

# **ANÁLISE DE RISCO DE PILARES DE MINA SUBTERRÂNEA VIA PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR**

**LEONARDO TOLEDO DE OLIVEIRA**

Ouro Preto, 2019

# **ANÁLISE DE RISCO DE PILARES DE MINA SUBTERRÂNEA VIA PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR**

**LEONARDO TOLEDO DE OLIVEIRA**

Monografia apresentada ao curso de  
Engenharia de Minas da Universidade Federal  
de Ouro Preto como requisito para o título  
de bacharel em Engenharia de Minas

Professor Orientador: José Margarida da Silva

Ouro Preto, 2019

O482a Oliveira, Leonardo Toledo.  
Análise de risco de pilares de mina subterrânea via programação não linear  
[manuscrito] / Leonardo Toledo Oliveira. - 2019.

35f.: il.: color; grafs; tabs; mapas.

Orientador: Prof. Dr. José Margarida Silva.

Monografia (Graduação). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia de Minas.

1. Lavra subterrânea. 2. Otimização estrutural. 3. Programação não linear. 4. Manganês. I. Silva, José Margarida. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU: 622.272:624.131

Catálogo: [ficha.sisbin@ufop.edu.br](mailto:ficha.sisbin@ufop.edu.br)



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO  
 Universidade Federal de Ouro Preto  
 Escola de Minas - Departamento de Engenharia de Minas

### ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

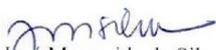
Aos 15 dias do mês de julho de 2019, às 14h00min, no auditório do Departamento de Engenharia de Minas da Escola de Minas - DEMIN/EM, foi realizada a defesa do Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia de Minas requisito da disciplina MIN-491 – Trabalho de Conclusão de Curso II, intitulado “ANÁLISE DE RISCO DE PILARES DE MINA SUBTERRÂNEA VIA PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR”, pelo aluno **Leonardo Toledo de Oliveira**, sendo a comissão avaliadora formada por **Prof. Dr. José Margarida da Silva (orientador)**, **Prof. Dr. Elton Destro** e **Prof. Dr. Hernani Mota de Lima**.

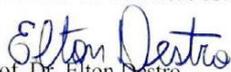
Após arguição sobre o trabalho, a comissão avaliadora deliberou por unanimidade pela **APROVAÇÃO** do candidato, com a nota **7,5**, concedendo-lhe o prazo de 15 dias para incorporar no texto final da monografia as alterações determinadas/sugeridas pela banca.

O aluno fará jus aos créditos e conceito de aprovação na disciplina MIN-491 – Trabalho de Conclusão de Curso II após o depósito, no site do Repositório UFOP, da versão final da monografia defendida, conforme modelo do CEMIN-2009, no Colegiado do Curso de Engenharia de Minas – CEMIN.

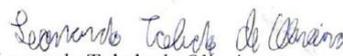
Para fins de registro, foi lavrada a presente ata que, depois de lida e aprovada é assinada pelos membros da comissão avaliadora e pelo discente.

Ouro Preto, 15 de julho de 2019.

  
 Prof. Dr. José Margarida da Silva  
 Presidente da Comissão Avaliadora e Orientador

  
 Prof. Dr. Elton Destro  
 Membro da Comissão Avaliadora

  
 Prof. Dr. Hernani Mota de Lima  
 Membro da Comissão Avaliadora

  
 Leonardo Toledo de Oliveira

  
 Prof. M.Sc. José Fernando Miranda  
 Professor responsável pela Disciplina Min 491 – Trabalho de Conclusão de Curso

## RESUMO

Uma das questões importantes sobre a lavra subterrânea é aumentar a recuperação de minério, garantindo a estabilidade e segurança da escavação. Diversos métodos e técnicas, computacionais ou experimentais, são testados de modo a melhorar o desempenho da lavra e encontrar valores otimizados de parâmetros importantes. O trabalho tem o objetivo de mostrar o uso da programação como modelo de otimização para dimensionamento de pilares em minas subterrâneas do tipo câmaras e pilares, usando as restrições geotécnicas e operacionais como restrições de um modelo adotado e classificando a função objetivo de maximização da recuperação. Para cada hipótese de resistência à compressão simples do minério de manganês e usando a tensão atuante no pilar, foi calculado um fator de segurança e incorporado um valor de risco baseado no fator de segurança. A mina usada como estudo de caso foi a mina de Urucum, no Mato Grosso do Sul, que tem recuperação de minério em torno de 44% e essa atividade tem o intuito de propor um meio de aumentar tal recuperação.

Palavras-chave: lavra subterrânea, câmaras e pilares, recuperação de minério, programação não linear, manganês, otimização.

## ABSTRACT

One of the important questions about underground mining is to increase its ore recovery, ensuring the stability and safety of the excavation. Several methods and techniques, computational or experimental, are tested in order to improve mining performance and to find optimum values of important parameters. The objective of this work is to show the use of programming as an optimization method for pillars design in room and pillar method, using geotechnical and operational constraints as constraints of a boundaries polygon of optimization by programming and classifying the objective function as recovery maximization or pillar size minimization. For each hypothesis of simple compressive strength of manganese ore and using the pillar working tension, a safety factor was calculated and a risk value based on a safety factor was incorporated. The mine used as a case study was the Urucum mine in Mato Grosso do Sul, which has ore recovery of around 44% and this activity intends to propose a means to increase such recovery.

**Keywords:** underground mining, room and pillars, ore recovery, nonlinear programming, manganese, optimization.

# SUMÁRIO

ANÁLISE DE RISCO DE PILARES DE MINA SUBTERRÂNEA VIA PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR .....	I
RESUMO .....	II
ABSTRACT .....	V
SUMÁRIO.....	VI
LISTA DE NOTAÇÕES.....	VII
LISTA DE TABELAS .....	VIII
LISTA DE FIGURAS.....	IX
<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>2. OBJETIVOS .....</b>	<b>4</b>
<b>3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>5</b>
<b>4. GEOLOGIA .....</b>	<b>11</b>
<b>5. METODOLOGIA.....</b>	<b>14</b>
<b>6. RESULTADOS .....</b>	<b>21</b>
<b>7. DISCUSSÃO .....</b>	<b>23</b>
<b>8. CONCLUSÃO.....</b>	<b>25</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>26</b>

# LISTA DE NOTAÇÕES

cm - centímetro

e - recuperação de minério

ESE - leste-sudeste

FS - fator de segurança

hp - altura do pilar

kg/m<sup>3</sup> - quilograma por metro cúbico

m - metro

Mn - manganês

MPa - Mega Pascal

MS - Mato Grosso do Sul

NNW - norte-noroeste

p - valor da largura do pilar no código

RCS- resistência a compressão simples

W - oeste

S - sul

SSE - sul-sudeste

Sv - tensão média no eixo do pilar

v - valor do vão entre pilares no código

WNW - oeste-noroeste

wo - comprimento da câmara ou vão

wp - dimensão do lado do pilar

$\sigma_p$  - resistência do pilar;

$\sigma_m$  - resistência à compressão do maciço rochoso (um valor baseado na RCS)

$\sigma_z$  - tensão vertical do maciço rochoso

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Formação das camadas de manganês (Urban et al., 1992).....	13
Tabela 2: Valor de espessura e massa específica das camadas (Vale, 2015).....	14
Tabela 3: Resultados para RCS= 115 MPa .....	21
Tabela 4: Resultados para RCS= 90 MPa .....	21
Tabela 5: Resultados para RCS= 60 MPa .....	22
Tabela 6: Resultados para RCS= 30 MPa .....	22
Tabela 7: Resultados para RCS= 73,75 MPa (média).....	22
Tabela 8: Valor de acréscimo de largura (m) / Valor de RCS diminuída .....	24

## LISTA DE FIGURAS

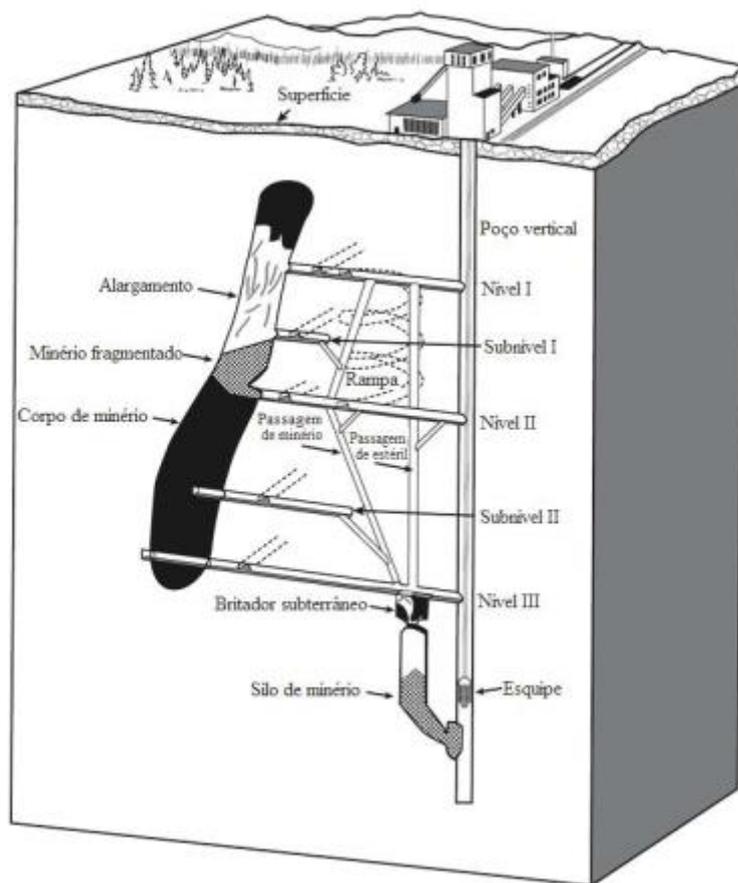
<i>Figura 1: Arranjo geral de uma mina subterrânea (Hamrin, 2001).</i> .....	2
<i>Figura 2: Classificação dos métodos de lavra subterrânea (Martínez, 2017).</i> .....	3
<i>Figura 3: Mina por câmaras e pilares (The Learning Company, 1997).</i> .....	5
<i>Figura 4: Exemplo de polígono de programação.</i> .....	7
<i>Figura 5: Polígono de restrição (PHPSimplex, 2019).</i> .....	8
<i>Figura 6: Interface do Lingo (LINDO systems, 2019).</i> .....	9
<i>Figura 7: Quantificação do risco pelo fator de segurança (Svarivadza, 1997).</i> .....	10
<i>Figura 8: Localização da mina (Martinez, 2017).</i> .....	11
<i>Figura 9: Faixa de dobramentos Paraguai e Faixa Chiquitos- Tuvacava. (Trompette et al., 1998).</i> .....	12
<i>Figura 10: Camadas de Manganês (Vale, 2015).</i> .....	13
<i>Figura 11: Esquema de pilares (Michaut, 2018).</i> .....	16
<i>Figura 12: Área tributária (Brady e Brown, 1993)</i> .....	17
<i>Figura 13: Código da otimização.</i> .....	19
<i>Figura 14: Gráfico de valores para FS 1,3; 1,6; 1,9.</i> .....	23

## 1. INTRODUÇÃO

A lavra subterrânea é o tipo de mineração que ocorre em subsolo. Pode ser definida também quando a mineralização ocorre abaixo da superfície e está restrita a veios, zonas de falha ou camadas que tendem a um plano próximo da vertical ou distribuída em lâminas que não comportam a lavra a céu aberto, porque a zona de minério é muito estreita e contém muito mais estéril que deveria ser removido entre corpos e fora das zonas que estendem a escavação em profundidade (SILVA, 2017).

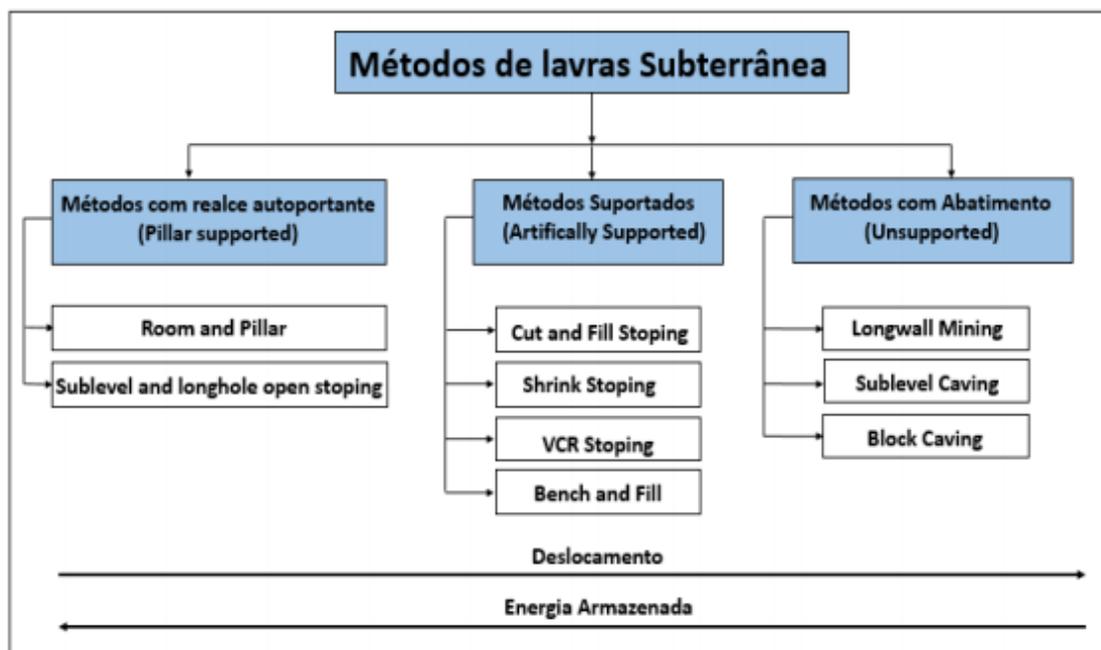
A quantidade de minas subterrâneas vem crescendo, devido à escassez de jazidas rasas, o aumento de restrições ambientais e o desenvolvimento de métodos de suporte para escavações. A figura 1 representa uma típica mina subterrânea e suas componentes principais.

Figura 1: Arranjo geral de uma mina subterrânea (Hamrin, 2001).



Existem diversos métodos de lavras para mineração subterrânea. A figura 2 mostra uma classificação dos métodos de acordo com as características do suporte.

Figura 2: Classificação dos métodos de lavra subterrânea (Martínez, 2017).



Os métodos com realce autoportante são métodos onde a própria rocha sustenta a escavação, seja por meio de abandono de pilares (room and pillar) ou com realces livres (sublevel stoping).

Os métodos artificialmente suportados são métodos onde os materiais de suporte são colocados na escavação, sejam eles rejeito ou areia (cut and fill) ou próprio minério detonado (shrinkage).

Os métodos de abatimento (caving) são métodos a rocha abatida gradualmente sustenta a escavação.

## **2. OBJETIVOS**

### **2.1 OBJETIVO GERAL**

O objetivo geral do trabalho é avaliar técnicas de pesquisa operacional como alternativa ao dimensionamento de pilares em minas subterrâneas.

### **2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Definir os métodos de estimar a tensão atuante nos pilares e de estimar a resistência dos pilares.

Usando fatores de segurança de 1,3 a 1,9, escrever um código de programação que vise maximizar a recuperação do minério, reduzindo as dimensões do pilar quadrado sem comprometer a estabilidade.

Examinar o Lingo como software apropriado para esse tipo de modelo matemático.

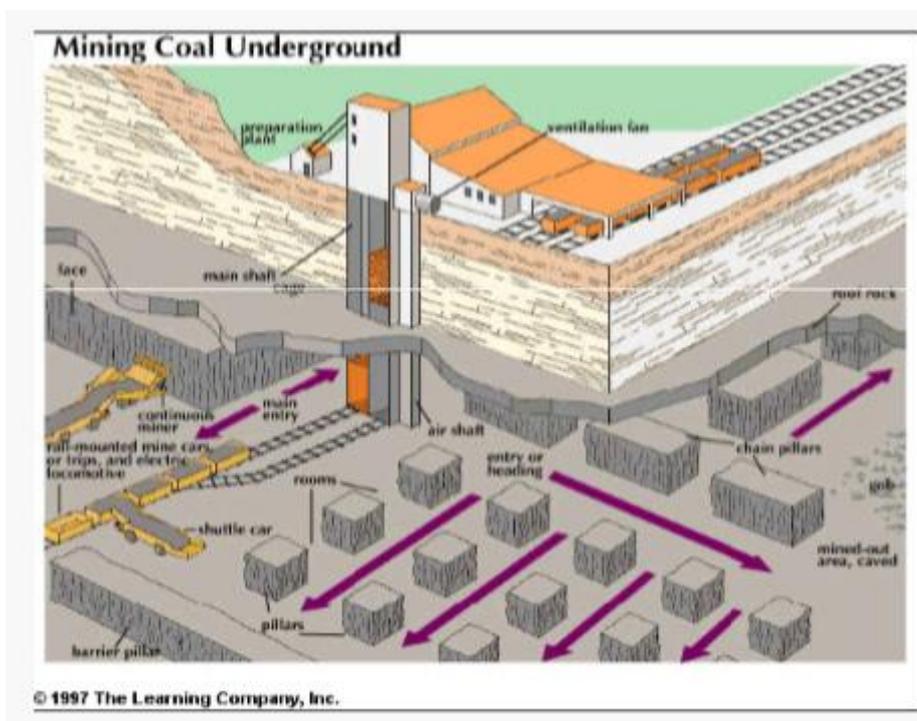
### 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 3.1 LAVRA POR CÂMARAS E PILARES

A lavra por câmaras e pilares é um método de suporte natural, onde os pilares de minério são deixados no decorrer da lavra com intuito de sustentar a escavação. Quanto maior o pilar, maior a estabilidade da escavação e menor a recuperação de minério e quanto menor o pilar, menor a estabilidade da escavação e maior a recuperação do minério. Encontrar um valor ótimo de tamanho de pilar que obedeça às condições de segurança geotécnica e seja economicamente viável é um dos pontos mais importante de uma lavra por câmaras e pilares.

A figura 3 mostra estruturas comuns de uma lavra por câmaras e pilares como o poço principal (main shaft), galerias que servem de acesso aos painéis (entries), equipamentos como os shuttle cars e mineradores contínuos, poços de ventilação e pilares.

*Figura 3: Mina por câmaras e pilares (The Learning Company, 1997).*



A lavra por câmaras e pilares é preferencialmente usada em depósitos de pequena profundidade (até cerca de 450 m para o carvão, por exemplo; 600-700 m para metálicos; 900-1.100 m para o potássio), conforme Silva, 2017.

É um dos métodos mais antigos, mais popular nos EUA. É considerado um método rápido, simples que necessita de poucos equipamentos. Seu desafio é o melhor dimensionamento dos pilares.

As dimensões dos pilares e das câmaras (vãos livres) dependem, principalmente, das características de resistência da encaixante superior (capa) e do minério, da potência do depósito e de sua profundidade.

Este método de lavra é principalmente adotado quando o corpo de minério encontra-se em uma posição bastante próxima da horizontal. O depósito necessita ter uma espessura conveniente, em adição ao fato de que tanto o minério quanto a massa de rocha adjacente necessitam ter uma elevada resistência à compressão. O método é frequentemente empregado em minerais não metálicos como carvão, calcário, sal, potássio, etc.

Muito do que observado na literatura diz respeito a minas de carvão. Para Gonzatti et al. (2014), a quase totalidade da produção científica.

### **3.2 OTIMIZAÇÃO POR PROGRAMAÇÃO**

Na lavra por câmaras e pilares, tem se buscado cada vez mais conciliar o aprofundamento das minas com a recuperação de minério, encontrando valores ótimos de parâmetros importantes.

A busca por esses valores ótimos na mecânica das rochas pode ser feita por modelos numéricos, modelos matemáticos, testes experimentais e simulações.

Uma das definições de otimização é o processo por meio do qual se obtém o melhor valor de uma grandeza. No caso da lavra por câmaras e pilares, essa grandeza é o tamanho do pilar, mais especificamente o lado do pilar no caso de seção quadrada.

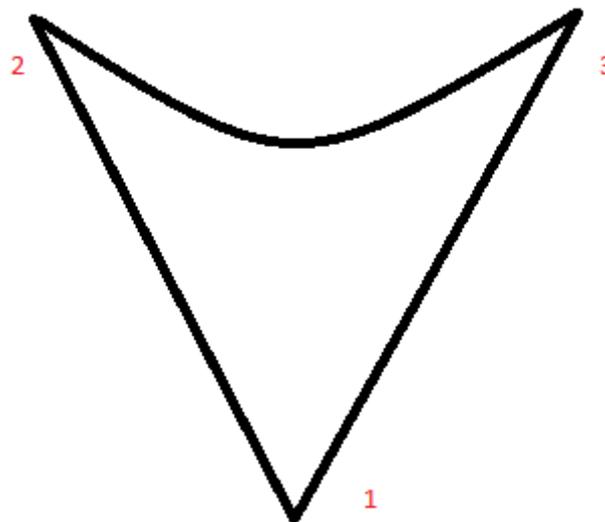
Um método de otimização é a programação que é um tipo de modelo matemático. Ela consiste em classificar uma função objetivo, maximizando ou minimizando alguma variável a partir das suas funções de restrições.

Essas funções de restrição formam um polígono ou figura de restrição e o seu ponto ótimo é aquele que maximiza ou minimiza o valor da função objetivo.

As curvas que formam os lados desse polígono não são necessariamente retas, já que a função de restrição pode ser uma função não linear. Nesses casos, a escolha de uma função objetivo apropriada onde o ponto ótimo se localizaria perto de uma base ou topo reto facilita muito a execução da otimização.

A figura 4 mostra um exemplo.

*Figura 4: Exemplo de polígono de programação.*



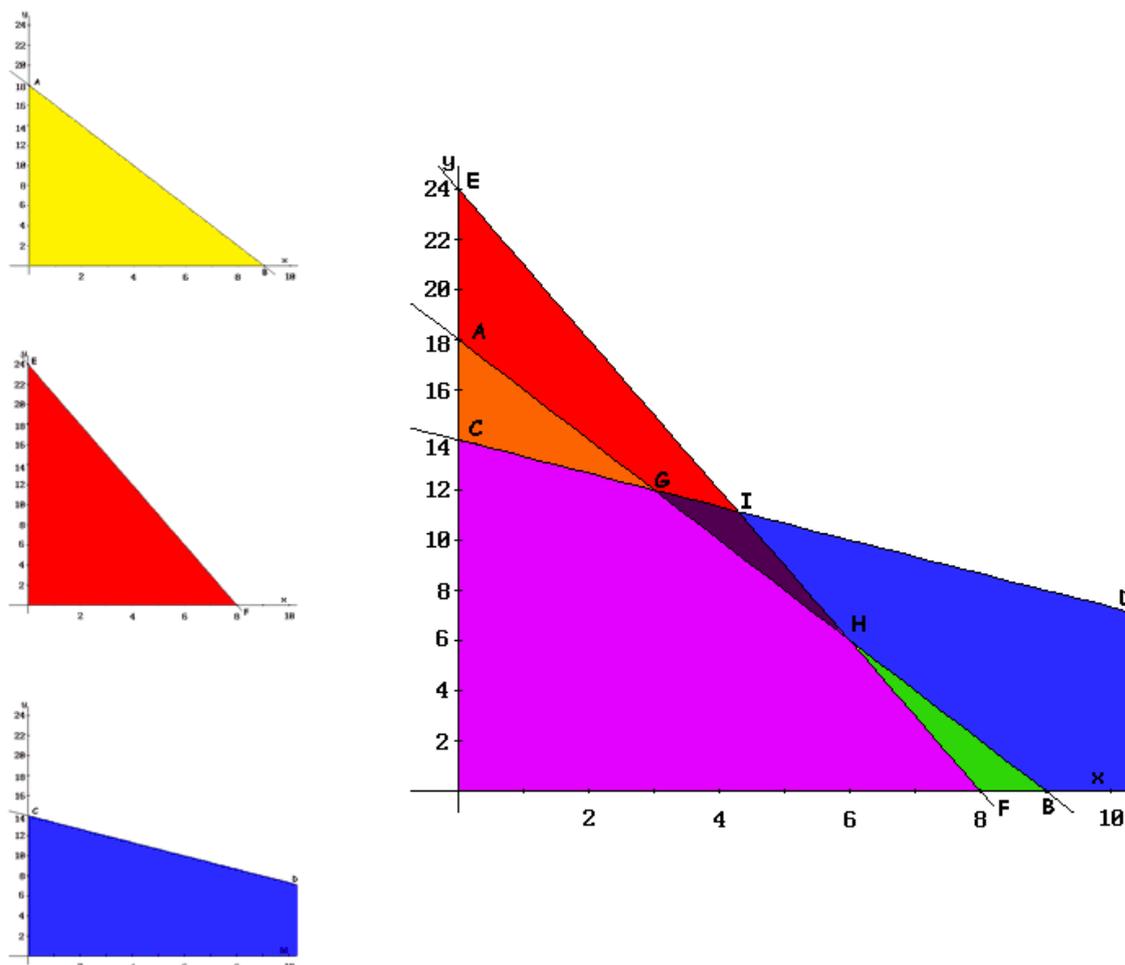
O ponto 1 é um ponto mínimo e os pontos 2 e 3 são pontos máximos. As curvas 1-2 e 1-3 são lineares enquanto a curva 2-3 é não linear, gerando um polígono onde a busca pelo valor mínimo seria mais fácil que a busca por um valor máximo.

Na figura 5, os polígonos amarelo, vermelho e azul são definidos pelas funções de restrição, em que o ponto ótimo de cada uma dessas restrições deve estar contido na área colorida pela função.

Quando ocorre a sobreposição das restrições, precisa se encontrar um ponto máximo comum que satisfaça todas as condições impostas pelas três restrições. Nessa área está o ponto ótimo da função objetivo.

No caso da otimização para o dimensionamento dos pilares, a função vai ter grau baseado nas equações mescladas de resistência dos pilares e tensão atuante nos pilares o que quase sempre será uma equação não linear.

Figura 5: Polígono de restrição (PHPSimplex, 2019).

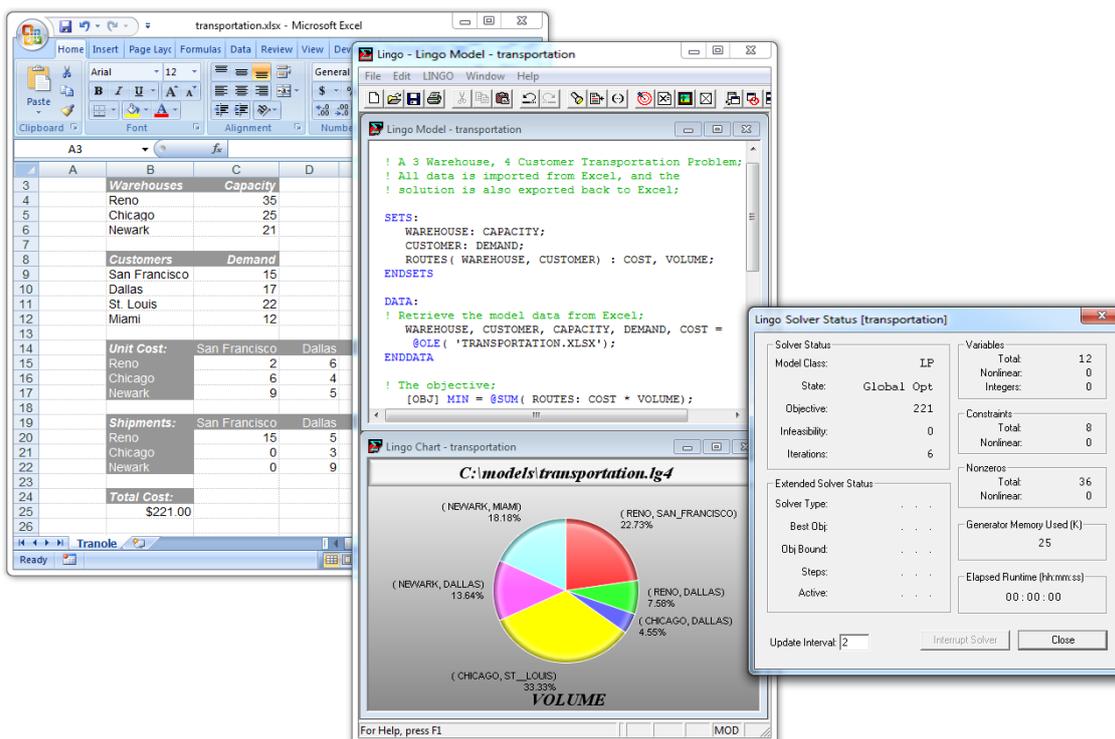


### 3.3 LINGO

O lingo é um pacote de software para programação linear, programação inteira, programação não linear, programação estocástica e otimização global (LINDO, 2019).

Ele é um exemplo simples e prático, que tem uso para equações não lineares, o que o Solver do Excel, mesmo sendo o programa mais famoso, nem sempre consegue resolver. A figura 6 mostra a janela da interface principal do lingo, a janela de códigos, a janela de gráfico de pizza e janela de resultados.

Figura 6: Interface do Lingo (LINDO systems, 2019).



O Lingo tem uma linguagem simples, que pede a definição das variáveis de decisão, uma função objetivo e as funções de restrição.

Existem também opções mais avançadas como classificar as decisões estatísticas do programa e preferências de otimização global e local, geração de gráficos e abordagens direcionadas para programação não linear.

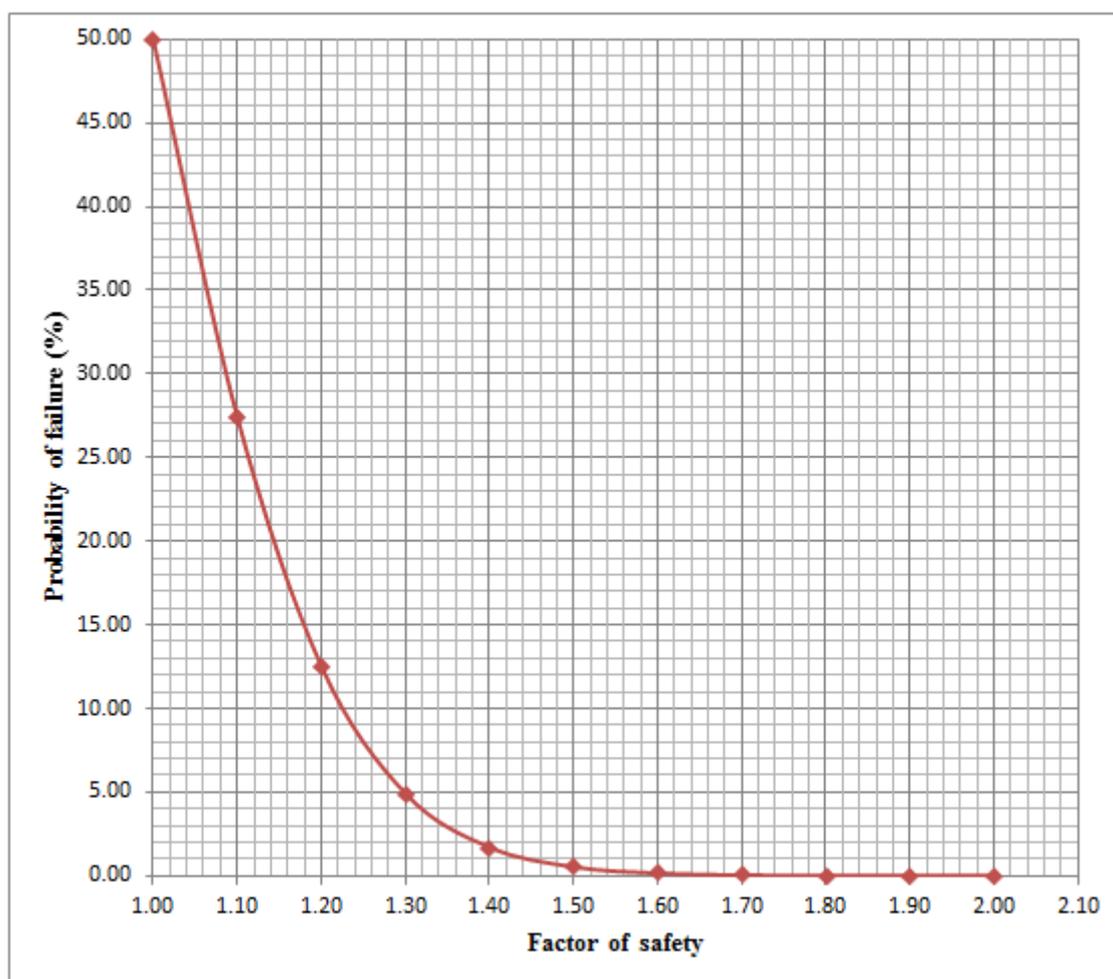
### 3.4 ÍNDICE DE RISCO

Os cálculos de fatores de segurança de estruturas são geralmente feitos a partir de uma relação tensão atuante x resistência da estrutura e podem ser realizados por análises determinísticas, que geram um único valor de resultado, mas são limitados quanto à sua capacidade de considerar as incertezas associadas às variabilidades de alguns parâmetros. As análises probabilísticas consideram todas as incertezas, porém geram um resultado em forma de faixa de valores ou de erro associado.

Com valores de fator de segurança, é possível quantificar o risco em uma forma de probabilidade de ruptura.

A figura 7 mostra a tabela de Svarivadza(1997), usada numa mina de platina no Zimbábue que relaciona probabilidade de ruptura (probability of failure) com fator de segurança (factor of safety) de uma escavação.

*Figura 7: Quantificação do risco pelo fator de segurança (Svarivadza, 1997).*

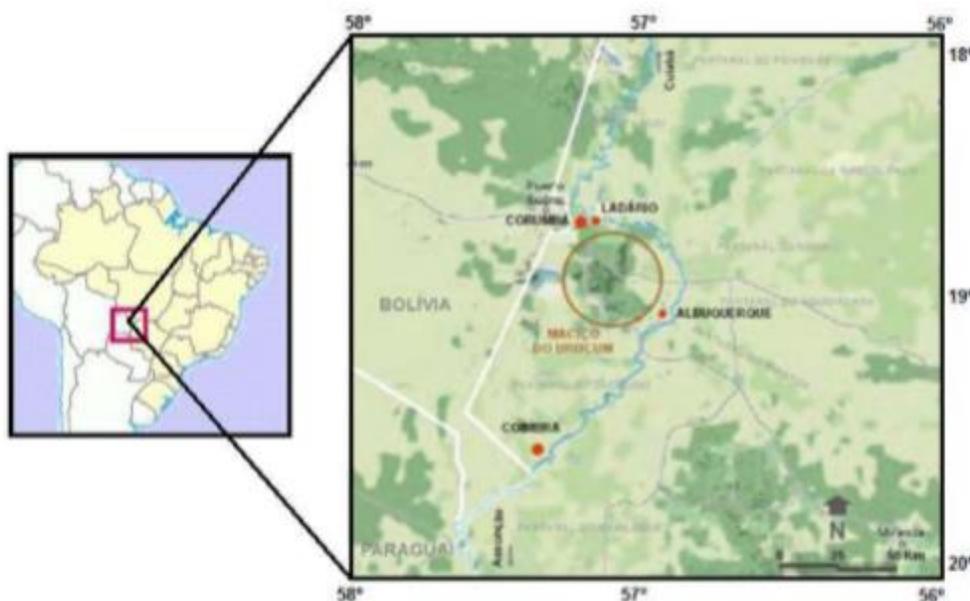


## 4. GEOLOGIA

### 4.1 LOCALIZAÇÃO DA MINA

A área de estudo está situada no complexo da chamada “morraria do Urucum”, entre os meridianos 57° 25′ W e 58° W e os paralelos 19° S e 20° S, nos municípios de Ladário e de Corumbá/MS, contemplando, em um mesmo jazimento, dois diferentes bens minerais (ferro e manganês), explotados, respectivamente, por lavras a céu aberto e subterrânea (MARTINEZ, 2017).

*Figura 8: Localização da mina (Martinez, 2017).*



A forma de acesso a mina é a BR-262 saindo de Corumbá-MS e percorrendo 30 km.

### 4.2 GEOLOGIA LOCAL E REGIONAL

O depósito de manganês da Morraria do Urucum é um depósito sedimentar neoproterozóico, com litologias de atitudes sub-horizontais sobrejacentes às rochas

metamórficas dobradas do Complexo Rio Apa, próximo ao limite sul do Cráton do Amazonas (MARTINEZ, 2017).

A mineralização situa-se no grupo Jacadigo, que tem como embasamento o granito Urucum e os metassedimentos do Grupo Cuiabá, no entroncamento das faixas Paraguai e Chiquitos- Tucavaca. Esses domínios geotectônicos se estendem, respectivamente, seguindo a direção aproximada NNW-SSE no oeste do estado do Mato Grosso do Sul e WNW-ESE na Bolívia (TROMPETTE et al., 1998).

*Figura 9: Faixa de dobramentos Paraguai e Faixa Chiquitos- Tucavaca. (Trompette et al., 1998).*



O grupo Jacadigo é formado pelas formações Taquaral, Urucum e Santa Cruz (HARALYI & WALDE, 1986). A formação Taquaral é formada por rochas básicas intrusivas e básicas a intermediárias efusivas. A formação Urucum é formada por arcósios de cimento calcítico e conglomerados polimíticos. A formação Santa Cruz é dividida em Córrego

das Pedras e Banda Alta e é formada por arcósios, conglomerados intraformacionais, lentes de jaspe ferruginoso, arcósios manganésíferos, hematita bandada e minério de manganês em lentes.

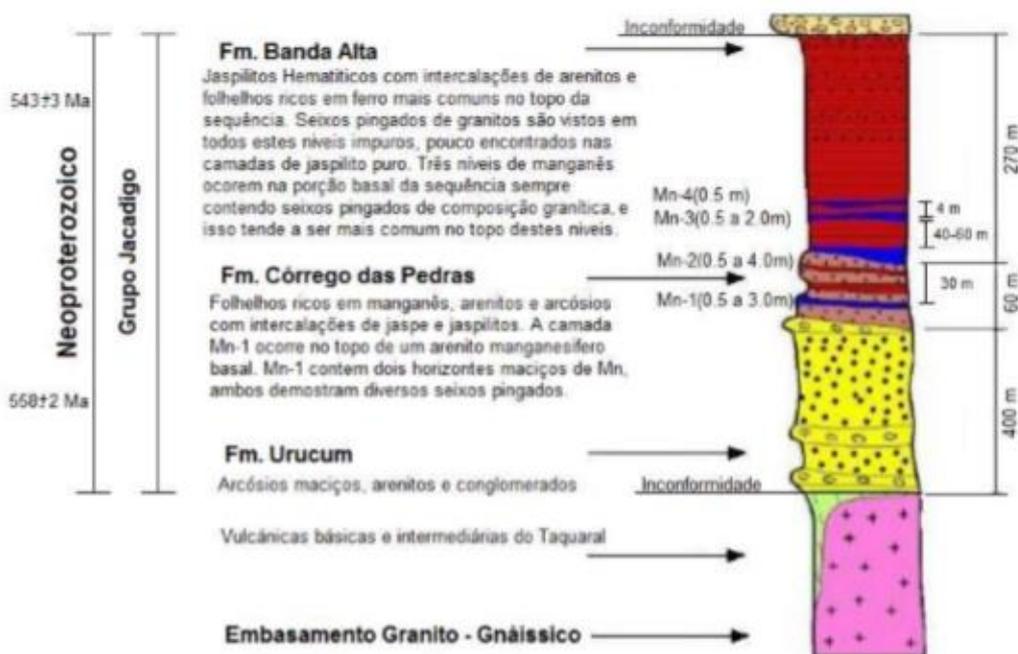
No local são classificadas quatro camadas de manganês, nomeadas como Mn1 a Mn4, por Urban et al. (1992) de acordo com a sua formação:

Tabela 1: Formação das camadas de manganês (Urban et al., 1992)

Mn1	Enriquecimento supergênico
Mn2	Estágio sinssedimentar
Mn3	Estágio sinssedimentar
Mn4	Estágio sinssedimentar

A figura 10 mostra a estratigrafia das formações Banda Alta, Córrego das Pedras e Urucum.

Figura 10: Camadas de Manganês (Vale, 2015).



A lavra ocorre na camada Mn2, que possui minério de manganês de alta qualidade e tem uma espessura 3,5 m e de acordo com furos de sondagem feitos pela Vale, possui uma resistência à compressão simples (RCS) variando de 30 a 115 MPa.

## 5. METODOLOGIA

Foi feita uma revisão bibliográfica, verificando conceitos gerais de lavra subterrânea, lavra por câmaras e pilares, métodos de otimização, modelos matemáticos, resistência de pilares, etc. A estrutura do trabalho ficou definida como:

- Calcular o valor da tensão atuante da massa rochosa no pilar;
- Definir o critério e calcular resistência dos pilares;
- Definir as restrições;
- Usar o Lingo para encontrar um valor otimizado de tamanho de pilar para cada hipótese de RCS do minério de manganês e para cada valor de Fator de Segurança (FS) variando de 1,3 a 1,9;
- Quantificar o risco baseado na tabela de Svarivadza (1997).

### 5.1 CÁLCULO DO VALOR DA TENSÃO ATUANTE NOS PILARES

Para o cálculo do valor da tensão atuante nos pilares foi feito o cálculo do peso da massa rochosa que exerce tensão nos pilares. Os materiais rochosos, a espessura de suas camadas e seu peso específico são descritos na tabela 2, com informação obtida em Vale (2015).

Tabela 2: Valor de espessura e massa específica das camadas (Vale, 2015).

Nome da camada	Espessura (m)	Massa específico (kg/m <sup>3</sup> )
Mn1	5	3815
Arcósio	58	3163
Jaspiloto rítmico	52,5	4050
Jaspiloto maciço	118,9	4050

A tensão vertical ( $\sigma_z$ ) na camada Mn2, a 234,4 metros de profundidade, é de 8,97 MPa. O arranjo dos pilares pode ser dado sob duas formas básicas: arranjo com pilares uniformes (de câmara ou de painel) e o arranjo que possui pilares de painel circundados por pilares barreira. Considerando as formas geométricas, os pilares de painel podem ser

quadrados ou retangulares. O arranjo dos pilares barreira pode também ser quadrangular ou retangular, sendo que essas formas propiciam recuperações diferentes. As recuperações dessas minas são razoavelmente baixas e oscilam entre 40 e 60%, para minas sem recuperação posterior dos pilares e pode chegar a 80% com recuperação posterior dos pilares (Figueiredo & Curi, 2002). Por causa dos pilares deixados na mina, a recuperação usual é de 70-75% em minas de rocha dura, 60% em minas de carvão e 50% nas de potássio, segundo Hem & Caldwell (2015).

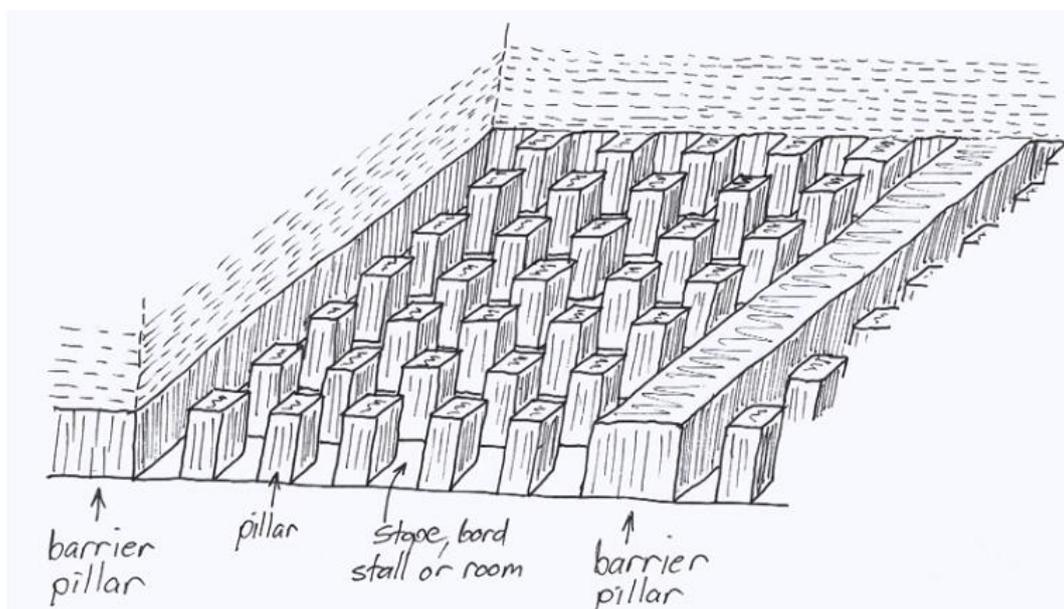
Essas taxas de recuperação podem ser melhoradas se os pilares são extraídos em recuo. Esse minério, deixado sob a forma de pilares, poderia ser recuperado como operação final de lavra.

Pilares barreira são projetados para se manterem intactos e elásticos durante a vida da mina inteira. São alongados ou retangulares e orientados segundo a direção do corpo de minério. Em termos funcionais, os pilares de barreira, além de sustentar um carregamento maior que os pilares de painel devido à sua geometria, devem ainda, em caso de colapso desses, sustentar o carregamento inteiro.

Rib Pillars separam um ponto do outro e são alinhados transversalmente ao stope, perpendiculares ao strike (direção do plano de falha). É usado na mineração para aumentar a estabilidade do estratos e suportar o eixo da mina (DARLING, 2011).

Para calcular a tensão atuante nos pilares foi selecionada a teoria da área tributária, que consiste em dividir o carregamento total sobre todos os pilares de forma igual, o que na realidade não é a melhor situação, devido a diferença entre carregamento exercido em pilares de centro e de canto, já que os rib pillars amortecem certa carga nos pilares de canto. A figura 11 mostra um esquema típico de arranjo de pilares.

Figura 11: Esquema de pilares (Michaut, 2018).



A fórmula da área tributária, para pilares quadrados, é a seguinte:

*Equação 1: Área tributária.*

$$S_v = \sigma_z * \left(1 + \frac{w_o}{w_p}\right)^2$$

Em que:

$S_v$  é a tensão média no eixo do pilar (MPa);

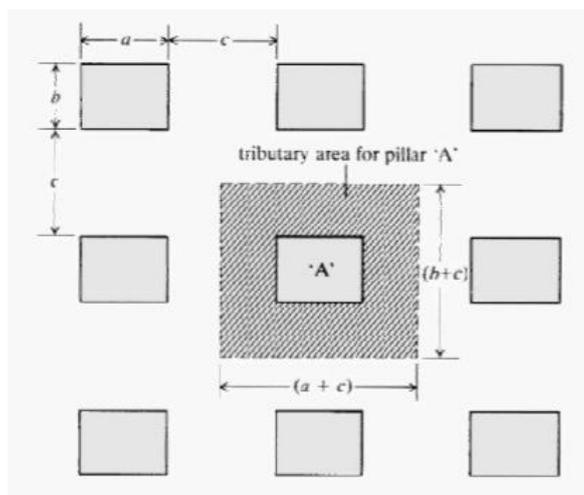
$\sigma_z$  é a tensão do maciço rochosa (MPa);

$w_o$  é largura da câmara ou vão (m);

$w_p$  é largura do lado do pilar (m).

A figura 12 representa a teoria da área tributária por Brady e Brown (1993):

Figura 12: Área tributária (Brady e Brown, 1993)



As letras  $a$  ( $w_p$ ) e  $b$  ( $l_p$ ) representam as dimensões do pilar enquanto  $c$  ( $w_o$ ) representa o vão entre eles.

De maneira geral, a teoria da área tributária tende a ser razoável apenas nos casos de lavra caracterizada por uma grande extensão (o que exigiria a adoção de um número elevado de pilares e câmaras) e em profundidades que podem ser admitidas como reduzidas em relação àquela extensão, como poderia ser considerado o caso da Mina de Urucum (MARTINEZ, 2017).

## 5.2 RESISTÊNCIA DOS PILARES

A maioria dos critérios de resistência dos pilares é elaborada com a finalidade de calcular pilares para minas de carvão e rochas macias, o que não seria representativo para as rochas duras de Urucum, então critérios como os de Salamon & Munroe (1997) e Bienawski (1989) foram descartados.

O método escolhido foi o método de Protodiakonov que foi elaborado para rochas mais duras, Ayres da Silva (1989) fez uma adaptação da fórmula de Protodiakonov para a forma paramétrica.

A fórmula é a seguinte:

*Equação 2: Resistência do pilar por Protodiakonov adaptada por Ayres da Silva (1989).*

$$\sigma_p = \sigma_m * \left( 0.344 + 0.656 * \frac{w_p}{h_p} \right)$$

Em que:

$\sigma_p$  é a resistência do pilar (MPa);

$\sigma_m$  é a resistência à compressão do maciço rochoso (um valor baseado na RCS) (MPa);

$w_p$  é a dimensão do lado do pilar (m);

$h_p$  é a altura do pilar (neste caso, 3,5 m).

### 5.3 RESTRIÇÕES

As restrições consideradas no modelo de programação não linear foram as restrições geotécnicas devido à resistência mínima que o pilar deve ter. A restrição de não negatividade e a restrição de que o tamanho do pilar mais o tamanho do vão sempre teriam que ser 20 m, já que o pilar original tem 15 m e o vão original tem 5 m.

A restrição geotécnica de resistência mínima foi feita a partir da fórmula de tensão atuante no pilar e da fórmula de resistência de pilar. Como o lado do pilar se apresenta como variável em ambas as fórmulas, a ideia foi tratá-lo como a variável de decisão a ser otimizada.

O próximo passo foi decidir entre a função objetivo, que poderia ser minimizada diretamente o lado do pilar ou tratá-la em mais uma fórmula de recuperação e maximizar a recuperação.

*Equação 3: Recuperação no pilar*

$$e (\%) = 1 - \left[ \frac{w_p^2}{(w_p^2 + w_o^2)^2} \right]$$

Optou-se pela primeira opção devido ao fato de que encontrar o ponto mínimo no polígono de restrições seria mais fácil graficamente já que a parte irregular da curva estava na parte de cima do polígono. De todo modo, o Lingo, pelas opções de otimização local, conseguiria encontrar o mesmo resultado.

A restrição simplificada ficou como na figura 13.

*Figura 13: Código da otimização.*

```
[minimo_valor_de_pilar]
min = p ;

[restricao_resistencia] ( $\sigma$ *(0.344+0.187*p)) / (8.917*(1+(v/p))^2)=FS;
[nao_negatividade] p >=0;
[tamanho_da_parede] p +v =20;
```

O valor de entrada do usuário seriam as variáveis  $\sigma$  e o FS e a variável de decisão seria a incógnita p, que significa a dimensão do pilar quadrado.

Em vermelho estão os valores de resistência e fator de segurança, que variam no código de acordo com a RCS e o fator de segurança escolhidos.

Em outra forma de notação, a fórmula de restrição da resistência, poderia ter sido escrita como [restrição\_resistencia]:

*Equação 4: Notação para a restrição de resistência*

$$\sum \sum (i*(0,344+0,187*p))/(8,917*1+(v/p))^2 = j$$

sendo  $i (\sigma) = \{ 4,24; 8,49; 10,255; 12,73; 15,56\}$ ;

$j (FS) = \{ 1,3; 1,4; 1,5; 1,6; 1,7; 1,8; 1,9\}$ .

A restrição [tamanho\_da\_parede] significa que a dimensão do pilar mais a dimensão do vão devem ser iguais aos 20 metros do projeto original, em que o pilar tem 15m e o vão 5m e a restrição [não\_negatividade] impede a variável de decisão de alcançar valores negativos.

Restrições que foram consideradas, mas descartadas, foram aquelas relacionadas ao tamanho de vão mínimo para passagem de equipamentos, mas como a ideia é aumentar o vão, tal restrição seria desnecessária.

Restrições relacionadas à estabilidade ou instabilidade geotécnica das descontinuidades foram descartadas também já que a tectônica é do tipo moderada, caracterizada por fraturas preenchidas e, de modo geral, os falhamentos são escassos. As falhas quase sempre são subverticais, com persistência máxima inferior a 3 m e preenchidas por material argiloso proveniente da dissolução dos arcósios e jaspelitos superiores (SILVA, 1989).

## 6. RESULTADOS

São apresentados em cinco tabelas os valores de tamanho de pilar e vão obtidos pela otimização dos 4 valores de RCS citados em Vale (2015), mais um valor médio de RCS, cada um desses seguido pelo fator de segurança, quantificação do risco e aproveitamento/recuperação de minério.

Nas tabelas 3 a 7, são destacados em vermelho os valores em que o tamanho do pilar fica maior do que o atual, ou seja, não seriam interessantes.

Os valores de RCS foram escolhidos a partir das hipóteses levantadas de acordo com os furos de sondagens feitos na mina de Urucum, de acordo com Vale (2015).

Tabela 3: Resultados para RCS= 115 MPa

r <sub>cs</sub> = 115 MPa	$\sigma_m=15,56$ MPa	W PILAR (m)	W VÃO (m)	APROVEITAMENTO
<b>FS</b>	<b>RISCO</b>			
1,3	5	11,10	8,90	69%
1,4	2	11,39	8,61	68%
1,5	0,5	11,67	8,33	66%
1,6	0,1	11,93	8,07	64%
1,7	0,05	12,19	7,81	63%
1,8	0,001	12,43	7,57	61%
1,9	0,0001	12,67	7,33	60%

Tabela 4: Resultados para RCS= 90 MPa

r <sub>cs</sub> =90 MPa	$\sigma_m=12,73$ MPa	W PILAR (m)	W VÃO (m)	APROVEITAMENTO
<b>FS</b>	<b>RISCO</b>			
1,3	5	11,90	8,10	65%
1,4	2	12,22	7,78	63%
1,5	0,5	12,51	7,49	61%
1,6	0,1	12,80	7,20	59%
1,7	0,05	13,07	6,93	57%
1,8	0,001	13,33	6,67	56%
1,9	0,0001	13,59	6,41	54%

Tabela 5: Resultados para RCS= 60 MPa

rcs=60 MPa	$\sigma_m=8,49$ MPa	W PILAR (m)	W VÃO (m)	APROVEITAMENTO
FS	RISCO			
1,3	5	13,71	6,29	53%
1,4	2	14,06	5,94	51%
1,5	0,5	14,40	5,60	48%
1,6	0,1	14,73	5,27	46%
1,7	0,05	15,04	4,96	43%
1,8	0,001	15,34	4,66	41%
1,9	0,0001	15,63	4,37	39%

Tabela 6: Resultados para RCS= 30 MPa

rcs=30 MPa	$\sigma_m=4,24$ MPa	W PILAR (m)	W VÃO (m)	APROVEITAMENTO
FS	RISCO			
1,3	5	17,42	2,58	24%
1,4	2	17,87	2,13	20%
1,5	0,5	18,30	1,70	16%
1,6	0,1	18,71	1,29	12%
1,7	0,05	19,11	0,89	9%
1,8	0,001	19,49	0,51	5%
1,9	0,0001	19,85	0,15	1%

Tabela 7: Resultados para RCS= 73,75 MPa (média)

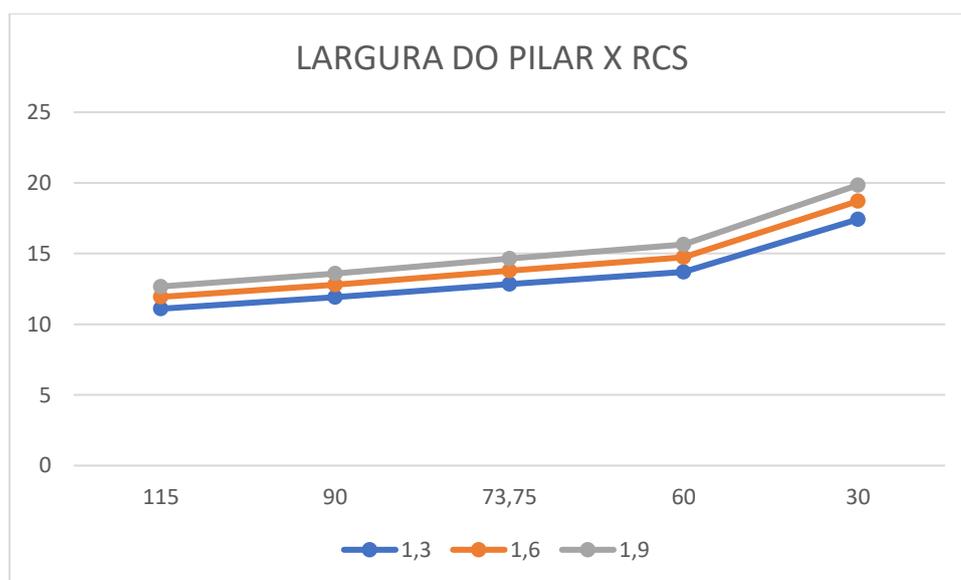
rcs=73,75 MPa	$\sigma_m=10,255$ MPa	W PILAR (m)	W VÃO (m)	APROVEITAMENTO
FS	RISCO			
1,3	5	12,84	7,16	59%
1,4	2	13,17	6,83	57%
1,5	0,5	13,49	6,51	55%
1,6	0,1	13,80	6,20	52%
1,7	0,05	14,09	5,91	50%
1,8	0,001	14,37	5,63	48%
1,9	0,0001	14,64	5,36	46%

## 7. DISCUSSÃO

O código gerou valores de largura do pilar bem menores em relação aos 15m usados hoje na mina de Urucum para as hipóteses de RCS 115 a 60 MPa, enquanto para a RCS de 30 MPa valores bem maiores. Considerando o valor de RCS médio de 73,75 MPa e um fator de segurança 1,6, os valores de recuperação de minério da mina aumentam consideravelmente.

A figura 14 mostra um gráfico com as dimensões dos pilares versus valor de RCS para os fatores de segurança 1,3 (menor), 1,6 (médio) e 1,9 (maior).

*Figura 14: Gráfico de valores para FS 1,3; 1,6; 1,9.*



Percebe-se que a curva dos três fatores de segurança segue uma tendência aproximadamente linear com angulação baixa para RCS de 115 até 60 MPa, enquanto para RCS 60 até 30 MPa, a inclinação é maior.

A tabela 8 mostra, para cada fator de segurança, qual o valor de largura do pilar, em metros, acrescido para cada valor de RCS diminuída na fórmula.

Tabela 8: Valor de acréscimo de largura (m) / Valor de RCS diminuída

RCS(MPa)/FS	1,3	1,6	1,9
115-60	0,047	0,051	0,054
60-30	0,12389	0,13281333	0,14066

De acordo com a tabela 8 percebe-se que, quanto maior o valor de RCS, maior deve ser o acréscimo de largura no pilar para cada unidade de RCS. Nota-se também que quanto menor o valor de RCS, o acréscimo de largura no pilar para cada unidade de RCS deve ser maior.

## 8. CONCLUSÃO

Foram selecionados os métodos mais adequados para estimar a tensão atuante nos pilares e a resistência nos pilares considerando as características do minério de manganês e o arranjo da mina.

O código de programação foi bem sucedido, já que proporcionou os valores de tamanho de pilar maximizando a recuperação para cada valor de RCS e de fator de segurança.

O Lingo provou ser um software apropriado para resolver os modelos de otimização na mineração, em problemas de câmaras e pilares.

Sugestões para possíveis futuros trabalhos são:

- usar outras fórmulas de tensão atuante nos pilares e de resistência dos pilares;
- considerar restrições relacionadas à ruptura por descontinuidade ou flexão dos estratos;
- projetos para novas galerias de minas existentes ou novas minas, em que restrições operacionais de tamanho de vão e restrições econômicas sem a recuperação prévia tornariam os cálculos mais interessantes;
- uso de modelagem numérica para encontrar tensão atuante nos pilares (ou a resistência dos pilares) e relacionar com o outro, usando o Lingo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIENIAWSKI, Z. T. Engineering rock mass classifications: a complete manual for engineers and geologists in mining, civil, and petroleum engineering. 1989.

BRADY, B. H. G; BROWN, E. T. Rock Mechanics: for underground mining. Kluwer Academic Publishers. 1993.

DARLING, P. SME Mining Engineering Handbook. Littleton : SME. p. 1355. 2011.

FIGUEIREDO R.P; CURI A. Dimensionamento ótimo de painéis, câmaras e pilares com programação não-linear. In Anais do I SIAEM (I Simpósio Ibero Americano de Engenharia de Minas). 2002.

GONZATTI et al. Estudo do Efeito Escala na Resistência à Compressão Uniaxial da Camada de Carvão Irapuá. CBMR. 2014.

HAMRIN, H. Underground mining Methods: Engineering Fundamentals and International Cases Studies. Edited by W. A. Hustrulid and R.I. Bullock. Littleton, CO: SME.2001.

HARALYI, N.L.E. WALDE, D.H.G. 1986. Os minerais de ferro e manganês da região de Urucum, Corumbá, Mato Grosso do Sul. In: Schobbenhaus, C. & Coelho. Principais Depósitos Mineraiis do Brasil. Brasília, v.2, 127–144.

HEM & CALDWELL. Underground Mine Pillars. Disponível em: [technology.infomine.com](http://technology.infomine.com). 2015.

LINDO Systems. 2019. Disponível em <[www.lindo.com](http://www.lindo.com)>

MARTÍNEZ, M.I. Modelação numérica para o dimensionamento de pilares de minas subterrâneas. Dissertação de Mestrado. UFOP. 2017.

MICHAUT, D. Stop Mining Flat Deposit. 911 Metallurgist. 2018.

PHPSymplex. <[http://www.phpsimplex.com/pt/exemplo\\_metodo\\_grafico.htm](http://www.phpsimplex.com/pt/exemplo_metodo_grafico.htm)> Acesso 21/03/2019.

SALAMON, M. D. G.; MUNRO, A. H. A study of the strength of coal pillars. 1967.

SILVA, J.M. Notas de aula de Estabilidade de Escavações Subterrâneas. Universidade Federal de Ouro Preto. 2017.

SILVA, L. A. A. Contribuição ao Dimensionamento de Pilar de Minas Subterrâneas de Manganês. Tese de Doutorado. EPUSP. 1989.

THE LEARNING COMPANY. Mining Coal Underground. 1997.

TROMPETTE, R.; DE ALVARENGA, C. J. S. e WALDE, D. Geological evolution of the Neoproterozoic Corumba graben system (Brazil). 1998.

URBAN, H.; STRIBRNY, B. e LIPPOLT, H. J. (Iron and manganese deposits of the Urucum district, Mato-Grosso-Do-Sul, Brazil. Economic Geology, v. 87, n. 5, p.1375–1392. 1992.

VALE. Minas do Sistema Centro-Oeste no Mato Grosso do Sul. 2015. Disponível em: <<http://www.vale.com/brasil/pt/aboutvale/news/paginas/conheca-minas-sistema-centrooeste-mato-grosso-sul.aspx>>. Acesso em: 15/11/2018.

ZVARIVADZA, T. A review of pillar design for platinum mining to enhance stability. 2012.