geométrica e fazer inferências e investigações. De acordo com Karen Cristina Oro Niehues (2013) “a

⁷ Disponível em: <https://www.geogebra.org/> (acesso em: 07/11/2019)

⁸ Disponível em: <https://pt-br.facebook.com/> (acesso em: 09/11/2019)

⁹ Disponível em: <https://ogeogebra.com.br/site/> (acesso em: 12/11/2019)

utilização de recurso tecnológico, como o GeoGebra, contribui significativamente com o processo de ensino-aprendizagem uma vez que desperta e motiva o buscar, o aprender”.

Devido às suas possibilidades para o ensino, são muitas as pesquisas na área com o GeoGebra. O Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES soma 1039 teses¹⁰ envolvendo o uso do GeoGebra, não só no ensino básico, mas também no ensino superior, onde os autores apresentam várias propostas de ensino, utilização, sequências didáticas, aplicações dentre outras ações investigativas com o GeoGebra. Isso mostra a grande importância do software não apenas para as pesquisas, mas como um potencial recurso a ser implementados nas mais diversas situações de ensino e em diferentes níveis.

Quanto ao tema desta monografia, o ensino das cônicas com o GeoGebra traz muitas vantagens comparadas ao uso restrito do quadro ou papel. O software possibilita explorar propriedades matemáticas e elementos que talvez não pudessem ser percebidos com a mesma ênfase, caso se limitassem à apresentação em modo estático. Pode-se mostrar a origem das cônicas, com o GeoGebra 3D, e movimentar as figuras planas em diversas direções, para comparar, e depois retornar ao aspecto inicial. Devido à aplicação prática, instiga fazer simulações e descobertas.

Ainda que muitos alunos tenham contato com as cônicas apenas no ensino superior, elas também fazem parte do currículo do Ensino Médio. Porém, são pouco exploradas nesse nível de ensino. Por outro lado, ao ingressarem no ensino superior é cobrado do graduando um conhecimento prévio sobre as cônicas, já que o tema é pré-requisito para outras disciplinas, mas muitos alunos chegam as universidades sem conhecer ou jamais ter visto algo sobre o assunto.

Acreditamos que uma abordagem explorativa das cônicas, como a que apresentaremos no capítulo a seguir, pode ser realizada ou adaptada para alunos do Ensino Médio, o que poderia ajudar nessa transição do aluno para o Ensino Superior, facilitando o aprendizado e o aprofundamento do tema nesse nível de ensino.

2.2 MOBILE LEARNING: recursos móveis na aprendizagem matemática

Embora existam laboratórios de informática em 80,6% das escolas públicas (INEP, 2014), são muitas as dificuldades quanto ao acesso e utilização, seja pela falta de manutenção ou condições dos equipamentos, como pela falta de monitores, ou controle

¹⁰ Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/> (acesso em 24/10/2019)

da própria escola quanto aos recursos, fazendo com que o laboratório de informática de muitas escolas permaneçam fechados, sendo apenas depósitos de tecnologias que ficam ultrapassadas em curto espaço de tempo, de modo que os alunos e professores são privados de utilizá-las para fins educacionais.

Na tentativa de suprir essa lacuna de recursos informáticos nas escolas, uma tendência que tem ganhado destaque é a inclusão de dispositivos móveis como recurso tecnológico para o processo de ensino aprendizagem das disciplinas, o que originou uma tendência que vem ganhando cada vez mais atenção: a perspectiva Mobile Learning.

Para Mülbert e Pereira (2011 apud, FONSECA, 2013, p.169), Mobile Learning é “o conceito que representa a aprendizagem entregue ou suportada por meio de dispositivos de mão tais como PDAs (Personal Digital Assistant), smartphones, iPods, tablets e outros pequenos dispositivos digitais que carregam ou manipulam informações”

Dentre os recursos mais promissores nessa tendência, destacam-se os smartphones, ou celulares inteligentes.

Conforme enfatiza Fonseca (2013, p.164),

“o telefone celular é sem dúvida o mais popular e acessível dispositivo móvel. As justificativas para a apropriação do celular para o ensino-aprendizagem seriam: a familiaridade, por ser considerada uma tecnologia amigável e comum no cotidiano, a mobilidade e portabilidade, que permite levá-lo para qualquer parte”.

Esse aparelho reúne uma infinidade de possibilidades e acesso a informações que podem ser usadas nas escolas para explorar a aprendizagem e assim suprir uma demanda tecnológica que as políticas educacionais não estão dando conta de suprir.

Considerando a popularidade dos celulares, eles se tornam um dos recursos móveis mais promissores na direção de sua inserção para fins pedagógicos. Há muitas pesquisas e propostas que visam a inserção e utilização do celular em sala de aula, como meio de reorganizar os espaços de ensino e as formas de ensino e aprendizagem. Tais pesquisas apontam caminhos e possibilidades abertas com a inserção desse recurso para a aprendizagem mais autônoma e interativa.

Pires (2016) estudou em sua tese de mestrado sobre uma proposta de aplicativo para o ensino do conceito de funções usando smartphones e tablets. O autor concluiu que o uso de aplicativos em dispositivos móveis poderá promover e facilitar o ensino-aprendizagem tanto do conceito de funções na matemática, como dos demais conteúdos

propostos para o Ensino Fundamental e Médio, levando em consideração as expectativas criadas pelo potencial das TIC nesse processo.

Silva (2018) fez um estudo sobre a utilização do aplicativo GeoGebra para smartphone como recurso didático nas aulas de matemática do Ensino Fundamental e observou que os discentes utilizam o smartphone para interesse próprio de comunicação e busca de informações, mas não como um instrumento útil nas aulas em prol de sua aprendizagem. Ele destaca a necessidade da escola, em parceria com a comunidade, exigir seus direitos frente ao governo, solicitando capacitações para os professores e melhores condições de ensino para que o trabalho com as novas tecnologias educacionais ocorra de forma construtivista.

São muitas as pesquisas, propostas e projetos com foco no Mobile Learning. Um exemplo é o projeto *Escola com Celular*¹¹ que propõe o uso das TIC como estratégia para trabalhar conteúdos curriculares para o Ensino Básico. Esse projeto tem como principais objetivos oportunizar que alunos e professores trabalhem com as TIC e integrem seus conhecimentos. Conforme destacam, visa-se: integrar e aproximar os conteúdos curriculares à realidade dos alunos; estimular a participação dos alunos nas atividades escolares; criar uma oportunidade para os professores trabalharem com o uso da tecnologia; fomentar a conscientização e a integração dos alunos à sua realidade local.

Outro projeto que dá destaque ao Mobile Learning foi desenvolvido pela Nokia¹², iniciado em 2009 e com um primeiro teste em 2010. Seu objetivo é apoiar o ensino de matemática nas escolas usando a web, redes sociais e aplicativos móveis para fornecer material de aprendizado diretamente aos telefones celulares dos alunos. O material inclui exercícios, passo a passo de resoluções, sugestões e dicas, audiovisuais para ajudar nas resoluções.

Mülbert e Pereira (2011 apud, FONSECA, 2013, p.169) alertam sobre a necessidade de olhar os dispositivos móveis para além de uma visão “tecnocêntrica”, ou seja, aquela que coloca a tecnologia como principal instrumento para o estudo, como se ela resolvesse todos os problemas da aprendizagem. Deve-se buscar um conceito, um uso, que vá além dos dispositivos, ou do foco tecnológico, e que privilegie a união entre tecnologias e pessoas. Nesses sentido, o foco não deve estar apenas no aprendiz ou na tecnologia, e sim no encontro entre os dois.

¹¹ Disponível em: <https://www.escolacomcelular.org.br/> acesso em: 22/10/2019

¹² Disponível em: <https://www.comminit.com/content/nokia-mobile-learning-mathematics> acesso em: (25/10/2019)

Para Oliveira (2017, p. 265),

“a relação Mobile Learning e o ensino de Matemática permite ampliar o espaço de sala de aula, favorecendo a emergência de novas possibilidades, em que conhecimentos matemáticos podem ser construídos, interesses, necessidades e desejos podem ser compartilhados, constituindo-se numa participação coletiva e de forma intuitiva, além da capacidade de aprender e do talento para socializar o aprendizado”.

Sendo assim, percebe-se que as tecnologias móveis em sala de aula oferecem múltiplas possibilidades aos alunos e professores e também oportunidades de discutir e compartilhar questões dentro e fora do espaço escolar.

Quando pensamos no uso do celular em sala de aula, voltado para o ensino e aprendizagem, algumas vantagens se destacam, já que ele é um dispositivo popular para a maioria das pessoas, é um objeto de porte pessoal e seu uso não requer investimento por parte da instituição de ensino para se implementar atividades com os alunos. “Se o computador ainda é um objeto restrito, o celular está presente em boa parte das escolas, nas mochilas dos alunos de diferentes classes sociais” (MERIJE, 2012, p.81).

A UNESCO (Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura) define aprendizagem móvel como “uma aprendizagem que envolve o uso de tecnologias móveis, isoladamente ou em combinação com outras tecnologias de informação e comunicação (TIC), a fim de permitir a aprendizagem a qualquer hora e em qualquer lugar”. (Diretrizes de políticas para a aprendizagem móvel, 2013) ¹³. No documento proposto pela UNESCO, destacam-se alguns benefícios quanto à aprendizagem móvel, tais como: facilitar a aprendizagem individualizada, apoiar a aprendizagem fora da sala de aula, melhorar a relação custo-eficiência, assegurar o uso produtivo do tempo em sala de aula, permitir a aprendizagem a qualquer hora, em qualquer lugar, expandir o alcance e a equidade da educação. Pelo fato do celular ser de uso pessoal, cada estudante possui acesso às informações que busca e o celular pode oferecer maior flexibilidade para cada aluno avançar em seu próprio ritmo e seguir seus próprios interesses, aumentando potencialmente sua motivação para a aprendizagem.

Outro aspecto importante da aprendizagem móvel é permitir a aprendizagem em qualquer hora e em qualquer lugar. Como a todo momento as pessoas portam seus celulares, é possível que possam escolher como aproveitar o tempo da melhor maneira,

¹³ Disponível em: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000219641> (25/10/2019)

inclusive para os estudos. Com o Mobile Learning é possível realizar atividades educacionais em momentos de espera ou intervalos longos como viagens de ônibus e espera em filas. Quando orientado pelo professor, a organização de espaços e tempos de estudo e aprendizagem podem ser otimizados e com isso o aluno deve rever os modos como utiliza seu dispositivo. Como exemplo, o professor pode orientar seus alunos na utilização do aplicativo GeoGebra, que pode ser baixado gratuitamente, em que se pode investigar construções geométricas e fazer descobertas. Considerando ainda a dinâmica estabelecida pelo professor em sala de aula, cada aluno pode compartilhar seus conhecimentos com os colegas fazendo a aula de matemática mais interativa. Com o aplicativo instalado no celular, o aluno pode, a qualquer momento e em qualquer lugar, fazer alguma construção visando verificar alguma propriedade ou conceito discutido em sala de aula. Ele pode, orientado pelo professor, investigar a validade ou não de alguma afirmação geométrica, por exemplo. Desse modo, o aplicativo junto ao celular pode promover um uso que extrapole a sala de aula e mesmo os conteúdos que estão sendo abordados.

A tecnologia é um desses recursos ou ferramentas que o professor pode lançar mão para enriquecer sua prática. Nos diversos âmbitos da sociedade, ela proporciona novos caminhos e meios para o conhecimento, nas diversas áreas. Na ação docente, a importância da diversidade de metodologias, meios, espaços, ações, recursos, pode abrir caminhos para uma prática mais efetiva no entendimento da matemática. Além da criação de novas metodologias para o ensino, a sua inserção pode despertar a curiosidade e novas descobertas, estimulando a participação dos alunos em novas experiências. As TIC podem trazer contribuições nesse sentido. A sua inserção nas escolas tem se revelado muito promissora: ela possibilita novas ações e modos de proceder dos envolvidos com o ensino aprendizagem. Os celulares, como recursos para se avançar no ensino de matemática de um modo mais exploratório, pode ser um caminho promissor para a prática docente, trazendo elementos de discussão e investigação para os alunos.

No sentido de contribuir com essa discussão sobre a inserção das TIC no ensino de matemática, em especial os celulares, este estudo propõe criar atividades e planejar sua realização com alunos a fim de analisar uma proposta para o ensino de cônicas por meio de celulares e GD, identificando aspectos envolvidos na sua implementação.

A seguir, apresentamos a metodologia e o estudo realizado com graduandos em Matemática.

CAPITULO 3: METODOLOGIA DO ESTUDO

Neste capítulo será abordado sobre a metodologia do estudo, sobre o perfil dos alunos e suas opiniões quanto a inserção dos smartphones em sala de aula. E por último explicamos sucintamente sobre a abordagem qualitativa, utilizada no estudo.

3.1 Sobre o estudo de campo e o perfil dos participantes

Para a realização do estudo desta monografia, foram elaboradas atividades de construção e investigação das cônicas (parábola, elipse e hipérbole) em que os alunos seriam convidados a realizar as construções propostas e investigar sobre a relação de tal construção com a definição de cada cônica. Para realizar o estudo, entramos em contato com a professora de Geometria Analítica da turma do 1º período do curso de Licenciatura em Matemática da UFOP, para verificar a possibilidade de aplicar as atividades junto aos seus alunos, já que o tema está relacionado a esta disciplina.

Com a aprovação da docente, nos encontramos com a turma para apresentar a proposta e solicitar que respondessem um questionário, anônimo, que visava conhecer mais sobre o perfil dos alunos. O que conheciam de tecnologias e a opinião sobre elas. Foi dado um prazo, que precisou ser estendido, para que os alunos respondessem o questionário. No final do prazo apenas 20 alunos, dos 45 Matriculados, responderam.

Quanto ao perfil dos alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática da UFOP, conforme Projeto Político Pedagógico do Curso, em geral, os estudantes são moradores da Região dos Inconfidentes, a qual contempla as cidades de Mariana, Ouro Preto, Itabirito, Acaiaca e Diogo de Vasconcelos. Devido à localização do campus onde o curso se insere, atende também a população de municípios vizinhos da mesorregião da Zona da Mata Mineira e de outros municípios da Mesorregião Metropolitana de Belo Horizonte, da qual Ouro Preto faz parte. Como na maioria dos cursos de licenciatura, em especial de Matemática, os alunos ingressantes, em geral, são aqueles que no ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) tem médias inferiores em relação a outros cursos de exatas, como Engenharia e Informática. Essa é uma característica relacionada às licenciaturas, já que a maioria dos jovens ingressantes na graduação não desejam seguir a profissão docente.

Quanto aos estudantes participantes deste estudo, com base nos dados coletados nos questionários, expomos um breve perfil sobre eles e suas experiências com

tecnologias. Constatamos que a maioria dos respondentes tinha entre 18 e 21 anos de idade e residia na própria cidade de Ouro Preto. Quanto à escolha pelo curso, 55% escolheram matemática como primeira opção e a maioria deles cursavam a disciplina pela primeira vez. 75% deles concluíram o ensino médio em escola pública e tiveram aulas em laboratórios de informática nas mesmas. Quanto ao uso de aplicativos para estudar matemática, 70% responderam que já utilizaram e os mais citados foram photomath, GeoGebra, navegadores de internet, excel, plataformas de vídeo, dentre outros. Mesmo alguns alunos citando o GeoGebra, 15% da turma ainda não conhecia o aplicativo e 30% nunca havia utilizado.

Dos alunos que usaram o GeoGebra em algum momento da vida acadêmica, 30% relataram que foram em minicursos na própria Universidade e 40% nas escolas onde concluíram o ensino médio; fizeram uso tanto do celular quanto do computador; e a maioria citou que o software foi usado para o estudo de funções.

Quanto à última pergunta do questionário (Você acha que o celular pode te ajudar na aprendizagem das disciplinas do curso de Matemática?), as respostas foram todas positivas e algumas se destacaram, como nos trechos a seguir:

“O celular, utilizado como ferramenta de estudo pode colaborar na aprendizagem, mas não pode ser o foco principal. Acredito que o uso excessivo do celular, mesmo que exclusivo para estudo, pode deixar as pessoas alienadas e com “preguiça” de pensar para resolver alguns problemas.”

“Sim. A partir de sites e aplicativos, que além de proporcionar um aprendizado mais dinâmico, pode usar de uma linguagem mais próxima do aluno.”

“Sim, o celular é uma ferramenta muito útil, tanto pelo acesso à internet como aos aplicativos.”

“É claro. Há infinitas formas de utilizar, há inúmeros recursos positivos na internet, de vídeos, documentos, dados... Tudo depende do foco e as fontes buscadas.”, “Com certeza. É ótimo porque assim podemos visualizar muitas coisas que só na teoria não vemos.”, “Se bem utilizado sim, pois o desvio de atenção a outros aplicativos atrapalha.”

3.2 Abordagem qualitativa

Para criar, realizar e analisar a proposta de ensino de cônicas com os calouros do curso de Matemática da UFOP, lançamos mão da abordagem qualitativa de pesquisa. Considerando nossos objetivos de descrever e compreender aspectos relacionados ao uso de celulares no ensino, esta é uma questão que envolve análises das experiências vividas nos encontros e não um estudo quantitativo ou estatístico.

Assim, nos baseamos nas ideias e orientações de Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (2000) quanto a essa abordagem de pesquisa.

Para os autores, um aspecto importante dessa abordagem é que deve ser dado um enfoque especial ao planejamento e execução, sendo que nem sempre se faz necessária uma ampla gama de casos ou sujeitos para validar o estudo, característica essa de pesquisas quantitativas ou estatísticas.

Os autores destacam que é necessária uma estruturação prévia do estudo a ser realizado, devido aos fatos e ao que se pretende investigar. Eles alertam que quanto menos experiente for o pesquisador, mais ele precisará de um planejamento cuidadoso, sob pena de se perder num emaranhado de dados dos quais não conseguirá extrair qualquer significado ou compreensão.

Os autores ressaltam que a pesquisa qualitativa não se restringe à adoção de uma teoria que se visa confirmar ou refutar, mas que ela tem como objetivo central uma compreensão e interpretação que auxilie na análise dos aspectos envolvidos no estudo. Para que ocorra, pode-se adotar uma multiplicidade de procedimentos, técnicas e pressupostos, a fim de abordar o tema investigado por vários ângulos e buscar uma interpretação analítica do que se investiga.

Em geral, essa abordagem é amplamente utilizada em estudos que recaem sobre a compreensão das intenções, interações, diálogos e significados dos atos humanos ocorridos, envolvendo indivíduos, grupos ou organizações em seu ambiente ou contexto social. O pesquisador procura aprofundar-se na compreensão dos fenômenos que estuda visando uma interpretação compreensiva daquilo que vivencia.

Dentre as características de um estudo qualitativo, os autores destacam: ambiente natural como fonte de coleta de dados; pesquisador como instrumento principal da análise; tendência a ser descritiva e interpretativa; coleta de dados por meio de entrevista, observação e investigação participativa; maior interesse pelo processo do que pelos resultados ou produtos; apresentação da descrição e análise dos dados em uma síntese narrativa; busca da compreensão dos fenômenos, pelo investigador, a partir da

perspectiva dos participantes; utilização do enfoque indutivo na análise dos dados, ou seja, realização de generalizações de observações limitadas e específicas pelo pesquisador.

Nesse sentido, este estudo visa uma análise qualitativa interpretativa da experiência de ensino aprendizagem de cônicas junto aos dispositivos móveis em atividades nas quais os alunos são convidados a indagar sobre os conceitos e definições envolvidos.

CAPÍTULO 4: O ESTUDO DAS CÔNICAS COM CALOUROS DA MATEMÁTICA: UMA PERSPECTIVA MOBILE LEARNING

Neste capítulo apresentamos as atividades e interações ocorridas nos dois encontros com os alunos calouros do curso de Matemática da UFOP, buscando contemplar os diálogos e manifestações ocorridas e também apresentar nossas compreensões quanto ao desenvolvimento das atividades enquanto responsável por preparar e ministrar os encontros.

Deixaremos em destaque, por meio de caixas de texto, o modo como a proposta¹⁴ foi encadeada e os aspectos importantes das explicações dadas, considerando que esse recurso pode vir a ser adaptado e utilizado por professores, tanto do Ensino Médio, como do Superior. Também destacamos os questionamentos sugeridos pela ministrante visando a investigação dos alunos.

4.1 Estudando as Cônicas com GD: explorando construções, definições e propriedades

Primeiro encontro: aplicações e parábola

No primeiro encontro, estavam presentes aproximadamente 40 alunos, a professora da turma, a pesquisadora e dois graduandos, colegas da pesquisadora, que auxiliaram os estudantes nas construções com o GeoGebra.

O foco desse encontro foi apresentar as cônicas (de maneira geral), falar de aplicações das cônicas no dia a dia e fazer a construção da parábola para, após, investigá-la. Foi feita uma breve introdução sobre tudo que seria abordado nos dois encontros, durante as duas aulas cedidas pela professora.

O encontro foi iniciado pela explicação quanto à origem das cônica a partir do cone circular reto e por algumas aplicações. Após conceituar as três cônicas em destaque (a parábola, elipse e hipérbole) expliquei como seria a sequência das aulas: daria a definição da cônica, falaria sobre suas propriedades e elementos, faríamos a sua construção geométrica usando o software GeoGebra e, finalmente, com base na construção, seria feita uma análise usando conceitos de geometria plana para investigar a construção de cada cônica em destaque.

¹⁴ O livro texto utilizado para a condução das atividades foi o de STEINBRUCH & WINTERLE (1987).

Obtenção das Cônicas a partir do Cone Circular Reto de duas folhas

As cônicas são obtidas pela interseção de um plano com um cone circular reto de duas folhas. Foi mostrada na figura abaixo (FIG 1) para que os alunos pudessem identificar as três cônicas.



Figura 1: origem das cônicas a partir do cone circular reto de duas folhas

(FONTE: wikipédia.com.br)

A fim de enriquecer a explicação dada, foi realizada uma apresentação dinâmica, na qual podíamos movimentar o cone e mostrar as secções com os planos, em diversos ângulos. Elas foram elaborada pela pesquisadora com auxílio do GeoGebra 3D. Foi explicado mais detalhadamente sobre a origem de cada uma das cônicas.

Apresentação Dinâmica no GeoGebra 3D da Obtenção das Cônicas a partir do Cone Circular Reto

A hipérbole é obtida pela interseção de um plano paralelo ao eixo central do cone circular reto (FIG 2).

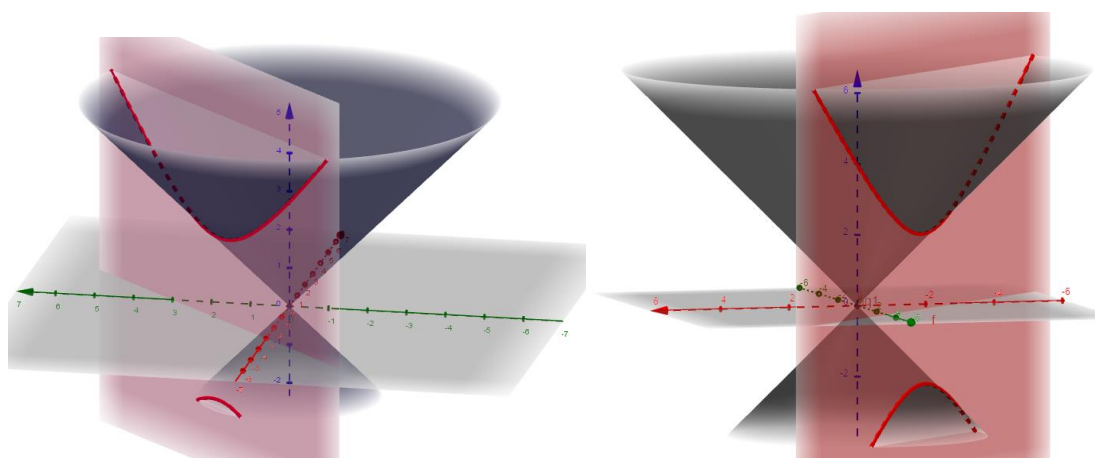


Figura 2: hipérbole obtida pela interseção de um plano paralelo ao eixo central do cone circular reto (FONTE: arquivo da autora)

A parábola é obtida a partir da interseção de um plano paralelo à geratriz do cone circular reto (FIG 3).

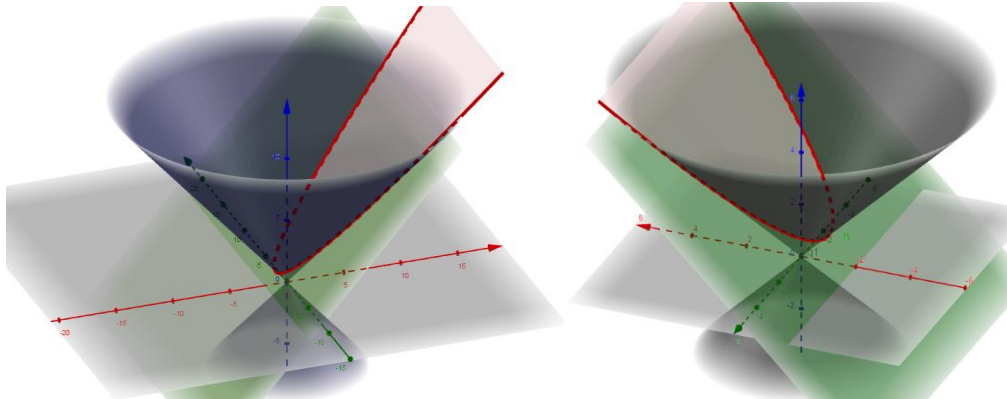


Figura 3: Parábola obtida pela interseção de um plano paralelo à geratriz do cone circular reto (FONTE: arquivo da autora)

A elipse é obtida pela interseção de um plano oblíquo com o cone circular reto (FIG 4).

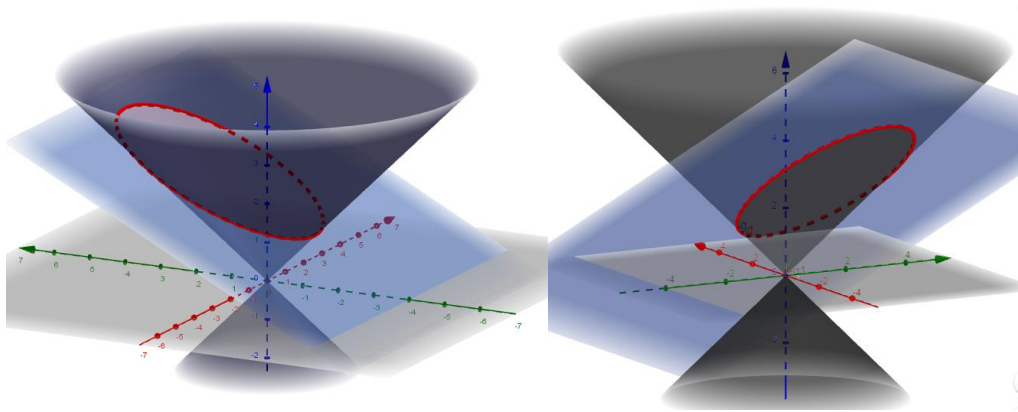


Figura 4: Elipse obtida pela interseção de um plano oblíquo ao eixo central do cone circular reto (FONTE: arquivo da autora)

Foi falado sobre alguns objetos e construções que se utilizam do formato das cônicas.

Aplicações das Cônicas no cotidiano

Um exemplo clássico de aplicação da parábola é a antena parabólica que possui o formato parabólico para melhor captura de sinais emitidos via satélite:



Figura 5: Antena parabólica. FONTE: inhapiemfoco.com/

A Igreja do rosário em Ouro Preto/MG possui sua parte central em formato elíptico, o que torna a acústica da igreja especial.



Figura 6: Igreja do Rosário Ouro Preto/MG FONTE: uai.com.br

A Catedral Metropolitana Nossa Senhora Aparecida em Brasília, um projeto arquitetônico de Oscar Niemeyer, que possui formada hiperbólico, o que dá um destaque para a sua arquitetura.



*Figura 7: Catedral Metropolitana Nossa Senhora Aparecida.
FONTE: www.culturagenial.com*

Em seguida, partimos para o estudo da parábola e apresentei a seguinte definição:

Definição da Parábola

Considere uma reta d e um ponto F que não pertence à reta. Parábola é o conjunto de todos os pontos do plano que equidistam de F e de d .

Com a definição de parábola em destaque, a partir da figura a seguir (FIG 8) fiz a seguinte pergunta: Alguém consegue me falar um ponto P pertencente a parábola satisfazendo a definição?

Encontrando pontos da Parábola

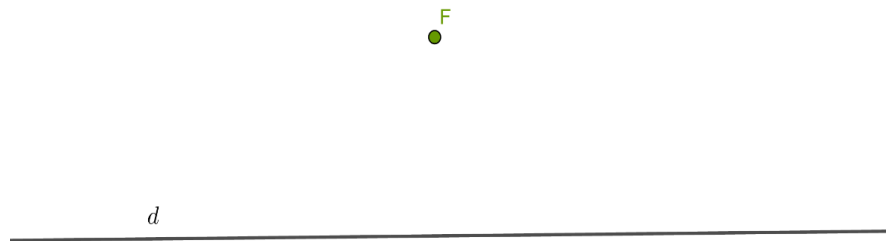


Figura 8: Encontrando pontos da Parábola. (FONTE: arquivos da autora)

Ao analisar a figura, a aluna A1 respondeu: “Traçar um segmento perpendicular de F até a reta d e marcar o ponto médio desse segmento, aí a distância entre F e P será igual a distância entre P e a reta d ”.

Com base na fala da aluna, fiz um desenho que apresentava a sua ideia e concluímos que realmente o ponto pertencia à parábola, pela definição.

Foi apresentada a figura a seguir (FIG 9) que apresenta um ponto A qualquer, que satisfaz a definição, ou seja, $d(F, A) = d(A, D)$ e ressaltado que qualquer ponto que satisfaça a definição será um ponto que pertence à parábola.

Ponto A que satisfaz a definição da parábola

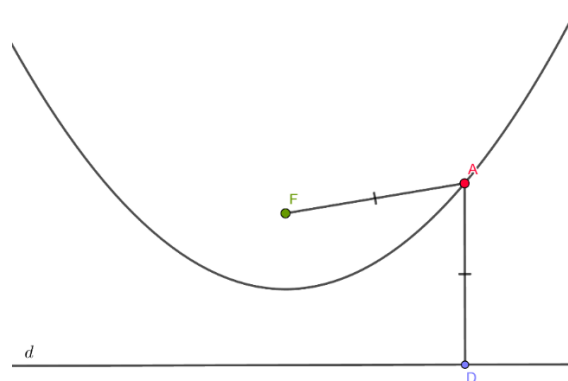


Figura 9: Ponto A que satisfaz a definição de Parábola (FONTE: arquivos da autora)

Para complementar a explicação, apresentei a figura a seguir:

Pontos que pertencem à parábola

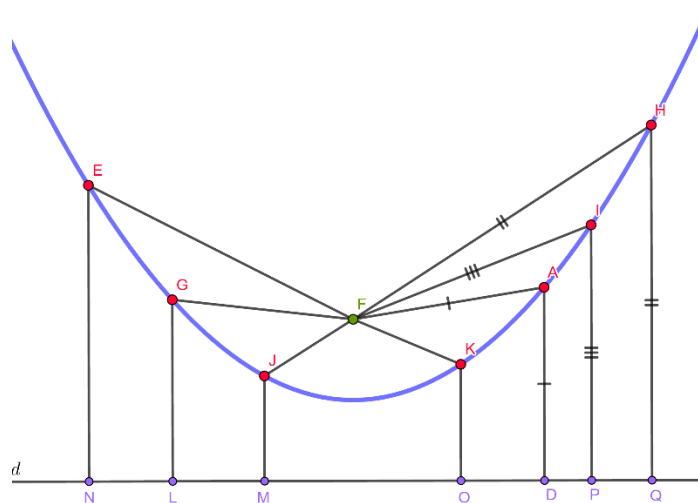


Figura 10: União de vários pontos formando a parábola (FONTE: arquivos da autora)

Logo após, falei sobre os elementos da parábola, a partir da figura a seguir:

Elementos da parábola

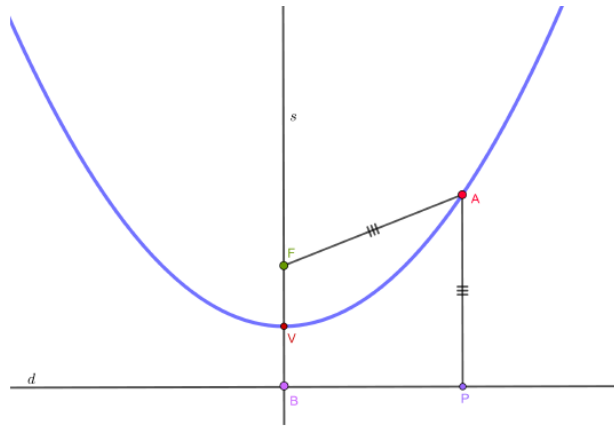


Figura 11: Elementos da parábola (FONTE: arquivos da autora)

- F é o foco: ele não pertence à parábola, mas é necessário para a sua construção;
- d é a reta diretriz: a reta que direciona a parábola;
- V é o vértice: ele pertence a parábola;
- s é o eixo de simetria: cada ponto pertencente à parábola possui um ponto de simetria;
- FB é o parâmetro: a distância do foco (F) até a reta d .

Para iniciar a construção no GeoGebra, pedi que todos pegassem o celular e abrissem o aplicativo para que, juntos, pudéssemos seguir o passo a passo da construção.

Os graduandos que auxiliaram na aula ficaram atentos para caso algum aluno tivesse dificuldade em encontrar algum comando ou em fazer a construção e, se necessário, auxiliá-lo.

Cada etapa da construção estava sendo projetada no quadro para que os alunos pudessem acompanhar e reproduzir no seu celular. Quase todos os alunos estavam atentos realizando a construção.

Aconselhou-se que todos prestassem muita atenção quanto à nomenclatura dos objetos construídos no GeoGebra, visto que divergências nas nomenclaturas poderiam confundir a construção e seu acompanhamento.

Projetei no slide, uma a uma, as orientações, passo a passo, para a construção da parábola, sempre esperando que todos finalizassem antes de apresentar a próxima:

Orientações para a construção da parábola

- Desativar eixos e malha;
- Traçar uma reta diretriz e renomear para d ;
- Retirar exibição de A e B ;
- Marcar um ponto F fora dessa reta, que será o foco da parábola;
- Marque um ponto C na reta d (verifique se ele se move sobre d);
- Traçar uma reta perpendicular à reta diretriz passando pelo ponto C ;
- Construa um segmento tracejado FC ;
- Construa a mediatriz de FC (Tracejar a mediatriz);
- Marcar a interseção entre a reta perpendicular e a mediatriz e renomeie esse ponto para P ;
- Habilite o rastro do ponto
- Mova o ponto C .

Apenas dois alunos tiveram dificuldade para fazer a construção, o primeiro deles pelo fato de o aparelho celular estar com a tela quebrada e o *touch* com problemas, mas a situação foi resolvida de forma rápida, pois a graduanda que estava ajudando emprestou o seu celular para que ele pudesse continuar a atividade. Quanto ao segundo aluno, o outro graduando o auxiliou e logo ele conseguiu terminar a atividade, porém um pouco depois que a turma.

Todos os alunos que estavam realizando a atividade conseguiram construir a parábola. Um fato interessante foi que apenas um aluno desenhou a parábola com concavidade para baixo. Sua construção foi compartilhada com a turma e, quando estávamos analisando as parábolas construídas, a professora da turma fez algumas observações quanto a posição do ponto F e da reta d , já que poderíamos ter várias parábolas em diferentes posições no plano.

Projetei a seguinte figura, para acompanharmos as falas e conferir se havia semelhanças na construção.

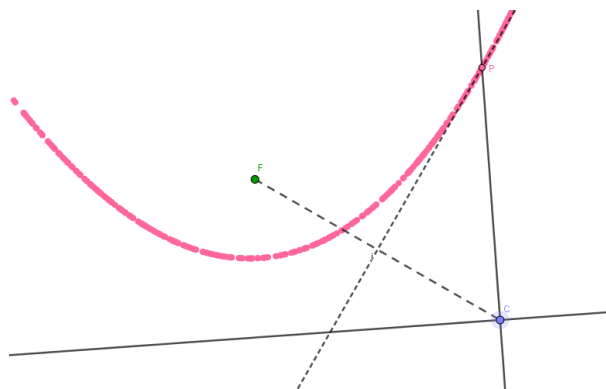


Figura 12: (FONTE: arquivos da autora)

A inclinação da figura foi proposital, pois tratava-se de uma reta qualquer. A maioria dos alunos fez a reta diretriz horizontal, ou paralela ao eixo x .

Finalmente, quando todos já tinham finalizado a construção geométrica foi feita a seguinte pergunta: Como podemos explicar essa construção? Por que quando movimentamos o ponto C sobre a reta d é formado uma parábola? Olhando para a figura, o que eu tenho que mostrar?

A figura 12 estava projetada no quadro, para que facilitasse a visualização dos alunos.

A aluna A2 respondeu: “Que a distância \overline{FP} é igual a distância \overline{PC} ”

Perguntei para a turma: “Todos concordam?”

A maioria respondeu positivamente.

Foi dado alguns minutos para que os alunos pudessem pensar em como demonstrar que a afirmação da aluna estava correta e comprovar a existência da parábola geometricamente e registrar no papel suas respostas.

Alguns alunos estavam pensando e tentando fazer enquanto outros ainda estavam com dúvidas. Tendo isso em vista, a professora da turma interferiu na aula e explicou novamente indo até o quadro e gesticulando sobre a figura indicando os segmentos que precisavam ser iguais para que o traço do ponto P formasse a parábola.

Na construção da parábola, foi usado uma reta mediatriz, que também poderia auxiliar na demonstração. Assim, a pesquisadora indicou a reta mediatriz perguntando: “esta reta, é uma reta mediatriz. Todos sabem o que é uma reta mediatriz?”

A maioria da turma permaneceu em silêncio, enquanto duas alunas, muito participativas, responderam:” Não!”

A professora espantada indagou: “Não sabe? O que vocês fizeram em geometria plana elementar até agora?”, relacionando com outra disciplina do curso.

Enquanto havia uma conversa entre a professora da turma e os alunos a pesquisadora foi até o quadro e desenhou dois pontos distintos A e B e um segmento de reta ligando esses pontos e explicou: “Reta mediatriz é a reta perpendicular que intercepta o ponto médio do segmento AB ”. O desenho foi feito para que os alunos pudessem visualizar melhor.

Continuou: “Vamos usar essa reta mediatriz para mostrar que a distância \overline{FP} é igual a distância \overline{PC} . Peguem o caderno e desenhem, tentem riscar as retas e os pontos. Vou pedir que me entreguem o que vocês fizeram.”

Enquanto os alunos estavam pensando na demonstração, a pesquisadora fez uma observação em relação a (FIG 12): “O GeoGebra possui limitações, conseguimos observar o que ocorre próximo ao vértice, mas a parábola é infinita. O ponto C percorre toda a reta d , que também é infinita”.

Após alguns minutos, alguns alunos se manifestaram dizendo que já tinham conseguido demonstrar.

A professora perguntou: “O que vocês usaram?”

E eles responderam: “Congruência lado, ângulo, lado”

Perguntou se alguém queria ir até ao quadro e explicar o raciocínio. Uma aluna se candidatou e enquanto ela ia até o quadro a professora da turma disse: “Se estiver errado nós corrigimos”.

A explicação da aluna foi a seguinte: “Primeiro ela desenhou o foco F e o ponto C , depois a reta d reta perpendicular que passa por C , em seguida a reta mediatriz (reta tracejada na FIG2). A partir daí, a aluna foi fazendo o desenho e explicando ao mesmo tempo. Sabemos que FC é um segmento. Temos M o ponto médio de \overline{FC} e a mediatriz passa por M . Se M é ponto médio temos que \overline{FM} é igual a \overline{MC} . Vou traçar um segmento FP . Daí temos dois triângulos. Como a mediatriz é uma reta perpendicular tem ângulo de noventa graus dos dois lados. Então a gente tem que o triângulo FPM é congruente ao triângulo CPM pelo caso de congruência lado, ângulo, lado. Por que \overline{FM} é igual a \overline{MC} , temos \overline{PM} a altura comum entre os dois triângulos e ainda o ângulo de noventa graus, por isso os dois triângulos são congruentes e se os dois triângulos são congruentes a gente tem que \overline{PC} é congruente a \overline{FP} ”.

A pesquisadora não reforçou a explicação da aluna, pois achou que ficou bastante clara e que todos conseguiram entender. Então, apresentou o segundo caso (FIG 13) onde

P não determina os triângulos destacados na explicação da aluna e perguntou: “E quando acontece isso? ou seja não temos o triângulo pois os pontos F , P e C estão colineares”.

Pontos F , C , P são colineares

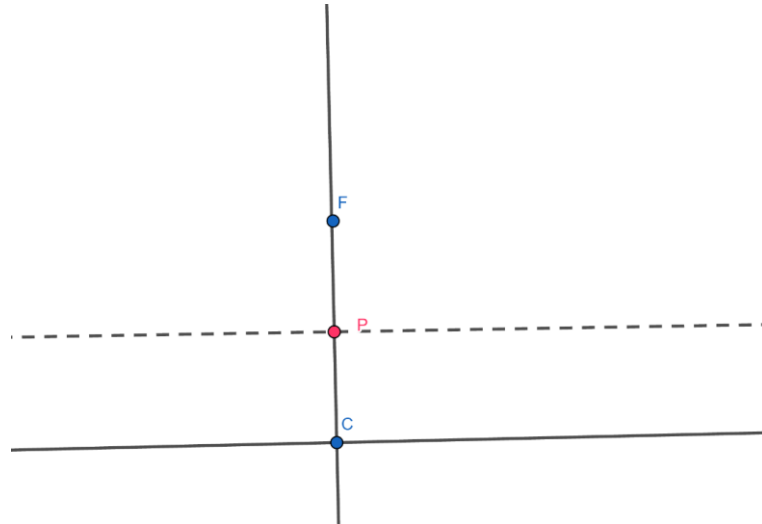
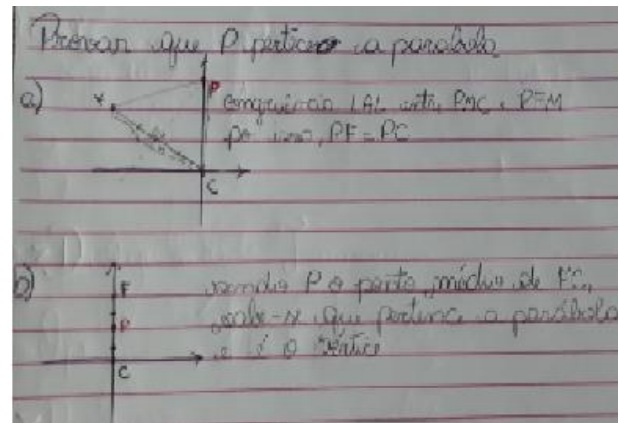
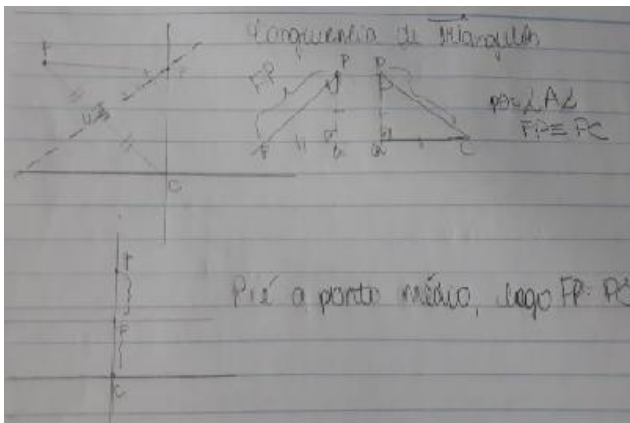


Figura 13: (FONTE: arquivos da autora)

Uma aluna respondeu:” O P já é ponto médio, então a distância \overline{FP} é igual a distância \overline{PC} .

Então os alunos entregaram suas anotações feitas no papel. Segue algumas delas, que consideramos que não foram “corrigidas” ou “acertadas” por eles, após as explicações:



Segundo encontro: elipse e hipérbole

Na segunda aula, estavam presentes aproximadamente 20 alunos, a professora da turma, a pesquisadora, sua orientadora, e uma graduanda que auxiliou a pesquisadora e os alunos nas construções no GeoGebra.

O foco da aula foram a elipse e a hipérbole. A pesquisadora iniciou pedindo que todos abrissem o GeoGebra e explicando que a aula seria no mesmo esquema que a anterior: definição, elementos, construção e análise da construção.

Apresentou a seguinte definição de elipse:

Definição de elipse

Dados dois pontos fixos e distintos F_1 e F_2 em um plano, seja $2c$ a distância entre eles. Elipse é o conjunto de todos os pontos do plano cuja a soma das distâncias do ponto a F_1 e a F_2 e uma constante $2a$, em que $2a > 2c$.

Foi possível notar que muitos estranharam a definição, pois olharam com espanto. Esta definição é relativamente mais complexa que a da parábola, pois envolve vários elementos.

Em seguida, foi apresentada uma ilustração (FIG 14) e explicado que o ponto A que aparecia em vermelho pertencia à elipse. Destacou-se que, pela definição, a soma de F_1 até A e de A até F_2 é uma constante que chamamos de $2a$, sendo que $2a$ é a distância entre A_1 e A_2 , mostrando no desenho os pontos destacados.

Ilustração para a definição de elipse

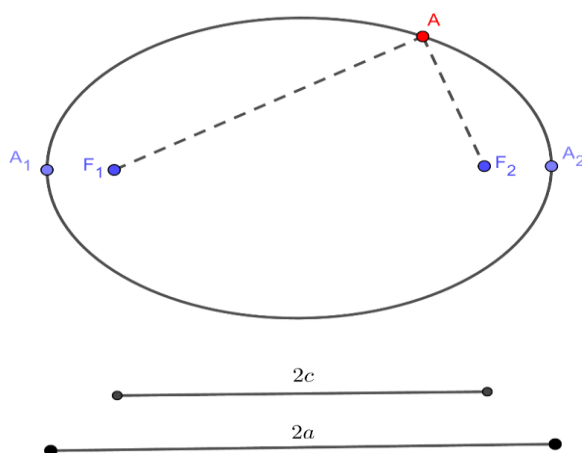


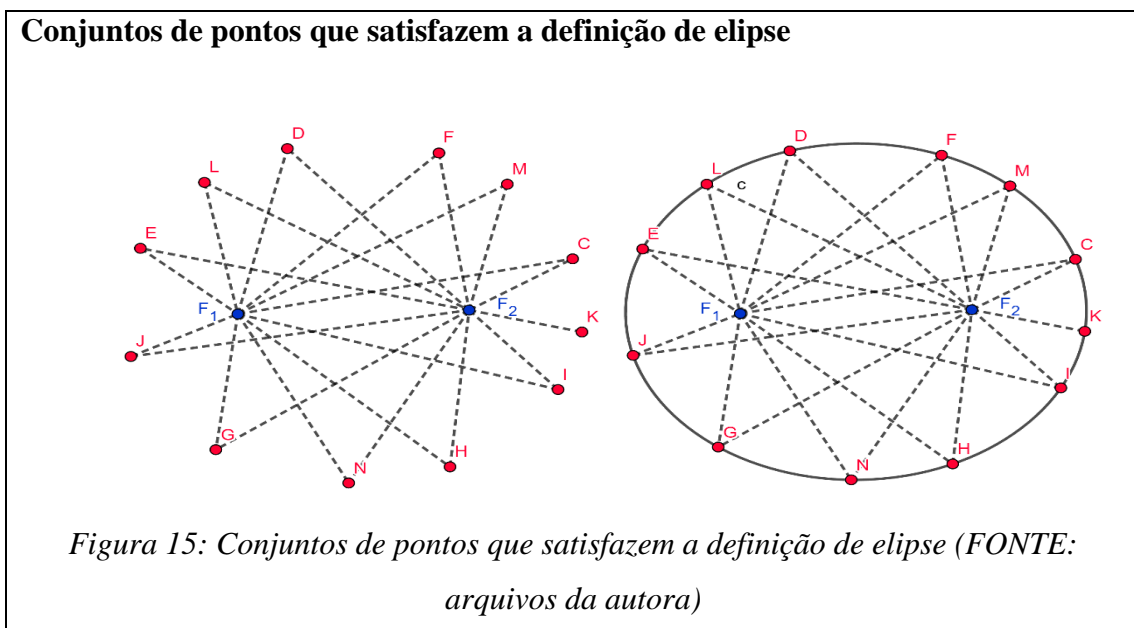
Figura 14: Elipse (FONTE: arquivos da autora)

Ao serem indagados se compreenderam, uma aluna solicitou que repetisse.

A professora da turma achou que a elipse projetada parecia uma circunferência, e que isso prejudicava o entendimento. Isso se deve à projeção que “deforma” a imagem da tela do computador, onde a elipse estava mais “achatada”.

Uma aluna, então, questionou: “eu tenho uma dúvida: a circunferência é um tipo de elipse?”

A pesquisadora explicou que abordaria esse assunto mais adiante e continuou as projeções e explicações. Na (FIG 15), temos uma representação do conjunto de pontos que satisfazem a definição, fazendo parte da elipse.



A pesquisadora deu sequência explicando sobre os elementos da elipse. Diferentemente da parábola, ela foi destacando cada elemento separadamente.

Enfatizou, primeiramente, os focos, pontos fixos e distintos da elipse, lembrando que eles não pertenciam a elipse. Após, a distância entre os focos que mede $2c$, lembrando que c apareceu na definição.

Focos da elipse

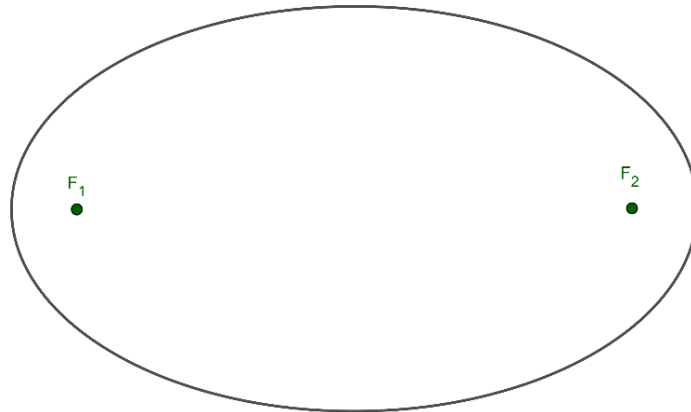


Figura 16: F_1 e F_2 são os focos da elipse. (FONTE: arquivos da autora)

Ao traçarmos uma reta passando por F_1 e F_2 , vamos obter um segmento $\overline{F_1 F_2}$, marcando o ponto médio desse segmento vamos encontrar o centro O da elipse.

Construção do Centro (O) da elipse

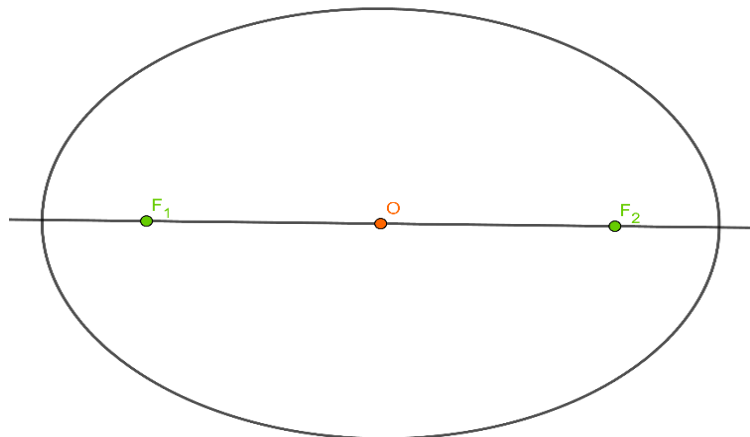


Figura 17: Centro O , ponto médio de $F_1 F_2$. (FONTE: arquivos da autora)

Aproveitando a mesma reta que passa por F_1 e F_2 , vamos tomar o ponto de interseção da reta com a elipse, obtendo assim os pontos A_1 e A_2 e o segmento $\overline{A_1 A_2}$, que forma o eixo maior da elipse e possui medida $2a$.

Determinação dos pontos A_1 e A_2 pertencentes à Elipse

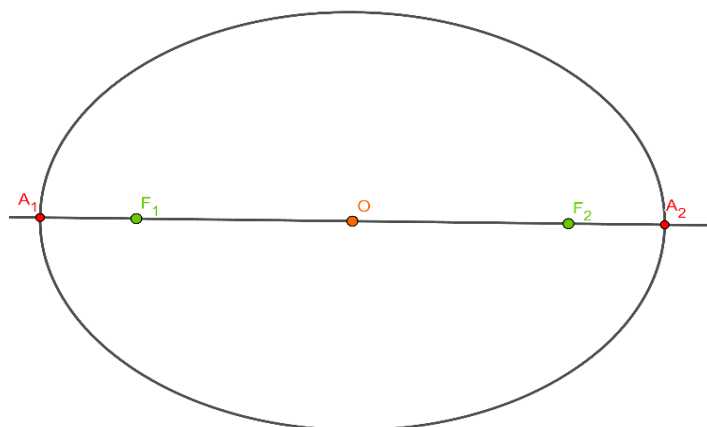


Figura 18: Pontos A_1 e A_2 (FONTE: arquivos da autora)

Traçando a reta mediatriz do segmento A_1A_2 , obtemos uma outra interseção com a elipse, os pontos B_1 e B_2 . O segmento B_1B_2 determinado por eles forma o eixo menor da elipse. Nesse momento a professora enfatizou que não podemos pegar qualquer reta perpendicular ao segmento A_1A_2 , essa reta precisa passar no centro O da elipse.

Determinação dos pontos B_1 e B_2 da elipse

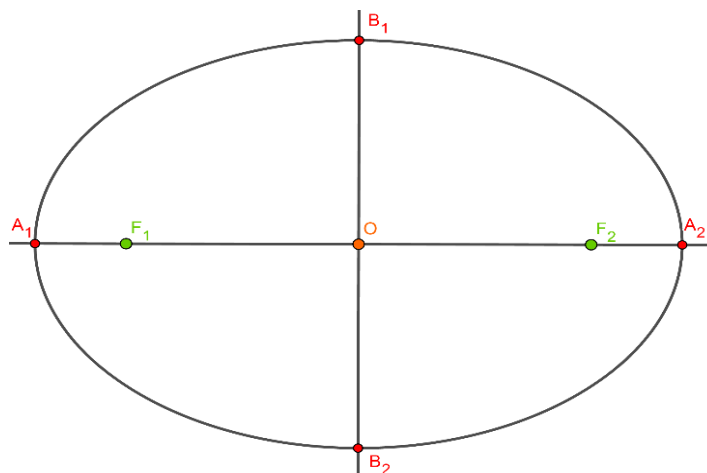


Figura 19: Pontos B_1 e B_2 (FONTE: arquivos da autora)

Observando a (FIG 20), temos dois segmentos de medida a . A pesquisadora fez a seguinte pergunta aos alunos: “Como podemos justificar que a medida de F_1 a B_1 e a do F_2 a B_2 , medem a ? A Orientadora completou: “Use a definição e lembrem que B_1 e B_2 pertencem a elipse”

Encontrando a medida dos segmentos B_1A_1 e B_2A_2

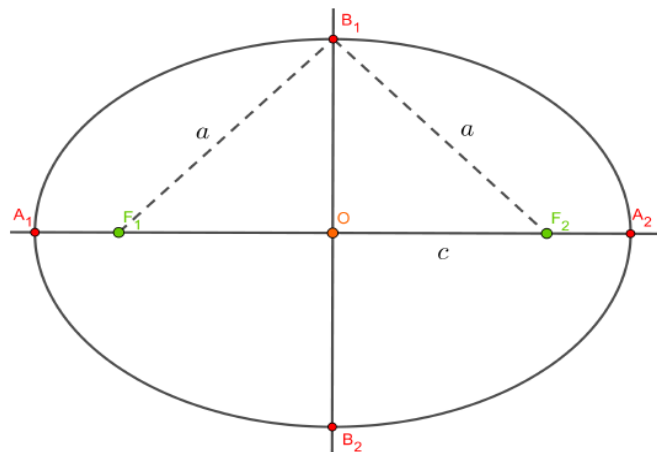


Figura 20: Encontrando a medida dos segmentos B_1A_1 e B_2A_2 (FONTE: arquivos da autora)

Em discussão, os alunos chegaram à conclusão que poderiam responder a pergunta feita usando congruência de triângulos e a definição.

Continuando, foi indagado: “Sabemos que o segmento B_1B_2 mede $2b$, e a metade deste segmento mede b . Como podemos determinar o valor de b ? Qual a relação de b com a e c ?”. A professora da turma comentou sobre o teorema de Pitágoras.

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

Determinação de b em função de a e c da definição

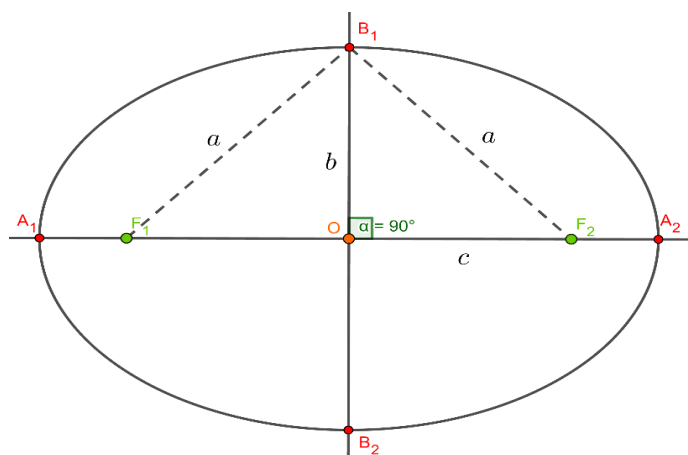


Figura 21: Determinação do segmento b (FONTE: arquivos da autora)

Os raios diretores (d_1 e d_2) são determinados pela distância entre qualquer ponto pertencente à elipse até os dois focos.

Raios diretores da elipse

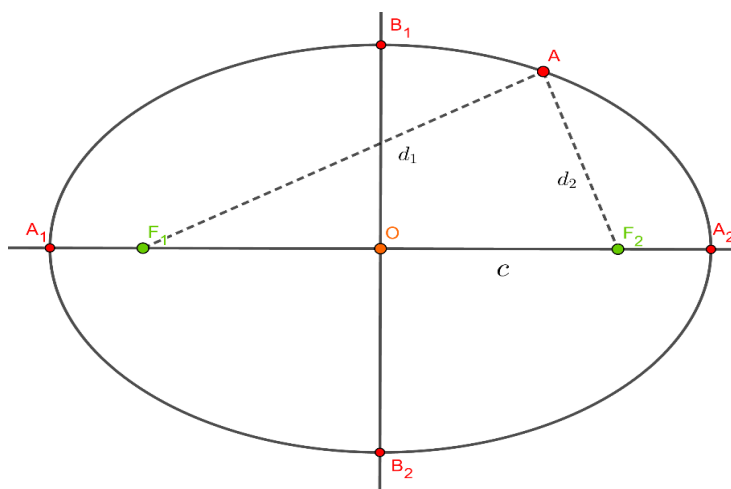


Figura 22: Raios diretores (FONTE: arquivos da autora)

Foi pedido para que os alunos abrissem o GeoGebra no celular para a construção da elipse. Os passos da construção foram os seguintes:

Orientações para a construção da elipse

- Marque o ponto $F_1 = (0,0)$;
- Crie um controle deslizante d com intervalo de 0 a 7 ;
- Construa uma circunferência de centro F_1 e raio d ;
- Faça um ponto $F_2 = (5, 0)$ (Fixar F_2);
- Construa outra circunferência de centro F_2 e raio $(7 - d)$;
- Movimente o controle deslizante de modo que as duas circunferências se interceptam em dois pontos;
- Marque as duas interseções das circunferências e renomeie como pontos A e B ;
- Faça dois segmentos tracejados F_1A e F_2A ;
- Habilite o rastro das interseções;
- Movimente o controle deslizante.

A construção da elipse foi mais demorada que a da parábola pelo fato de usar maior quantidade de ferramentas do GeoGebra.

Quando a construção foi finalizada, a (FIG 23) estava projetada no quadro e foi movimentada a construção para que visualizassem a elipse.

Construção Geométrica da elipse

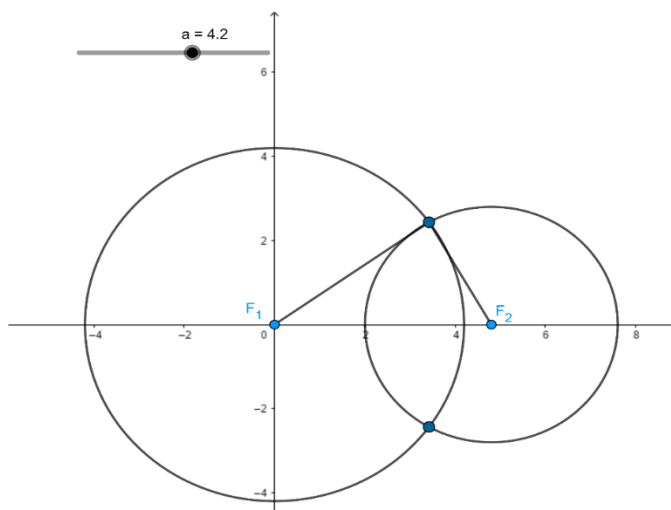


Figura 23: Construção da elipse (FONTE: arquivos da autora)

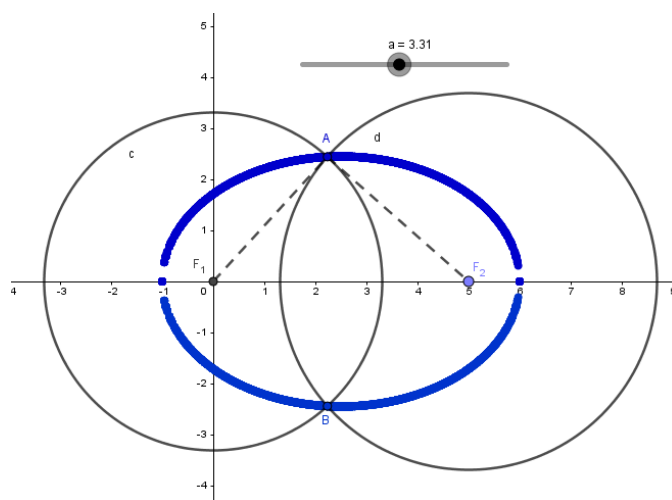


Figura 24: Elipse formada pelo rastro dos pontos A e B.(FONTE: arquivos da autora)

A pesquisadora fez o seguinte comentário seguido de uma pergunta: “Assim como fizemos para a parábola, vamos analisar a construção da elipse. Alguém tem alguma ideia de como mostrar que essa construção satisfaz a definição? Pensem por alguns minutos.”

Após algumas dicas da professora da turma, da orientadora e da pesquisadora, uma aluna conseguiu concluir. Ela foi ao quadro e explicou da seguinte forma: “A construção está dividida em duas circunferências, a primeira circunferência possui raio igual a d , a segunda circunferência possui raio $7 - d$. Então a distância (raio) de F_1 a A é d e a distância de F_2 a A (que também é raio) é $7 - d$. Pela definição temos:

$$d + 7 - d = 7$$

$$7 = 7$$

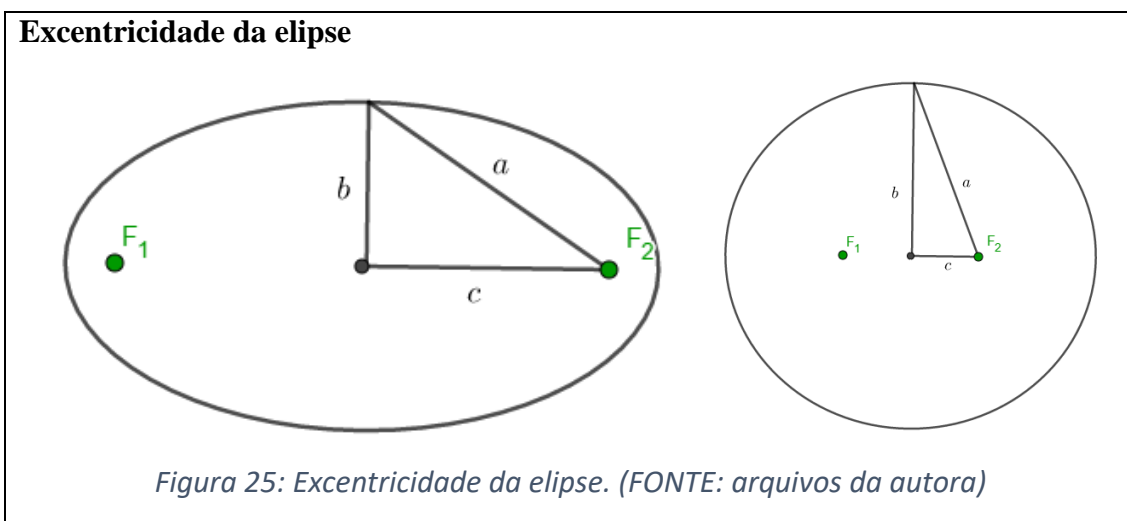
E completou: “Então essa construção é verdadeira para todo valor de A pertencente a elipse.”

Complementei a explicação da aluna falando que nessa elipse, em especial, temos 7 como o valor da constante, mas poderíamos ter qualquer outra elipse com outros valores de constantes.

Outro aspecto importante da elipse que foi destacado pela pesquisadora, é sobre a excentricidade que é dada pela razão $\frac{c}{a}$ e fornece uma informação interessante sobre o formato da elipse. Para auxiliar na explicação, projetei no quadro uma elipse qualquer feita no GeoGebra e na janela de álgebra aparecia o valor de e (excentricidade) que era um valor que variava entre 0 e 1. Então, fiz a seguinte pergunta: “O que vocês acham que vai acontecer com a elipse se eu aproximar os focos?”

A aluna A4 respondeu que ela iria ficar mais arredondada.

Para mostrar aos alunos, com a imagem projetada no quadro, mudei algumas propriedades da elipse para que percebessem as mudanças na sua excentricidade e a relação com o seu formato.



Após, iniciei a explicação sobre a última cônica dos encontros: a hipérbole. Apresentei a seguinte definição:

Definição de hipérbole

Dados dois pontos fixos e distintos F_1 e F_2 de um plano tais que a distância entre estes pontos seja igual a $2c > 0$, denomina-se hipérbole o conjunto de todos os pontos P do plano cujo módulo da diferença das distâncias de P até F_1 e até F_2 é igual a um valor constante $2a$, em que $2a < 2c$.

De acordo com a figura abaixo (FIG 25) expliquei detalhadamente a definição dada e enfatizei que o módulo da diferença entre as distâncias $\overline{F_1P}$ e $\overline{F_2P}$ é uma constante que chamamos de $2a$.

Ilustração para a definição de hipérbole

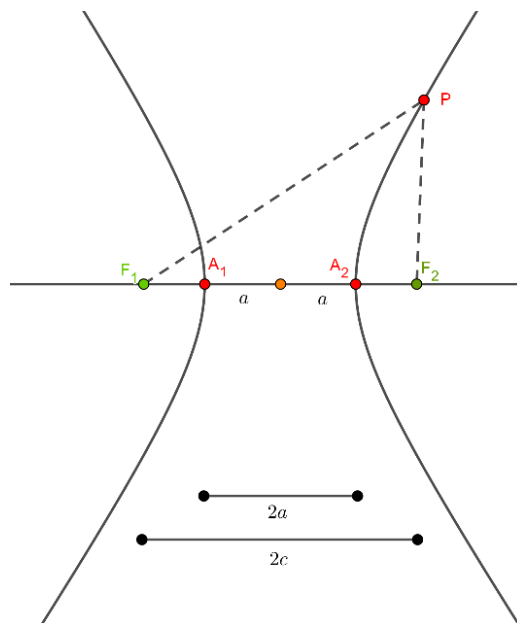


Figura 26: Explicação geométrica da definição de hipérbole. (FONTE: arquivos da autora)

Para auxiliar na explicação, foi apresentada a seguinte ilustração:

União de pontos que satisfazem a definição de hipérbole

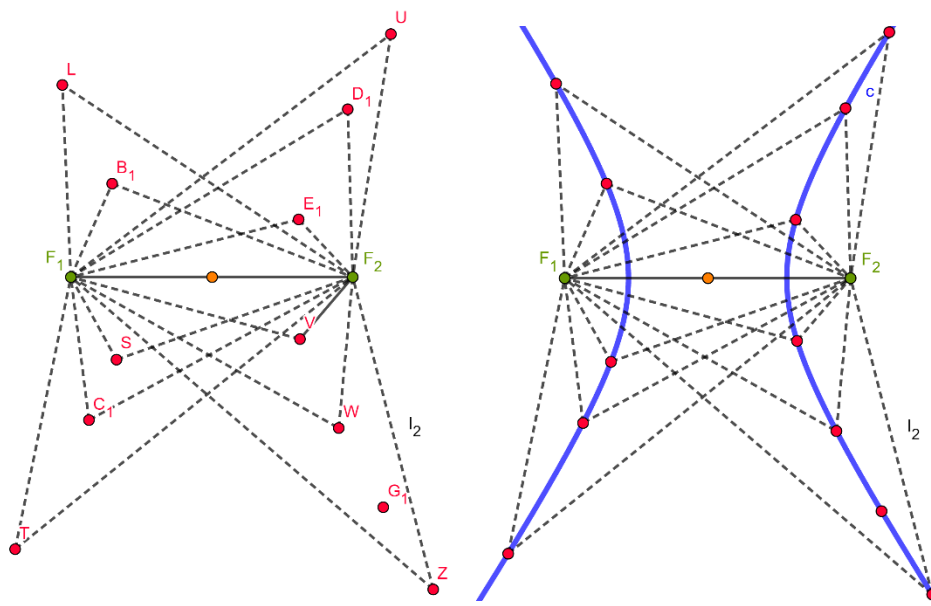


Figura 27: União de todos os pontos que satisfazem a definição e formam a hipérbole
(FONTE: arquivos da autora)

Após, explicamos sobre os elementos de uma hipérbole, assim como fizemos com a elipse, foram destacados os elementos separadamente.

Começando pelos focos.

Focos da hipérbole

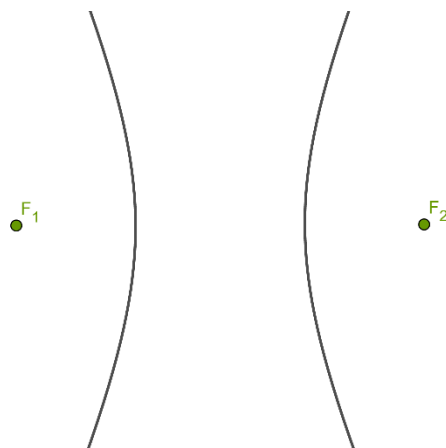


Figura 28: Focos de uma hipérbole. (FONTE: arquivos da autora)

A distância focal é a distância entre os dois focos F_1 e F_2 que mede $2c$, assim como enfatizado na definição.

Distância Focal

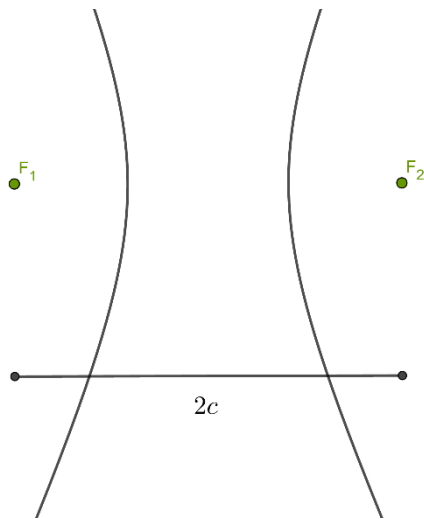


Figura 29: Distância focal. (FONTE: arquivos da autora)

Se traçarmos uma reta passando pelos focos F_1 e F_2 obtemos dois pontos que interceptam a hipérbole e que vamos chamar de vértices, sendo esses pontos A_1 e A_2 .

Construção dos pontos A_1 e A_2

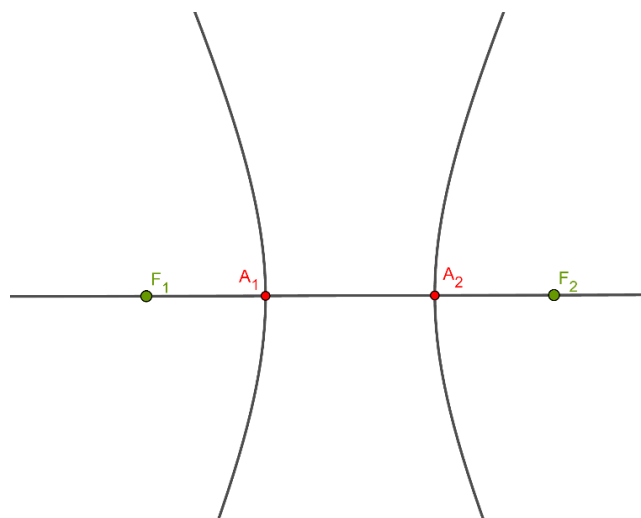


Figura 30: Vértices da hipérbole. (FONTE: arquivos da autora)

O segmento $A_1 A_2$ formam o eixo real ou transverso, que possui medida $2a$.

Determinação do Eixo Real ou Transverso

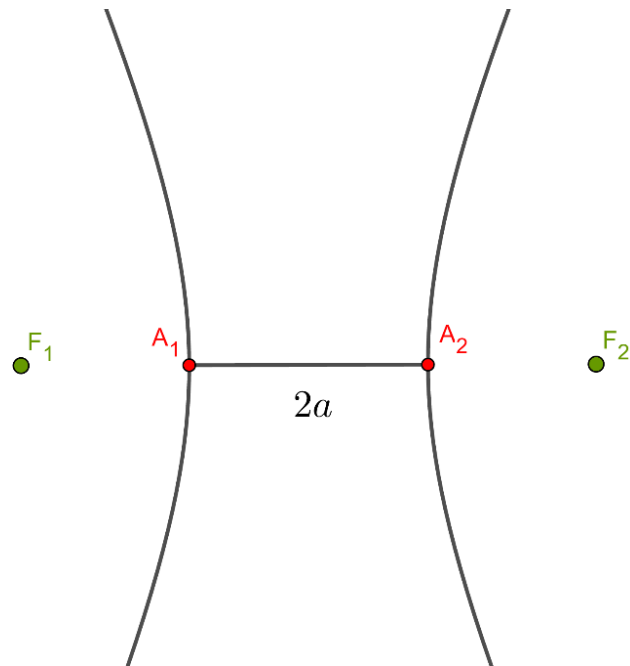


Figura 31: Eixo principal ou transverso. (FONTE: arquivos da autora)

Tomando o ponto médio do segmento $F_1 F_2$ obtemos o centro da hipérbole.

Centro da hipérbole

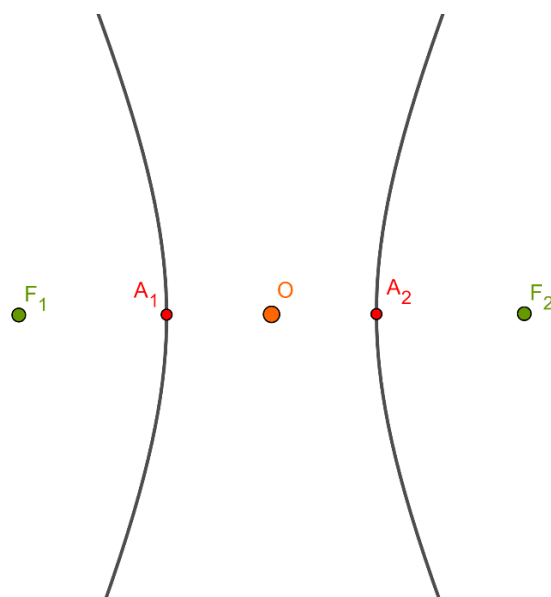
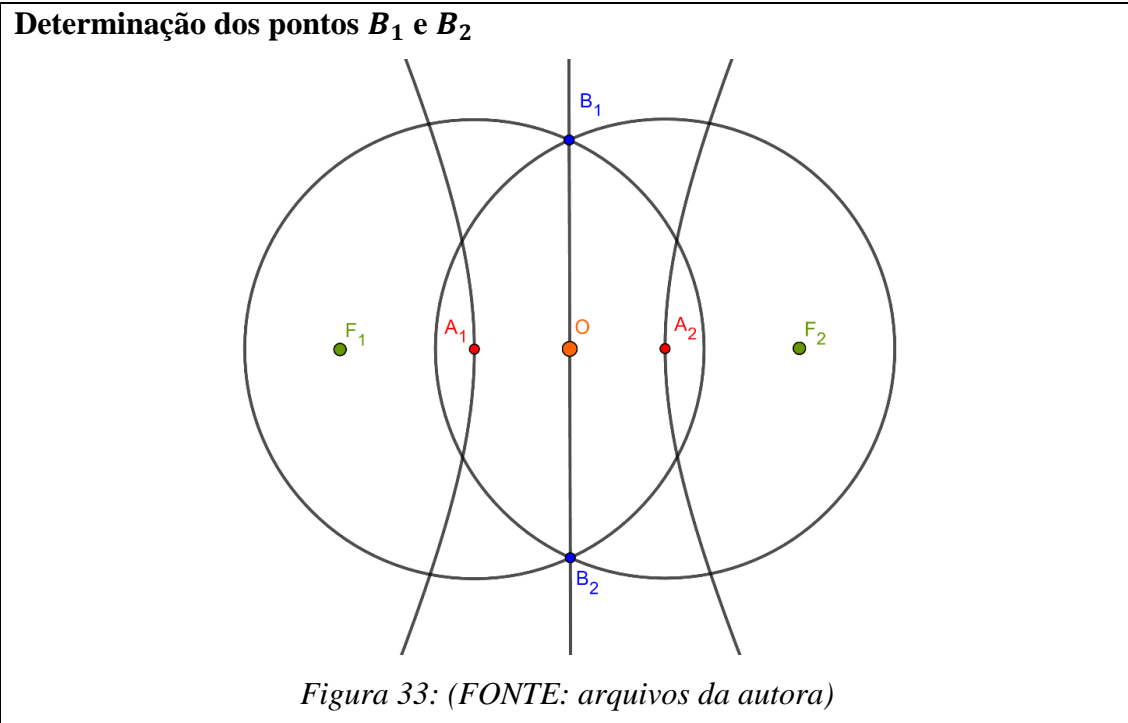
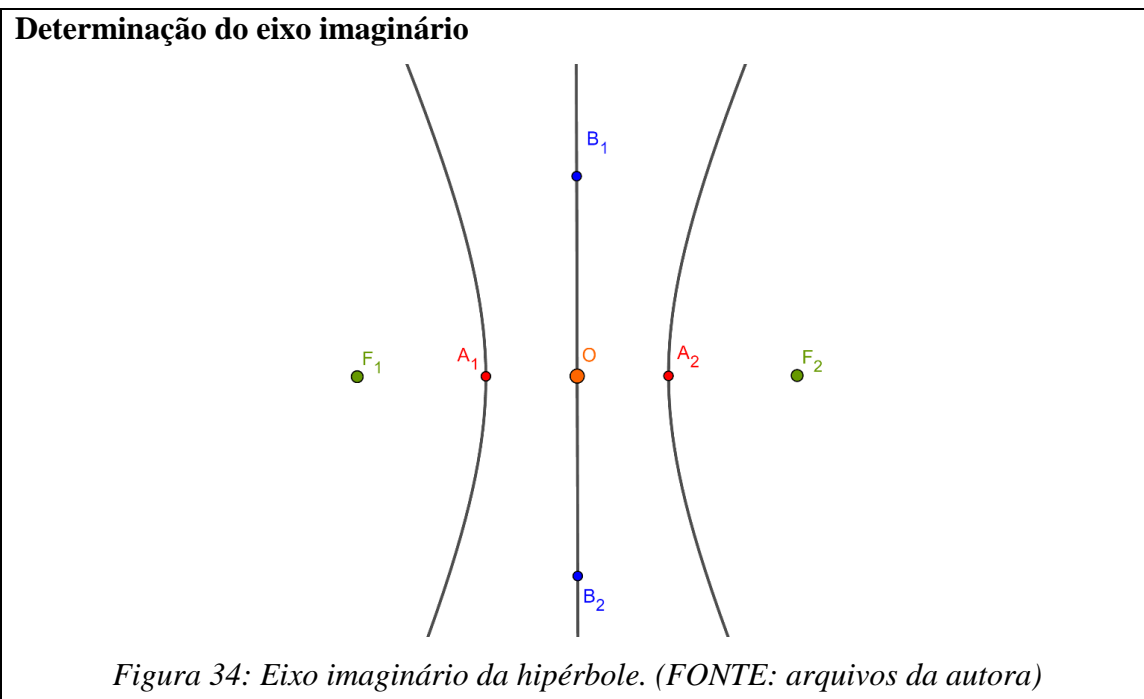


Figura 32: Centro da hipérbole (O). (FONTE: arquivos da autora)

Vamos imaginar duas circunferências. A primeira de centro A_1 e a segunda com centro A_2 , ambas com raio c . Teremos nas circunferências dois pontos de interseção, sendo B_1 e B_2 .



Se traçarmos uma reta perpendicular ao segmento $A_1 A_2$ passando por B_1 e B_2 teremos o eixo imaginário.



Temos que a medida de A_1 a B_1 é c e a é a metade da distância entre os vértices. O segmento b é determinado por esses pontos e pode ser calculado em função de a e c , como na elipse.

Determinação do segmento b

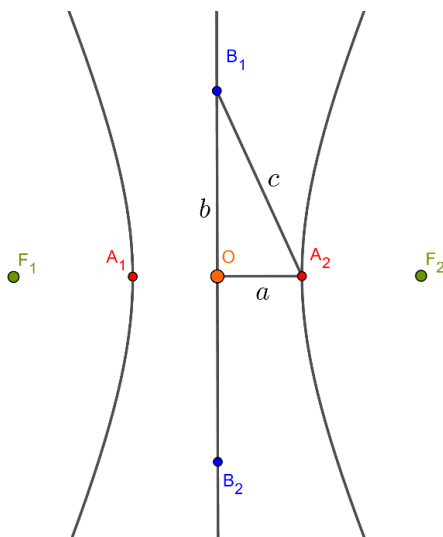


Figura 35: Determinação do segmento b . (FONTE: arquivos da autora)

Os alunos foram convidados a achar o valor de c , por meio do teorema de Pitágoras.

$$c^2 = a^2 + b^2 \rightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Após, com as orientações passo a passo, os alunos foram convidados a construir a hipérbole no celular.

Orientações para a hipérbole

- Faça dois pontos quaisquer F_1 e F_2 ;
- Construa uma circunferência de centro F_1 e raio menor que a distância de F_1 até F_2 ;
- Selecione um ponto qualquer da circunferência e renomeie para D ;
- Construa uma reta que passe pelo centro da circunferência e pelo ponto D ;
- Faça uma mediatriz entre os pontos F_2 e D . (Tracejar a mediatriz)
- Faça a interseção entre a mediatriz e a reta que passa por D e renomeie para E ;
- Habilite o rastro de E ;
- Movimente o ponto D .

Após a construção, foi projetada a imagem da hipérbole.

Construção da hipérbole

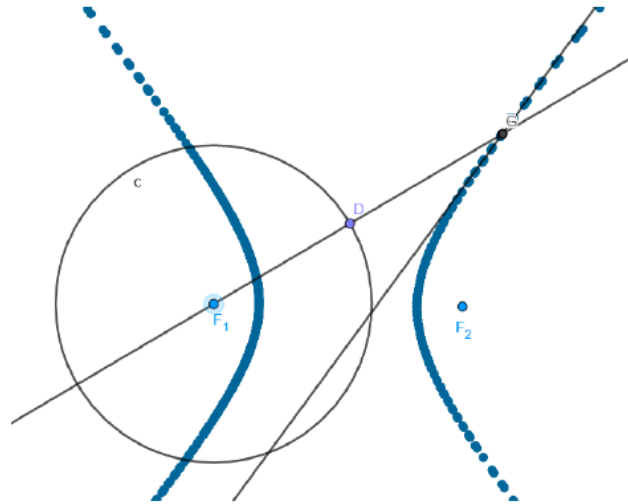


Figura 36: Construção da hipérbole. (FONTE: Arquivos da autora)

Para a análise da construção da hipérbole fiz um questionamento sobre a opinião dos alunos quanto à relação com a definição, porém não obtive nenhuma resposta, me pareceu que eles ainda estavam confusos quanto a construção e elementos envolvidos.

Como a aula estava finalizando decidi iniciar a explicação já que talvez não haveria tempo para essa conclusão. Então relembrei sobre a definição de hipérbole e expliquei: “Temos duas retas sendo que uma delas é uma mediatriz. Criamos uma reta passando por G e F_2 e um segmento interligando os pontos D e F_2 formando assim, um triângulo DGF_2 isósceles, pelo caso de semelhança LAL. Observe então que: se analisamos a diferença entre os segmentos F_1G e GF_2 obtemos o raio da circunferência c para qualquer ponto pertencente a hipérbole”. Portanto, essa diferença seria sempre constante.

Apesar de terem maior dificuldade com essa construção, foi possível notar que os alunos buscaram realizá-la e tiveram sucesso. Quanto à relação com a definição, o fato de haver uma diferença e um módulo parece ter dificultado a interpretação geométrica, mas muitos conseguiram “enxergar” a relação existente e fazer a interpretação geométrica da definição de hipérbole.

CONCLUSÃO

O uso de tecnologias no ensino, envolve muitas dimensões. Uma delas, como pudemos constatar, foram as dificuldades e as possibilidades abertas atreladas à sua implementação, tanto na preparação como junto aos alunos, durante os encontros.

Ao preparar uma atividade, o professor tem que ter em mente as dificuldades que o possível aprendiz poderá vir a sentir, considerando que ele pode não ter visto nada sobre aquele assunto. Na Licenciatura em Matemática, por exemplo, muitos alunos concluem o ensino médio sem ter tido contato com alguns temas básicos ao curso, como Funções Trigonométrica, Geometria Analítica, e mesmo as Cônicas. Por isso, ainda na preparação, foram muitos os detalhes que tivemos que adaptar buscando uma melhor comunicação com os alunos. A própria definição de cada uma das cônicas foi vista e revista várias vezes, buscando expressar suas propriedades de forma mais clara possível. Para contribuir com a compreensão dos alunos, o desenho, as explicações e até os gestos da pesquisadora foram coadjuvantes.

O objetivo durante os encontros era despertar o interesse dos alunos para uma aprendizagem que focasse na verificação da definição e propriedades de cada cônica, de forma que verificassem e compreendessem a possibilidade de existência de cada uma delas bem como confirmassem a validade das construções que iriam realizar.

Dentre as dificuldades encontradas, também podemos destacar os vários problemas técnicos associados ao uso de tecnologias. Durante a aplicação da atividade enfrentamos diversos percalços, como: projetar a tela do celular no quadro por meio do Datashow, já que as tecnologias ainda são incompatíveis; ao utilizar as imagens do próprio computador, o mal contato do Datashow durante a aula atrasou a programação das atividades; o telefone de alguns alunos apresentou problemas técnicos, como mal contato do *touch* ou o aplicativo travou.

Antes da aplicação das atividades foi necessário uma elaboração precisa visando uma sequência que pudesse fluir durante os encontros nas aulas, para que não perdessem tempo, que era limitado aos dois encontros. Por isso, foi fundamental testar as construções antes de serem realizadas pelos alunos para que não houvessem erros que prejudicassem a continuidade das construções e as investigações propostas.

Como a utilização do celular foi de grande importância nas aulas foi preciso mobilizar os alunos através de e-mails e redes sociais com o objetivo de atingir o maior

número possível deles, para que levassem os seus smartphones para as aulas, destacando a importância da instalação do aplicativo GeoGebra, a fim de otimizar o tempo dos encontros.

Para a realização deste estudo, um aspecto importante que esperávamos contemplar era o envolvimento e participação dos alunos. Ainda que notássemos que todos estavam envolvidos na realização do que era proposto, a timidez de muitos deles dificultou que se manifestassem, sendo que a maioria se mantinha calado quando indagávamos sobre as construções ou quando perguntas eram lançadas. Apenas três alunas participaram mais ativamente, indo ao quadro, inclusive, para explicar suas afirmações. Por outro lado, foi possível notar que a maioria dos presentes tiveram facilidade no manuseio do software e conseguiram concluir as construções propostas, bem como manipula-las quando as perguntas eram lançadas. Isso por si só já nos indica um caminho possível para integrar os alunos na apresentação de um tema, conectando conteúdos e tecnologias.

Nas atividades que realizamos com os graduandos, foi possível notar que o uso dos smartphones na aula foi uma ferramenta que permitiu ao aluno investigar a construção e deu certa autonomia para ele construir as cônicas da forma que achassem melhor. O celular foi um facilitador no aprendizado, contribuindo para que ele pudesse pensar e analisar a construção ao responder os questionamentos lançados, pelo fato de ter em “suas mãos” a construção e poder visualizar e movimentar para investiga-la. Certamente sem essa ferramenta, o uso da tecnologia seria restrita à observação.

O uso das TIC, e em especial dos celulares, pode, assim, ser um importante auxiliar no processo de ensino-aprendizagem, visto que os alunos estão em constante contato com elas dentro e fora da escola, e isso facilita sua inserção para o uso pedagógico. Esse uso deve ser planejado e orientado pelo docente, e para que ocorra é preciso que a dinâmica da aula seja repensada, buscando envolver a participação ativa do aluno.

O professor pode levar uma apresentação pronta com uma construção, por exemplo, para apresentar uma ideia ou conceito. Esse uso das tecnologias, como “facilitador”, por si só, já indica um avanço nas relações de ensino envolvendo as TIC. Mas notamos que, quando o aluno é convidado pelo professor a fazer sua construção no seu próprio dispositivo, seu envolvimento pode despertar novas intuições e ideias que facilitem a própria explicação sobre o tema. Além disso, os diálogos e as discussões em grupo podem ser mais explorados com a turma, indicando novas posturas e abordagens. Isso aponta para um caminhar em direção aos usos que visam um elemento de “mudança”:

mudança na dinâmica e nas relações em sala de aula, transformando a construção do saber matemático.

O uso do software por si só não implica, necessariamente, que os alunos irão melhorar seu desempenho. A aprendizagem depende diretamente da compreensão que é facilitada por esses recursos e que induz o pensamento e, principalmente, a investigação individual.

A inserção das tecnologias no ensino nas escolas brasileiras ainda é tímida e por isso é difícil pensar em como ela pode ser melhorada visando o rendimento dos alunos. A falta de investimentos e de capacitação dos professores para o uso das mesmas, agrava esse quadro. Por outro lado, propostas que visam essa inserção podem contribuir com a discussão e propor caminhos que auxiliem a prática docente e a aprendizagem da disciplina, direcionando para a ação docente que caminha da *zona de conforto* para a *zona de risco*.

REFERÊNCIAS

- [1] CORREIA, Warley. **Atividades investigativas e exploratórias com o uso do GeoGebra para uma aprendizagem significativa da geometria analítica: pontos e retas**, 2011.
- [2] FONSECA, Ana. **APRENDIZAGEM, MOBILIDADE E CONVERGÊNCIA: Mobile Learning com Celulares e Smartphones**.
- [3] BORBA, Marcelo de Carvalho; CHIARI, Aparecida. **Tecnologias digitais e educação matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.
- [3] OLIVEIRA, Fernando. **Uma proposta de aplicativo para o ensino do conceito de funções usando Smartphones e Tablets por Jandresson Dias Pires**, 2016.
- [4] SILVA, Elanny. **A utilização do aplicativo GeoGebra para smartphone como recurso didático nas aulas de matemática do Ensino Fundamental**, 2018.
- [5] ESCOLA COM CELULAR. Disponível em: <https://www.escolacomcelular.org.br/> acesso em: 22/10/2019
- [6] Silva, G. H. G. D., Penteadó, M. G. **Geometria dinâmica na sala de aula: o desenvolvimento do futuro professor de matemática diante da imprevisibilidade**. Ciência Educação (Bauru), 19(2), 279-292, 2013
- [7] ARAÚJO, Júlio. **O Software GeoGebra numa proposta de formação continuada de professores de matemática do Ensino Fundamental**, 2017.
- [8] VIDAL, Francisco. **Seções cônicas: uma sequência didática no ensino médio utilizando o GeoGebra**, 2013.
- [9] CARNEIRO, Reginaldo Fernando e PASSOS, Carmem Lúcia. **A utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação nas aulas de Matemática: Limites e possibilidades**, 2014. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/viewFile/729/328>. Acesso em: 09/11/2019.
- [10] MUCHENSK, Fabio; BEILNER, Gregory. **O uso de vídeos como recurso pedagógico para o ensino de física: uma experiência do programa PIBID no instituto federal catarinense**, 2015.
- [11] BRASIL, Ministério da Educação e dos Desportos. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília SEF, 1994.
- [12] PIRES, Jandresson **Uma proposta de aplicativo para o ensino do conceito de funções usando Smartphones**, 2016.
- [13] OLIVEIRA, Carloney. **Aprendizagem com mobilidade e ensino de matemática: evidências da utilização na formação inicial do pedagogo**, 2017.

- [14] ALVES-MAZZOTTI, Alda Judith; GEWANDSZNAJDER, Fernando. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa. In: O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa.** 2000.
- [15] FERREIRA, Neuber Silva; ARAUJO JR, Carlos Fernando; DE LIMA PALANCH, Wagner. **Pesquisas sobre Mobile Learning na Educação Matemática brasileira: o uso de dispositivos móveis no ensino e na aprendizagem da Matemática.**
- [16] KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias: O novo ritmo da informação.** 2ª edição. Campinas – SP: Papyrus, 2007
- [17] BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática.** Belo Horizonte, 2015.
- [18] D’AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da Teoria à Prática.** Campinas: Papyrus, 1996.
- [19] NIEHUES, Keren. **A Utilização do Software GeoGebra como ferramenta pedagógica no processo ensino-aprendizagem de Função Quadrática, uma alternativa metodológica,** 2013
- [20] MERIJE, Wagner. **Movimento: educação e comunicação mobile.** São Paulo: Petrópolis, 2012.