



UFOP

Universidade Federal
de Ouro Preto

**Universidade Federal de Ouro Preto
Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas
Departamento de Engenharia de Produção**

**Modelo de localização de postos
policiais auxiliares para a minimização
do tempo de atendimento das
ocorrências criminais da cidade de
João Monlevade**

Williane Cristina Ribeiro

**TRABALHO DE
CONCLUSÃO DE CURSO**

**ORIENTAÇÃO:
Paganini Barcellos de Oliveira**

**Novembro, 2019
João Monlevade–MG**

Williane Cristina Ribeiro

**Modelo de localização de postos policiais
auxiliares para a minimização do tempo de
atendimento das ocorrências criminais da
cidade de João Monlevade**

Orientador: Paganini Barcellos de Oliveira

Monografia apresentada ao curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto, como requisito parcial para obtenção de grau em Engenharia de Produção.

Universidade Federal de Ouro Preto

João Monlevade

Novembro de 2019

R484m

Ribeiro, Williane Cristina.

Modelo de localização de postos policiais auxiliares para a minimização do tempo de atendimento das ocorrências criminais da cidade de João Monlevade [manuscrito] / Williane Cristina Ribeiro. - 2019.

40f.: il.: color; grafs; tabs; mapas.

Orientador: Prof. MSc. Paganini Barcellos Oliveira.

Monografia (Graduação). Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas. Departamento de Engenharia de Produção.

1. Modelos matemáticos. 2. Programação (Matemática) . 3. Veículos policiais - Localização. 4. Segurança pública. I. Oliveira, Paganini Barcellos . II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Titulo.

CDU: 519.85

Catálogo: ficha.sisbin@ufop.edu.br



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E APLICADAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO - ICEA

**FOLHA DE APROVAÇÃO****Williane Cristina Ribeiro****Modelo de localização de postos policiais auxiliares para a minimização do tempo de atendimento das ocorrências criminais da cidade de João Monlevade**

Membros da banca

Paganini Barcellos de Oliveira - Mestre - Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)
Alexandre Xavier Martins - Doutor - Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)
Fátima Machado de Souza Lima - Doutora - Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)
Diego Fernandes Pantuza Moura - Mestre - Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)

Versão final

Aprovado em 02 de dezembro de 2019

De acordo

Paganini Barcellos de Oliveira



Documento assinado eletronicamente por **Paganini Barcellos de Oliveira, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 10/12/2019, às 13:36, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0027234** e o código CRC **18B65035**.

Referência: Caso responda este documento, indicar expressamente o Processo nº 23109.203727/2019-52

SEI nº 0027234

R. Diogo de Vasconcelos, 122, - Bairro Pilar Ouro Preto/MG, CEP 35400-000
Telefone: - www.ufop.br

Este trabalho é dedicado primeiramente, a Deus, que sempre me deu forças para vencer todas as dificuldades. Aos meus pais Antônio e Lúcia (In memoriam) que sempre me apoiaram e nunca perderam a fé nos meus sonhos.

Agradecimentos

Mais uma etapa, agora mudam-se as metas e as expectativas para novas conquistas. Sei o quão importante são as pessoas na nossa caminhada, não há profissional capaz de levar a vida isoladamente, e, é com essa certeza, que agradeço a Deus e àqueles que me ajudaram a vencer essa etapa.

À minha família, peça chave que representa equilíbrio e exemplo, pelo afeto, preocupação e carinho. Ao Jean pelo apoio e companheirismo. Aos meus amigos que me acompanharam nesta caminhada e a República Só Fadinhas, que se tornou uma segunda família, por todos os momentos vividos.

À INCOP e ao Banpope pelo aprendizado e por me fazer enxergar o mundo de forma diferente. Aos meus professores pelos incentivos e ensinamentos. Ao ICEA e a UFOP por todo o suporte recebido. Ao ISIMA e seus professores, por todo conhecimento adquirido, essenciais para conclusão deste trabalho. Ao meu orientador, Paganini Barcellos de Oliveira, pela paciência e pelas ricas contribuições nesta pesquisa. A 17ª Companhia de Polícia Independente – João Monlevade (MG), pelos dados fornecidos para a pesquisa.

“Avoir des connaissances sans les partager, c’est se mettre au niveau de celui qui n’a pas d’idées.”

— Thucydide,
in: L’histoire de la guerre du Péloponnèse - Ve s. av. J.-C.

Resumo

Este trabalho tem como objetivo propor a implementação de um modelo matemático de localização de viaturas policiais para a cidade de João Monlevade-MG, considerando turnos de trabalho, e que seja capaz de minimizar o tempo de atendimento das ocorrências criminais. Para tal, foram utilizados dois modelos baseados no modelo de p-medianas, definido a partir de um levantamento bibliográfico e construídos considerando as características do problema para a cidade em estudo. Os modelos foram implementados utilizando a linguagem C++ e resolvidos via solver CPLEX 12.8. Os resultados permitiram identificar os locais potenciais para a localização de viaturas, de tal forma a reduzir o tempo médio de atendimento das ocorrências, bem como avaliar o impacto ocasionado pelo aumento ou decremento do número de veículos disponíveis.

Palavras-chave: Modelos de localização e cobertura, problema das p-medianas, localização de viaturas, segurança pública.

Abstract

This project aims to propose the implementation of a mathematical model for the location of police vehicles to the city of João Monlevade-MG considering work shifts, which is able to minimize the time of handling criminal occurrences. For this, two models were used and built based on the p -median model, defined from a bibliographic survey, considering the characteristics of the problem for the city under study. The models were implemented using the C++ language and the CPLEX 12.8 solver. The results allowed us to identify possible locations for vehicle locations in order to reduce the average time required to deal with occurrences, as well as to assess the impact caused by the increase or decrease of a vehicle.

Keywords: Location and coverage models, p -median problem, police vehicle location, public safety.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Mapa da cidade de João Monlevade e seus respectivos bairros.	26
Figura 2 – Mapa da cidade classificada por percentual de crimes contabilizados. . .	27
Figura 3 – Localização de viaturas gerada pelos dados reais.	28
Figura 4 – Localização de viaturas por turnos, gerada a partir dados que simulam a realidade.	29
Figura 5 – Localização de viaturas por turno gerada pelo modelo simples.	30
Figura 6 – Localização viaturas diária gerada pelo modelo agregado.	30
Figura 7 – Distâncias percorridas pelo modelo simples e agregado para $p=10$	31
Figura 8 – Distâncias percorridas pelo modelo simples e agregado para $p=5$	31
Figura 9 – Distâncias percorridas pelo modelo simples e agregado para $p=3$	32
Figura 10 – Resultado da FO para o modelo agregado.	33
Figura 11 – Resultado da FO para o modelo simples.	33

Lista de tabelas

Tabela 1 – Valores de FO com $p = 3$	39
Tabela 2 – Valores de FO com $p = 5$	40
Tabela 3 – Valores de FO com $p = 10$	41

Lista de abreviaturas e siglas

FBSP - Fórum Brasileiro de Segurança Pública

PIB - Produto Interno Bruto

SEDS - Secretaria de defesa social

IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

UEMG - Universidade Estadual de Minas Gerais

PMMG - Polícia Militar de Minas Gerais

PCMA - Patrol Car Allocation Model

TEAM - Modelo de Localização com Equipamentos que Trabalham em Conjunto

SAMU - Serviço de Atendimento Médico de Urgência

PPAC - Police Patrol Area Covering

FO - Função Objetivo

Sumário

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Objetivos	14
1.2	Justificativa e Relevância do trabalho	15
1.3	Organização do Trabalho	15
2	REVISÃO DA LITERATURA	16
3	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	18
3.1	Localização de Facilidades	18
3.2	P-Mediana	20
4	METODOLOGIA	22
5	MODELAGEM MATEMÁTICA	24
5.1	Testes Computacionais	25
6	ANÁLISE E RESULTADOS	27
7	CONCLUSÃO	34
	REFERÊNCIAS	36
	APÊNDICE A – RESULTADOS DA PESQUISA	39

1 Introdução

A violência no Brasil é um problema social complexo que vem agravando com intensidade, tornando-se um desafio para gestão de segurança pública, que impõe a necessidade de uma gestão articulada e estratégica entre os órgãos responsáveis e a população, além de custos elevados (CARVALHO; FÁTIMA et al., 2011; PEREIRA, 2018).

O número de mortes por violência no Brasil está entre os maiores do continente americano. No período entre Janeiro de 2011 a Dezembro de 2015 o Brasil registrou 279.567 mortes violentas, em média 153,18 assassinatos por dia, segundo o Fórum Brasileiro de Segurança Pública. Apesar do conhecimento adquirido por estudos já realizados, ainda não foi desenvolvido um mecanismo eficiente para enfrentar a situação (SOUZA et al., 2013).

Para Lima, Bueno e Mingardi (2016) a violência urbana é um dos problemas mais graves, que acumulou mais de um milhão de vítimas fatais nos últimos 24 anos, e, apesar do Brasil gastar equivalente a países desenvolvidos, ainda assim não consegue combater o cenário de medo e insegurança vivenciado diariamente nas ruas. Segundo dados da 10ª edição do Anuário Brasileiro de Segurança Pública, produzido pelo Fórum Brasileiro de Segurança Pública (2016), os gastos com políticas públicas de segurança em 2015 totalizaram 76,3 bilhões, cerca de 1,38% do PIB (Produto Interno Bruto) brasileiro.

Em se tratando de Minas Gerais, o governo estadual por meio da Seds (Secretaria de defesa social) mostra no portal Minas em Números, que embora o número de crimes apresente uma queda em 2017 ainda chega a ser 127% maior, se comparado a 5 anos anteriores (MINAS, 2017).

Em 2019, o índice de crimes violentos no primeiro semestre voltou a cair, cerca de 26,8% menor do que ao ano anterior. Segundo o governo, o resultado é fato de um trabalho integrado e estratégico das forças de segurança, confirmando assim, o impacto e a importância de um estudo estratégico para a gestão da segurança (SEGOV, 2019).

Na cidade de João Monlevade- MG, localizada na região do médio Piracicaba, cerca de 100 quilômetros da capital Belo Horizonte, com uma população de 80 mil habitantes (IBGE, 2015), o portal Minas em Números mostra também que houve um incremento de 142,86% no número de crimes violentos, entre os anos de 2012 a 2017 (MINAS, 2017). O aumento da criminalidade é perceptível e tem assustado moradores da cidade, que segundo Reis (2016) já chegaram inclusive a se mobilizarem em forma de protesto nas ruas, pedindo uma melhora na segurança pública.

A utilização da pesquisa operacional nos processos de tomadas de decisão é crescente

e satisfatória, tanto para o setor privado quanto público. Através da modelagem matemática é possível resolver problemas reais em diversos setores da economia de forma eficiente e eficaz.

A operacionalização dos meios de tomada decisão é importante principalmente para os serviços públicos emergenciais, que tem como objetivo atender a população de forma rápida, salvar vidas e/ou garantir a segurança da população.

Dentro do contexto da segurança pública, podemos trabalhar com modelos de maximização de cobertura, modelos de localização de facilidades, modelos de roteirização de veículos, ou seja, métodos mais eficientes de atendimento, localização estratégica de postos policiais, deslocamentos de viaturas, etc., a fim de reduzir os índices de criminalidade em uma determinada região e/ou custos do serviço.

O problema em questão neste trabalho trata-se do tempo de atendimento do serviço de segurança pública da cidade de João Monlevade. A ideia é utilizar um modelo de p-medianas para definir os locais onde serão posicionadas as viaturas policiais (medianas), considerando a região de cobertura do serviço de segurança pública, de tal forma a minimizar a soma de todas as distâncias, entre as viaturas e os locais em que são registradas ocorrências. Com a utilização deste modelo pretende-se obter as localizações ótimas para os postos de atendimento policial (viaturas), a partir de diferentes instâncias baseadas em dados reais de segurança e rotas, com o objetivo de reduzir as distâncias percorridas e consequentemente melhorar o atendimento e a segurança da população.

1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo matemático de localização de viaturas policiais, capaz de minimizar as distâncias percorridas e consequentemente o tempo de atendimento de ocorrências criminais na cidade de João Monlevade. Em complementaridade será necessário atender aos seguintes objetivos específicos:

- Realizar uma pesquisa bibliográfica sobre o problema de localização e as técnicas computacionais já desenvolvidas para a resolução de problemas correlatos.
- Definir um modelo matemático de localização que seja aplicável para a cidade.
- Coletar os dados de criminalidade da cidade referente aos anos de 2014 à 2016.
- Criar instâncias reais que representem o cenário atual de violência em cada um dos bairros da cidade.
- Definir quais são as variáveis e restrições que serão levadas em consideração para a modelagem do problema.

- Desenvolver um método computacional de resolução para o problema.

1.2 Justificativa e Relevância do trabalho

O tema trata-se de um problema de interesse público com base no cenário real atual, em que são contabilizadas em média 4000 ocorrências anuais, com destaque para os crimes de: ameaças, furtos e roubos. Desta forma, o trabalho pode resultar em uma alternativa para a gestão de segurança pública na cidade de João Monlevade, com melhoria no atendimento das ocorrências e eventualmente contribuir para a redução do índice de criminalidade.

O desenvolvimento de estratégias e mecanismos de inteligência para localização de viaturas, chamado pela polícia militar de policiamento ostensivo, está entre os compromissos e objetivos firmados pela Polícia Militar de Minas Gerais (PMMG) para o ano de 2019, segundo o relatório apresentado pelo Comando geral ([POLICIA MILITAR DE MINAS GERAIS, 2019](#)).

Além disso, é crescente o número de estudantes das universidades (UFOP – Universidade Federal de Ouro Preto e UEMG – Universidade Estadual de Minas Gerais), vítimas de atos de violência e assaltos por toda a cidade, o que tem provocado um ambiente de grande tensão, medo e insegurança. Em complementaridade, o trabalho também proporciona ao aluno o aprendizado e contato com uma das áreas de Engenharia de Produção, a Pesquisa Operacional aplicada a um problema real de interesse comum.

1.3 Organização do Trabalho

O presente trabalho é composto por sete capítulos. Neste primeiro capítulo foram apresentados a introdução, os objetivos do trabalho, justificativa e relevância do trabalho e organização do trabalho. O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica que cobre a literatura associada ao problema de Localização de facilidades e p-medianas. No Capítulo 3 é apresentado a fundamentação teórica em que se baseia o modelo de Localização de facilidade e o problema de p-medianas desenvolvido neste trabalho. O Capítulo 4 traz a metodologia utilizada, enquanto o Capítulo 5, apresenta a modelagem matemática desenvolvida no trabalho e como foram realizados os testes computacionais. Já o Capítulo 6 destina-se à apresentação e discussão dos resultados obtidos a partir dos testes realizados para os anos de 2014 a 2016, via duas abordagens de modelagem. Por fim, no Capítulo 7 são apresentadas as considerações finais e sugestões para trabalhos futuros que sigam esta linha de pesquisa.

2 Revisão da Literatura

Os problemas de localização existem desde os tempos mais remotos, quando, por exemplo, uma tribo buscava uma região para acomodar-se levando em consideração diversos fatores como: água, alimentação, acesso e disponibilidade para o plantio, que pudessem favorecer a todos (HÖRNER et al., 2009).

Para Morabito (1994), a localização de facilidades é importante dentro do planejamento estratégico tanto de empresas públicas quanto privadas, com o objetivo de auxiliar no processo de tomada de decisão que envolve onde serão localizados os centros de trabalho, de acordo com os objetivos da empresa.

A grande maioria das empresas do setor industrial, enfrentam problemas de localização de facilidades envolvendo as decisões de localização das plantas industriais, armazéns e até mesmo lojas de varejo, acredita-se que a capacidade de uma fábrica está diretamente ligada as suas decisões de localização, e não é diferente no setor público, onde trata-se da localização de escolas, hospitais, corpo de bombeiros, etc. (KLOSE; DREXL, 2005).

Desta forma, a localização de facilidades é aplicada na literatura em diversos meios, como no caso apresentado por Chaiken, Walker e Dormont (1985), cujo o objetivo é auxiliar na gestão da segurança pública através da aplicação do modelo definido como Patrol Car Allocation Model (PCMA). O modelo tem como objetivo auxiliar o departamento de policia a determinar o patrulhamento de acordo com a época do ano, o dia da semana e o horário do dia.

Figueiredo, Lorena e Carvalho (2005) resolvem o problema de localização de facilidades em que o objetivo é determinar uma configuração espacial da localização de ambulâncias que melhor forneça cobertura às demandas na cidade de São José dos Campos-SP. O modelo utilizado foi o Modelo de Localização com Equipamentos que Trabalham em Conjunto (TEAM), o qual é capaz de localizar dois tipos de ambulâncias diferentes: as de serviço básico e as de serviços especializados.

Ainda no contexto de serviços, têm-se o atendimento médico de urgência, o qual é avaliado se o modelo de otimização hipercubo de filas espacialmente distribuídos é capaz de proporcionar a análise do desempenho do SAMU (serviço de atendimento médico de urgência) da cidade de Ribeirão Preto-SP (SOUZA et al., 2013). A ideia de SOUZA et al. é verificar se as informações referentes ao tempo médio de resposta e as alternativas de localização das ambulâncias possuíam variação de demanda ao longo do dia.

Curtin, Hayslett-McCall e Qiu (2010) apresentam um novo método para localizar a distribuição de patrulha policial, tendo como base o modelo Police Patrol Area Covering

(PPAC), um modelo de cobertura máxima aplicado ao serviço de patrulhamento policial. A solução ótima do modelo é comparada ao atual método utilizado na cidade de Dallas no Texas e os resultados mostram ganhos significativos na redução do número de incidentes e distâncias percorridas.

Dentro do cenário brasileiro [Gurgel, Ferreira e Aloise \(2010\)](#), apresentam um estudo de localização e roteirização de viaturas através da modelagem matemática, tendo como base o modelo de p-medianas, onde se determina a melhor localização geográfica das viaturas dado um número de viaturas preestabelecido. Além disso é utilizado também o método do caixeiro viajante, que busca a roteirização das viaturas a partir da sua localização, visando encontrar a solução ótima para a cidade de Natal no estado de Rio Grande Do Norte.

O modelo de p-medianas vem sendo utilizado por diversos autores dentro da segurança pública, como em [Rosa \(2011\)](#), que buscou determinar a distribuição de viaturas responsáveis pelo patrulhamento escolar por número de alunos, na cidade de Curitiba. Os resultados de [ROSA](#) mostram uma redução de 80% nas distâncias percorridas pelos veículos, o que resultou em um gatilho para o desenvolvimento de um aplicativo para o uso diário da polícia militar.

O modelo de p-medianas também foi utilizado para problema da segurança pública em um trabalho desenvolvido na cidade de João Pessoa, o que se desenvolveu um sistema de apoio a tomada de decisão, baseado no resultado da formulação do problema para localização de serviços policiais emergências, que objetivava reduzir as distâncias percorridas ([SILVA, 2014](#)).

Em um trabalho mais recente, [Chow, Cheung e Yoon \(2015\)](#) propõem um modelo de localização de postos policiais, com o objetivo de minimizar as distâncias percorridas e maximizar a cobertura do serviço para a cidade de Londres. Em seu trabalho são utilizados o modelo de p-medianas, considerando os pontos potenciais de crime, e o modelo de Máxima Cobertura. Os resultados mostram que há uma redução das distâncias percorridas e aumento da cobertura média.

3 Fundamentos Teóricos

3.1 Localização de Facilidades

A localização de facilidades está diretamente ligada ao sucesso de uma organização através principalmente da sua logística empresarial, influenciando no planejamento estratégico da empresa, visto que, uma boa localização é importante para garantir competitividade do negocio, reduzir custos de transporte e principalmente oferecer melhor atendimento aos seus clientes (CARLOS; SAMED, 2013).

Nas decisões de localização de facilidades são considerados elementos criticos para o planejamento estratégico de qualquer organização, influenciando nas decisões logísticas. A construção de facilidades pode levar tempo e resultar em elevados custos, assim é importante salutar que a escolha dos pontos de suprimento seja pensada de forma a proporcionar um bom desempenho para a organização no curto e longo prazo, o que torna o problema uma tarefa difícil (FARAHANI; HEKMATFAR, 2009).

Ainda segundo Farahani e Hekmatfar, o estudo matemático de localização de facilidades tem atraído muita atenção nas ultimas 4 décadas, com o desenvolvimento de algoritmos e formulações aplicados à diversos setores tanto privados quanto públicos. Os problemas de localização de facilidades buscam localizar um conjunto de recursos para minimizar o custo de atender um determinado conjunto de demandas (clientes) levando em consideração um conjunto de restrições. O problema de base é composto por 4 componentes: o cliente, quem vai se beneficiar da facilidade, entende-se que este já esteja localizado; as instalações que serão localizadas; um espaço onde clientes e facilidades estarão localizados; e uma métrica padrão que indica distâncias ou tempo entre os clientes e as facilidades.

Os modelos de localização são baseados em decisões de posicionamento de diversos recursos, a fim de otimizar o atendimento à suas demandas. A distribuição destes recursos, garantem melhorias na qualidade dos serviços realizados e consequentemente no orçamento da organização. Portanto, isso não é diferente no setor público, onde a localização de facilidades é frequentemente utilizada em serviços primordiais como a localização de escolas, hospitais, corpo de bombeiros, etc.(KLOSE; DREXL, 2005).

Existem diferentes formas e modelos para localizar as facilidades de forma estratégica. Para Klose e Drexl, os modelos de localização de facilidades se diferenciam em diversos aspectos, entre eles:

- Quanto ao seu objetivo, podendo ser minimizar a distância médias ou minimizar as distâncias máximas.

- Sem restrição de capacidade, onde não restringe a alocação das demandas e com restrição de capacidade, que nesse caso é necessário maior cuidado na alocação das demandas.
- Modelos com estágio único ou múltiplos estágios, onde o fluxo deve ser analisado de acordos com os estágios hierárquicos.
- Produtos únicos e homogêneos ou multi-produtos, sendo necessário tratar os custos e capacidades de maneira diferente.
- Demanda inelástica ou elástica, isto é, se ela é independente ou dependente das decisões de localização.
- Modelos estáticos ou dinâmicos, se buscam otimizar o sistema em um período representativo ou refletem dados que variam ao longo do tempo.
- Modelos probabilísticos ou determinísticos, se as entradas estão ou não sujeitas as incertezas, ou seja, se seguem distribuições de probabilidade ou são definidas.

Segundo [Daskin \(2011\)](#) os modelos utilizados para a localização de facilidades devem responder a questões básicas como: quantas instalações devem ser localizadas e onde localizá-las, qual o tamanho destas instalações e como deve ser alocada a demanda destas instalações. Assim, diversos modelos são apresentados na literatura a fim de propor uma solução para o problema apresentado.

Desta forma, alguns modelos foram estudados, como forma de buscar uma melhor solução para o problema em questão, a localização de viaturas policiais para a cidade de João Monlevade, entre estes:

1. **Modelo do hipercubo:** Foi um modelo desenvolvido por [Larson \(1974\)](#) a fim de resolver problemas descritos em filas, onde a demanda é distribuída no espaço e a facilidade necessita se deslocar até esse ponto de suprimento. As duas principais características que descrevem o modelo supõe que a área de atendimento está dividida em átomos, onde cada um possui uma demanda, e que a operação do sistema acontece através de prioridade de despacho, estabelecidos através de uma ordem pré-definida de facilidades a ser oferecidas para os clientes.
2. **Modelo de máxima cobertura:** Criado e aprimorado por [Church e ReVelle \(1974\)](#), tem como objetivo localizar as facilidades em um número bem limitado de locais, a fim de cobrir o máximo número de pontos de demanda, não necessariamente todos. Este tipo de modelo é bastante utilizado para localização de radares, localização de sistemas de emergências, etc..

3. **Modelo de localização de máxima disponibilidade:** Foi apresentado por [ReVelle e Hogan \(1989\)](#), tem como objetivo localizar facilidades para que um número máximo de chamadas, de um serviço de emergência, possa ter uma facilidade a disposição com uma menor distância. Existem duas variações deste modelo, onde a primeira considera a taxa de ocupação das facilidades iguais, e outra em que as facilidades possuem taxa de ocupação distintas.
4. **Modelo p-medianas:** De acordo com [Christofides \(1975\)](#), o modelo de p-medianas tem como objetivo determinar a localização de facilidades dentro de uma rede de nós, de forma a minimizar soma das distâncias percorridas entre as facilidades instaladas e os nós que possuem demandas.

O modelo escolhido para este trabalho foi o de p-medianas. A seleção se deu em função de se tratar de um modelo de fácil implementação e adaptação para o problema de localização de viaturas. A ideia inicial era modelar o problema, para posteriormente definir um método de solução adequado.

3.2 P-Mediana

O problema de p-mediana surgiu de uma variação dos problemas de mediana que tem como objetivo encontrar um ponto médio entre os pontos candidatos para que a soma dos custos possam ser minimizados através da função objetivo ([FARAHANI; HEKMATFAR, 2009](#)).

Segundo [Reese \(2006\)](#), a resolução de problemas por p-mediana surgiu em meados do século XVII, onde Pierre de Fermat desejava encontrar um ponto (mediana) em um plano em relação a três vértices, de tal forma que a distância entre estes vértices e o ponto fosse a mínima.

Em 1929, estudos que envolviam a aplicação de mediana em localização foram iniciados, onde a implementação na área comercial visava minimizar a distância de uma empresa em relação aos seus consumidores e fornecedores de matéria-prima. Posteriormente foram agregados pesos aos vértices apresentados por Fermat, para simular os pedidos dos clientes ([REESE, 2006](#)).

Em meados dos anos 60, problemas parecidos aos citados por [Reese \(2006\)](#) foram utilizados, a fim de determinar mediana em grafos, observando que com relação as soluções ótimas dos problemas, nem todas possuíam soluções localizadas nos vértices, contudo existe um conjunto de vértices que minimiza a função objetivo ([HAKIMI, 1964](#)).

Assim, o modelo de p-mediana tornou-se um clássico na otimização combinatória, tendo como objetivo determinar p locais (mediana) em uma rede de nós n , a fim de

minimizar a soma das distâncias entre cada nó até a sua mediana mais próxima (LORENA et al., 1999).

A forma de modelagem para o problema de p-medianas proposto por Christofides (1975) se resume nas Equações (3.1)-(3.5).

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \quad (3.1)$$

$$\text{s.a.: } \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (3.2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ii} = p \quad (3.3)$$

$$x_{ij} \leq x_{ii}; \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3.4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}; \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3.5)$$

O problema é construído a partir de um conjunto de nós $N = \{1, \dots, n\}$, tendo como parâmetros $[d_{ij}]_{n \times n}$ que é uma matriz simétrica que representa os custos ou distâncias percorridas, e p que é o número de medianas ou o número de instalações que deseja localizar. As variáveis de decisão x_{ij} , consistem em uma matriz de alocação, em que $x_{ij}=1$ se o nó j é alocado à mediana i , e $x_{ij} = 0$, caso contrário, ou seja, se $x_{ii} = 1$ então o nó i é uma mediana ativa.

No modelo (3.1)-(3.5), as restrições 3.2 garantem que cada nó seja atendido por apenas uma mediana, assim como 3.4 tem por finalidade garantir que cada nó j seja alocado a um nó i , desde que este esteja instalado. Já a restrição 3.3 exige que o número de facilidades instaladas respeite uma quantidade p pré-determinada. Por fim, as restrições 3.5 apresentam as condições de integralidade das variáveis do modelo.

Note que o problema de localização de facilidades pelo modelo de p-medianas proposto é considerado difícil à medida que o tamanho do problema cresce, ou seja, quando o número de clientes a serem atendidos é relativamente grande, o tempo computacional de resolução do problema de maneira exata pode crescer em escala exponencial (SENNE; LORENA, 2003). Nesse contexto, Alekseeva, Kochetov e Plyasunov (2008) mostram que o problema executa um número exponencial de etapas no pior caso e que trata-se de um problema NP-completo. Já Jackson, Rouskas e Stallmann (2007) mostram que o problema de p-medianas apresenta uma solução polinomial em uma dimensão e que torna-se NP-difícil para duas ou mais dimensões, quando utilizado por exemplo, distâncias euclidianas.

4 Metodologia

A pesquisa em Engenharia de Produção assim como as demais áreas de conhecimento deve ser classificada conforme o contexto do estudo, que, segundo [Turrioni e Mello \(2011\)](#) pode ser dividida em quatro eixos: a natureza, os objetivos, a abordagem e o método. Quanto à natureza esta pesquisa pode ser classificada como aplicada, por buscar o incremento do conhecimento científico de forma a possibilitar aplicações práticas para solução de um problema real. Quanto aos objetivos propostos, o projeto pode ser visto como uma pesquisa do tipo axiomática normativa, uma vez que busca, por meio de modelos matemáticos, resolvidos via ferramentas computacionais indicar uma solução factível para o problema em estudo. Em relação a abordagem, classifica-se como quantitativa, por transformar números e dados em informações importantes para o estudo. Por fim, quanto ao método, se tem uma classificação do tipo modelagem/simulação empregada em pesquisas quantitativas para investigar o impacto de um conjunto de variáveis e restrições no comportamento do objeto deste estudo, mais especificamente em um cenário real.

Quanto ao procedimentos metodológicos para o desenvolvimento deste trabalho, tomando como base que se trata de um problema de localização, primeiramente, foi feito um levantamento bibliográfico a respeito do assunto. Em uma etapa seguinte, para propor soluções viáveis ao problema real, foi realizada uma coleta de dados junto ao órgão responsável pela contabilização dos crimes na cidade.

Foram obtidos dados de segurança pública, considerando todos os tipos de crimes, referentes aos anos de 2014 a 2016, considerando a abrangência de todos os bairros e suas respectivas taxas de criminalidade, divididas em meses e 4 diferentes turnos, devidamente organizados em planilhas eletrônicas. Dados como o número de viaturas disponíveis na cidade e as estratégias de patrulhamento, não foram repassados, em função do caráter estratégico de planejamento do sistema de segurança pública da cidade. Além disso, foram coletadas as distâncias e tempos médios de deslocamentos entre os bairros através do Google Maps. Note que foi considerada a distância/tempo entre o baricentro de cada bairro para os demais, e a rota mais curta definida com o auxílio do Google Maps.

Os dados foram tratados e assim as instâncias foram geradas através da ferramenta VBA do Excel 2018, considerando um período de 3 anos, 2014 a 2016, 55 bairros e 4 turnos. Para resolução do problema foram propostos dois modelos matemáticos baseados no modelo de p-mediana clássico. Os modelos foram definidos considerando a realidade do problema e da cidade. Para testar a aplicabilidade dos modelos, inicialmente foram feitos códigos de prototipagem em linguagem compatível com o AMPL CPLEX 11. Posteriormente, foi utilizado a versão ILOGCPLEX 12.8 combinado com a linguagem de programação

C++ para geração dos resultados finais do trabalho. Por fim, os resultados gerados foram armazenados em planilhas eletrônicas que permitiram a construção de gráficos via Gnuplot.

5 Modelagem Matemática

A ideia de se utilizar o modelo das p -medianas é poder variar a quantidade de viaturas policiais que se deseja instalar, de acordo com a sua disponibilidade. O modelo utilizado como base no trabalho trata-se de uma variação do modelo de p -medianas proposto por [Chow, Cheung e Yoon \(2015\)](#) em que se leva em consideração o percentual de crimes por bairro de cada ponto candidato a ser instalado, conforme mostram as Equações (5.1)-(5.6).

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i x_{ij} d_{ij} \quad (5.1)$$

$$\text{s.a.: } \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (5.2)$$

$$\sum_{j=1}^n y_j = p \quad (5.3)$$

$$x_{ij} \leq y_j \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (5.4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (5.5)$$

$$y_j \in \{0, 1\} \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (5.6)$$

O objetivo do modelo (5.1)-(5.6) é localizar um determinado número de viaturas, em alguns pontos (bairros), considerando o índice de criminalidade (w_i), de forma a reduzir as distâncias percorridas (d_{ij}). De acordo com os dados fornecidos pela policia militar da cidade, o problema é dividido em turnos de trabalho. Assim, o modelo inicialmente não foi indexado em turnos, tendo em vista a possibilidade de resolver cada turno separadamente.

Os elementos deste problema estão organizados em conjuntos de bairros J e I , origem e destino, respectivamente, o qual cada facilidade ($j \in 1..n$) podem ser instalados em um dos bairros candidatos. O modelo utiliza duas variáveis binárias, definidas por $x_{ij} = 1$ se a facilidade instalada no bairro ($j \in 1..n$) atende ao bairro ($i \in 1..n$) ou 0 caso ao contrário, e $y_j = 1$ se existe uma facilidade instalada no bairro ($j \in 1..n$), ou 0 caso ao contrário.

Como parâmetros do problema, se tem: p como o total de viaturas disponíveis e que devem ser localizadas; d_{ij} , a matriz de distâncias, considerando que o bairro ($i \in 1..n$) seja atendido pela viatura localizada no bairro ($j \in 1..n$); w_i o índice de criminalidade de cada bairro ($i \in 1..n$).

A Função Objetivo (5.1) visa minimizar a soma das distâncias médias entre o bairro onde está localizada a viatura e os bairros por ela atendidos, considerando o índice

de criminalidade. As restrições garantem a aplicabilidade e eficiência do modelo, o qual (5.2) define que cada bairro só pode ser atendido por uma facilidade instalada, (5.3) garante que o número de facilidades instaladas não deve ultrapassar o número disponível e (5.4) estabelece que um bairro seja atendido apenas por bairros onde existe uma viatura localizada. Por fim, as restrições (5.5)-(5.6) estabelecem o domínio das variáveis de decisão.

Em busca de outra alternativa de modelagem do problema, uma reformulação do modelo anterior foi proposta, agora integrando todos os turnos $t \in 1..m$. O modelo denominado agregado tem como objetivo determinar uma única configuração de localização de facilidades a ser empregada nos 4 turnos de trabalho, ou seja, a ideia é estabelecer pontos “fixos” de permanência das viaturas ao longo de todo o dia, conforme mostram as Equações (5.7)-(5.12).

$$\min \sum_{t=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i^t x_{ij}^t d_{ij} \quad (5.7)$$

$$\text{s.a.:} \sum_{j=1}^n x_{ij}^t = 1 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n; t = 1, 2, \dots, m \quad (5.8)$$

$$\sum_{j=1}^n y_j = p \quad (5.9)$$

$$x_{ij}^t \leq y_j \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n; t = 1, 2, \dots, m \quad (5.10)$$

$$x_{ij}^t \in \{0, 1\} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n; t = 1, 2, \dots, m \quad (5.11)$$

$$y_j \in \{0, 1\} \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (5.12)$$

Neste modelo agregado, a variável binária x_{ij}^t , recebe um novo índice ($t \in 1..m$), em que $x_{ij}^t = 1$ se um bairro ($j \in 1..n$) atende ao bairro ($i \in 1..n$) em determinado turno ($t \in 1..m$), assim como o índice de criminalidade w_i^t que agora representa o índice de criminalidade de cada bairro ($i \in 1..n$) em cada turno ($t \in 1..m$).

A função objetivo (5.7) busca minimizar a soma das distâncias médias considerando o índice de criminalidade de cada bairro em cada turno. As restrições (5.8) definem que cada bairro só pode ser atendido por uma facilidade instalada em cada um dos turnos de trabalho, enquanto a restrições (5.9) garantem que o número de facilidades instaladas não deve ultrapassar a capacidade disponível, e (5.10) estabelece que locais com viaturas instaladas atendam a cada um dos bairros da cidade. Novamente, as restrições (5.11)-(5.12) definem o domínio das variáveis.

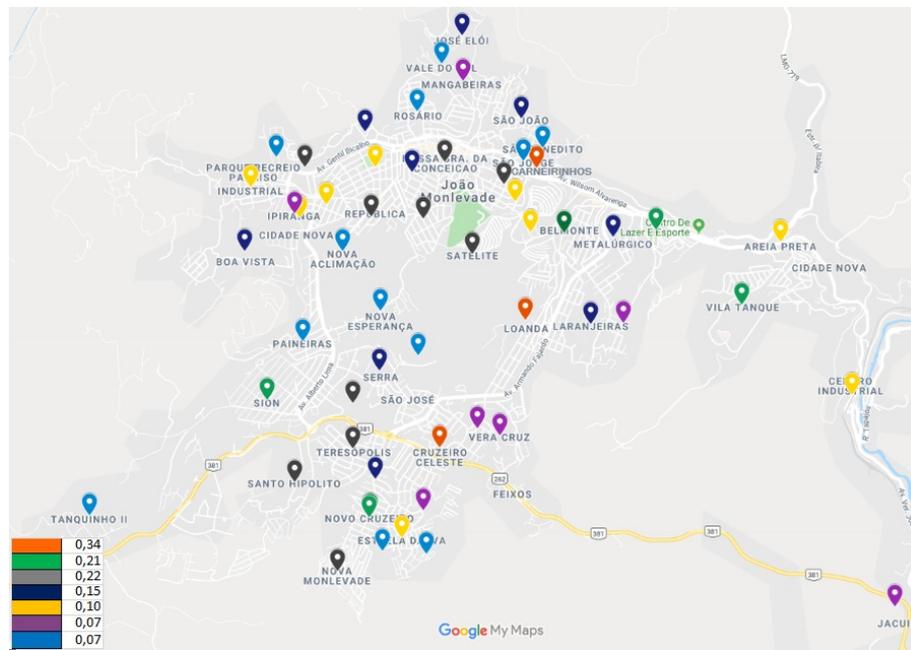
5.1 Testes Computacionais

Para implementação dos modelos foi utilizado a versão do CPLEX 12.8 em uma linguagem C++. O IBM ILOCPLEX Optimisation Studio é uma ferramenta comercializada

6 Análise e Resultados

O mapa ilustrado pela Figura 2 mostra a divisão da cidade de acordo com os respectivos índices de criminalidade. A Figura 2 destaca que alguns bairros como, Carneirinhos, Cruzeiro Celeste e Loanda por exemplo, possuem índices de criminalidade relativamente altos, cerca de 34% do total de crimes do município. A partir de então, o modelo buscou identificar os melhores pontos para se localizar as viaturas de forma que as distâncias percorridas fossem reduzidas.

Figura 2 – Mapa da cidade classificada por percentual de crimes contabilizados.



A partir da análise dos resultados obtidos foi possível verificar a confiabilidade do programa desenvolvido, isto quer dizer, todas as restrições propostas no modelo estavam sendo respeitadas, tais como, todos os bairros estavam sendo atendidos, todas as viaturas estavam alocadas e todos os bairros só estavam sendo atendidos por bairros cujo existia uma viatura instalada.

Os dados repassados pela Polícia Militar não atendiam a segmentação por turnos desejada para implementação dos modelos, desta forma, a princípio, foi realizada uma distribuição proporcional dos dados para os 4 turnos, baseada nos índices de criminalidade. No entanto, ao realizar os testes para o primeiro modelo, em que os turnos eram tratados de forma separada, os resultados mostraram que os veículos foram localizados em um mesmo conjunto de bairros nos 4 turnos. Acredita-se que esta condição se deu em função da proporcionalidade com o qual se distribuiu os dados, uma vez que foram respeitadas as proporções diárias em todos os turnos.

Para verificar a aplicabilidade do modelo foi necessária a criação de instâncias a partir de uma distribuição do número de crimes mensais para os turnos de forma aleatória, mas respeitando o quantitativo total de crimes que ocorreram em cada bairro no período do estudo. Tais instâncias simulam o ambiente real e comprovaram que o modelo é capaz de variar a localização dos veículos a partir da variação do índice de criminalidade, ou seja se os dados reais coletados estivessem completos poderíamos chegar em uma solução mais próxima do que realmente ocorre na cidade.

As Figuras 3 e 4 mostram um exemplo de localização de 10 viaturas policiais, utilizando as instâncias geradas a partir dos dados disponibilizados pela Polícia Militar de João Monlevade e uma simulação que garante a proporcionalidade dos crimes por bairro, obtida via um processo aleatório de distribuição dos dados. Note que baseado nos dados reais, Figura 3, todos os carros foram localizados nos mesmos bairros em todos os turnos, já para os dados simulados é possível perceber que houve uma variação na localização das viaturas, conforme mostra a Figura 4.

Figura 3 – Localização de viaturas gerada pelos dados reais.

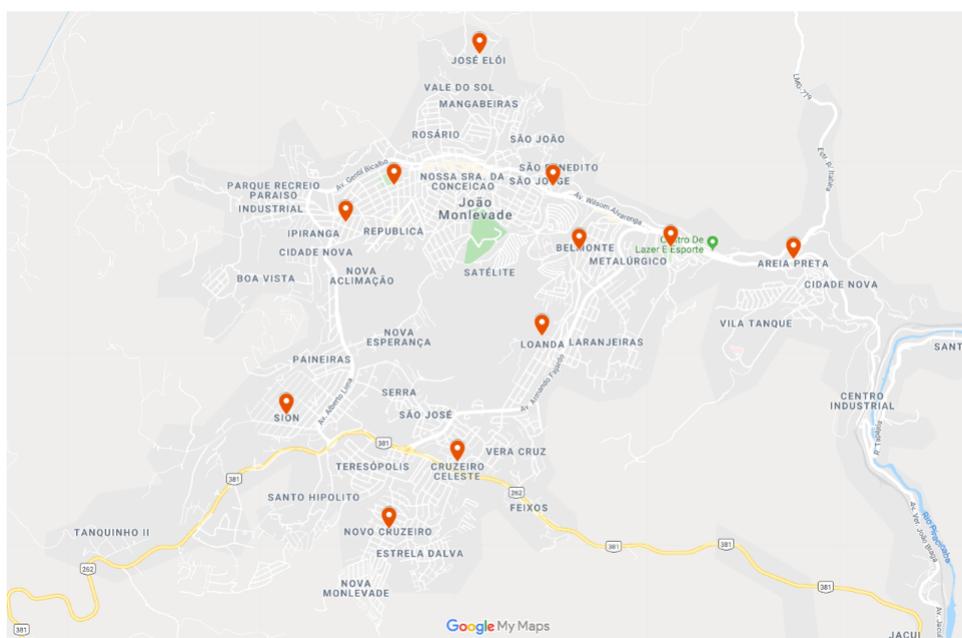
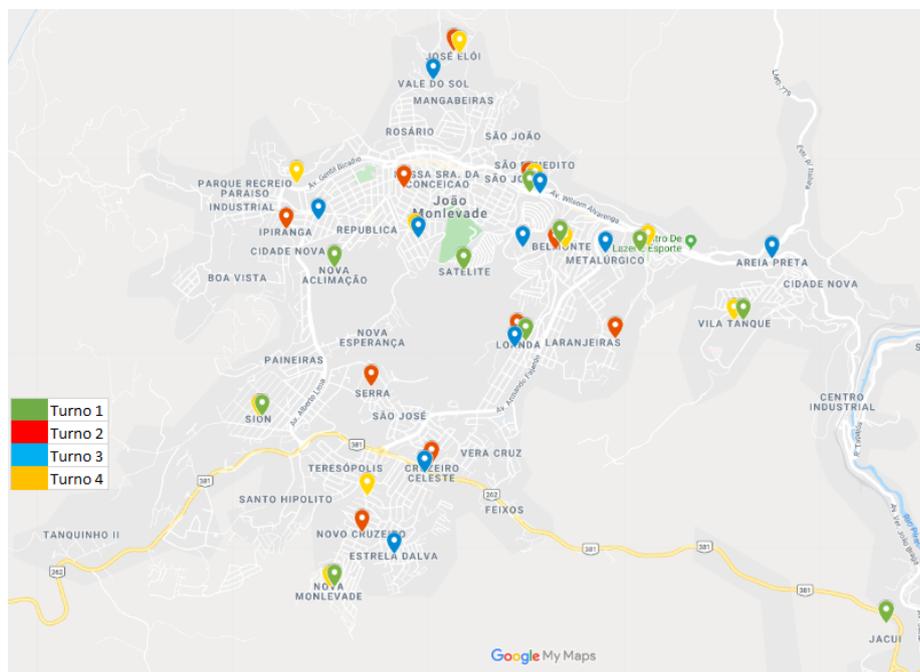


Figura 4 – Localização de viaturas por turnos, gerada a partir dados que simulam a realidade.



Os resultados mostraram que, na maioria dos casos, carros foram localizados nos bairros com maiores índices de criminalidade, ou seja, a penalidade da função objetivo (índice de criminalidade) impactou de forma natural na solução do problema, o que já era esperado. Além disso é possível observar que as viaturas tendem a ser localizadas de forma distribuída por toda a cidade, que se justifica pelo fato de buscar reduzir as distâncias.

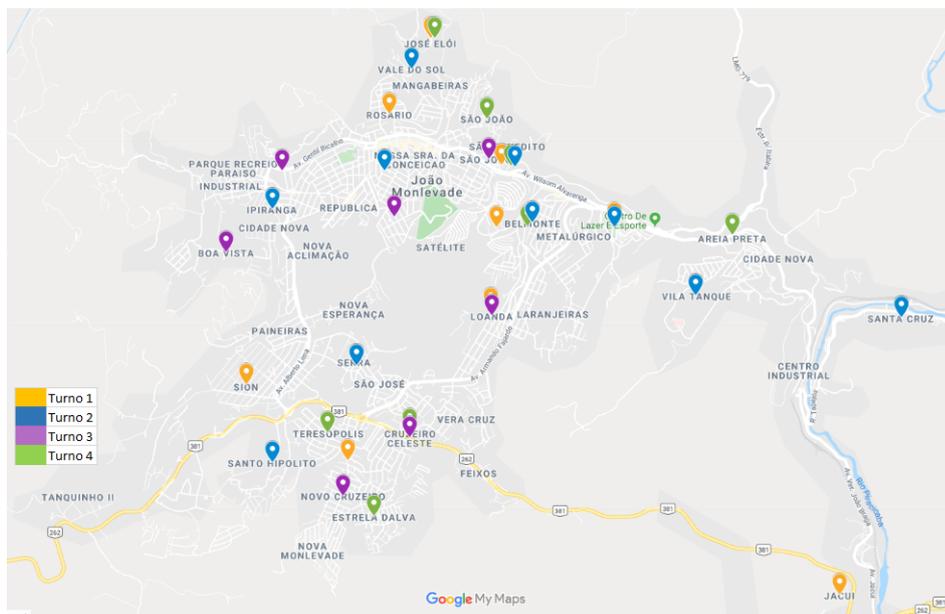
Para buscar uma solução alternativa para o problema, foi implementado um segundo modelo, agregado, no qual buscou localizar os carros de forma que fosse possível otimizar, reduzir as distâncias percorridas, nos 4 turnos de trabalhos de uma só vez, ou seja, definir uma única configuração ótima de localização para todos os turnos de trabalho.

Ambos os modelos foram avaliados por meio das instâncias que simulam a realidade conforme mostram as Tabelas 1-3 nos apêndices.

Note que os tempos computacionais de resolução não foram apresentados tendo em vista que todas as instâncias foram resolvidas em poucos segundos de processamento de máquina, ou seja, não agregaria tanto valor ao trabalho, considerando que são instâncias de tamanho relativamente pequeno, embora representem a realidade.

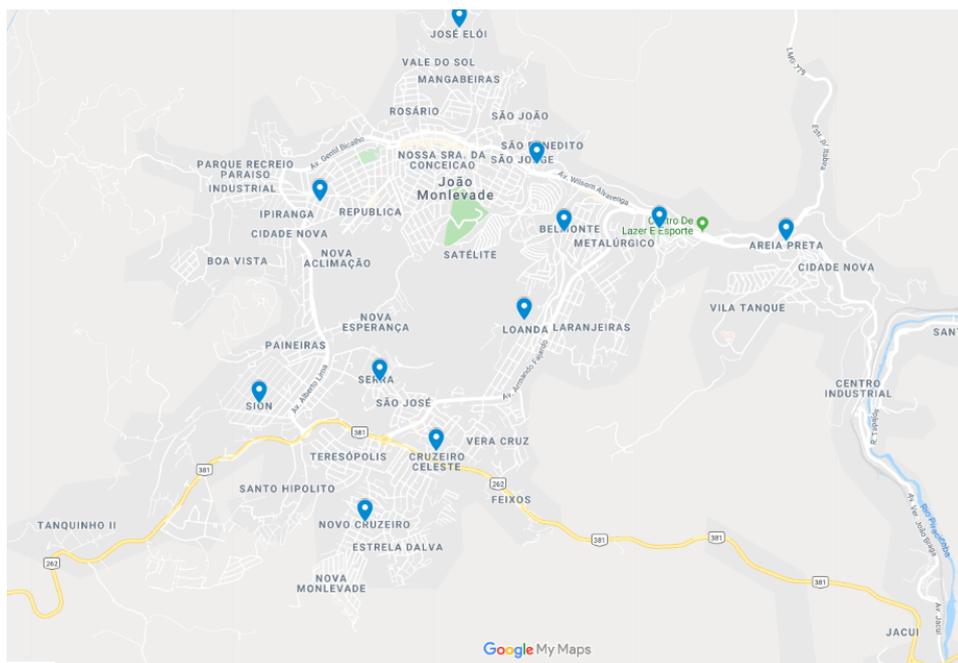
As Figuras 5 e 6 ilustram os resultados de uma instância, para a localização de 10 facilidades pelo modelo simples e agregado, respectivamente. Na Figura 5 cada turno é representado por uma cor, mostrando que pode existir uma localização ótima diferente para cada turno. Este modelo tem uma maior flexibilidade em relação ao índice de criminalidade em cada turno, e conseqüentemente o resultado encontrado pode ser mais interessante para um cenário real de patrulhamento policial.

Figura 5 – Localização de viaturas por turno gerada pelo modelo simples.



O resultado do modelo agregado, Figura 6, mostra que o modelo precisou definir uma única configuração fixa para todo o dia de trabalho, desta forma os veículos tendem a ser localizados em bairros com maior incidência de crimes na média diária. Este modelo pode ser uma alternativa para a localização de viaturas em locais que não existe uma variação significativa de criminalidade por turnos, ou quando se deseja instalar pontos fixos de localização de rondas policiais.

Figura 6 – Localização viaturas diária gerada pelo modelo agregado.



Ao comparar as distâncias percorridas de acordo com os resultados obtidos pelos dois modelos, é possível perceber que o caso agregado é um limite superior do modelo simples para localização de 10 viaturas, Figura 7, visto que o modelo simples é flexível por turno, logo tende a estar em pontos com maior índice de criminalidade em cada turno. Já o modelo agregado precisa definir uma única estratégia de localização, por isso, pode acontecer de que em determinado turno seja necessário, um maior deslocamento.

Os gráficos explicitados nas Figuras 7 a 9 mostram as distâncias percorridas pelos modelos simples e agregado para os 36 meses, que corresponde ao período de 2014 a 2016, com p valendo 10, 5 e 3, respectivamente.

Figura 7 – Distâncias percorridas pelo modelo simples e agregado para $p=10$.



Figura 8 – Distâncias percorridas pelo modelo simples e agregado para $p=5$.

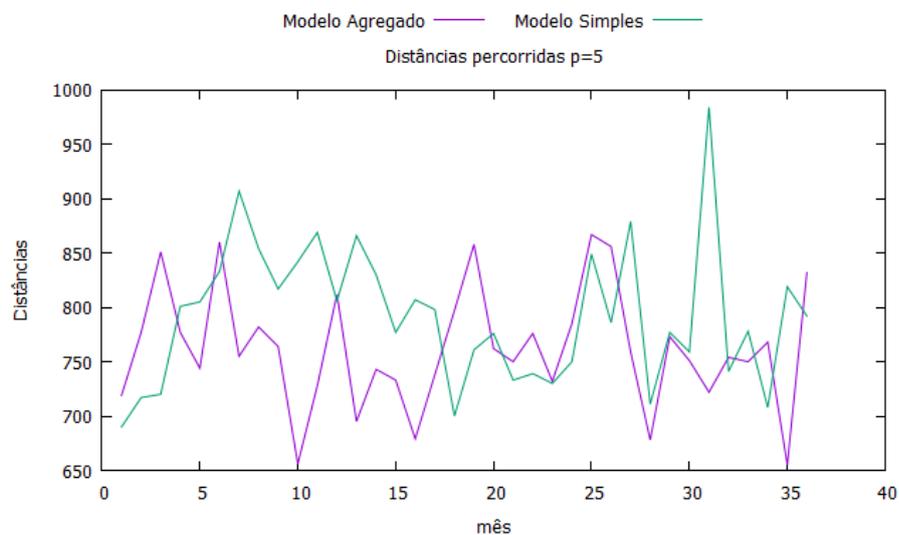


Figura 9 – Distâncias percorridas pelo modelo simples e agregado para $p=3$.

A partir dos gráficos, Figuras 7 a 9, é possível observar que as distâncias percorridas pelo modelo agregado tendem a ser menores que o modelo simples a medida que o número de p -medianas diminui. Por exemplo para o número de p -medianas igual a 10, Figura 7, as soluções do modelo agregado percorrem uma distância média menor que o modelo simples em cerca de 27% dos casos. Já no caso em que p vale 5, Figura 8, cerca 55% dos casos, enquanto que na configuração com apenas 3, Figura 9, a diferença se torna ainda mais significativa (cerca de 88%).

Sendo assim, podemos dizer que quando se tem um número de viaturas maior o modelo simples gera uma configuração em termos de distância percorrida melhor que o modelo agregado, porém se o número de veículos é restrito ou pequeno o modelo agregado é o mais indicado para resolver o problema.

Finalmente, para comparar o comportamento médio dos valores de Função Objetivo (FO), ou seja a média das distâncias percorridas em cada configuração de p , as Figuras 10 e 11 mostram as diferenças entre os modelos simples e agregado referentes aos 3 anos avaliados. Note que, para o modelo simples o valor em cada um dos 36 meses corresponde a soma dos valores da FO dos 4 turnos. Como já era esperado o valor a FO é sensível ao número de p -medianas, ou seja, o custo/distância reduz quando se elevam o número de p -medianas. Para mais detalhes, consulte as Tabelas 1, 2 e 3, nos Apêndices.

Figura 10 – Resultado da FO para o modelo agregado.

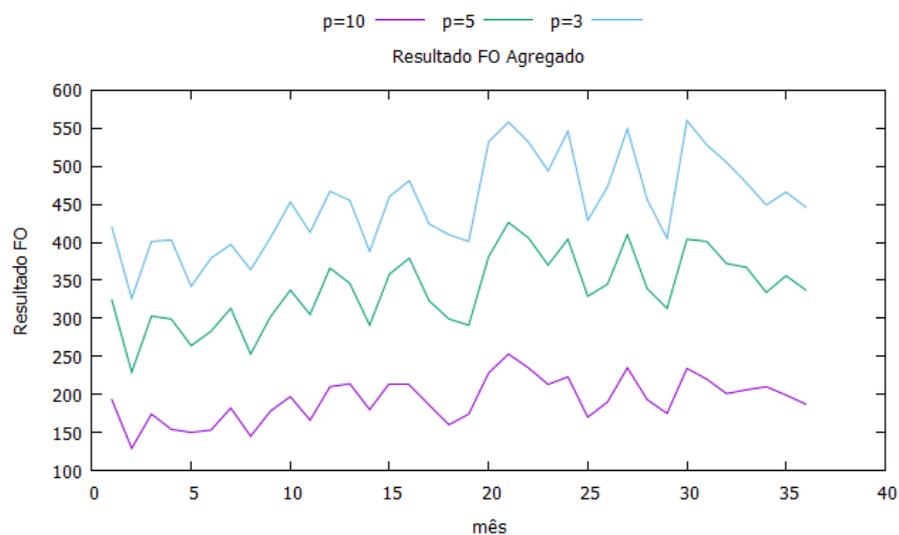
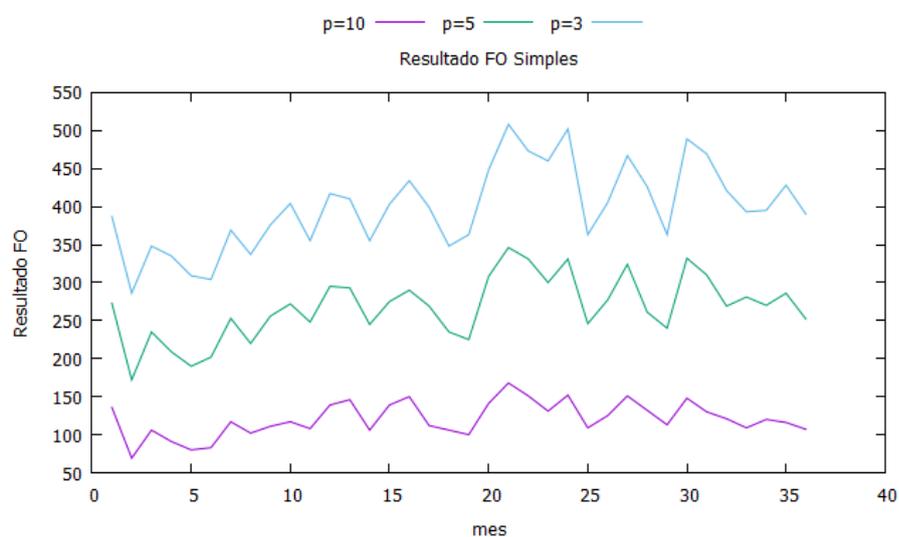


Figura 11 – Resultado da FO para o modelo simples.



É válido destacar que esses valores médios podem ser melhor estudados visando identificar em que períodos do ano é necessário ampliar o total de viaturas e ainda ajudar no planejamento de dimensionamento de viaturas em função do tempo/distância média que se tem como meta para o atendimento. Além disso, é bom ressaltar que os modelos desenvolvidos não levam em consideração qualquer custo fixo e/ou variável relacionado ao uso dos veículos, desta forma se torna difícil definir uma estratégia como melhor ou pior sob a ótica econômica.

7 Conclusão

O objetivo geral do trabalho foi definir e desenvolver um modelo matemático de localização de facilidades, para as viaturas policiais da cidade de João Monlevade que fosse capaz de minimizar as distâncias percorridas e conseqüentemente o tempo de atendimento de ocorrências policiais e o custo do serviço.

Neste sentido, foram desenvolvidos com base em modelos de p -medianas existentes na literatura, dois modelos de localização. O primeiro nomeado como modelo simples em que é capaz de localizar as viaturas por turno, e o segundo modelo nomeado como modelo agregado, que apesar de considerar o índice de criminalidade por turno, gera uma localização fixa, ou seja que não varia para cada turno. Os modelos foram implementados através da linguagem C++ e resolvidos por meio do resolvidor comercial CPLEX 12.8.

Nesta pesquisa, foram considerados 55 bairros da cidade e as respectivas distâncias percorridas entre cada um dos bairros, mensuradas através do Google Maps e o número de viaturas policiais variando entre 10, 5 e 3. Para buscar representar um cenário mais próximo do real possível, foram coletados os crimes ocorridos na cidade durante os anos de 2014 a 2016, no entanto, durante os testes computacionais foram necessárias algumas adaptações/simulações para que obtivéssemos cenários mais próximos do ambiente real.

Os resultados mostraram que os modelos são aplicáveis, ou seja, capazes de representar o problema na cidade e de gerar soluções ótimas, isso quer dizer, mostram as distâncias mínimas a serem percorridas em cada caso. Além disso, foi possível verificar que o modelo agregado obtém soluções mais atrativas que o modelo simples, desde que o número de viaturas seja reduzido. Por outro lado o modelo simples tende a ser mais eficiente quando se tem um volume maior de viaturas policiais para distribuir na cidade ao longo do dia.

Conclui-se que o método de localização de viaturas desenvolvido neste trabalho é eficiente e eficaz e pode ser utilizado como um sistema de apoio a tomada de decisão pela Polícia Militar da cidade.

Como trabalhos futuros, sugere-se novas simulações para compreensão do impacto do modelo no problema, como por exemplo a realização de testes utilizando o modelo de p -medianas clássico, afim de verificar o impacto do índice de criminalidade, parâmetro w , na localização das viaturas policiais em cada turno. Sugere-se também o estudo de novos métodos e modelos capazes de determinar a quantidade ideal de viaturas necessárias para atender a cidade, de acordo com a época do ano (sazonalidade). Além disso, a apresentação dos resultados aos responsáveis pela segurança pública na cidade, em busca da obtenção de novos dados mais próximos ao cenário atual e o desenvolvimento de uma interface de

fácil iteração para a utilização da Polícia Militar.

Referências

- ALEKSEEVA, E.; KOCHETOV, Y.; PLYASUNOV, A. Complexity of local search for the p-median problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 191, n. 3, p. 736–752, 2008. Citado na página 21.
- CARLOS, F. M. de; SAMED, M. M. A. Problema de localização de facilidades: Um estudo bibliométrico. In: *Simpósio de Engenharia de Produção*. [S.l.: s.n.], 2013. v. 6. Citado na página 18.
- CARVALHO, V. A. de; FÁTIMA, M. d. R. de et al. Política de segurança pública no brasil: avanços, limites e desafios. *Revista Katálysis*, Universidade Federal de Santa Catarina, v. 14, n. 1, p. 59–67, 2011. Citado na página 13.
- CHAIKEN, J. M.; WALKER, W.; DORMONT, P. *Patrol car allocation model*. [S.l.]: Rand Corporation, 1985. Citado na página 16.
- CHOW, A. H.; CHEUNG, C.; YOON, H. Optimization of police facility locationing. *Transportation research record*, SAGE Publications Sage CA: Los Angeles, CA, v. 2528, n. 1, p. 60–68, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 24.
- CHRISTOFIDES, N. *Graph theory: An algorithmic approach (Computer science and applied mathematics)*. [S.l.]: Academic Press, Inc., 1975. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.
- CHURCH, R.; REVELLE, C. The maximal covering location problem. *Papers in regional science*, Springer, v. 32, n. 1, p. 101–118, 1974. Citado na página 19.
- CURTIN, K. M.; HAYSLETT-MCCALL, K.; QIU, F. Determining optimal police patrol areas with maximal covering and backup covering location models. *Networks and Spatial Economics*, Springer, v. 10, n. 1, p. 125–145, 2010. Citado na página 16.
- DASKIN, M. S. *Network and discrete location: models, algorithms, and applications*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011. Citado na página 19.
- FARAHANI, R. Z.; HEKMATFAR, M. *Facility location: concepts, models, algorithms and case studies*. [S.l.]: Springer, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 20.
- FIGUEIREDO, A. P. S.; LORENA, L. A. N.; CARVALHO, S. V. de. Localização de ambulâncias: Uma aplicação para a cidade de são josé dos campos–sp. *Anais Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, XII*, p. 1965–72, 2005. Citado na página 16.
- FÓRUM BRASILEIRO DE SEGURANÇA PÚBLICA. *10º anuário brasileiro de segurança pública*. 10. ed. [S.l.], 2016. Citado na página 13.
- GURGEL, A.; FERREIRA, R.; ALOISE, D. Modelagem de problemas da segurança pública: Uma proposta de modelos para a localização de bases policiais e roteirização de viaturas. *Anais XXX Encontro Nacional de Engenharia de Produção*, 2010. Citado na página 17.

- HAKIMI, S. L. Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. *Operations research*, Informs, v. 12, n. 3, p. 450–459, 1964. Citado na página 20.
- HÖRNER, D. et al. Resolução do problema das p-medianas não capacitado: comparação de algumas técnicas heurísticas. Florianópolis, SC, 2009. Citado na página 16.
- IBGE. *Estimativas da população residente no Brasil e unidades da federação*. 2015. Disponível em: <<ftp://ftp.ibge.gov.br/EstimativasdePopulacao/Estimativas2015/estimativaou201520150915.pdf>>. Acesso em: 02.01.18. Citado na página 13.
- JACKSON, L. E.; ROUSKAS, G. N.; STALLMANN, M. F. The directional p-median problem: Definition, complexity, and algorithms. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 179, n. 3, p. 1097–1108, 2007. Citado na página 21.
- KLOSE, A.; DREXL, A. Facility location models for distribution system design. *European journal of operational research*, Elsevier, v. 162, n. 1, p. 4–29, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 18.
- LARSON, R. C. A hypercube queuing model for facility location and redistricting in urban emergency services. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 1, n. 1, p. 67–95, 1974. Citado na página 19.
- LIMA, R. S. de; BUENO, S.; MINGARDI, G. Estado, polícias e segurança pública no brasil. *Revista Direito GV*, v. 12, n. 1, p. 49–85, 2016. Citado na página 13.
- LORENA, L. A. N. et al. Integração de um modelo de p-medianas a sistemas de informações geográficas. In *31º Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Juiz de Fora, MG. Anais. Rio de Janeiro, RJ: SOBRAPO*, p. 635–647, 1999. Citado na página 21.
- MINAS, G. de. *Minas em Números- A situação econômica e social de Minas Gerais*. 2017. Disponível em: <<http://www.numeros.mg.gov.br/>>. Acesso em: 02.01.18. Citado na página 13.
- MORABITO, R. Modelos de otimização para o problema de corte nas indústrias de papel e papelão e de móveis. *Gestão & Produção*, v. 1, n. 1, p. 59–76, 1994. Citado na página 16.
- PEREIRA, S. M. P. Gestão da segurança pública no brasil: Um campo de desafios. 2018. Citado na página 13.
- POLICIA MILITAR DE MINAS GERAIS. *Relatório- 100 dias de comando*. 01. ed. [S.l.], 2019. Citado na página 15.
- REESE, J. Solution methods for the p-median problem: An annotated bibliography. *NETWORKS: An International Journal*, Wiley Online Library, v. 48, n. 3, p. 125–142, 2006. Citado na página 20.
- REIS, M. *Aumento da criminalidade em João Monlevade*. 2016. Disponível em: <<http://www.defatomisc.com.br/noticias/ultimas/12-12-2015/aumento-da-criminalidade-em-joao-monlevade>>. Acesso em: 02.01.18. Citado na página 13.

REVELLE, C.; HOGAN, K. The maximum availability location problem. *Transportation science*, INFORMS, v. 23, n. 3, p. 192–200, 1989. Citado na página 20.

ROSA, R. S. *Aplicação de P-Medianas para atendimento aos colégios estaduais por viaturas do Batalhão de Patrulha Escolar*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2011. Citado na página 17.

SEGOV, S. d. E. d. G. d. M. G. *Minas Gerais tem menor índice de criminalidade dos últimos oito anos*. 2019. Disponível em: <<http://agenciaminas.mg.gov.br/noticia/minas-gerais-tem-menor-indice-de-criminalidade-dos-ultimos-oito-anos>>. Acesso em: 07.11.19. Citado na página 13.

SENNE, E. L. F.; LORENA, L. A. N. Abordagens complementares para problemas de p-medianas. *Produção*, Associação Brasileira de Engenharia de Produção, p. 78–87, 2003. Citado na página 21.

SILVA, V. F. *Problema de alocação de viaturas policiais: estudo de caso na cidade de João Pessoa-PB*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014. Citado na página 17.

SOUZA, R. M. d. et al. Análise da configuração de samu utilizando múltiplas alternativas de localização de ambulâncias. *Gestão & Produção*, SciELO Brasil, v. 20, n. 2, p. 287–302, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 16.

TURRIONI, J. B.; MELLO, C. H. P. Metodologia de pesquisa em engenharia de produção. *Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Itajubá*. Itajubá: UNIFEI, 2011. Citado na página 22.

APÊNDICE A – Resultados da pesquisa

Tabela 1 – Valores de FO com $p = 3$

Instâncias	Modelo Simples				Total	Modelo Agregado
	1	2	3	4		
Janeiro_2014	178,7	93,0	66,5	49,5	387,7	420,8
Fevereiro_2014	146,8	59,0	47,4	33,6	286,7	326,2
Março_2014	155,2	103,2	42,5	47,6	348,5	401,8
Abril_2014	218,0	73,4	24,2	20,0	335,5	403,9
Maior_2014	149,8	94,5	34,9	30,1	309,3	342,4
Junho_2014	152,4	66,2	33,5	52,1	304,2	379,6
Julho_2014	187,1	104,1	30,4	48,4	370,0	397,6
Agosto_2014	198,2	84,2	15,2	40,4	337,9	364,4
Setembro_2014	239,1	72,8	16,0	48,6	376,5	406,6
Outubro_2014	157,8	119,8	84,1	43,2	404,9	453,3
Novembro_2014	230,7	55,7	35,2	33,6	355,2	413,7
Dezembro_2014	257,1	74,1	44,9	41,6	417,6	467,6
Janeiro_2015	232,2	98,1	33,0	46,9	410,1	455,5
Fevereiro_2015	149,4	79,1	49,9	77,6	355,9	388,4
Março_2015	221,4	102,4	49,4	30,6	403,7	460,4
Abril_2015	223,4	117,1	37,8	56,7	435,0	482,0
Maior_2015	221,4	87,1	49,9	41,4	399,8	424,4
Junho_2015	157,6	61,2	74,8	54,9	348,5	410,3
Julho_2015	177,4	106,2	34,0	46,3	363,9	401,0
Agosto_2015	283,7	70,8	51,2	43,4	449,0	532,1
Setembro_2015	309,4	129,1	32,5	37,6	508,5	559,0
Outubro_2015	219,2	146,4	48,3	59,9	473,8	532,4
Novembro_2015	227,1	135,9	51,2	46,0	460,1	494,1
Dezembro_2015	269,1	117,3	51,0	64,9	502,1	546,1
Janeiro_2016	212,9	91,0	34,2	25,8	363,9	429,3
Fevereiro_2016	210,3	103,3	42,8	48,8	405,2	473,9
Março_2016	256,6	120,2	40,5	50,5	467,8	549,0
Abril_2016	228,2	104,6	49,8	44,3	426,9	456,7
Maior_2016	203,9	79,7	29,5	50,8	363,8	405,7
Junho_2016	284,4	91,1	43,5	71,1	490,0	560,8
Julho_2016	216,2	100,6	80,4	72,5	469,7	528,1
Agosto_2016	168,8	143,7	45,3	64,2	421,9	505,8
Setembro_2016	235,3	55,0	50,1	53,4	393,7	478,7
Outubro_2016	232,8	99,6	34,2	29,0	395,6	449,9
Novembro_2016	192,9	114,4	77,2	43,8	428,2	466,6
Dezembro_2016	235,9	62,1	61,9	31,1	390,9	446,8

Tabela 2 – Valores de FO com $p = 5$

Instâncias	Modelo Simples					Total	Modelo Agregado
	1	2	3	4			
Janeiro_2014	136,8	66,9	37,5	32,1	273,2	324,9	
Fevereiro_2014	95,2	32,8	29,3	15,7	172,9	229,4	
Março_2014	114,5	70,9	27,3	23,1	235,8	303,5	
Abril_2014	147,9	41,7	11,4	8,8	209,7	299,8	
Mai_2014	109,5	46,3	15,4	19,0	190,1	264,2	
Junho_2014	103,1	43,0	21,1	35,1	202,2	283,4	
Julho_2014	131,4	73,9	18,3	29,6	253,1	313,0	
Agosto_2014	137,9	51,8	4,7	26,4	220,7	253,9	
Setembro_2014	174,2	43,4	8,3	31,0	256,9	302,7	
Outubro_2014	103,0	88,2	58,1	23,1	272,3	337,4	
Novembro_2014	171,6	39,1	20,8	16,8	248,2	305,4	
Dezembro_2014	188,0	50,9	29,1	27,3	295,2	366,8	
Janeiro_2015	178,5	64,0	22,9	28,5	293,8	346,0	
Fevereiro_2015	105,1	50,6	37,1	52,8	245,5	291,9	
Março_2015	157,9	73,2	30,6	13,5	275,2	358,0	
Abril_2015	158,0	75,0	24,4	32,7	290,0	380,0	
Mai_2015	155,4	62,1	27,9	24,5	269,9	323,5	
Junho_2015	110,7	40,1	44,5	39,8	235,1	299,2	
Julho_2015	118,2	62,5	17,7	27,2	225,6	291,5	
Agosto_2015	204,1	45,3	30,5	28,6	308,5	382,0	
Setembro_2015	235,2	72,7	16,3	22,6	346,7	426,3	
Outubro_2015	166,2	96,6	28,6	40,5	331,8	406,8	
Novembro_2015	147,0	91,5	32,0	29,9	300,3	370,5	
Dezembro_2015	189,2	80,2	22,4	39,8	331,5	404,7	
Janeiro_2016	156,0	59,3	17,8	13,3	246,4	329,2	
Fevereiro_2016	159,6	66,1	24,3	27,6	277,6	345,5	
Março_2016	198,2	78,3	21,0	26,7	324,2	410,5	
Abril_2016	139,8	64,2	29,2	28,6	261,8	339,0	
Mai_2016	141,5	53,8	14,6	30,5	240,3	313,4	
Junho_2016	221,6	55,2	23,8	32,1	332,6	404,6	
Julho_2016	149,8	59,1	53,3	48,0	310,2	401,8	
Agosto_2016	115,3	85,4	27,1	42,1	269,8	372,9	
Setembro_2016	181,0	40,0	30,6	30,4	282,0	367,0	
Outubro_2016	169,2	67,8	15,0	18,5	270,5	334,2	
Novembro_2016	129,9	77,1	53,8	25,4	286,1	356,1	
Dezembro_2016	160,7	41,3	34,9	15,8	252,7	337,5	

Tabela 3 – Valores de FO com $p = 10$

Instâncias	Modelo Simples				Total	Modelo Agregado
	1	2	3	4		
Janeiro_2014	74,5	33,8	14,6	13,7	136,5	193,3
Fevereiro_2014	47,0	13,1	5,9	3,1	69,0	129,0
Março_2014	63,0	28,7	10,2	4,2	106,1	175,0
Abril_2014	72,6	16,1	2,6	0,0	91,3	154,6
Maiio_2014	50,3	19,7	3,5	6,6	80,0	150,7
Junho_2014	48,3	16,8	5,7	13,1	83,9	153,5
Julho_2014	74,0	31,3	2,7	9,2	117,1	182,2
Agosto_2014	70,4	22,0	0,0	10,3	102,7	145,5
Setembro_2014	90,8	12,1	1,9	7,0	111,8	178,4
Outubro_2014	51,0	41,8	17,1	7,4	117,2	197,0
Novembro_2014	85,0	13,9	5,3	4,8	108,9	166,5
Dezembro_2014	102,9	21,8	5,8	8,9	139,3	210,6
Janeiro_2015	94,3	30,6	7,2	14,5	146,5	214,2
Fevereiro_2015	49,9	21,2	15,4	19,9	106,3	180,8
Março_2015	89,4	39,2	6,2	4,3	139,1	214,6
Abril_2015	95,8	36,6	7,9	10,4	150,5	214,3
Maiio_2015	72,1	23,0	10,7	7,1	112,9	186,5
Junho_2015	59,3	14,5	13,0	19,5	106,3	160,2
Julho_2015	62,1	25,7	3,3	9,4	100,5	174,9
Agosto_2015	101,1	21,2	10,4	9,2	141,9	228,4
Setembro_2015	128,2	26,9	4,9	8,9	168,7	253,8
Outubro_2015	88,7	40,3	9,1	14,0	152,0	235,8
Novembro_2015	68,3	44,2	10,9	8,6	131,9	213,6
Dezembro_2015	94,0	42,3	4,9	11,8	153,0	223,1
Janeiro_2016	84,1	18,9	5,3	1,2	109,5	170,6
Fevereiro_2016	89,9	21,8	2,4	11,4	125,5	190,7
Março_2016	103,6	37,8	3,9	6,3	151,6	235,4
Abril_2016	81,5	31,2	10,3	9,6	132,5	193,6
Maiio_2016	76,3	28,6	1,5	6,9	113,3	175,2
Junho_2016	110,9	21,2	7,6	8,8	148,4	234,5
Julho_2016	65,1	27,4	18,9	19,0	130,3	220,6
Agosto_2016	58,2	35,7	11,3	16,7	121,9	201,0
Setembro_2016	83,0	14,5	9,5	2,9	109,9	206,8
Outubro_2016	85,6	27,6	3,0	4,4	120,5	210,6
Novembro_2016	51,1	33,6	22,3	9,9	116,8	199,6
Dezembro_2016	70,8	20,2	13,0	3,8	107,8	187,4