



Universidade Federal de Ouro Preto
Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas
Departamento de Engenharia de Produção



Trabalho de Conclusão de Curso

Novo Paradigma para o Problema de Mistura de Minérios

Joyce Martins Milagres

João Monlevade, MG
2019

Joyce Martins Milagres

Novo Paradigma para o Problema de Mistura de Minérios

Trabalho de Conclusão de curso apresentado à Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção pelo Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas da Universidade Federal de Ouro Preto.

Orientador: Prof. Alexandre Xavier Martins

Universidade Federal de Ouro Preto
João Monlevade
2019

M637n Milagres, Joyce Martins.
Novo paradigma para o problema de mistura de minérios [manuscrito] /
Joyce Martins Milagres. - 2019.

50f.: il.: color; grafs; tabs.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Xavier Martins.

Monografia (Graduação). Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de
Ciências Exatas e Aplicadas. Departamento de Engenharia de Produção.

1. Engenharia de Produção. 2. Minérios. 3. Controle de estoque . 4. Modelos
matemáticos. I. Martins, Alexandre Xavier. II. Universidade Federal de Ouro
Preto. III. Título.

CDU: 658.5



ATA DE DEFESA – ATV030

Aos 9 dias do mês de julho de julho, às 17 horas, na sala H203 deste instituto, foi realizada a defesa do Trabalho de Conclusão de Curso pelo (a) aluno (a) Joyce Martins Milagres, Matrícula 14.1.8178 sendo a comissão examinadora constituída pelos professores: Alexandre Xavier, Gabriela Fonseca e Thiago Silva.

O (a) aluno (a) apresentou o trabalho intitulado:

Novo Paradigma para o Problema de Mistura de Minérios. A comissão examinadora deliberou, pela: (X) Aprovação; ou () Aprovação com Ressalva - Prazo concedido para as correções: _____; ou () Reprovação com Ressalva, com prazo para marcação da nova banca de: _____; ou () Reprovação do(a) aluno(a), com a nota 9,5. Na forma regulamentar e seguindo as determinações da Resolução COEP 05/2018 foi lavrada a presente ata que é assinada pelos membros da comissão examinadora e pelo (a) aluno(a).

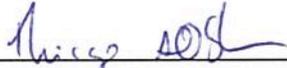
João Monlevade, 09 de Julho de 2019.



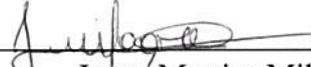
Alexandre Xavier Martins



Gabriela Fonseca



Thiago Silva



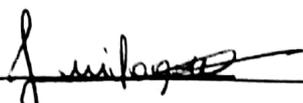
Joyce Martins Milagres



TERMO DE RESPONSABILIDADE

O texto do trabalho de conclusão de curso intitulado **“Novo Paradigma para o Problema de Mistura de Minérios”** é de minha inteira responsabilidade. Declaro que não há utilização indevida de texto, material fotográfico ou qualquer outro material pertencente a terceiros sem o devido referenciamento ou consentimento dos referidos autores.

João Monlevade, 09 de julho de 2019



Joyce Martins Milagres

Agradecimentos

Primeiramente agradeço à Deus por me conceber saúde para ter chegado até aqui, por iluminar meu caminho e ter colocado pessoas maravilhosas ao longo da minha trajetória.

Aos meus pais Eliseth e Ailton, por sempre me apoiarem e serem minhas referências. Aos meus irmãos Bárbara e Pedro Lucas pela amizade e por sempre estarem ao meu lado.

À República MADA, por serem grandes incentivadoras em minhas decisões, responsáveis pelo meu amadurecimento e pelos grandes aprendizados ao longo dos anos de faculdade.

Ao Alexandre Martins, mais que um orientador, um grande amigo que tive o prazer de conhecer durante a graduação! Por despertar o interesse nesta área e pela paciência e confiança neste trabalho.

À Universidade Federal de Ouro Preto, professores, funcionários e amigos que foram fundamentais durante toda minha graduação.

Resumo

Dentre as possíveis perdas que podem ocorrer em uma mineradora, a perda por estoque, ocasionada pela falta de material, pode ser vista como destaque uma vez que essa redução pode ocasionar outros problemas de produção, como por exemplo, ociosidade na mina, espera entre operações e paralisação nas instalações. É possível aumentar a base de estoque e reduzir esse tipo de perda a partir do processo adequado de blendagem de minérios. Diante disto, o presente trabalho realizou uma pesquisa acerca dos problemas de mistura de minérios encontrados na literatura e buscou apresentar um modelo matemático que maximize o número de lotes gerados, respeitando as metas de quantidade e qualidade exigidas. Trata-se de uma pesquisa axiomática normativa, na qual criou-se instâncias baseadas em situações e dados reais de mineradoras. A partir das instâncias testes, os modelos criados foram validados e comparou-se os resultados obtidos em cada um, concluindo que o modelo criado foi mais eficiente quando tem por objetivo maximizar o rendimento de lotes. A proposta se mostrou atrativa, visto os benefícios esperados frente ao aumento de geração de lotes pelo modelo proposto.

Palavras-chave: mineração; blendagem de minérios; estoque; modelo matemático; problema de mistura.

Abstract

Among the various possible losses in a mining company, the loss of stock, due to lack of materials, can be seen as a highlight since this reduction may cause others production problems, such as idle in mines, waiting between operations and stoppage on the premises. It is possible to increase the stock base and reduce this type of loss from the appropriate ore blending process. Therefore, this work carried out a research about the problems of mixtures of ore found in the literature and sought to present a mathematical model that maximizes the number of batches generated, respecting the quantity and quality goals. It is a normative axiomatic research, which instances was created based on real situations and real data from mining companies. From the test instances, the models were validated and the results obtained in each one were compared, concluding that the created modelo was more efficient when the objective is maximize the batch yield. The proposal is attractive, considering the benefits in relation to the increase of batch production by the proposed model.

Keywords: mining; ore blending; stock; mathematical model; problems of mixture.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Contribuição do setor da mineração para a balança comercial brasileira em milhões de US\$ (2006-2011)	15
Figura 2 – Processo de Modelagem	16
Figura 3 – Fluxo Produtivo de uma Mineradora	22
Figura 4 – Comparação dos resultados em relação aos lotes gerados por instância .	40

Lista de tabelas

Tabela 1 – Instâncias de Quantidade e Custo - Instância 1	37
Tabela 2 – Instâncias de Qualidade	37
Tabela 3 – Resultados do Modelo Base	38
Tabela 4 – Resultados do Modelo 1	39
Tabela 5 – Resultados do Modelo 2	39
Tabela 6 – Instâncias de Quantidade e Custo - Instância 2	49
Tabela 7 – Instâncias de Quantidade e Custo - Instância 3	50
Tabela 8 – Instâncias de Quantidade e Custo - Instância 4	50
Tabela 9 – Instâncias de Quantidade e Custo - Instância 5	51

Sumário

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	Objetivos	12
1.1.1	Objetivos gerais	12
1.1.2	Objetivos específicos	12
1.2	Justificativa e relevância do trabalho	12
1.3	Organização do trabalho	13
2	REVISÃO DA LITERATURA	14
2.1	A mineração no Brasil	14
2.2	Pesquisa Operacional (PO)	15
2.2.1	Processo de Tomada de Decisão	17
2.2.2	Programação Linear (PL)	18
2.2.3	Pesquisa Operacional Aplicada à Mineração	20
2.3	Processos Produtivos de uma mineradora	21
2.3.1	Blendagem de Minérios	23
2.4	Problema de Mistura de Minérios	23
2.4.1	Modelo de Chanda e Dagdelen	24
2.4.2	Modelo de Wilke e Reimer	25
2.4.3	Modelo de Costa	26
2.5	Otimizador LINGO	28
3	METODOLOGIA	30
4	MODELAGEM DO PROBLEMA DE MISTURA DE MINÉRIOS	31
4.1	Modelo Base	31
4.2	Modelo 1	32
4.3	Modelo 2	33
5	INSTÂNCIAS TESTES	36
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	38
6.1	Resultados do Modelo Base	38
6.2	Resultados do Modelo 1	38
6.3	Resultados do Modelo 2	39
6.4	Comparação dos Resultados	39
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	41

REFERÊNCIAS	42
APÊNDICES	45
APÊNDICE A – MODELO BASE LINGO	46
APÊNDICE B – MODELO 1 LINGO	47
APÊNDICE C – MODELO 2 LINGO	48
APÊNDICE D – INSTÂNCIAS	49

1 Introdução

O solo brasileiro é caracterizado pela sua riqueza e diversidade quando se trata da presença de minérios. Tal fato torna o setor de mineração uma das principais atividades econômicas do Brasil, levando-o a protagonizar ganhos significativos na economia brasileira. Segundo relatório anual do (IBRAM, 2017), a indústria extrativa foi uma das responsáveis por superávits na balança comercial brasileira em 2016, com um volume de 394 milhões de toneladas exportadas, representando US\$ FOB 21,6 bilhões.

Essa grande participação no mercado não só brasileiro, mas mundial, leva a uma concorrência cada vez mais acirrada no setor mineiro, conseqüentemente, tornando-o mais competitivo. Neste cenário, as indústrias mineradoras estão em busca da otimização dos seus processos, com o intuito de atingir a redução de custos, aumento da produtividade e eficiência, de modo a atender as metas dentro dos limites requeridos de quantidade e qualidade dos minérios.

Os processos na mineração dependem altos investimentos, além do elevado custo operacional devido ao grau de complexidade das operações e à movimentação de materiais localizados em uma frente de lavra até os seus destinos (ALEXANDRE, 2010). Logo, a tomada de decisão nas mineradoras está relacionada à escolha do minério e a quantidade a ser utilizada na composição dos produtos; ao curso dos minérios provenientes de diferentes minas; à maneira como se dará o transporte (mineriodutos, terminais ferroviários, rodoviários, etc.) e à produção dos produtos finais, tendo como base suas capacidades produtivas e as demandas internas e externas dos produtos (TOFFOLO, 2009).

Para auxiliar essa tomada de decisão, as indústrias extrativas utilizam a Pesquisa Operacional (PO), área que viabiliza a simulação de diversos cenários otimizados por meio de modelos que abordam variados aspectos quantitativos e qualitativos, os quais possibilitam aos responsáveis avaliarem e testarem uma decisão antes de ser implementada, levando à escolha da melhor opção dentro do cenário inserido (PESSOA; ALVES, 2016). Segundo (BARBOSA; MAPA, 2017), a PO tem sido comumente utilizada pela mineração nas áreas de blendagem (mistura) de minérios, responsável pela determinação da quantidade ótima da composição do produto mineral e de planejamento operacional de lavra, a qual aloca os equipamentos de carga na mineradora, com base nas frentes retiradas do minério lavrado diretamente da rocha, levando em consideração os minérios valiosos e as impurezas, direcionados às usinas de beneficiamento, de forma a manter a qualidade do produto e utilizando o menor número de equipamentos.

O presente estudo tem como enfoque uma mudança de paradigma no estudo de mistura de minérios. Em geral, na literatura, observam-se estudos desta classe de problemas onde o enfoque está na redução do custo. Nesta abordagem, será mudado o foco e verificada a viabilidade de se aumentar o rendimento do material ao se misturar

os minérios, respeitando as restrições de qualidade e de quantidade como no problema clássico de mistura de minérios.

Um importante requisito a ser considerado pelo tomador de decisão são as perdas nos processos produtivos da mineradora. Segundo (KLIPPEL, 1999), muitas dessas perdas estão relacionadas à falta de minérios, ocasionando ociosidade nas minas, esperas entre operações e paralisação nos transportes e instalações.

O processo de blendagem de minérios realizado da maneira apropriada pode aumentar a base de estoque, caso um minério abaixo do teor de corte, que não seja considerado como estéril, possa ser utilizado e misturado com outro material de alto teor (CHANDA; DAGDELEN, 1995).

À vista disso, percebe-se a importância do uso de quantidades e concentrações ideais de minérios que, blendados, irão aumentar o rendimento dos produtos finais, sem deixar de atender as expectativas do cliente.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivos gerais

Propor um modelo de maximização do rendimento de material em estoque com o objetivo de aumentar o número de lotes gerados no processo de blendagem, considerando as metas de qualidade e quantidade regentes.

1.1.2 Objetivos específicos

- ✓ Mapear o processo de blendagem de minérios;
- ✓ Construir novos modelos com o objetivo de poupar o material utilizado;
- ✓ Criar instâncias baseadas em dados reais para os novos modelos;
- ✓ Testar o novo modelo e comparar com o modelo tradicional de mistura de minérios.

1.2 Justificativa e relevância do trabalho

Tendo em vista a sua grande participação na economia não só brasileira, mas também mundial, o setor de mineração necessita operar com processos otimizados, de forma a reduzir seus custos e suas perdas. Segundo (ALEXANDRE, 2010), as atividades envolvidas na mineração possuem elevado grau de complexidade, sendo necessário definir a melhor maneira de alocar os recursos disponíveis com base em metodologias científicas bem definidas. Diante disso, faz-se o uso da Pesquisa Operacional como meio de suporte à tomada de decisão.

A blendagem de minérios determina a quantidade de cada minério a ser blendada para a formação de um produto final, de modo que as proporções estejam dentro dos limites de tolerância das metas estabelecidas. Os modelos de programação linear presentes na literatura para o problema de Mistura de Minérios têm como objetivo a minimização dos custos envolvidos nesse processo e/ou a minimização dos desvios dos parâmetros de qualidade. Como forma de elaborar um novo estudo sobre esse problema, o presente trabalho propõe a elaboração de um modelo que maximize o rendimento dos minérios blendados.

Devido à ociosidade que pode ser gerada pela falta de minérios blendados e à vantagem de ampliar a reserva de produtos, justifica-se o estudo das quantidades necessárias e da concentração dos minérios que, blendados, irão aumentar o rendimento dos produtos finais, respeitando as metas estabelecidas.

1.3 Organização do trabalho

O presente trabalho é dividido em sete seções. Na primeira seção, apresenta-se a problemática do processo de mistura de minérios e a importância da tomada de decisão eficiente na competitividade no mercado mineiro, bem como os objetivos gerais, específicos e a justificativa do trabalho. Na segunda seção, é comentado acerca da participação e contribuição da mineração na economia do Brasil ao longo dos anos. Também é apresentado conceitos acerca da pesquisa operacional, evidenciando sua importância para o processo de tomada de decisão e suas aplicações no ramo da mineração, além dos modelos do problema de mistura de minérios encontrados na literatura. A terceira seção retrata a metodologia escolhida para a resolução do problema, identificando o tipo de pesquisa mais adequada para o estudo. A quarta seção dedica-se na aplicação do conceito da técnica adotada, por meio do desenvolvimento de novos modelos, a partir de um modelo base, apresentando os seus dados de entrada e explicando cada equação do modelo. Na quinta seção, são exibidas as instâncias testes criadas, baseadas em dados reais, para validação dos três modelos apresentados. Na sexta seção estão apresentados os resultados e discussões finais encontradas a cerca do modelo, levando em consideração o rendimento de materiais e a quantidade de lotes gerados e, por fim, na última seção serão levantadas as considerações finais do trabalho.

2 Revisão da literatura

2.1 A mineração no Brasil

O Brasil é privilegiado por grande geodiversidade e extensão territorial, contemplada por jazidas minerais como ferro, bauxita, ouro, caulim e cobre. Segundo (MARINI, 2016) o registro geológico do país salienta ambientes férteis em todo o tempo geológico desde o Arqueano ao Holoceno, acumulando, ao longo deste período, importantes bens materiais, alguns dos quais já se transformaram em minas.

A diversidade de recursos minerais encontrada no solo brasileiro fez com que a extração mineral tornasse uma atividade comum no país desde a época da colonização. No início, as demandas de produtos minerais eram poucas e, constituíam-se, principalmente de argilas, areia e cascalho. As técnicas e ferramentas eram bastante rudimentares, o que dificultava o trabalho e causava danos à saúde dos operários (GERMANI, 2002).

Ainda segundo (GERMANI, 2002), ao longo dos anos o desenvolvimento tecnológico foi se aperfeiçoando e passou-se a lavrar outros minérios, como ouro, calcário, carvão, manganês e hematitas. Essas novas tecnologias, em sua maioria, foram trazidas para o Brasil por meio de consultorias externas, realizadas por empresas que tinham suas bases no exterior.

Durante muito tempo a mineração ficou sob a gerência do governo, o qual afetou negativamente a atividade ao enfrentar dificuldades financeiras e situações econômicas delicadas, além de fazê-la grande dependente dos subsídios e proteção governamentais. Outro ponto negativo deste cenário, foi a limitação do potencial de novos investimentos para viabilização de infraestrutura, o que fez com que apenas uma pequena parcela do potencial mineral do Brasil fosse identificada (ICMM, 2013). Dessa maneira, a contribuição do setor mineiro para o PIB brasileiro continuou baixa, sendo de 0,4% em 1950, e subindo para apenas 1,0% em 1980 (TRINER, 2015).

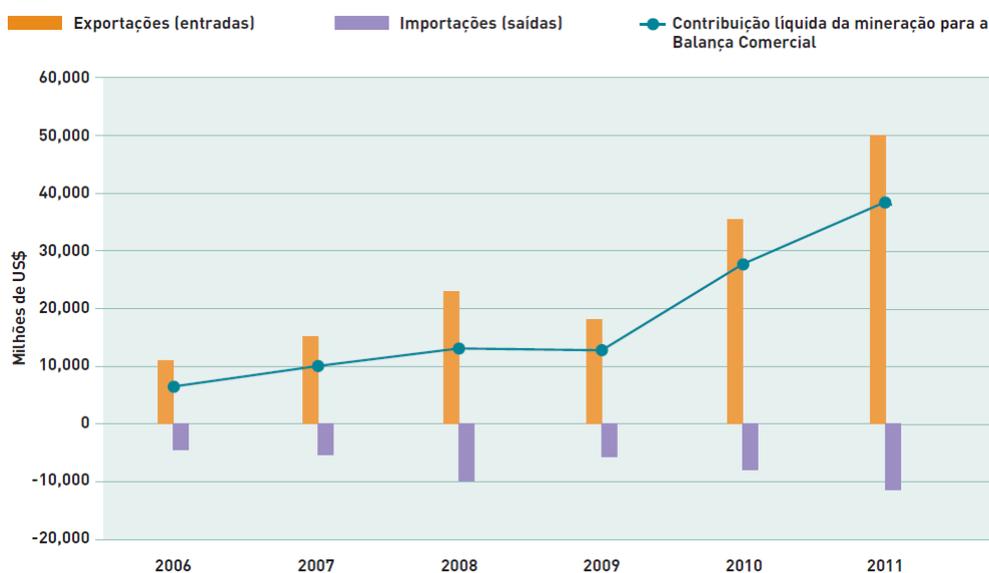
Em 1990, segundo relatório da (ICMM, 2013), no governo do presidente Fernando Collor de Mello (1990-1992), foram realizadas reformas macroeconômicas e estruturais, as quais eliminaram grande parte dos privilégios e protecionismos oferecidos à indústria nacional, possibilitando a entrada de empresas estrangeiras na mineração brasileira. Neste governo, intensificaram-se as privatizações de empresas estatais, estratégia que foi continuada no governo de Fernando Henrique Cardoso (1995-2003), no qual houve a privatização da maior mineradora do Brasil, a Companhia do Vale do Rio Doce, hoje chamada de Vale. Tal acontecimento fez com que a empresa deixasse de lado algumas atividades secundárias e centralizasse seus esforços na mineração, atividade geradora de renda legítima (LAMOSO, 2018).

A partir de então, o setor mineiro passou a ter grande participação no desempenho econômico do Brasil devido ao crescimento da produção da mineração. Tal atuação contribuiu essencialmente para reviravolta na balança externa geral do país, passando de um valor altamente negativo em meados dos anos 90, para o valor de US\$ 50 bilhões anual, em 2010 (ICMM, 2013).

Conforme relatório do Conselho Internacional de Mineração e Metais (ICMM, 2013) a exportação de minérios foi uma importante protagonista neste contexto, tendo elevados crescimentos na participação de alguns minerais, de 1995 para 2010, como, por exemplo, o aumento de 6,3% para 16,17 % da cooperação de metais e minérios ferrosos nas exportações totais, e a ampliação de 1 % para quase 10% da participação de combustíveis.

Apesar do crescimento do setor extrativo e das contribuições macroeconômicas na balança comercial, a mineração ainda tem uma pequena participação no Produto Interno Bruto do país, representando, segundo dados do IBGE (2017), apenas 4,3% do PIB total e 17% do PIB Industrial brasileiro. Ainda assim, como a Figura 1 aponta, a indústria extrativa tornou-se uma importante atividade produtora e geradora de renda totais do Brasil, influenciando positivamente no superávit constante da balança comercial (ICMM, 2013).

Figura 1 – Contribuição do setor da mineração para a balança comercial brasileira em milhões de US\$ (2006-2011)



Fonte: (IBRAM, 2017)

2.2 Pesquisa Operacional (PO)

A Pesquisa Operacional é uma ciência multidisciplinar que utiliza de análises qualitativas, conceitos quantitativos e métodos matemáticos que auxiliam as organizações

nas análises e tomadas de decisão por meio de modelos exatos que, baseados em dados reais, resultam em soluções ótimas.

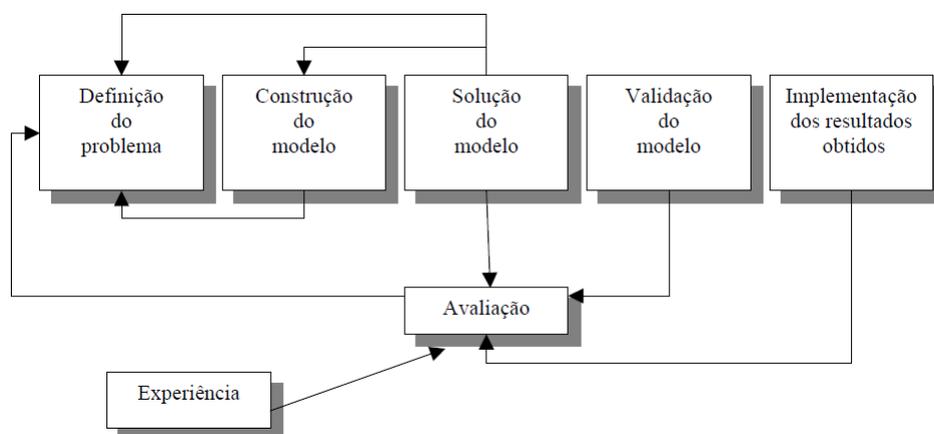
Seu surgimento se deu a partir da necessidade de encontrar a melhor maneira de alocar recursos disponíveis de forma eficiente. A primeira aparição da Pesquisa Operacional ocorreu em meados da Segunda Guerra Mundial, quando foram recrutados grupos de cientistas para desenvolverem soluções para os problemas táticos, logísticos e estratégicos das operações militares.

O sucesso da PO na área militar motivou pesquisadores a continuarem estudando e desenvolvendo novas técnicas, impulsionando o crescimento deste método científico, sendo introduzido em diversas áreas como, comercial, industrial e governamental. Concomitantemente, a revolução computacional, responsável pelo aperfeiçoamento dos computadores, colaborou para o avanço da PO, visto que as novas máquinas eram capazes de solucionar um grande volume de cálculos matemáticos, superiores à capacidade humana (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

Desde então, a Pesquisa Operacional vem auxiliando as organizações nas suas tomadas de decisão, visto que sua ampla aplicabilidade facilita a identificação dos objetivos, das variáveis de decisão e das limitações existentes. Além disso, este método científico tem por finalidade representar problemas reais e encontrar uma solução ótima para a situação, o que permite ao gestor analisar, testar e avaliar uma decisão antes de ser implantada. Esse processo de tomada de decisão será mais detalhado na próxima seção.

O uso da PO inicia-se com a coleta de dados e informações relevantes para a formulação precisa do problema, para que, dessa maneira, construa-se um modelo matemático fiel à realidade do cenário estudado. Em seguida, é obtida uma solução matemática deste modelo e realizadas experimentações para sua validação. A etapa seguinte é a implantação dos resultados obtidos, seguida por avaliações constantes da experiência dos gestores, para uma melhor adequação do modelo à realidade (SHAMBLIN, 1989).

Figura 2 – Processo de Modelagem



Fonte: (CARVALHO, 2003)

Segundo (BRONSON, 1995), a modelagem do problema deve conter a grandeza apropriada que será expressa na função objetivo, as restrições e limitações do ambiente estudado, as decisões quantificáveis a serem determinadas, conhecidas como as variáveis de decisão, os fatores constantes do problema, chamados de parâmetros, e as condições implícitas dos valores, como por exemplo, se são não-negativos, inteiros, etc. A função objetivo e as restrições são expressas na forma matemática de função e equações/desigualdades, respectivamente. Sendo assim, o modelo matemático sugere que a finalidade do problema é encontrar valores para as variáveis de decisão de modo a maximizar/minimizar a função objetivo sujeita às restrições determinadas (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

Os modelos matemáticos podem variar de acordo com o problema estudado, o objetivo dos gestores, a relação entre as variáveis e o nível de incerteza do ambiente de decisão. Tal fato, leva a divisão dos modelos em dois tipos: modelos de simulação e modelos de otimização. A primeira categoria proporciona uma maior flexibilidade de escolha ao tomador de decisão, visto que ela permite a geração e análise de alternativas, antes mesmo de implementá-las, por meio de uma representação da realidade, o que possibilita a criação e teste de cenários futuros possíveis. Já o segundo tipo de modelo é desenvolvido para projetar uma única alternativa de decisão, considerada como solução ótima, baseada em um critério de otimização estabelecido pelo gerente (CARVALHO, 2003). Os modelos utilizados nessa pesquisa são de Programação Linear, uma categoria dentro dos modelos de otimização, que será discutida mais a frente.

2.2.1 Processo de Tomada de Decisão

A Pesquisa Operacional, como definida anteriormente, utiliza de ferramentas e técnicas de análise de decisões que possibilitam os gestores avaliarem a melhor decisão antes de introduzi-la no cenário em que está inserido.

Na literatura encontram-se diversas definições para o conceito de tomada de decisão. A decisão é um processo sistêmico, paradoxal e contextual, o qual não pode ser analisado separadamente das condições envolvidas (FONSECA; PEREIRA, 1997). Segundo (CERTO, 2005), decisão é a escolha entre duas ou mais opções disponíveis e o processo de tomada de decisão opta pela melhor alternativa. Já para (CHIAVENATO, 1997), esse processo consiste em uma análise entre várias alternativas disponíveis do curso de ação que o gestor deve seguir.

A tomada de decisão é o processo de identificar um problema ou uma oportunidade, e optar por uma linha de ação para solucioná-lo. Um problema pode ser identificado como uma situação atual que está diferente do cenário desejado e, uma oportunidade consiste nas chances que o ambiente oferece de ultrapassar os objetivos e metas (LACHTERMACHER, 2004).

Há diversas variáveis que afetam o processo de tomada de decisão, e as que mais se destacam, segundo (LACHTERMACHER, 2004) são: tempo disponível, importância

da decisão, ambiente em que está inserido, riscos, agentes decisores e conflitos de interesses. Esses fatores elevam a complexidade do processo, exigindo informações, dados e conhecimentos mais relevantes, além da efetiva comunicação entre os agentes, buscando adequação e consenso dos planos de ação.

A tomada de decisão está presente em todas as atividades de planejamento dentro de uma organização, envolvendo uma gama de componentes, como recursos, equipes, resultados e objetivos esperados. Esse processo inicia-se a partir da identificação das necessidades, informações disponíveis, comunicações necessárias e possíveis soluções. Espera-se que esses elementos, estruturados de maneira lógica, resultem em uma melhor decisão (MORITZ; PEREIRA, 2006).

O processo de tomada de decisão, descrito na literatura, é bastante similar ao processo de modelagem, por isso muitos gestores optam pelo uso da PO como um auxílio a esse processo. De acordo com (BAZERMAN, 2015) e muitos outros autores da área, o processo de tomada de decisão, em sua maioria, engloba os seguintes passos:

1. Definir o problema;
2. Identificar os critérios relevantes;
3. Avaliar a importância de cada critério;
4. Identificar possíveis alternativas;
5. Classificar cada alternativa segundo cada critério;
6. Identificar a solução ideal.

Os resultados das decisões são direcionados para planos futuros, dessa maneira, para evitar impactos negativos, os gestores devem, além de tomarem decisões, acompanhar de perto o processo de tomada de decisão, desenvolvendo-o e regularizando-o da maneira mais eficaz possível (MORITZ; PEREIRA, 2006). Essa complexa responsabilidade leva os administradores a recorrerem à Pesquisa Operacional como facilitadora do processo, visto que essa metodologia diminui a probabilidade de erros e incertezas, e facilita a visualização das soluções ideais para o problema estudado.

2.2.2 Programação Linear (PL)

A Programação Linear é uma das técnicas mais difundidas da PO, criada em 1947 por George B. Dantzig, um dos pesquisadores recrutados na Segunda Guerra Mundial para resolver os problemas de limitação de recursos. Essa ferramenta passou a ser amplamente aplicada somente em 1950, quando foi publicada e, desde então, tornou-se um método padrão para resolução do problema de alocação de recursos dentro das organizações (LOESCH; HEIN, 2017).

O objetivo geral da PL é otimizar a solução de uma função linear, respeitando o conjunto de equações e inequações com comportamentos também lineares (BAZARAA et al., 2011). Dessa maneira, segundo (HILLIER; LIEBERMAN, 2013), a Programação Linear compreende o planejamento de ações para se chegar em um resultado ótimo, entre todas as alternativas viáveis, que satisfaça o objetivo especificado (minimizar ou maximizar).

Os problemas de PL buscam encontrar valores ótimos para as variáveis de decisão, de forma a maximizar ou minimizar a função objetivo, sujeita a um conjunto de limitações, representadas por restrições lineares de igualdade e/ou desigualdade (BELFIORE; FÁVERO, 2013). Tais restrições delimitam uma região que contém as soluções viáveis do modelo, as quais representam todos os valores que satisfazem essas restrições e, a solução que otimiza a função objetivo é considerada como a solução ótima.

Uma das maneiras de resolver os problemas de Programação Linear é a resolução gráfica. Esse método encontra a solução ótima mais facilmente quando o problema contém somente duas variáveis de decisão. Essa prática consiste no desenho de um gráfico bidimensional, tendo as variáveis de decisão como eixos. O passo seguinte é a representação gráfica imposta pelas restrições, identificando todos os valores das variáveis que são permitidos para cada restrição. A região resultante desses valores viáveis é chamada de conjunto de soluções viáveis e, a partir dele é possível encontrar a solução ótima, pelo processo de tentativa e erro (LACHTERMACHER, 2004).

O outro método de resolução é o algoritmo SIMPLEX, um procedimento matricial que parte do fundamento que a solução ótima de um problema encontra-se em um vértice, chamado de solução básica viável, do polítopo formado pelo conjunto das soluções viáveis. Essa resolução consiste em gerar soluções básicas viáveis melhores a cada iteração, classificadas como a solução ótima do problema (COSTA, 2005).

Para obter a solução ótima por meio do SIMPLEX, o modelo deve estar reduzido à forma padrão, conforme as equações (2.1) a (2.4).

$$\min \sum_n^{i=1} c_i x_i \quad (2.1)$$

$$s.a : \sum_n^{i=1} a_{ij} x_i = b_j \quad \forall j \in m \quad (2.2)$$

$$b_j \geq 0 \quad \forall j \in m \quad (2.3)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall j \in n \quad (2.4)$$

Nesta formulação, i representa as atividades a serem realizadas, c_i o custo da atividade i , j são as restrições a serem analisadas, x_i é a variável de decisão que quantifica o nível de operação da i -ésima atividade, a_{ij} é a quantidade do recurso j utilizado pela atividade i , b_j é a quantidade de recursos j disponíveis e, por fim, m e n representam

as quantidades de recursos e atividades, respectivamente. A equação (2.1) representa a função objetivo que deve ser minimizada. As equações (2.2), (2.3) e (2.4) são as restrições do modelo de programação linear, onde a equação (2.4) determina o domínio da variável de decisão.

2.2.3 Pesquisa Operacional Aplicada à Mineração

A mineração, ainda que de maneira mais tímida que outras áreas, vem utilizando bastante a Pesquisa Operacional como auxílio às suas complexas atividades, a fim de evitar riscos, economizar recursos e otimizar os processos. A Programação Linear é a técnica mais aplicada aos problemas de planejamento em mineração, principalmente pelas minas a céu aberto, que possuem operações com maior grau de complexidade em relação às minerações subterrâneas (MUTMANSKY, 1979).

A necessidade de tomar decisões mais acertivas e eficientes levou à indústria mineral a investir em técnicas da Pesquisa Operacional, possibilitando a simulação do planejamento e controle da produção e a aplicação de soluções viáveis para o cenário real, o que leva à minimização do tempo de tomada de decisão e dos desperdícios advindos de más escolhas. Segundo (BARBOSA; MAPA, 2017) as áreas que mais utilizam PO na mineração são a blendagem de minérios e o planejamento operacional de lavra. A primeira é responsável pela mistura dos materiais respeitando uma quantidade e concentração ótimas. Alguns exemplos de aplicação da PO para o problema de mistura de minérios podem ser encontrados nos trabalhos dos autores (SILVA, 2011), (NETO,) e (MORAES et al., 2006) . O planejamento operacional de lavra é o outro ramo da mineração que mais vem aplicando a PO, o qual é responsável pela alocação dos equipamentos de carga dentro da mineradora a partir das frentes de retirada de ROM (*Run of mine*, minério retirado na forma bruta) e dos minerais valiosos e estéreis, dirigindo-os para as centrais de beneficiamento, de modo a manter a qualidade do produto e minimizando a quantidade total de equipamentos . Os trabalhos de (ANDRADE, 2014), (PINTO; MERSCHMANN, 2001) e (ALEXANDRE, 2010) apresentam modelos que tratam problemas relacionados ao planejamento de lavra. Há também aplicações no setor de beneficiamento de minérios, na produção em minas de céu aberto e subterrâneas e na área de geoestatística.

Diversas são as ferramentas de PO que auxiliam na tomada de decisão, e dessas, as que mais são utilizadas pela mineração são, segundo (BARBOSA; MAPA, 2017), a Heurística e Programação por Metas, seguidas pela Simulação e Metaheurísticas. A primeira técnica, Heurística, é a melhor opção quando deseja-se escolher, entre muitas alternativas, a mais efetiva para atingir o objetivo. Essa ferramenta é um método de busca que reduz o número de avaliações necessárias para obter soluções em um tempo admissível (RODRIGUES, 2006). Já a Programação por Metas ou Multiobjetivo é bastante utilizada no problema de mistura de minérios, visto que esse método permite a modelagem de

problemas com múltiplos objetivos e metas, buscando por soluções que atendam a todos os critérios.

Na literatura há diversos modelos de PO para resolverem problemas de mineração, muitos deles são utilizados para tratarem problemas de ritmos de lavra nas frentes de minério, com intuito de minimizar o uso de equipamentos mas conservando altos índices de produção e qualidade do produto (RODRIGUES, 2006). Dessa categoria de problema podem surgir dois modelos: Alocação Estática de caminhões e Alocação Dinâmica de caminhões. O primeiro modelo aloca um único caminhão a uma única rota, deslocando-se entre um ponto de basculamento e outro de carga, no qual haja um equipamento de carga adequado. Tal alocação faz com que o ritmo de lavra de uma frente de minério dependa da capacidade de produção dos caminhões e do equipamento de carga alocado (COSTA, 2005). Já a alocação dinâmica, ainda segundo (COSTA, 2005), aloca os equipamentos de acordo com a capacidade de produção de cada frente, determinada pelos equipamentos de carga nela alocados e pelos caminhões que realizam o transporte do material. Neste modelo, os caminhões podem ser alocados a diversos pontos de carga e basculamento, a fim de evitar a formação de filas e de aumentar a produtividade. Alguns dos modelos mais conhecidos para o problema de ritmo de lavra podem ser encontrados nos trabalhos de (PINTO; MERSCHMANN, 2001), (WHITE; OLSON, 1986) e (WHITE et al., 1982).

Outros objetivos também encontrados na literatura são os de redução de custos da logística interna, abordados em modelos como o de Planejamento de Transporte, o qual define o escoamento dos produtos aos diversos clientes por meio de diferentes modais de transporte e utilizando dos centros de estocagem; e o modelo de Planejamento e Sequenciamento, que determina a quantidade de itens a ser produzida em uma ou várias máquinas em um dado horizonte de tempo, atendendo a demanda especificada e respeitando os limites de capacidade, além de considerar os níveis de estoque e os recursos necessários para produção (TOFFOLO, 2009).

Por fim, existem os modelos relacionados à blendagem de minérios, os quais são abordados e utilizados no trabalho em questão. O problema de mistura de minérios determina quanto de determinado minério de um conjunto de pilhas deve ser misturado para gerar um produto final de modo a atender as metas de qualidade e quantidade exigidas pelos clientes. Esses modelos podem ter como objetivo a minimização do custo, maximização da extração de minério de um conjunto de pilhas, minimização dos desvios de produção e qualidade, entre outros. Esse problema será mais detalhado na seção a seguir.

2.3 Processos Produtivos de uma mineradora

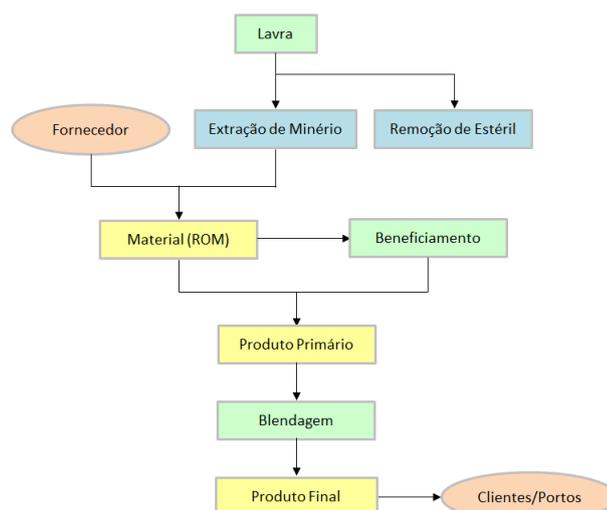
Os processos produtivos de uma indústria mineradora ocorrem conforme um planejamento de Fluxo de Produtos de curto a longo prazo, de modo a definir e controlar a movimentação dos minérios ao longo do sistema produtivo da mineradora. As fases desde a

extração até a venda são: lavra, beneficiamento, estocagem e transporte. A primeira etapa, fase de lavra, consiste na extração do minério na forma bruta (ROM – *Run-of-Mine*), por meio de pás carregadeiras alocadas a frentes que possuam minério que atenda às metas de qualidade pré-estabelecidas. Posteriormente, o material passa pelo processo de remoção de estéril, atividade responsável pela retirada de materiais de baixa qualidade e estéreis, os quais, respectivamente, possuem pouco ou nenhum valor econômico para o processo (TOFFOLO, 2009).

Finalizada a fase de lavra, inicia-se o beneficiamento. Esta etapa que, segundo (TOFFOLO, 2009), realiza o processamento do minério de modo a modificar sua granulometria e aumentar a concentração de determinadas frações do material a fim de aproximar a qualidade dos produtos às demandas dos clientes. Nos casos em que o minério possui as frações adequadas, o beneficiamento torna-se desnecessário. Ao final desse processo são gerados os produtos primários, os quais posteriormente são utilizados na formação dos produtos finais.

A partir da finalização dos produtos primários, é realizada a separação dos minérios em diferentes famílias, e posteriormente inicia-se a formação dos produtos finais por meio da blendagem. (TOFFOLO, 2009) afirma que as quantidades adequadas de produtos primários a serem blendados em cada horizonte de planejamento são definidas pelo Fluxo de Produtos. Por fim, o processo de transporte trata da movimentação dos produtos primários até a formação dos produtos finais que serão vendidos e transportados até os clientes. Todo o processo descrito está ilustrado na Figura 3.

Figura 3 – Fluxo Produtivo de uma Mineradora



Fonte: Adaptado de (TOFFOLO, 2009)

2.3.1 Blendagem de Minérios

O processo de blendagem consiste na mistura dos minérios beneficiados, chamados de produtos primários, em teores pré-determinados de maneira que, ao serem blendados, atendam às especificações de qualidade e quantidade impostas. É necessário atentar às concentrações utilizadas pois os minérios têm diferentes origens, o que leva a características econômicas e de qualidade distintas, como por exemplo, o custo de lavra, o teor de determinado elemento químico e as faixas de granulometria (ALVES, 2007). Com o intuito de assegurar a uniformidade dos produtos finais, segundo (RODRIGUES, 2006), muitas vezes se faz necessário realizar a mistura de minérios advindos de várias frentes de lavra ou de diferentes minas.

Segundo (EVERETT, 2001 apud TOFFOLO, 2009) existem quatro possíveis etapas para formação dos produtos finais por meio da blendagem:

1. Seleção de blocos com composição específica a serem lavrados em uma determinada mina;
2. Determinação da sequência de caminhões contendo minérios de características específicas para o transporte das minas até o porto;
3. Seleção da pilha no porto na qual o caminhão deverá descarregar seu material;
4. Seleção das pilhas com composições específicas a serem utilizadas no carregamento de determinado navio.

Um ponto importante a ser ressaltado é que o processo de blendagem não pode ser confundido com o processo de homogeneização. Tal processo está relacionado com o manuseio ou mistura de quantidades de minério com objetivo de obter um conjunto de produtos finais que possuam composições uniformes. Já a blendagem consiste em uma mistura, em proporções definidas, de minérios com diferentes características, com o objetivo de se obter uma massa com características específicas (MORAES et al., 2006).

2.4 Problema de Mistura de Minérios

O problema de mistura de minérios consiste em encontrar as quantidades de minérios e teores dos elementos químicos ideais para otimizar o resultado dessa mistura de acordo com o objetivo determinado, respeitando as exigências do cliente, como por exemplo, redução do custo, maior aproximação das metas de produção e de qualidade, aumento do rendimento da mistura, etc. Essas metas de qualidade e produção requeridas pelos clientes dificilmente são alcançadas, devido a grande variabilidade dos minérios. A partir dessa dificuldade, são criados intervalos de tolerância para cada um dos parâmetros avaliados.

A seguir serão apresentadas algumas aplicações de técnicas da Pesquisa Operacional para o problema de blendagem de minérios. Tais trabalhos são exemplos de aplicações que podem ser realizadas na indústria de mineração por meio da PO, e foram utilizados como base para a realização do presente estudo.

2.4.1 Modelo de Chanda e Dagdelen

(CHANDA; DAGDELEN, 1995) utilizam de um modelo de programação linear por metas para um problema de mistura de minérios para planejamento de curto prazo. O uso dessa técnica é justificado pelos autores pelo fato dela ser a mais adequada à realidade das mineradoras, visto que seu objetivo é obter uma solução que se aproxime ao máximo das metas de produção e qualidade estabelecidas. O modelo é apresentado nas equações (2.5) a (2.15).

$$\max \sum_{i \in M} e_i x_i - \sum_{j \in S} \alpha_j^- d_j^- - \sum_{j \in S} \alpha_j^+ d_j^+ - \beta^- P^- - \beta^+ P^+ \quad (2.5)$$

$$s.a : \sum_{i \in M} x_i + P^+ - P^- = Pr \quad (2.6)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - trj)x_i + d_j^- - d_j^+ = 0 \quad \forall j \in S \quad (2.7)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pu \leq 0 \quad (2.8)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pl \leq 0 \quad (2.9)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tuj)x_i \leq 0 \quad \forall j \in S \quad (2.10)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tlj)x_i \leq 0 \quad \forall j \in S \quad (2.11)$$

$$x_i \leq Qu_i \quad \forall i \in M \quad (2.12)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in M \quad (2.13)$$

$$d_j^-, d_j^+ \geq 0 \quad \forall j \in S \quad (2.14)$$

$$P^-, P^+ \geq 0 \quad (2.15)$$

Na função objetivo (2.5) desse modelo, existem três critérios a serem otimizados: a maximização da economia e_i obtida da extração de minério do conjunto de blocos M, no qual cada bloco i possui um teor t_{ij} para o parâmetro j ; a minimização da soma dos desvios das metas de qualidade d_j^- e d_j^+ ; e a minimização dos desvios de metas de produção P_j^- e P_j^+ . Para cada desvio é associada uma penalidade, sendo β^- e β^+ as penalidades por desvios negativo e positivo de produção respectivamente, e α_j^- e α_j^+ as penalidades por desvios negativos e positivos de qualidade do parâmetro de controle j .

As restrições (2.6) e (2.7) definem os desvios de produção e qualidade, respectivamente. A (2.6) busca igualar o total de minério extraído a um valor meta Pr, caso não seja possível atingir esse valor, são aceitos um desvio positivo P^+ e um desvio negativo P^- em relação à meta Pr. De maneira similar, a restrição (2.7) obtém os desvios positivos d_j^+ e os desvios negativos d_j^- , em que o teor do parâmetro j na mistura deve apresentar um valor mais próximo possível da meta tr_j . As restrições (2.8) e (2.9) garantem que os limites superior (Pu) e inferior (Pl) de produção sejam respeitados. E as restrições (2.10) e (2.11) asseguram a qualidade do produto obtido, limitando o parâmetro j entre os limites superior tu_j e inferior tl_j . Na restrição (2.12), a lavra de minério de um bloco i fica limitada a sua quantidade disponível Qu_i . E as últimas restrições (2.13), (2.14) e (2.15) indicam que as variáveis não podem assumir valores negativos.

2.4.2 Modelo de Wilke e Reimer

O modelo desenvolvido por (WILKE; REIMER, 1977 apud MUTMANSKY, 1979) aborda planejamento de lavra utilizando programação linear para resolução do problema de mistura de minérios considerando a relação entre estéril e minério e as capacidades de produção. As equações (2.16) a (2.25) apresentam esse modelo.

$$\max \sum_{i \in M} e_i x_i + \sum_{i \in E} e_i x_i \quad (2.16)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tu_j) x_i \leq 0 \quad , \quad j = \text{variavel de controle} \quad (2.17)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tl_j) x_i \geq 0 \quad , \quad j = \text{variavel de controle} \quad (2.18)$$

$$\sum_{i \in M} x_i \leq C_{BB} \quad (2.19)$$

$$x_i \leq Qu_i \quad \forall i \in F \quad (2.20)$$

$$\sum_{i \in E} x_i \geq W \quad (2.21)$$

$$\sum_{i \in E} x_i - rem \sum_{i \in M} x_i = 0 \quad (2.22)$$

$$\sum_{i \in F} x_i L_i \leq C_S \quad (2.23)$$

$$\sum_{i \in F} x_i T_i \leq C_T \quad (2.24)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in F \quad (2.25)$$

Os dados de entrada do modelo apresentado são: M , representa o conjunto de blocos de minérios, E , o conjunto de blocos de estéril e F o conjunto formado por $M \cup E$. A variável de decisão x_i retorna a quantidade de minério a ser lavrada em um bloco i . A função objetivo (2.16) busca maximizar a economia e_i obtida a partir da extração de material do bloco i . As restrições (2.17) e (2.18) garantem que o parâmetro j na mistura não seja superior ao limite tu_j e inferior ao limite tl_j , dado que cada bloco i possui um teor i_j . Na restrição (2.19) a capacidade máxima da pilha a ser formada por período é dada por C_{BB} , o que limita a produção. A restrição (2.20) não permite que um bloco i seja lavrado mais que sua capacidade Qu_i . A quantidade mínima de estéril a ser lavrada por período, definida por W , e a relação estéril/minério (rem) são representadas, respectivamente, pelas restrições (2.21) e (2.22). O fator de carregamento (L_i) é o tempo necessário para o carregamento de uma tonelada de material do bloco i e, a soma dos tempos de carregamento de todos os blocos i não deve ultrapassar o tempo total de carga C_S (restrição (2.23)). Na restrição (2.24) o produto do fator de transporte (T_i) (tempo necessário para transportar uma tonelada de material do bloco i até o seu destino) e quantidade de minério não deve superar o tempo total de transporte disponível C_T . Por fim, a restrição (2.25) define que as variáveis de decisão são positivas.

2.4.3 Modelo de Costa

O modelo do (COSTA, 2005) resolve o problema de blendagem de minérios por programação linear por metas, no qual a quantidade de minério retirada em uma frente é múltipla da capacidade da caçamba do equipamento de carga em operação naquela frente. O modelo é dado pelas equações (2.26) a (2.39).

$$\min \sum_{j \in S} \alpha_j^- d_j^- + \sum_{j \in S} \alpha_j^+ d_j^+ + \beta^- P^- + \beta^+ P^+ \quad (2.26)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tu_j) x_i \leq 0 \quad \forall j \in S \quad (2.27)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tl_j) x_i \geq 0 \quad \forall j \in S \quad (2.28)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tr_j)x_i + d_j^- - d_j^+ = 0 \quad \forall j \in S \quad (2.29)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pu \leq 0 \quad (2.30)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pl \leq 0 \quad (2.31)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pr + P^- - P^+ = 0 \quad (2.32)$$

$$x_i - Qu_i \leq 0 \quad \forall i \in M \quad (2.33)$$

$$x_i - Ql_i \geq 0 \quad \forall i \in M \quad (2.34)$$

$$x_i = Cc_i N_i \quad \forall i \in M \quad (2.35)$$

$$N_i \in Z^+ \quad \forall i \in M \quad (2.36)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in M \quad (2.37)$$

$$d_j^-, d_j^+ \geq 0 \quad \forall j \in S \quad (2.38)$$

$$P^-, P^+ \geq 0 \quad (2.39)$$

O modelo tem como dados de entrada os conjuntos de frentes de minérios M e S de parâmetros de controle, as variáveis de decisão x_i que retorna a quantidade de minério a ser lavrada em um bloco i e N_i que é o número de caçambadas a serem efetuadas na frente i , os desvios negativos e positivos d_j^- e d_j^+ , relativos ao parâmetro de controle j , e os desvios de produção P^- e P^+ relativos à meta Pr .

A função objetivo desse modelo (2.26) tem por finalidade minimizar os desvios das metas, nos quais são aplicados as penalidades β^- e β^+ para os desvios de produção e α_j^- e α_j^+ para os desvios de qualidade. As restrições (2.27) e (2.28) define o atendimento dos limites máximo tu_j e mínimo tl_j para o parâmetro j , e a restrição (2.29) mede os desvios d_j^+ e d_j^- da meta de qualidade tr_j . As restrições (2.30) e (2.31) estipulam os limites superiores, enquanto a restrição (2.32) mede os desvios P_j^- e P_j^+ da meta de produção Pr . As restrições (2.33) e (2.34) garantem que a quantidade de minério lavrado de uma frente i esteja dentro do intervalo de Qu_i (valor máximo) e Ql_i (valor mínimo). A quantidade de minério utilizado de uma frente é dada pela restrição (2.35) na qual multiplica-se a

capacidade da caçamba da pá-carregadeira C_c pelo número de caçambadas N_i . A restrição (2.36) determina que o número de caçambadas a serem efetuadas deve ser um valor inteiro positivo. E, por último, as restrições (2.37), (2.38) e (2.39) garantem a não negatividade das variáveis de decisão.

2.5 Otimizador LINGO

LINGO é um *software* otimizador que possui um ambiente completo para resolução de problemas de programação linear, não-linear e inteira. Para solucionar os Problemas de Programação Linear (PPL) com variáveis contínuas e/ou inteiras, ele utiliza da técnica *Branch-and-Bound* juntamente com o algoritmo SIMPLEX (CARMO et al., 2005 apud SILVA, 2011). Este autor apresenta cinco seções específicas do LINGO para a programação do modelo de um PPL, são elas:

- Definição de conjuntos (SETS)
- Entrada de dados (DATA);
- Função Objetivo;
- Restrições;
- Saída de dados.

Os conjuntos (SETS) são definidos da seguinte forma:

SETS:

```
setname [/ member_list/] [: variable_list];
```

ENDSETS

Nesta formulação, *setname* é o nome escolhido para designar o grupo de objetos estudado, *[/ member_list/]* representa a lista dos membros do conjunto e *[: variable_list]* é a lista de variáveis que possuem as mesmas características do grupo de itens. O LINGO reconhece dois tipos de conjuntos: o primitivo e o derivado. O primeiro tipo é formado por objetos que não podem ser reduzidos em outro momento, como por exemplo, um conjunto de fábricas e de armazéns em um Problema de Transporte. Já os conjuntos derivados são formados por um ou mais diferentes conjuntos, derivando seus membros de um conjunto pré-existente. Um exemplo de conjunto derivado é o conjunto de rotas, também em um Problema de Transporte, formado pelos pares (i,j), onde i representa o conjunto de fábricas e j o conjunto de armazéns (SOUZA et al., 2017).

A seção DATA realiza a leitura dos valores das constantes definidas na seção SETS, os chamados parâmetros do problema. Tal leitura pode ser feita por meio de uma planilha do *software* Excel a partir do comando @ole.

A função objetivo deve ser de minimização ou maximização, e para representá-la utiliza-se os comandos MIN, para minimizar, ou MAX, para maximizar. Na função objetivo, como nas restrições, podem haver somatórios de um conjunto de objetos, e para reproduzi-los no LINGO, utiliza-se o comando @SUM.

Outros comandos que podem aparecer nas restrições são o @FOR, usado para repetir uma operação em um determinado conjunto de objetos e o @INDEX que indica a posição desejada de um elemento do conjunto.

3 Metodologia

A necessidade dos gestores em compreender melhor o contexto em que estão inseridos, identificar os reais problemas e propor soluções otimizadas faz com que as organizações busquem técnicas da Pesquisa Operacional, fazendo uso dos mais variados tipos de modelos quantitativos, com o objetivo de representar a realidade e auxiliar a resolução do problema de forma sistemática. Dessa maneira, o frequente uso de modelos faz com que a modelagem quantitativa seja o centro da metodologia da PO (MORABITO; PUREZA, 2012).

Ainda segundo (MORABITO; PUREZA, 2012), modelos quantitativos são modelos abstratos escritos em linguagem matemática e computacional, os quais utilizam de técnicas analíticas e experimentais a fim de calcular valores numéricos das propriedades do sistema estudado, tornando possível a análise de diferentes ações possíveis. Esses modelos compreendem dois tipos de variáveis: variáveis de controle, que variam em domínios específicos e variáveis de desempenho, que determinam a qualidade das decisões obtidas das relações causais e quantitativas definidas entre as variáveis.

O presente estudo tem por finalidade propor um novo modelo, a partir de um modelo base, para o problema de mistura de minérios, que tem como objetivo maximizar o rendimento dos produtos finais da blendagem. Visto isto, o trabalho em questão trata-se de uma pesquisa axiomática normativa. Segundo (BERTRAND; FRANSSO, 2002), a pesquisa axiomática consiste na elaboração de um modelo e, a partir deste, obter soluções que proporcionem uma melhor compreensão da estrutura do problema descrito. Este tipo de pesquisa está dividida em duas categorias: a pesquisa axiomática descritiva, que tem como foco analisar modelos quantitativos, com o objetivo de entender o processo modelado e explicar suas características, permitindo um melhor entendimento dos relacionamentos funcionais do sistema em questão. A outra categoria é a pesquisa axiomática normativa, a qual desenvolve normas, estratégias e ações com o intuito de aperfeiçoar os resultados já existentes na literatura, encontrar uma solução ótima para um problema novo ou comparar o desempenho de estratégias que tratam um mesmo problema. Este tipo de pesquisa pode propor novos modelos de otimização ou variações de modelos já existentes para um problema idealizado, utilizando de técnicas de solução já conhecidos na literatura para resolvê-los (MORABITO; PUREZA, 2012).

Para validação dos modelos desenvolvidos foram criadas instâncias com dados aleatórios, baseados em situações reais de mineradoras e utilizando faixa de valores reais comumente encontrados na literatura. A resolução destas instâncias, a partir das formulações matemáticas propostas posteriormente se deu pelo *software* LINGO, versão 17.0 e o Microsoft Excel 2010.

4 Modelagem do Problema de Mistura de Minérios

A falta de minérios e de produtos finais em um mineradora pode ocasionar diversas perdas, prejudicando o rendimento final da indústria. Essas perdas são conhecidas como perdas por estoque, em que a redução do estoque pode ocasionar o aparecimento de outros problemas de produção, como ociosidade nas minas, espera entre as operações, paralisação das instalações e perdas no transporte, como por exemplo, caminhões transportarem com carga inferior às suas capacidades ou a operação ser paralisada pela falta de produtos para a expedição (KLIPPEL, 1999).

Dessa maneira, o presente estudo buscou criar um modelo que maximize o número de misturas realizadas com o material estocado, a fim de eliminar as perdas causadas pelo baixo rendimento de produtos finais. Para isso, foram criados dois modelos com objetivos distintos, baseados em um modelo inicial extraído da literatura. Os 3 modelos serão descritos a seguir, e os modelos implementados no *software* LINGO estão nos Apêndices A, B e C.

4.1 Modelo Base

A maioria dos modelos encontrados na literatura para o problema de mistura de minérios tem como objetivo a minimização do custo, e o modelo utilizado como base teve esse enfoque na redução de custo e foi adaptado do modelo utilizado pelo (CARVALHO, 2003) em seu estudo.

Esse modelo possui os seguintes dados de entrada:

- J = Conjunto de elementos
- P = Conjunto de minérios
- L_j = % mínima do elemento j na mistura
- U_j = % máxima do elemento j na mistura
- Lm_i = quantidade mínima (em Kg) a ser usada do minério i
- Um_i = quantidade máxima (em Kg) a ser usada do minério i
- a_{ij} = % do elemento j no minério i
- tamanho_bach = produção total requerida (em Kg)

E a seguinte variável de decisão:

- x_i = quantidade do minério i utilizado na mistura

O modelo está representado nas equações (4.1) a (4.7)

$$\min \sum_{i=1}^P c_i x_i \quad (4.1)$$

$$s.a : x_i \geq L m_i \quad (4.2)$$

$$x_i \leq U m_i \quad (4.3)$$

$$\sum_{i=1}^P a_{ij} x_i \geq L_j \quad \forall j \in J \quad (4.4)$$

$$\sum_{i=1}^P a_{ij} x_i \leq U_j \quad \forall j \in J \quad (4.5)$$

$$\sum_{i=1}^P x_i = tamanho_bach; \quad (4.6)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in P \quad (4.7)$$

A função objetivo (4.1) do modelo base é responsável por encontrar uma quantidade x do minério i a compor o produto final de modo a minimizar o custo de fabricação. As restrições (4.2) e (4.3) definem que as quantidades de cada minério i utilizadas na mistura devem respeitar as quantidades mínima e máxima, respectivamente. Já as restrições (4.4) e (4.5) fazem com que as concentrações de cada elemento j na mistura não ultrapassem os limites de concentração mínimo (eq.4.4) e máximo (eq.4.5). A restrição (4.6) garante que a quantidade total produzida seja igual a quantidade total requerida. Por fim, a equação (4.7), assegura a não negatividade da variável de decisão.

4.2 Modelo 1

O primeiro modelo desenvolvido no estudo, realizou algumas alterações no modelo base. Neste modelo, foram adicionados o parâmetro SOBRA, o qual guarda o tanto que sobrou de cada minério, ou seja, o estoque final dos minérios, e a variável de decisão menor_sobra, a qual incorpora o valor do minério que teve a menor sobra. Dessa maneira, foi gerado um lote por vez, utilizando o material até não ser mais possível gerar lotes dentro das especificações estabelecidas.

O modelo 1 é apresentado pelas equações (4.8) a (4.16):

$$\max \quad \text{menor_sobra} \quad (4.8)$$

$$s.a : \quad \text{sobra}_i = Um_i - x_i \quad \forall i \in P \quad (4.9)$$

$$\text{menor_sobra} \leq \text{sobra}_i \quad \forall i \in P \quad (4.10)$$

$$x_i \geq Lm_i \quad (4.11)$$

$$x_i \leq Um_i \quad (4.12)$$

$$\sum_{i=1}^P a_{ij}x_i \geq L_j \quad \forall j \in J \quad (4.13)$$

$$\sum_{i=1}^P a_{ij}x_i \leq U_j \quad \forall j \in J \quad (4.14)$$

$$\sum_{i=1}^P x_i = \text{tamanho_bach}; \quad (4.15)$$

$$\text{sobra}_i \geq 0 \quad \forall i \in P \quad (4.16)$$

A função objetivo (4.8) do modelo 1 maximiza a menor_sobra dos minérios. A restrição (4.9) define o valor da sobra_i , sendo a quantidade máxima de minério i menos a quantidade x_i utilizada no produto final. A restrição (4.10) garante que o valor da menor_sobra não ultrapasse o valor da sobra_i . As restrições (4.11) e (4.12) delimitam os limites mínimo e máximo, respectivamente, os quais devem ser respeitados pelas quantidades de cada minério i utilizadas na mistura. Já as restrições (4.13) e (4.14) estabelecem que as concentrações de cada elemento j na mistura não podem ultrapassar os limites de concentração mínimo (4.13) e máximo (4.14). A restrição (4.15) garante que a quantidade total produzida seja igual a quantidade total requerida. A última restrição (4.16), determina a positividade da variável de decisão.

4.3 Modelo 2

O segundo modelo proposto é resolvido de uma só vez, ou seja, ele gera todos os lotes viáveis na sua primeira resolução. Para isto, são necessárias duas variáveis de decisão: a x_{ik} , que representa a quantidade do minério i no lote k e a y_k , a qual é binária, tendo valor igual a 1 caso o lote k for inviável, 0 caso contrário. O conjunto de lotes K é

a estimativa da quantidade de lotes possíveis, e é definido pela soma total de minérios disponíveis dividida pelo tamanho do lote.

Os dados de entrada desse modelo são um pouco diferente dos dados do modelo base, são eles:

- J = Conjunto de elementos
- P = Conjunto de minérios
- K = Conjunto de lotes ($\sum_{j=1}^P x_j / tamanho_bach$)
- M = número grande capaz de desabilitar a restrição quando não for mais possível gerar lotes viáveis
- L_j = % mínima do elemento j na mistura
- U_j = % máxima do elemento j na mistura
- Um_i = quantidade máxima (em Kg) a ser usada do minério i
- a_{ij} = % do elemento j no minério i
- tamanho_bach = produção total requerida por lote (em Kg)
- β = multiplicador de viabilidade (garante que os primeiros lotes tenham preferência na viabilidade)

As variáveis de decisão do modelo são:

- x_i = quantidade do minério i utilizado na mistura
- $y_k = \begin{cases} 1, & \text{se o lote } k \text{ for inviável} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

As equações (4.17) a eq.(4.23) representam o Modelo 2:

$$\min \sum_{k=1}^K \beta y_k \quad (4.17)$$

$$s.a : \sum_{k=1}^K x_{ik} \leq Um_i \quad \forall i \in P \quad (4.18)$$

$$\sum_{i=1}^P x_{ik} = tamanho_bach \quad \forall k \in K \quad (4.19)$$

$$\sum_{i=1}^P a_{ij} x_{ik} \geq L_j (1 - y_k) \quad \forall j \in J, k \in K \quad (4.20)$$

$$\sum_{i=1}^P a_{ij} x_{ik} \leq U_j + M y_k \quad \forall j \in J, k \in K \quad (4.21)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in P \quad (4.22)$$

$$y_k \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K \quad (4.23)$$

A função objetivo (4.17) busca minimizar o número de lotes inviáveis, ou seja, tenta gerar o maior número de lotes possíveis. A restrição (4.18) diz que as quantidades totais de cada minério i utilizadas por lote k devem respeitar a quantidade máxima disponível de tal minério. A restrição (eq.4.19) garante que a quantidade total produzida por lote seja igual a quantidade total requerida. Já as restrições (4.20) e (4.21) fazem com que as concentrações de cada elemento j na mistura e no lote k não ultrapassem os limites de concentração mínimo e máximo, respectivamente. Por fim, a equação (4.22), assegura a não negatividade da variável de decisão e a equação (4.23) indica que a variável de decisão y_k é binária.

5 Instâncias Testes

Como já foi dito anteriormente, buscou-se dados de situações reais de mineradoras para a geração das instâncias de validação dos modelos a partir de dados aleatórios, os quais basearam-se em faixas de valores reais geralmente presentes na indústria mineral. Tais instâncias foram extraídas e, grande parte, adaptadas do estudo de (CARVALHO, 2003).

Foram criadas 6 categorias de instâncias, todas comuns aos três modelos mencionados e 1 categoria exclusivamente para o modelo 2, envolvendo o parâmetro multiplicador de viabilidade. Os tipos de instâncias são:

- Minérios, Elementos e Composição (%)
- Custo do minério (\$/Kg)
- Composto da liga e suas concentrações mínima e máxima
- Tamanho dos lotes (`tamanho_bach`)
- Quantidade de lotes possíveis e multiplicador de viabilidade (exclusiva do modelo 2)

Ao todo foram executadas 5 instâncias, variando as quantidades de minérios e as composições de elementos, tendo como base a Instância 1, apresentada na tabela abaixo. Os custos permaneceram os mesmos para todos os dados utilizados.

A Tabela 1 mostra a Instância 1 e como os dados foram tabelados. As outras instâncias são apresentadas no Apêndice D.

As instâncias de qualidade, ou seja, as concentrações mínima e máxima na mistura, rendimento dos elementos e o tamanho requerido dos lotes foram fixadas para todas as instâncias, conforme Tabela 2.

Por fim, foram criadas instâncias para o multiplicador de viabilidade β do Modelo 2. Para estas instâncias, foi estimado o número de lotes possíveis dividindo a soma total das quantidades máximas de todos os minérios pelo tamanho desejado do lote ($\sum_{j=1}^P x_j / \text{tamanho_bach}$). Nos dados utilizados, o lote deve possuir 1000 Kg e a soma de todo o material é de 21500 Kg, sendo assim é possível gerar 21 lotes. Mas o número máximo de lotes que o *software* suportou, sem estourar as variáveis, foram 19 lotes.

Tabela 1 – Instâncias de Quantidade e Custo - Instância 1

Maximo Minerio	Custo (R\$/Kg)	Minerios	Composição (%)		
			Mn	Fe	P
1000	0,10	Monte Negro	31,00	4,80	0,08
4500	0,27	Hematita	0,00	65,90	0,06
500	0,06	Pelota de Mn	35,40	19,20	0,06
5000	0,16	Cobra	38,21	14,40	0,02
1500	0,14	Carajas MG - 73	49,25	4,17	0,12
5000	0,17	Urucum	45,25	10,98	0,15
1000	0,01	São Desiderio	30,29	8,80	0,02
2000	0,13	Sinter Carajás	46,40	7,30	0,12
500	0,07	Sil. Carb. Bitolado	30,70	3,30	0,12
500	0,02	Esc. Fe Mn AC R1 R2/R3	31,00	1,03	0,02

Fonte: Autor (2018)

Tabela 2 – Instâncias de Qualidade

Mistura		
Composto	Min	Max
Mn_liga	36,00	40,00
Fe_liga	10,00	20,00
P_liga	0,00	0,20
tamanho_bach (Kg)	1000	

Fonte: Autor (2018)

6 Resultados e discussões

Para os testes de validação dos modelos foi utilizado os *software* LINGO versão 17.0 e Microsoft Excel 2010. Os modelos, exceto modelo 2 que gerava todos os lotes no primeiro momento, foram rodados até o momento em que não se encontrava solução viável mais.

Os resultados encontrados para os três modelos serão mostrados a seguir.

6.1 Resultados do Modelo Base

A Tabela 3 mostra as quantidades de lotes e o custo total de cada instância rodada no modelo base descrito nas equações (4.1) a (4.7) e implementado conforme Apêndice A. A Instância 5 não gerou resultados pelo fato da quantidade total de minérios exceder a memória do *software*.

Tabela 3 – Resultados do Modelo Base

	Instância 1	Instância 2	Instância 3	Instância 4
Quantd. De lotes	17	18	18	16
Custo Total	R\$ 2.388,58	R\$ 2.594,93	R\$ 2.398,93	R\$ 1.388,38

Fonte: Autor (2018)

6.2 Resultados do Modelo 1

O modelo 1, escrito nas equações (4.8) a (4.16) e implementado de acordo com o Apêndice B, gerou menos lotes viáveis que o Modelo Base na maioria das instâncias, ou seja, ao optar por maximizar a menor sobra de material em estoque, o modelo não consegue gerar uma grande quantidade de lotes, pois a prioridade torna-se apenas poupar mais material.

A Tabela 4 mostra os resultados encontrados em cada instância rodada. A Instância 1 foi a única que conseguiu gerar mais lotes que o Modelo Base.

Tabela 4 – Resultados do Modelo 1

	Instância 1	Instância 2	Instância 3	Instância 4
Quantidade de lotes	18	9	9	7
Custo Total	R\$ 2.602,88	R\$ 1.420,21	R\$ 1.411,99	R\$ 1.110,10
Menor Sobra	5,13	57,4	26,75	53,33

Fonte: Autor (2018)

6.3 Resultados do Modelo 2

O modelo 2, descrito nas equações (4.17) a eq.(4.23) e implementado de acordo com o Apêndice C, foi o modelo com melhor resultado entre os três apresentados, encontrando solução ótima global em 3 das 4 instâncias rodadas. A quinta instância, como dito anteriormente, ultrapassou a memória permitida.

Os resultados obtidos desse modelo estão apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Resultados do Modelo 2

	Instância 1	Instância 2	Instância 3	Instância 4
Quantidade de lotes	19	19	19	16
Custo Total	R\$ 2.844,70	R\$ 2.845,00	R\$ 2.845,00	R\$ 2.634,73

Fonte: Autor (2018)

6.4 Comparação dos Resultados

A análise comparativa realizada teve como enfoque principal a quantidade de lotes gerados por modelo, visto que o intuito principal do presente trabalho é aumentar o número de bateladas produzidas pelo processo de blendagem.

Os resultados mostram que para este objetivo o modelo 2 é o mais eficiente, visto que gerou o maior número de lotes em relação aos outros dois. Este modelo tem uma visão global do problema e tem como finalidade produzir a máxima quantidade de lotes possíveis. Outra vantagem, é o fato dele gerar todos os lotes de uma vez só, enquanto nos outros dois modelos deve-se gerar batelada por batelada.

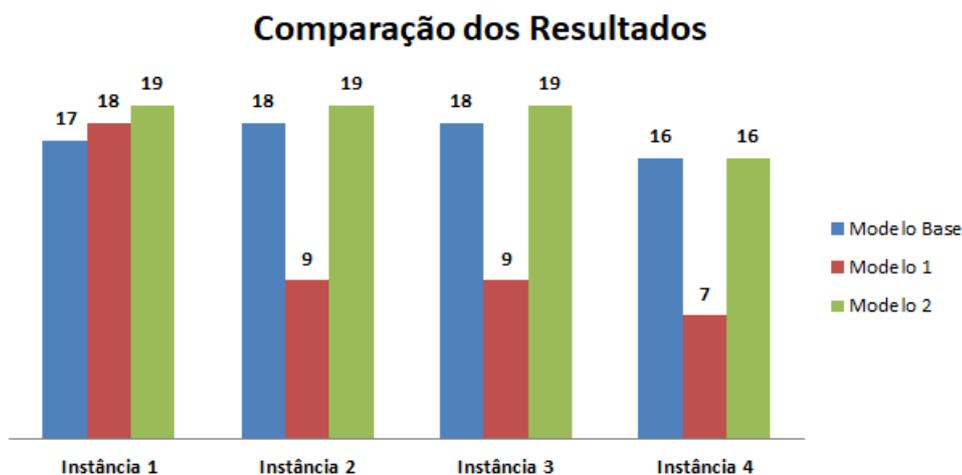
O modelo 1 gera menos lotes que os outros dois modelos, superando o modelo base apenas na primeira instância. Isso ocorre pelo fato de seu objetivo ser maximizar a menor sobra de material, dificultando que o estoque fique com quantidades muito baixas de produto e impossibilitando a geração de mais bateladas.

O modelo Base prioriza o menor custo de produção, isso faz com que ele tenha uma visão limitada do estoque, ou seja, ele utiliza o material que for necessário para ter o

custo mínimo sem se preocupar em manter um estoque para geração de mais lotes. Essa situação leva a falta de materiais armazenados em médio e longo prazo, o que acarreta em atrasos na produção, ociosidade nas minas e paralisação nas instalações pela espera de chegada de material.

A Figura 3 compara o resultado de todos os modelos, possibilitando uma visão geral sobre eles. O Modelo 2 se sobressai em relação aos outros, sendo que, no pior dos casos, ele produz a mesma quantidade de lotes que o modelo base, como ocorre na Instância 4.

Figura 4 – Comparação dos resultados em relação aos lotes gerados por instância



Fonte: Autor (2018)

O gerenciamento de estoques é um importante papel dentro das organizações, visto que ele é responsável pelo equilíbrio entre o controle de consumo de material e a necessidade de atender às demandas e risco de escassez. Uma boa gestão de estoques garante a continuidade de operações, evitando paradas pela falta de insumos, atendimento às demandas de maneira constante, garantindo receita e maior eficiência para toda a empresa.

Dessa maneira, os resultados obtidos comprovam que por mais que o modelo base minimize os custos do processo de blendagem, ele não é o mais ideal para esse tipo de operação, pois ele não leva em consideração o rendimento dos materiais em estoque, podendo comprometer a produtividade da mineradora.

7 Considerações finais

O uso das técnicas de Pesquisa Operacional permite a modelagem de diferentes cenários a partir da extração de dados e problemas reais. Esses modelos facilitam significativamente a tomada de decisão por meio de resultados otimizados que possibilitam os gestores avaliarem e testarem uma decisão antes mesmo de implementá-la, reduzindo custos e riscos com testes e alterações físicas no local produtivo.

Os resultados encontrados mostram a deficiência dos modelos de mistura de minérios encontrados na literatura para o gerenciamento de estoques, visto que eles têm uma visão míope do estoque, priorizando apenas a produção de lotes que minimizem os custos, sem considerar a necessidade de poupar material para lotes futuros. Essa perspectiva gera atrasos na produção, afetando a produtividade e eficiência da mineradora.

Conclui-se que os objetivos gerais da pesquisa foram alcançados, visto que foi encontrada uma solução que propõe o aumento da geração de lotes a partir de um modelo de fácil implementação, gerando todas as bateladas de uma só vez e, com o objetivo de minimizar o número de lotes inviáveis.

Ademais, como sugestão de melhoria para trabalhos futuros, sugere-se a aplicação dos modelos em contexto real de uma mineradora, bem como realizar uma análise mais profunda dos benefícios trazidos pelo aumento de rendimento de material em relação aos custos e produtividade. Além disto, também é possível sugerir à organização a implantar a gestão e controle de estoques.

Referências

- ALEXANDRE, R. F. *Modelagem, simulação da operação e otimização multiobjetivo aplicada ao problema de despacho de veículos em minas a céu aberto*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Minas Gerais, 2010.
- ALVES, J. M. d. C. B. Um sistema para o planejamento de produção e vendas de uma empresa mineradora. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral. Departamento de Engenharia de Minas, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto., 2007.
- ANDRADE, A. Q. d. *Sequenciamento e programação de lavra com alocação de equipamentos de carga*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2014.
- BARBOSA, L. W. G.; MAPA, S. M. S. Aplicações da pesquisa operacional no setor de mineração: estudo bibliométrico no período de 2006 a 2016. *Revista Latino-Americana de Inovação e Engenharia de Produção*, v. 5, n. 8, p. 166–186, 2017.
- BAZARAA, M. S.; JARVIS, J. J.; SHERALI, H. D. *Linear programming and network flows*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011.
- BAZERMAN, M. *Processo decisório: para cursos de administração e economia*. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2015. v. 8.
- BELFIORE, P.; FÁVERO, L. P. *Pesquisa Operacional para cursos de Engenharia*. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2013. v. 1.
- BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. Operations management research methodologies using quantitative modeling. *International Journal of Operations & Production Management*, MCB UP Ltd, v. 22, n. 2, p. 241–264, 2002.
- BRONSON, R. *Pesquisa Operacional; São Paulo: Coleção Schaum*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1995.
- CARMO, A.; CARVALHO, C.; CASTRO, L. Otimização do roteiro tecnológico aplicada no refino do fero-gusa. *XV Simpósio Anual da ABM. Belo Horizonte*, 2005.
- CARVALHO, L. J. L. *Otimização de mistura de minérios para a composição de carga na produção de ferro ligas: O caso da Companhia Paulista de Ferro Ligas*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Ouro Preto, 2003.
- CERTO, S. C. Tomada de decisões. *CERTO, Samuel C. Administração moderna*, v. 9, p. 123–145, 2005.
- CHANDA, E.; DAGDELEN, K. Optimal blending of mine production using goal programming and interactive graphics systems. *International Journal of Surface Mining and Reclamation*, Taylor & Francis, v. 9, n. 4, p. 203–208, 1995.
- CHIAVENATO, I. *Introdução à teoria geral da administração*. São Paulo: Ed. [S.l.]: Makron Books, 1997.

- COSTA, F. P. Aplicações de técnicas de otimização a problemas de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto. *Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral Ouro Preto*, 2005.
- EVERETT, J. Iron ore production scheduling to improve product quality. *European journal of operational research*, Elsevier, v. 129, n. 2, p. 355–361, 2001.
- FONSECA, J. G. M.; PEREIRA, M. J. L. d. B. Faces da decisão: as mudanças de paradigmas e o poder da decisão. *São Paulo: Makron*, 1997.
- GERMANI, D. J. A mineração no brasil. *Relatório Final, Brasil*, 2002.
- HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. *Introdução à pesquisa operacional*. [S.l.]: McGraw Hill Brasil, 2013.
- IBRAM. *Relatório Anual de atividades: junho de 2016 a junho de 2017*. [S.l.]: Instituto Brasileiro de Mineração, 2017.
- ICMM, C. I. de Mineração e M. *O setor de mineração no Brasil: fortalecimento institucional para o desenvolvimento sustentvel*. [S.l.]: Instituto Brasileiro de Mineração, 2013.
- KLIPPEL, A. F. O sistema toyota de produção e a indústria de mineração: uma experiência de gestão da produtividade e da qualidade nas minas de fluorita do estado de santa catarina. 1999.
- LACHTERMACHER, G. *Pesquisa operacional na tomada de decisões: modelagem em Excel*. [S.l.]: Elsevier, 2004.
- LAMOSO, L. P. Os territórios da mineração sob a lógica da acumulação financeira no capitalismo contemporâneo. *GEOUSP: Espaço e Tempo (Online)*, v. 21, n. 3, p. 718–736, 2018.
- LOESCH, C.; HEIN, N. *Pesquisa operacional*. [S.l.]: Editora Saraiva, 2017.
- MARINI, O. J. Potencial mineral do brasil. *Recursos Minerais no Brasil*, p. 18, 2016.
- MORABITO, R.; PUREZA, V. Modelagem e simulação. *Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações*, v. 2, p. 169–198, 2012.
- MORAES, E. F.; ALVES, J. M. d. C. B.; SOUZA, M. J. F.; CABRAL, I. E.; MARTINS, A. X. Um modelo de programação matemática para otimizar a composição de lotes de minério de ferro da mina cauê da cvrd. *Rem: Revista Escola de Minas*, SciELO Brasil, v. 59, n. 3, p. 299–306, 2006.
- MORITZ, G. de O.; PEREIRA, M. F. *Processo decisório*. [S.l.]: SEAD/UFSC, 2006. v. 12.
- MUTMANSKY, J. M. Computing and operations research techniques for production scheduling. *Computer methods for the 80's in the mineral industry*, p. 615–625, 1979.
- NETO, H. R. da S. Otimização da blendagem de calcário da votorantim cimentos em xambioá-to.

- PESSOA, L. de P.; ALVES, J. M. d. C. B. Sistema de otimização do balanço de massas para alimentação de alto-fornos: um estudo de caso. *REVISTA PRODUÇÃO E ENGENHARIA*, v. 4, n. 1, p. 355–364, 2016.
- PINTO, L. R.; MERSCHMANN, L. H. d. C. Planejamento operacional da lavra de mina usando modelos matemáticos. *Rem: Revista Escola de Minas, SciELO Brasil*, v. 54, n. 3, p. 211–214, 2001.
- RODRIGUES, L. F. Análise comparativa de metodologias utilizadas no despacho de caminhões em minas a céu aberto. UFMG, 2006.
- SHAMBLIN, J. Stevens jr. *Pesquisa Operacional: Uma abordagem básica*, v. 3, 1989.
- SILVA, G. L. R. d. Otimização da mistura de carvões na produção de coque metalúrgico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Materiais. Rede Temática em Engenharia de Materiais, Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação, Universidade Federal de Ouro Preto., 2011.
- SOUZA, M. J. F.; MARTINS, A. X.; COSTA, T. A.; GUIMARÃES, F. A. C.; ALVES, J. M. d. C. B.; TOFFOLO, T. A. M. *Manual do LINGO com exercícios resolvidos de Programação Matemática*. 2017.
- TOFFOLO, T. A. M. Otimização do fluxo de produtos de uma empresa mineradora. UFMG, 2009.
- TRINER, G. D. *Mining and the state in Brazilian development*. [S.l.]: Routledge, 2015.
- WHITE, J.; OLSON, J. Computer-based dispatching in mines with concurrent operating objectives. *Min. Eng.(Littleton, Colo.)(United States)*, Modular Mining Systems Inc., Tucson, AZ, v. 38, n. 11, 1986.
- WHITE, J. W.; ARNOLD, M.; CLEVINGER, J. Automated open-pit truck dispatching at tyrone. *EE&MJ-Engineering and Mining Journal*, Maclean Hunter Publishing Corp 29 North Wacker Drive, Chicago, IL 60606, v. 183, n. 6, p. 76–84, 1982.
- WILKE, F.; REIMER, T. Optimizing the short term production schedule for an open pit iron ore mining operation. *15th Internat. Appl. Comput. Oper. Res. in Mineral Indust.(APCOM) Sympos. Proc*, p. 425–433, 1977.

Apêndices

APÊNDICE A – Modelo Base LINGO

```

Model:
Title Modelo Base;
sets:
    minerios /@ole('Instancias.xlsx','minerios')/: x, custo, quantmin, quantmax;
    elementos /@ole('Instancias.xlsx','elementos')/::;
    mistura /@ole('Instancias.xlsx','mistura')/: min_mistura, max_mistura;
    matriz (minerios,elementos): a;
endsets

data:
    custo = @ole('Instancias.xlsx','custo');
    min_mistura = @ole('Instancias.xlsx','min_mistura');
    max_mistura = @ole('Instancias.xlsx','max_mistura');
    a = @ole('Instancias.xlsx','analises');
    quantmin = @ole('Instancias.xlsx','quant_min');
    quant_max = @ole('Instancias.xlsx','quant_max');
    tamanho_bach = 1000;
enddata

[fo] min = @sum(minerios(i): custo(i)*x(i));

@for(minerios(i): x(i) >= quant_min(i));
@for(minerios(i): x(i) <= quant_max(i));
@sum(minerios(i): x(i)) = tamanho_bach;
@for(elementos(j): @sum(minerios(i): a(i,j)*x(i)) >= min_mistura(j)*tamanho_bach);
@for(elementos(j): @sum(minerios(i): a(i,j)*x(i)) <= max_mistura(j)*tamanho_bach);

data:
    @ole('Instancias.xlsx','solucao','fo') = x,fo;
enddata
end

```

APÊNDICE B – Modelo 1 LINGO

```

Model:
Title Modelo 1;

sets:
    minerios /@ole('Instancias.xlsx','minerios')/: x, custo, quant_min, quant_max,
sobra;
    elementos /@ole('Instancias.xlsx','elementos')/::
    mistura /@ole('Instancias.xlsx','mistura')/: min_mistura, max_mistura;
    matriz (minerios,elementos): a;
endsets

data:
    custo = @ole('Instancias.xlsx','custo');
    min_mistura = @ole('Instancias.xlsx','min_mistura');
    max_mistura = @ole('Instancias.xlsx','max_mistura');
    a = @ole('Instancias.xlsx','analises');
    quantmin = @ole('Instancias.xlsx','quant_min');
    quantmax = @ole('Instancias.xlsx','quant_max');
    tamanho_bach = 1000;
enddata

[fo] max = menorsobra;

@for(minerios(i): sobra(i) = quant_max(i) - x(i));
@for(minerios(i): menor_sobra <= sobra(i));
@for(minerios(i): x(i) >= quantmin(i));
@for(minerios(i): x(i) <= quantmax(i));
@sum(minerios(i): x(i)) = tamanhobach;
@for(elementos(j): @sum(minerios(j): a(i,j)*x(i)) >= min_mistura(j)*tamanho_bach);
@for(elementos(j): @sum(minerios(j): a(i,j)*x(i)) <= max_mistura(j)*tamanho_bach);

data:
    @ole('Instancias.xlsx','solucao','fo','sobra') = x,fo, sobra;
enddata

end

```

APÊNDICE C – Modelo 2 LINGO

```

Model:
Title Modelo 2;

sets:
  lotes /@ole('Instancias.xlsx','lotes')/: y, beta;
  minerios /@ole('Instancias.xlsx','minerios')/: custo, quant_min, quant_max;
  elementos /@ole('Instancias.xlsx','elementos')/::;
  mistura /@ole('Instancias.xlsx','mistura')/: min_mistura, max_mistura;
  matriz (minerios,elementos): a;
  matrizML(minerios, lotes): x;
endsets

data:
  beta = @ole('Instancias.xlsx','beta');
  custo = @ole('Instancias.xlsx','custo');
  min_mistura = @ole('Instancias.xlsx','min_mistura');
  max_mistura = @ole('Instancias.xlsx','max_mistura');
  a = @ole('Instancias.xlsx','analises');
  quant_min = @ole('Instancias.xlsx','quant_min');
  quant_max = @ole('Instancias.xlsx','quant_max');
  tamanho_bach = 1000;
enddata

[fo] min = @sum(lotes(k): beta(k)*y(k));

@for(minerios(i): x(i)>= quant_min(i));
@for(minerios(i): @sum(lotes(k): x(i, k)) <= quant_max(i));
@for(lotes(k): @sum(minerios(i): x(i, k)) = tamanho_bach);
@for(lotes(k):
  @for(elementos(j): @sum(minerios(i): a(i,j)*x(i, k)) >= (min_mistura(j)*tamanho_bach)*
(1 - y(k))));
@for(lotes(k):
  @for(elementos(j): @sum(minerios(i): a(i,j)*x(i, k)) <= (max_mistura(j)*tamanho_bach)
+ 1000*y(k));
@for(lotes(k): @bin(y(k)));

end

```

APÊNDICE D – Instâncias

A Instância 1 foi apresentada no Capítulo 5. As outras 4 instâncias foram baseadas nela. A Instância 2 apresentou um aumento na composição dos 3 elementos em cada um dos minérios, conforme a Tabela 6.

Tabela 6 – Instâncias de Quantidade e Custo - Instância 2

Quantidade Minerio	Custo (R\$/Kg)	Minerios	Composição (%)		
			Mn	Fe	P
1000,00	0,10	Monte Negro	31,9	5,1	0,1
4500,00	0,27	Hematita	0,0	66,1	0,1
500,00	0,06	Pelota de Mn	36,1	19,8	0,2
5000,00	0,16	Cobra	38,7	15,1	0,1
1500,00	0,14	Carajas MG - 73	49,81	5,02	0,15
5000,00	0,17	Urucum	47,67	9,65	0,14
1000,00	0,01	São Desiderio	30,55	8,91	0,01
2000,00	0,13	Sinter Carajás	47,0	7,9	0,1
500,00	0,07	Sil. Carb. Bitolado	30,50	3,40	0,10
500,00	0,02	Esc. Fe Mn AC R1 R2/R3	31,50	1,01	0,04

Fonte: Autor (2018)

Já na Instância 3, apresentada na Tabela 7, a composição dos elementos em cada minério foi reduzida.

A Tabela 8 representa a Instância 4, a qual resulta em uma redução de 200 Kg na quantidade de cada minério, mantendo a composição dos elementos da Instância 1.

A Instância 5, mostrada na Tabela 9, foi para testar até qual tamanho de problema o Modelo 2 resolve. Sendo assim, aumentou-se 200 Kg na quantidade de cada minério.

Tabela 7 – Instâncias de Quantidade e Custo - Instância 3

Quantidade Minerio	Custo (R\$/Kg)	Minerios	Composição (%)		
			Mn	Fe	P
1000,00	0,10	Monte Negro	29,7	4,0	0,1
4500,00	0,27	Hematita	0,0	64,4	0,2
500,00	0,06	Pelota de Mn	34,8	18,8	0,1
5000,00	0,16	Cobra	37,6	14,1	0,0
1500,00	0,14	Carajas MG - 73	48,91	4,00	0,10
5000,00	0,17	Urucum	45,17	10,51	0,11
1000,00	0,01	São Desiderio	30,21	8,20	0,01
2000,00	0,13	Sinter Carajás	45,50	6,90	0,10
500,00	0,07	Sil. Carb. Bitolado	30,50	3,40	0,09
500,00	0,02	Esc. Fe Mn AC R1 R2/R3	27,13	0,57	0,02

Fonte: Autor (2018)

Tabela 8 – Instâncias de Quantidade e Custo - Instância 4

Quantidade Minerio	Custo (R\$/Kg)	Minerios	Composição (%)		
			Mn	Fe	P
800	0,10	Monte Negro	31,00	4,80	0,08
4300	0,27	Hematita	0,00	65,90	0,06
300	0,06	Pelota de Mn	35,40	19,20	0,06
4800	0,16	Cobra	38,21	14,40	0,02
1300	0,14	Carajas MG - 73	49,25	4,17	0,12
4800	0,17	Urucum	45,25	10,98	0,15
800	0,01	São Desiderio	30,29	8,80	0,02
1800	0,13	Sinter Carajás	46,40	7,30	0,12
300	0,07	Sil. Carb. Bitolado	30,70	3,30	0,12
300	0,02	Esc. Fe Mn AC R1 R2/R3	31,00	1,03	0,02

Fonte: Autor (2018)

Tabela 9 – Instâncias de Quantidade e Custo - Instância 5

Quantidade Minerio	Custo (R\$/Kg)	Minerios	Composição (%)		
			Mn	Fe	P
1200	0,10	Monte Negro	31,00	4,80	0,08
4700	0,27	Hematita	0,00	65,90	0,06
700	0,06	Pelota de Mn	35,40	19,20	0,06
5200	0,16	Cobra	38,21	14,40	0,02
1700	0,14	Carajas MG - 73	49,25	4,17	0,12
5200	0,17	Urucum	45,25	10,98	0,15
1200	0,01	São Desiderio	30,29	8,80	0,02
2200	0,13	Sinter Carajás	46,40	7,30	0,12
700	0,07	Sil. Carb. Bitolado	30,70	3,30	0,12
700	0,02	Esc. Fe Mn AC R1 R2/R3	31,00	1,03	0,02

Fonte: Autor (2018)