



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO –  
UFOP  
ESCOLA DE MINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE  
MINAS



**LUCAS FERNANDES MARTINS**

**DETERMINAÇÃO MINERAL A PARTIR DE ESTATÍSTICA  
APLICADA A CONTAGEM DE PONTOS**

OURO PRETO – MG  
2019

**LUCAS FERNANDES MARTINS**

**DETERMINAÇÃO MINERAL A PARTIR DE ESTATÍSTICA  
APLICADA A CONTAGEM DE PONTOS**

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito para a obtenção do título de Engenheiro de Minas.

Área de concentração: Engenharia

Orientador: Dr. Leonardo M. Graça  
Universidade Federal de Ouro  
Preto.

Coorientador: Caio César Silveira

Ouro Preto – MG  
2019

M386d Martins, Lucas Fernandes.  
Determinação mineral a partir de estatística aplicada a contagem de pontos  
[manuscrito] / Lucas Fernandes Martins. - 2019.

67f.: il.: color; tabs.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Martins Graça.  
Coorientador: Prof. Dr. Caio Silveira.

Monografia (Graduação). Universidade Federal de Ouro Preto. Escola  
de Minas. Departamento de Engenharia de Minas.

1. Estatística - Contagem de pontos. 2. Determinação mineralógica.  
3. Minérios de ferro. I. Graça, Leonardo Martins. II. Silveira, Caio. III.  
Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU: 622.341

Catálogo: [ficha.sisbin@ufop.edu.br](mailto:ficha.sisbin@ufop.edu.br)



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO  
Universidade Federal de Ouro Preto  
Escola de Minas - Departamento de Engenharia de Minas

## ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

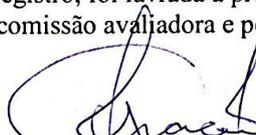
Aos 27 dias do mês de junho de 2019, às 09h00min, na sala 13 do Departamento de Engenharia Geológica da Escola de Minas - DEGEO/EM, foi realizada a defesa do Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia de Minas requisito da disciplina MIN-491 – Trabalho de Conclusão de Curso II, intitulado **“DETERMINAÇÃO MINERAL A PARTIR DE ESTATÍSTICA APLICADA À CONTAGEM DE PONTOS”**, pelo aluno **Lucas Fernandes Martins**, sendo a comissão avaliadora formada por **Prof. Dr. Leonardo Martins Graça (orientador)**, **Prof. Dr. Ricardo Augusto Scholz Cipriano** e **Prof. Dr. Gilberto Alvares da Silva**.

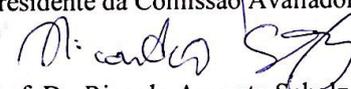
Após arguição sobre o trabalho, a comissão avaliadora deliberou por unanimidade pela ~~APROVAÇÃO~~... do candidato, com a nota ~~10~~... concedendo-lhe o prazo de 15 dias para incorporar no texto final da monografia as alterações determinadas/sugeridas pela banca.

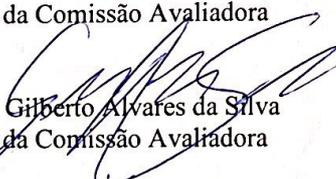
O aluno fará jus aos créditos e conceito de aprovação na disciplina MIN-491 – Trabalho de Conclusão de Curso II após o depósito, no site do Repositório UFOP, da versão final da monografia defendida, conforme modelo do CEMIN-2009, no Colegiado do Curso de Engenharia de Minas – CEMIN.

Para fins de registro, foi lavrada a presente ata que, depois de lida e aprovada é assinada pelos membros da comissão avaliadora e pelo discente.

Ouro Preto, 27 de junho de 2019.

  
Prof. Dr. Leonardo Martins Graça  
Presidente da Comissão Avaliadora e Orientador

  
Prof. Dr. Ricardo Augusto Scholz Cipriano  
Membro da Comissão Avaliadora

  
Prof. Dr. Gilberto Alvares da Silva  
Membro da Comissão Avaliadora

  
Lucas Fernandes Martins

  
Prof. M.Sc. José Fernando Miranda  
Professor responsável pela Disciplina Min 491 – Trabalho de Conclusão de Curso

## RESUMO

O procedimento para análise mineralógica por contagens de pontos é, em sua essência, estatístico. No entanto, é comum encontrar inconsonância quanto à grandeza amostral a ser utilizada. Este trabalho propõe uma metodologia para determinar a quantidade de grãos equidimensionais a serem contados para garantir aos resultados uma margem de erro e de um intervalo de confiança preestabelecidos. Para tal, realizou uma análise modal em uma amostra de minério de ferro com ênfase ao cálculo da quantidade mínima de grãos equidimensionais a serem contados para que as estimativas das proporções populacionais estejam dentro de uma margem de erro de 2 % e uma confiabilidade de 95 %. Os cálculos determinaram o mínimo de 1697 grãos equidimensionais como sendo o número mínimo de grãos a serem considerados para contagem. Devido à proporcionalidade do número de grãos a serem contados e a proporção populacional dos constituintes da amostra, este tamanho mínimo de amostra é específico para a amostra de minério de ferro considerada. Para outra amostra qualquer, este trabalho propõe uma contagem de 2.401 grãos equidimensionais, uma vez que, este tamanho de amostragem garante para qualquer proporção populacional de constituintes a margem de erro máximo de 2 % dado um intervalo de confiança de 95 %.

Palavras-chave: Estatística. Determinação mineral. Contagem de pontos. Minério de ferro.

## **ABSTRACT**

The procedure for a point-counting mineralogical analysis is, in essence, modal statistics. In spite of that, it is common to notice a dissonance on the size of sample to be used. This work proposes a methodology to determine the amount of same sized grains to be counted so that an established margin of error and a confidence interval are guaranteed on the results. To do that, a modal analysis was performed in an iron ore material emphasizing the minimum sample size calculation so that the estimation on population proportions is guaranteed by a 2 % margin of error and a 95 % confidence interval. This work found that for the analysed material a number of 1.697 grains has to be considered. This number is specific to the components proportions of the iron ore sample used. For a different material this work suggests a sample size of 2.401 points, this is the maximum number of same sized grains to be counted so that the statistic power established: 2% margin of error and a 95% confidence interval is guaranteed for any population proportions.

Key-words: Statistics. Mineralogical analysis. Point-Counting. Iron ore.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Distribuição padrão e teorema do limite central. Modificado de Larson et al. 2008. .....	15
Figura 2 - Exemplo de imagem obtida por microscopia óptica onde: Hematita granular (Gr), Hematita tabular (Tb), Hematita martítica microporosa (HM1), Hematita martítica macropora (HM2), Hematita martítica com relícto de magnetita (HM3) e Goethita (Gt).....	20

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Resultados obtidos na primeira contagem de 1.579 grãos.....	22
Tabela 2 - Cálculo de $p'(1)$ e do número de contagens necessárias (N2).....	23
Tabela 3 - Resultados da segunda contagem realizada de 1.677 grãos. ....	23
Tabela 4 - Resultados do cálculo do erro da contagem de 1.677 grãos e da estimativa do novo número de grãos necessários.....	23
Tabela 5 - Resultados da terceira contagem realizada de 1.719 grãos.....	24
Tabela 6 - Resultados do cálculo do erro da contagem de 1.719 grãos e da estimativa do novo número de grãos necessários.....	24
Tabela 7 - Resultados do cálculo de erro para contagem de 1.847 grãos. ....	25
Tabela 8 - Estimativa prévia do número de contagens alternando intervalo de confiança e erro máximo. ....	25

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

Gt – Goethita.

Gr – Hematita granular.

HM1 – Hematita martítica microporosa.

HM2 – Hematita martítica macroporosa.

HM3 – Hematita martítica com relicto de magnetita.

Tb – Hematita Tabular

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução .....</b>	<b>10</b>
1.1	Objetivos .....	12
1.2	Justificativa.....	12
<b>2</b>	<b>Revisão Bibliográfica.....</b>	<b>12</b>
2.1	Caracterização mineralógica de minérios .....	12
2.2	O método de contagem de pontos .....	13
2.3	Distribuição binomial e a análise modal .....	14
<b>3</b>	<b>Materiais e métodos.....</b>	<b>16</b>
3.1	Determinação de número de contagens.....	16
3.2	Contagem .....	19
<b>4</b>	<b>Resultados.....</b>	<b>21</b>
<b>5</b>	<b>Considerações Finais .....</b>	<b>27</b>
<b>6</b>	<b>Referencias bibliográficas .....</b>	<b>28</b>
	<b>APÊNDICE A - Imagens obtidas através do microscópio óptico e tratadas no Adobe Photoshop Creative Cloud. ....</b>	<b>30</b>
	<b>ANEXO I - Tabela de áreas unicaudais da distribuição normal.....</b>	<b>67</b>

## 1 Introdução

A caracterização mineralógica é uma etapa de grande importância para as atividades industriais na mineração. As diferentes características e propriedades são intrínsecas a cada minério e a variação dos tipos morfológicos implica em uma necessidade de caracterização individualizada a cada minério. Dados obtidos de técnicas qualitativas, quantitativas e semi quantitativas de caracterização tecnológica do minério auxiliam na previsibilidade industrial e tornam possíveis tomadas de decisões que impactam diretamente na eficiência e resultados dos processos de beneficiamento mineral (Dwarapudi *et al* ; 2008, Graça. 2015).

Na indústria siderúrgica a produção se dá a partir do processamento de concentrados de minério de ferro. Comercialmente são denominados de *granulado*, *sinter feed* e *pellet feed*, os quais se diferenciam de acordo com a sua faixa granulométrica. A composição mineralógica desses concentrados é predominantemente hematita, magnetita, goethita e quartzo. No entanto, apresentam variações dos tipos morfológicos que impactam diretamente nos processos unitários da indústria mineral. O conteúdo mineral bem como seus respectivos tipos morfológicos leva a procura da indústria mineral pelo aprimoramento das técnicas para determinação das variáveis com maior acurácia e rapidez. (Baker *et al.* 1973; Takehara 2004; Graça *et al.*. 2009).

Dentro das técnicas comumente utilizadas para uma análise quantitativa da composição mineralógica ou de suas variáveis mineralógicas, se destaca a técnica de contagem de pontos por microscópio óptico. Como descreve Glangolev (1934), se trata de uma análise estatística modal, que envolve a contagem de um grande número de grãos equidimensionais de uma amostra, a partir dos quais, agregam-se as informações mineralógicas pontuais para se estimar estatisticamente as características globais. Ou seja, a partir de um microscópio óptico com uso da luz refletida, procura-se estimar a percentagem em massa de cada constituinte observando uma prévia estimativa de volume. O volume é relacionado à área ocupada pela variável mineral exposta em uma seção plana e polida preparada para o ensaio. Deve-se realizar a priori uma separação granulométrica uma vez que as áreas de cada grão do mineral de interesse são estimadas separadamente em diferentes faixas granulométricas com intuito de uniformidade nos volumes destes grãos. Desta forma, a análise é realizada em grãos prioritariamente equidimensionais. Ao final, compõe-se a assembleia completa (ou variáveis mineralógicas) das faixas analisadas a partir de uma ponderação com as respectivas massas das faixas granulométricas. O objetivo de tal análise é

de determinar os constituintes minerais ou características minerais na amostra. (Miller 1939; Graça *et al.* 2015).

A precisão e confiabilidade destes procedimentos são essenciais para garantia de reprodução destas análises e o aproveitamento futuro dos dados em projetos e melhorias. No entanto, existe grande inconsonância quando se trata de determinar a quantidade de grãos equidimensionais a serem contados para obter um resultado estatisticamente satisfatório e correto. Dito isso, pouco se observa na literatura a respeito de um embasamento estatístico nos trabalhos relacionados a análise mineralógica utilizando o método de contagem de pontos.

A estatística é uma ferramenta importante nos diversos campos do conhecimento e é uma ferramenta importante para garantia de uma representatividade amostral e reprodutibilidade de um resultado. Ao executar a metodologia de análise mineralógica por contagem de pontos é evidente que o número de contagens deve ser definido através de ferramentas estatísticas que garantam um intervalo de confiança e uma margem de erro dos resultados encontrados (Ignácio 2010).

Para tal análise modal, o número de pontos a ser contado está ligado na teoria de probabilidade e estatística ao campo da distribuição binomial. Esta distribuição descreve a probabilidade discreta de um número de sucesso (K) a partir de um número de observações (N). Na análise modal por contagem de pontos, o número de sucessos é o número de grãos correspondente à fase mineralógica de interesse e o número de observações é o número de grãos equidimensionais totais contados. A partir desta analogia é possível definir estatisticamente o número de observações a serem realizadas para que a proporção de sucessos amostrais ( $p'$ ), dada pela equação 1, estime dentro de um intervalo de confiança predeterminado, a proporção real desta fase mineralógica (Chayez 1956).

$$p' = K/N. \quad (1)$$

Existem três principais erros associados à análises por contagem de pontos, erro de contagem, erro de amostragem e erro do operador. O primeiro tipo de erro é o objetivo de estudo deste trabalho, está relacionado ao fato de que as análises são feitas em amostras finitas de um universo infinito e as proporções encontradas em cada amostra são apenas estimativas dos valores reais das proporções mineralógicas reais. Assim como o primeiro, o erro de amostragem também está relacionado com a amostra, porém está diretamente relacionado com a preparação desta amostra. Já o terceiro tipo, é o erro relacionado à

experiência e desempenho do operador, uma vez que este está associado á identificação incorreta ou contagem equivocada dos pontos. (Nelson *et al.* 1927; Demirmen 1971).

## **1.1 Objetivos**

O primeiro objetivo deste trabalho refere-se à descrição dos procedimentos e cálculos a serem realizados precedentes á análise modal mineralógica por contagem de pontos. O segundo objetivo trata-se da realização da análise mineralógica por contagem de pontos em uma amostra de minério de ferro a fim de determinar o número de contagens necessárias para a garantia de um resultado com um intervalo de confiança de 95 % e uma margem de erro máximo de 2 % seguindo-se uma análise de distribuição binomial.

Para atingir os objetivos principais, dois objetivos específicos tornam-se necessários. O primeiro refere-se à obtenção das imagens ao microscópio óptico para tratamento e registro das contagens, de forma a tornar possível a sua conferência por outro analista. E em seguida, a execução dos procedimentos de contagem das variáveis minerais predeterminadas. O segundo objetivo se refere ao do cálculo preliminar do número de pontos a ser contado dado diferentes intervalos de confiança e margens de erro.

## **1.2 Justificativa**

Na análise mineralógica por contagem de pontos em microscópio óptico, o número de pontos considerados afeta tanto no intervalo de confiança quanto na margem de erro do resultado. Por isso, torna-se muito importante a determinação de um número de pontos que garanta um resultado com a acurácia e confiabilidade estatísticas desejadas.

## **2 Revisão Bibliográfica**

### **2.1 Caracterização mineralógica de minérios**

O conhecimento de informações intrínsecas dos minérios é condição fundamental para o sucesso dos projetos de beneficiamento. O conhecimento de informações como distribuição granulométrica, densidade relativa, conteúdo químico, grau de liberação e classificação da composição mineralógica é imprescindível para a otimização do aproveitamento mineral na indústria (Berubé *et al.* 1984; Graça *et al.* 2015).

Nesse sentido, a quantificação de minerais e fases mineralógicas permite identificar e determinar proporções minerais presentes na composição de amostras diversas de minérios. Dentre as várias técnicas existentes, destacam-se a difração de raios X, microscopia óptica e microscopia eletrônica de varredura. (Silveira 2018)

## **2.2 O método de contagem de pontos**

Estimativas de composição modal é uma informação de enorme importância para mineralogistas e geólogos. O método vem se desenvolvendo desde o trabalho de Delesse (1848), no qual, o autor considera possível estimar o volume total de cada tipo mineralógico presente *in situ* a partir da soma das áreas dos grãos expostas de uma amostra em uma superfície plana. Rosiwal (1898), por sua vez, deu continuidade a este trabalho e considerou um fator de correção para a ponderação das áreas. Para essa correção, traçam-se retângulos idênticos sobre uma placa transparente apoiada por cima da superfície analisada, somente as interseções dos vértices da malha retangular com os grãos minerais observados eram consideradas para a soma e o comprimento das arestas de cada retângulo era levado em conta para a uniformização da área dos grãos. E, posteriormente, o peso específico dos minerais é relacionado com a soma das áreas, tornando-se possível por meio destes cálculos a estimativa da proporção em massa de cada constituinte mineral.

Grande avanço para o método surgiu com utilização do advento do microscópio óptico para a contagem de grãos. Murdock (1916) descreveu o procedimento para esta contagem e a preparação de superfícies planas para este tipo de análise. Esta preparação de amostras trás a utilização de um material recipiente macio no qual, são embutidos os grãos e uma superfície plana é moldada e polida. A meticulosidade na preparação das amostras continua até os trabalhos recentes, e foi de vital importância para o desenvolvimento do material de embutimento utilizando uma resina a base de fenol desenvolvida por Head (1921).

Posteriormente, Miller (1939) propõe um procedimento detalhado para o método de contagem de pontos. Sua metodologia descreve tanto a obtenção das massas de minério a serem analisadas, quanto à determinação do volume relativo dos grãos e conclui o seu trabalho realizando a análise estatística das estimativas. A proporção verdadeira dos constituintes das amostras é determinada por análise química e considera-se esta, como a verdadeira, para comparação dos resultados e cálculo do erro experimental. Em seu procedimento de contagem, desconsideram-se os grãos que não estão inteiramente presentes no campo visão. A inferência do volume dos grãos é feita assumindo que os grãos são

esféricos e calculando seu volume através do raio destes. A análise dos resultados é realizada comparando-se os valores obtidos experimentalmente com os resultados obtidos da análise química e o erro considerado é a diferença entre estes. Em seu trabalho foram contados 2200 grãos por pastilha, porém não foi justificada a escolha deste valor (Baylyl, 1960).

Atualmente esse procedimento referente à contagem de pontos representados por grãos equidimensionais é realizado manualmente. Com intuito de aumentar a eficiência e diminuir o tempo gasto realizando o procedimento diversas aplicações como o uso de softwares para contagem vêm sendo estudadas.

### **2.3 Distribuição binomial e a análise modal**

Dentro do campo de caracterização mineralógica a técnica de contagem de pontos é um procedimento de análise modal simples, porém bastante aceito e difundido. Diversos autores discutem os erros associados a este método, Dreminem (1971) discute erros associados na contagem destes pontos, e Neilson & Brockman (1977) discutem erros associados á técnicas de amostragem.

Mesmo com divergências sobre o melhor procedimento de amostragem e contagem, é possível observar que os ambos concordam que para amostras de minerais de grãos finos e uniformes como o caso do *pellet feed*, a distribuição modal normal é o método de amostragem mais indicado. Assim, para este trabalho utilizaremos a amostragem pelo método de testes de Bernoulli simples como descrito por Dreminem (1971) onde cada contagem é um evento independente da anterior e cada evento terá como resultado, sucesso ou fracasso, podendo-se aplicar os conceitos da teoria de estatística e probabilidade. Os resultados destes eventos são descritos por uma distribuição binomial, onde a variável de interesse é o número de sucessos (K) em (N) tentativas.

O poder estatístico está diretamente relacionado com a determinação do intervalo de confiança e da margem de erro a serem aceitos para o resultado. Estes conceitos básicos estatísticos estão relacionados com o teorema do limite central (Larson *et al.* 2008). Este é um teorema fundamental de probabilidade e estatísticas que relaciona a média amostral com a média populacional. Postulando que, quando se tem uma amostra suficientemente grande, a distribuição das médias amostrais é uma distribuição aproximadamente normal. Portanto, pode-se criar um intervalo de confiança (c) confinado nos limites da margem de erro da média amostral ( $Z_c$ ), no qual estará contido o parâmetro populacional real (P) como ilustrado pela Figura 1 (Larson *et al.* 2008).

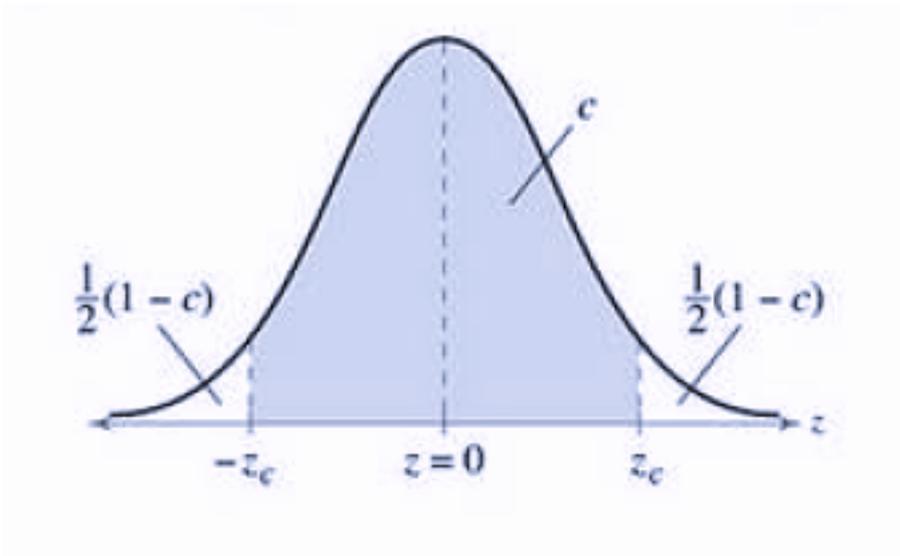


Figura 1 - Distribuição padrão e teorema do limite central. Modificado de Larson *et al.* 2008.

### 3 Materiais e métodos

Para o desenvolvimento deste trabalho a preparação dos materiais começou com a coleta de uma amostra de *pellet feed* de minério de ferro concentrado por flotação. Nesta amostra foi feita uniformização da granulometria utilizando uma série de peneiras para seleção da faixa granulométrica menor do que 0,106 mm e maior do que 0,045 mm. A amostra é derivada da mina de Alegria, que está situada na borda leste do Quadrilátero Ferrífero. Os tipos morfológicos, incluídos nas fases minerais hematita, magnetita, e goethita, a serem determinados na amostra como Hematita granular (Gr), Hematita tabular (Tb), Goethita (Gt), Hematita martítica microporosa(HM1), Hematita martítica macroporosa(HM2) e Hematita martítica com relicto de magnetita (HM3). Sendo o resultado das proporções destes tipos mineralógicos objetivo da análise modal por contagem de pontos.

Posteriormente à seleção granulométrica destes grãos, uma alíquota desta amostra foi embutida em uma pastilha de resina. Em seguida, submeteu-se a pastilha um processo de desgaste com abrasivos 300#, 500# e 3000# para obtenção de uma superfície plana. A superfície foi polida em pasta de alumina com granulometria de 0,3  $\mu\text{m}$ . Esta preparação é imprescindível na obtenção de imagens nítidas para que seja mais bem evidenciada, a porosidade na hematita.

Utilizando um microscópio óptico modelo Leitz Laborlux 12 POL S acoplado com câmera Sony DFW-SX910 foram colhidas 35 imagens da pastilha com magnificação de 200 vezes. Estas imagens serão utilizadas para a individualização e contagem dos grãos. O advento do uso das imagens permite a diminuição do erro relacionado à experiência e julgamento de operador, posto que estas imagens possam ser analisadas e conferidas por outros operadores.

#### 3.1 Determinação de número de contagens

Para a determinação do número de contagens a serem feitas, é preciso atentar-se à base estatística utilizada no experimento. Por conta disto, o presente trabalho trata do desenvolvimento de uma técnica, na qual, se assume a distribuição binomial na descrição dos resultados de contagem. É aceito, portanto, que o melhor estimador (E) para a proporção real (P) dos constituintes é a proporção amostral ( $p'$ ) obtida a partir da contagem de uma quantidade de pontos individuais (N) dos quais se observa a quantidade de pontos do constituinte em análise (K), como exposto na equação 2:

$$E(P) = p' = K/N. \quad (2)$$

A metodologia da contagem de pontos pode ser entendida estatisticamente como uma sequencia de testes independentes em um determinado número de grãos a serem analisados. Deste modo, os resultados pontuais esperados são discretos e podem ser sucesso ou insucesso. Para a análise mineralógica, estes resultados pontuais descrevem a natureza individual do grão analisado, se este é ou não, parte do tipo mineralógico à qual se deseja quantificar. Assim a proporção amostral ( $p'$ ) observada é a fração de sucessos (K) em um número de observações ou contagens (N). Para o estudo de estatística, a distribuição binomial é utilizada para a descrição da variável aleatória (K), ou seja, a quantidade de resultados positivos dessa sequencia de eventos ou contagens realizadas.

Como o objetivo da análise mineralógica é a proporção dos seus constituintes pode-se pensar no experimento de contagem de maneira alegórica como uma caixa contendo bolas verdes e vermelhas, onde a quantidade de bolas verdes seria o objetivo da contagem, logo se observa que esta pode ser feita contando as bolas verdes ou contando as bolas vermelhas e subtraindo o resultado total de bolas.

Para a inferência da qualidade da estimativa da proporção real através da proporção amostral, será utilizado do teorema do limite central na distribuição padrão de probabilidades para possibilitar a determinação um intervalo de confiança e uma margem de erro do resultado experimental.

Partindo do teorema do limite central, através de inferência estatística, pode-se calcular a probabilidade de um parâmetro ocorrer dado uma margem de erro para este valor, ou seja, calcular a probabilidade de a proporção amostral estimar corretamente a proporção real através da média amostral e do desvio padrão amostral. Conforme pode ser observado na Figura 1, para um intervalo amostral no qual,  $z=0$  é a nossa média amostral da variável aleatória ( $p'$ ), tem-se a área sombreada como o intervalo de confiança(c), no qual, dado o erro proporcional a  $Z_c$ , a probabilidade de a proporção real estar contida é igual a c.

Para cumprir objetivo do presente trabalho e determinar o número de pontos que nos garantem poder estatístico, é preciso realizar uma aproximação reversa á problematização. Ou seja, será definido e fixado primeiramente um intervalo de confiança (c) e um erro (E) máximo a ser a ser aceito. Assim, dentro da margem de erro da proporção amostral, há uma probabilidade (c) de este intervalo englobar a proporção real (P). O erro neste caso para a distribuição binomial considerando proporção populacional é descrito na equação 3. Onde  $Z_C$  é o ponto, rebatido na abscissa da curva normal parametrizada em  $\mu=0$ , onde está o limite do

intervalo de confiança (c) determinado. Ainda na equação 3,  $q'$  é a probabilidade do fracasso, complementar á  $p'$  probabilidade de sucesso. Por exemplo, definido o intervalo de confiança de 95 %, é possível dizer que em 95 % dos casos o valor estimado para P estará representado na margem de erro determinada.

$$E = Zc \sqrt{\frac{p'q'}{N}} \quad (3)$$

É conhecido e possível de se observar através da equação 3 que em uma distribuição binomial o desvio padrão e a variância são inversamente proporcionais ao número de amostras observadas. Assim, o número de observações é diretamente relacionado com a precisão do experimento. Sendo assim, é possível perceber que predefinido o intervalo de confiança e a margem de erro, o número de contagens (N) depende de apenas de da proporção amostral ( $p'$ ), que é o resultado da nossa contagem. É preciso observar ainda que o número n de contagens tem um valor máximo onde a proporção amostral é 0,5. Isso é explicado de maneira simplista através da metáfora da caixa com as bolas, como a contagem dos fracassos é complementar á contagem dos sucessos, o maior número de contagens tanto de fracassos como de sucessos se dá quando estes são iguais á metade do número de bolas.

Após assumir um intervalo de confiança satisfatório e o erro máximo, vê-se uma necessidade de assumir-se também um valor arbitrário para  $p'$  em uma estimativa preliminar de n. Partindo-se do pressuposto de que não há conhecimento prévio das proporções dos constituintes da amostra, pode-se assumir uma estimativa inicial coincidente no ponto máximo da variância onde o  $p'$  inicial será 0,5 e o número contagens será o maior necessário para garantia dos parâmetros estatísticos fixados no início do procedimento. Porém, é possível reduzir o número de contagens necessárias utilizando de um conhecimento preliminar da amostra ou de um valor arbitrário mais próximo ao  $p'$  a ser observado.

Definido o valor arbitrário inicial para  $p'$  encontra-se o número inicial de contagens a ser realizados ( $N_1$ ) por meio da equação 4.

$$N = p'q' \left(\frac{Zc}{E}\right)^2 \quad (4)$$

Após realizar  $N_1$  contagens, um novo valor da proporção amostral ( $p'$ ) é calculado e este valor deve ser utilizado para a averiguação do erro desta primeira estimativa utilizando a equação 3. Uma vez que o erro calculado seja menor do que o erro previamente estipulado é

possível concluir que o número de contagens foi suficiente para garantia estatística do resultado com um intervalo de confiança (c) e a margem de erro deste resultado pode ser representada assim como a equação 5.

$$p' - E < p' < p' + E \quad (5)$$

Por outro lado, se o erro calculado for maior do que o erro máximo estipulado deve-se realizar uma reiteração do procedimento utilizando o valor novo de  $p'$  obtido e calcular novamente o número de contagens ( $N_2$ ) através da equação 4. Este procedimento deve ser repetido quantas vezes necessárias até que o erro amostral observado seja menor do que o erro máximo estipulado.

No procedimento realizado neste trabalho será preciso definir um número de contagem mínimo para os diversos constituintes que deverão ser quantizados na amostra. Assim o maior número necessário de contagens encontrado dentre os tipos morfológicos será selecionado como o mais adequado estatisticamente para a análise mineralógica da amostra completa.

Com intuito de entender a relação da margem de erro e intervalo de confiança no resultado será realizada uma estimativa preliminar do número de grãos equidimensionais a serem observados definindo-se diferentes intervalos de confiança e margens de erro sempre utilizando a proporção mineral observada na amostra.

### 3.2 Contagem

A contagem dos grãos será feita através da identificação e delimitação individual de cada grão e separação por tipos morfológicos nas imagens colhidas no microscópio óptico. As imagens geradas permitem a visualização das seções dos grãos expostas. Para a execução deste trabalho, a identificação, separação e contagem dos grãos serão feitas com auxílio do software *Adobe Photoshop Creative Cloud*. Primeiramente os grãos de cada fase analisada serão contornados usando a ferramenta *Selection Brush*, possibilitando assim, cada fase ser separada em camadas diferentes (*layers*), as quais, posteriormente, serão conferidas antes da quantificação.

Um exemplo de imagem gerada com a identificação das fases minerais determinadas se encontra na Figura 2. É importante destacar que os grãos que não se apresentam inteiramente dispostos na imagem e os grãos cujo tamanho é muito menor do que os demais, não serão inseridos na contagem.

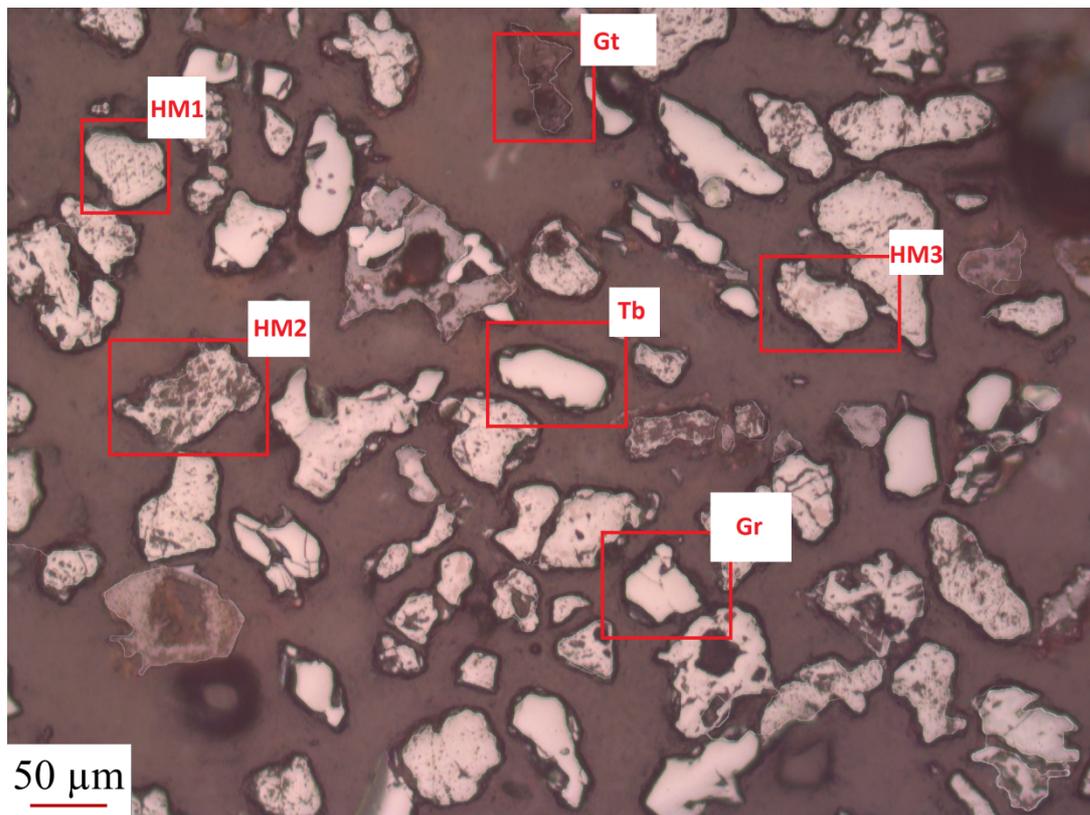


Figura 2 - Exemplo de imagem obtida por microscopia óptica onde: Hematita granular (Gr), Hematita tabular (Tb), Hematita martítica microporosa (HM1), Hematita martítica macropora (HM2), Hematita martítica com relicto de magnetita (HM3) e Goethita (Gt).

## 4 Resultados

Uma vez definido no objetivo do trabalho a margem de erro de 2 % absoluto para mais ou para menos na proporção populacional e um índice de confiança de 95 %. A próxima etapa para o cálculo do número de pontos iniciais foi encontrar o ponto  $Z_c$  como na Figura 1. O valor de  $Z_c$  foi extraído do anexo 1, tabela de áreas unicaudais da distribuição normal. A partir dessa tabela foi possível extrair o valor de  $Z_c = 1,96$  para uma área unicaudal embaixo da curva igual a 0,025, o que, em uma situação bicaudal reflete uma área complementar embaixo da curva de 0,95, ou seja, foi encontrado então, o valor de  $Z_c$  para o intervalo de confiança de 95 %.

Definidos os valores de  $Z_c$  e do erro máximo de 0,02 foi preciso arbitrar um valor para  $p'$  para que fosse possível, através da equação 1, o cálculo inicial do número de pontos, se arbitrássemos um valor de  $p' = 0,5$  para qual o número de contagens é máximo, teríamos que fazer 2.401 contagens, porém, com intuito de reduzir este número de contagens iniciou-se o procedimento sem um número mínimo de contagens e contou-se 1.579 pontos, dos quais, foi obtido o valor inicial para  $p'$  conforme exibido na Tabela 1. Para esta primeira contagens utilizaram-se as imagens presentes nas Figuras 1 á 30 presentes Apêndice A. As imagens completas foram tratadas no software Adobe Photoshop para a separação individual de cada grão que represente um tipo morfológico.

Tabela 1 - Resultados obtidos na primeira contagem de 1.579 grãos.

	Gr	Tb	HM1	HM2	HM3	Gt	TOTAL
Imagem 1	11	13	23	6	7	6	66
Imagem 2	8	4	15	8	5	3	43
Imagem 3	5	8	14	10	7	3	47
Imagem 4	10	4	10	11	3	8	46
Imagem 5	15	7	22	10	6	6	66
Imagem 6	17	16	16	8	3	4	64
Imagem 7	9	3	22	5	7	8	54
Imagem 8	8	9	11	7	8	7	50
Imagem 9	8	8	13	6	12	7	54
Imagem 10	6	14	9	10	9	8	56
Imagem 11	10	7	16	6	4	7	50
Imagem 12	8	13	16	10	3	5	55
Imagem 13	7	13	14	8	6	8	56
Imagem 14	9	9	5	11	6	4	44
Imagem 15	3	9	9	12	20	7	60
Imagem 16	3	13	5	15	9	5	50
Imagem 17	7	13	4	19	4	6	53
Imagem 18	8	10	9	15	5	6	53
Imagem 19	10	9	11	7	8	10	55
Imagem 20	6	5	10	15	7	11	54
Imagem 21	5	11	11	15	5	6	53
Imagem 22	5	11	12	15	9	5	57
Imagem 23	2	17	8	11	7	13	58
Imagem 24	4	9	11	14	11	7	56
Imagem 25	4	7	5	15	4	8	43
Imagem 26	0	8	6	23	8	6	51
Imagem 27	4	12	8	14	3	7	48
Imagem 28	8	5	8	12	3	7	43
Imagem 29	5	6	4	25	5	4	49
Imagem 30	2	8	5	13	10	7	45
Total 1	207	281	332	356	204	199	1579

O uso do tratamento de imagens permitiu a redução do erro relacionado com o desempenho do operador, visto que as imagens foram conferidas por mais de um operador e podem ser reavaliadas estando disponíveis no apêndice deste trabalho.

Na contagem inicial de 1579 grãos foi possível calcular as proporções iniciais da assembleia mineralógica na amostra analisada,  $P'(1)$ , portanto  $P'(1) = K/N1$  sendo K o número de grãos da espécie e N1 o número de contagens iniciais como explicitado na Tabela 2. Também foi possível calcular, através da Equação 3, o erro para a estimativa da proporção global dado  $P'(1)$  e N1 (Erro1) . E, posteriormente, utilizando a Equação 4 obter o número de

contagens mínimo (N2) para que o erro máximo esteja dentro da margem de erro de 2% absolutos predeterminados. Ambos os resultados expostos na Tabela 2.

Tabela 2 - Cálculo de P'(1) e do número de contagens necessárias (N2).

	Gr	Tb	HM1	HM2	HM3	Gt
P'(1)	13,11%	17,80%	21,03%	22,55%	12,92%	12,60%
Erro1	1,66	1,89	2,01	2,06	1,65	1,64
N2	1093,99	1404,98	1594,75	1677,12	1080,49	1057,84

Os valores do Erro1 da primeira estimativa que encontram destacados em vermelho na Tabela 2 estão acima do erro máximo proposto neste trabalho de 2 % e conseqüentemente são referentes aos mesmos tipos morfológicos em que o número de contagens necessário calculado (N2) é maior do que o realizado de 1.579. Outra observação importante a ser destacada é que os maiores erros estão relacionados às espécies das quais a proporção é mais próxima de 50%.

Visto que o número de contagens foi insuficiente para os tipos morfológicos Hm1 e Hm2, definiu-se a extensão da próxima contagem como de 1.677 pontos que é o maior número necessário de contagens, determinado para Hm2.

Para a nova contagem foi necessário o tratamento de duas imagens microscópicas adicionais, Figuras 30 e 31 do Apêndice A. Os resultados das contagens nestas imagens foram anexados aos da análise precedente e assim exposto na Tabela 3.

Tabela 3 - Resultados da segunda contagem realizada de 1.677 grãos.

	Gr	Tb	HM1	HM2	HM3	Gt	TOTAL
Total 1	207	281	332	356	204	199	1579
Imagem 31	2	7	2	19	13	7	50
Imagem 32	2	15	5	6	8	12	48
Total2	211	303	339	381	225	218	1677

Analogamente ao realizado na primeira contagem, através da Equação 2, os valores das proporções populacionais (P'(2)) foram obtidos. Desta vez, assim como realizado para a Tabela 2, porém, utilizando a nova proporção encontrada P'(2), o novo erro na estimativa (Erro2) e o novo número necessário de grãos (N3) foram calculados e os resultados destes cálculos expostos na tabela 4 abaixo:

Tabela 4 - Resultados do cálculo do erro da contagem de 1.677 grãos e da estimativa do novo número de grãos necessários.

	Gr	Tb	HM1	HM2	HM3	Gt
P'(2)	12,58%	18,07%	20,21%	22,72%	13,42%	13,00%
Erro2	1,59	1,84	1,92	2,01	1,63	1,61
N3	1056,34	1421,72	1548,97	1686,23	1115,67	1086,17

Na tabela 4 é possível observar que o número novo de contagens de 1.677 grãos foi satisfatório para diminuir a margem de erro na estimativa (Erro2) da proporção de hematita martítica microporosa (Hm1), porém o erro associado á estimativa da proporção de hematita martítica macroporosa (Hm2) ainda é maior do que o estabelecido inicialmente de 2% absolutos. Portanto, para que o numero de contagens necessárias (N3) de 1.687 seja atendido, uma contagem adicional de 10 pontos teria de ser realizada. Para tal, uma imagem adicional, Figura 33 do Apêndice A, com 42 pontos toais foi tratada e o resultado desta nova contagem foi adicionado á anterior está exposto abaixo na tabela 5.

Tabela 5 - Resultados da terceira contagem realizada de 1.719 grãos.

	Gr	Tb	HM1	HM2	HM3	Gt	TOTAL
Total2	211	303	339	381	225	218	1677
Imagem 33	4	12	5	13	4	4	42
Total3	215	315	344	394	229	222	1719

Análogo ao que foi realizado para as contagens anteriores, foi realizado o cálculo do erro (Erro3) associado com a estimativa da proporção  $P'(3)$  e do número mínimo de contagens necessário (N4) para a garantia de um erro de 2 % também associado á nova proporção encontrada. Os resultados dos cálculos realizados estão expostos na Tabela 6.

Tabela 6 - Resultados do cálculo do erro da contagem de 1.719 grãos e da estimativa do novo número de grãos necessários.

	Gr	Tb	HM1	HM2	HM3	Gt
$P'(3)$	12,51%	18,32%	20,01%	22,92%	13,32%	12,91%
Erro3	1,56	1,83	1,89	1,99	1,61	1,59
N4	1050,96	1437,40	1537,31	1696,73	1108,98	1080,13

Finalmente é possível perceber que os erros associados á estimativa da proporção global (Erro3) através de  $P'(3)$  e a um número de contagens realizados de 1.791 grãos, é, para todos os tipos mineralógicos quantificados, menores do que o máximo estipulado de 2 %. Além do erro é possível perceber que o número de contagens mínimo necessário dado as proporção  $P'(3)$  de cada tipo mineralógico, é menor do que o realizado, observação esta que está de acordo com o esperado. Pode-se concluir então que para a amostra analisada neste trabalho seriam necessárias 1.697 contagens para a garantia de uma margem de erro de 2 % absoluto e um grau de confiança de 95 %.

Para fins de discussão, foi realizado ainda a contagem em 3 imagens adicionais, Figuras 33, 34 e 35 do Apêndice A, aumentando o número de grãos amostrados para um total de 1.847 e foram refeito os cálculos do erro associado (Erro4) á nova proporção amostral

observada nesta contagem P'(4), os resultados obtidos estão presentes na Tabela 7 juntamente dos resultados dos cálculos realizados para as contagens anteriores.

Tabela 7 - Resultados do cálculo de erro para contagem de 1.847 grãos.

	Gr	Tb	HM1	HM2	HM3	Gt
P'(1)	13,11%	17,80%	21,03%	22,55%	12,92%	12,60%
Erro1	1,66	1,89	2,01	2,06	1,65	1,64
N2	1093,99	1404,98	1594,75	1677,12	1080,49	1057,84
P'(2)	12,58%	18,07%	20,21%	22,72%	13,42%	13,00%
Erro2	1,59	1,84	1,92	2,01	1,63	1,61
N3	1056,34	1421,72	1548,97	1686,23	1115,67	1086,17
P'(3)	12,51%	18,32%	20,01%	22,92%	13,32%	12,91%
Erro3	1,56	1,83	1,89	1,99	1,61	1,59
N4	1050,96	1437,40	1537,31	1696,73	1108,98	1080,13
P'(4)	11,86%	18,57%	19,44%	23,55%	13,43%	13,16%
Erro4	1,47	1,77	1,80	1,94	1,55	1,54
N5	1003,73	1452,31	1503,89	1729,19	1116,40	1097,31

Na tabela 7 é evidenciado a proporcionalidade inversa do erro e do número de grãos, uma vez que, observado o aumento no número de contagens (N) a cada iteração, é observado também a diminuição do erro associado à estimativa (Erro) da proporção de todos os tipos morfológicos, essa relação é explícita na Equação 3 de cálculo do erro.

Além dos cálculos propostos e apresentados anteriormente, uma estimativa prévia de um número de grãos a serem contados para diferentes intervalos de confiança e margens de erro. Esta estimativa é específica para a amostra analisada neste trabalho uma vez que foi considerado o valor para (P') como o da proporção global de hematita martítica macroporosa (Hm2) de 22,92 %, observada nos resultados obtidos nos procedimentos realizados com 1.719 grãos. Este valor foi utilizado visto que para o tipo morfológico Hm2, o maior número de contagens necessárias foi observado. Estas estimativas estão registradas na tabela 8.

Tabela 8 - Estimativa prévia do número de contagens alternando intervalo de confiança e erro máximo.

	Intervalo de confiança			
	90%	95%	99%	
Zc	1,645	1,96	2,57	
Erro	Número de contagens			
	1%	4781	6787	11669
	2%	1195	1697	2917
	3%	531	754	1297

Conforme pode ser percebido na Tabela 8, a diminuição margem de erro influencia de maneira mais perceptível no número de contagens necessárias. E que, o aumento do intervalo

de confiança, tem menor impacto no número de contagens necessárias. Para cada intervalo de confiança, deve-se consultar a Tabela 1 presente no Anexo 1, um novo valor correspondente para  $Z_c$ .

## 5 Considerações Finais

Após a realização da metodologia proposta chega-se a conclusão que para que a estimativa da proporção global dos tipos morfológicos na amostra analisada garanta um erro máximo de 2 % absoluto com um grau de confiança de 95% é necessário contar 1.697 grãos.

A análise mineralógica por contagem de pontos revelou para a fração investigada, +0,045 mm - 0,106 mm, a estimativa da proporção populacional global de 12,51 % de Gr com margem de erro absoluta de 1,56 %, 18,32 % para Tb com margem de erro absoluta de 1,83 %, 20,01 % para HM1 com margem de erro absoluta de 1,89 %, 22,92 % para HM2 com margem de erro absoluta de 1,99 %, 13,32 % para HM3 com margem de erro absoluta de 1,16 % e finalmente, 12,91 % para Gt com margem de erro absoluta de 1,59 %.

É importante destacar que o número mínimo de contagens para uma análise mineralógica por contagens de pontos em microscópio óptico varia de acordo com as proporções observadas e deve ser determinado para cada amostra. Dito isso, este trabalho vem propõe que em uma amostra onde as proporções da assembleia mineralógica são desconhecidas, a contagem de 2.401 pontos garante a margem de erro de no máximo 2 % e o intervalo de confiança de 95 % para qualquer que seja a proporção encontrada.

Consideração importante a ser destacada é o fato da contagem dos grãos não considerar a diferença de área destes e assume que para a fração selecionada, cada grão tem peso igual na contagem, o que por natureza das diferenças de tamanho, devido a ineficiência do peneiramento, se torna uma fonte de erro.

## 6 Referencias bibliográficas

BAKER, L. A.; THOMAS, C. G.; CORNELIUS, R. J.; LYNCH K. S.; ARMSTRONG, G. J. Effect of Goethite on Production Rate in a Traveling Grate Pellet Plant. *Society of Mining Engineers*, v. 254, p. 270-278, 1973.

BAYLYL, M. B. Modal analysis by point-counter-the choice of sample area. *Journal of Geology Socceity*, v. 16, p. 119-129, 1960.

BERUBÉ, M. A. Influence de la composition minéralogique du minerai sur les performances desprocedes de broyage et de flottation au concentrateur n. 1 de Mines Gaspé (Murdochville, Québec). *Traintement du mineral*, v. 77, p. 54-62, 1984.

CHAYES, F. Petrographic Modal Analysis - an Elementary Statistical Appraisal. *John Wiley and Sons, Inc.* New York, 133p, 1956.

DEMIRMEN, F. Counting error in petrographic point-count analysis: A theoretical and experimental study. *Journal of the International Association for Mathematical Geology*, v. 3, n.1, p. 15-41, 1971.

DWARAPUDI, S.; DEVI, T. U.; MOHAN, Rao S.; RANJAN, M.; Influence of Pellet Size on Quality and Microstructure of Iron Ore Pellets. *ISIJ International*, vol. 48, No. 6, p. 768-776, 2008.

GLAGOLEV, A. A. Quantitative analysis with the microscope by the Point Method. *Engineering and Mining Journal*, p.135-399, 1934.

GRAÇA, L. M. Implicações das propriedades mineralógicas e microestruturais do minério de ferro no processo industrial de pelletização. Ouro Preto, MG: UFOP, 2015. 178 p. Tese (Doutorado em Evolução Crustal e Recursos Naturais), escola de minas, 2015.

GRAÇA, L. M.; Alvarenga, T.F. Mineralogia de Alimentação das Usinas Vale I e II. In: *Seminário Brasileiro de Minério de Ferro*, 10, Ouro Preto, MG. Anais, 2: p. 350-356, 2009.

HEAD, R. E. A new method of preparing briquetted mineral grains for microscopic analysis. *U. S. Bureau of Mines: Reports of Investigations*, n. 2257, 1925.

IGNÁCIO, S. Importância da Estatística para o Processo de Conhecimento e Tomada de Decisão. *Revista Paranaense de Desenvolvimento*, Curitiba, v. 181, 2010.

LARSON, R. E. Elementary Statistics: Picturing the World. *Prentice Hall*, 4 ed, 792p., 2008.

NELSON, M. BROCKMAN, G. The error associated with point-counting. *American Mineralogist*, V.62, p. 1238-1244, 1927.

Miller, A. N. Correction factors in quantitative microscopic analysis of mineral mixtures. *Massachusetts Institute of Technology*, 1939.

MURDOCK, J. Microscopical determination of the opaque minerals. *John Wiley and Sons, Inc.* New York, 1939

SILVEIRA, C. Análise Estatística a Partir de Contagem de Pontos de Óxido de Ferro Obtida por Microscopia Ótica. Monografia de graduação: UFOP. Ouro Preto, MG, 2018.

TAKEHARA, L. Caracterização geometalúrgica dos principais minérios de ferro brasileiros – fração sinter feed. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS. Tese de Doutorado, 419p, 2004.

## APÊNDICE A - Imagens obtidas através do microscópio óptico e tratadas no Adobe Photoshop Creative Cloud.

### LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Imagem microscópica 1 e tipos morfológicos isolados. ....	32
Figura 2 - Imagem microscópica 2 e tipos morfológicos isolados. ....	33
Figura 3 - Imagem microscópica 3 e tipos morfológicos isolados. ....	34
Figura 4 - Imagem microscópica 4 e tipos morfológicos isolados. ....	35
Figura 5 - Imagem microscópica 5 e tipos morfológicos isolados. ....	36
Figura 6 - Imagem microscópica 6 e tipos morfológicos isolados. ....	37
Figura 7 - Imagem microscópica 7 e tipos morfológicos isolados. ....	38
Figura 8 - Imagem microscópica 8 e tipos morfológicos isolados. ....	39
Figura 9 - Imagem microscópica 9 e tipos morfológicos isolados. ....	40
Figura 10 - Imagem microscópica 10 e tipos morfológicos isolados. ....	41
Figura 11 - Imagem microscópica 11 e tipos morfológicos isolados. ....	42
Figura 12 - Imagem microscópica 12 e tipos morfológicos isolados. ....	43
Figura 13 - Imagem microscópica 13 e tipos morfológicos isolados. ....	44
Figura 14 - Imagem microscópica 14 e tipos morfológicos isolados. ....	45
Figura 15 - Imagem microscópica 15 e tipos morfológicos isolados. ....	46
Figura 16 - Imagem microscópica 16 e tipos morfológicos isolados. ....	47
Figura 17 - Imagem microscópica 17 e tipos morfológicos isolados. ....	48
Figura 18 - Imagem microscópica 18 e tipos morfológicos isolados. ....	49
Figura 19 - Imagem microscópica 19 e tipos morfológicos isolados. ....	50
Figura 20 - Imagem microscópica 20 e tipos morfológicos isolados. ....	51
Figura 21 - Imagem microscópica 21 e tipos morfológicos isolados. ....	52
Figura 22 - Imagem microscópica 22 e tipos morfológicos isolados. ....	53
Figura 23 - Imagem microscópica 23 e tipos morfológicos isolados. ....	54
Figura 24 - Imagem microscópica 24 e tipos morfológicos isolados. ....	55
Figura 25 - Imagem microscópica 25 e tipos morfológicos isolados. ....	56
Figura 26 - Imagem microscópica 26 e tipos morfológicos isolados. ....	57
Figura 27 - Imagem microscópica 27 e tipos morfológicos isolados. ....	58
Figura 28 - Imagem microscópica 28 e tipos morfológicos isolados. ....	59
Figura 29 - Imagem microscópica 29 e tipos morfológicos isolados. ....	60
Figura 30 - Imagem microscópica 30 e tipos morfológicos isolados. ....	61

Figura 31 - Imagem microscópica 31 e tipos morfológicos isolados. ....	62
Figura 32 - Imagem microscópica 32 e tipos morfológicos isolados. ....	63
Figura 33 - Imagem microscópica 33 e tipos morfológicos isolados. ....	64
Figura 34 - Imagem microscópica 34 e tipos morfológicos isolados. ....	65
Figura 35 - Imagem microscópica 35 e tipos morfológicos isolados. ....	66

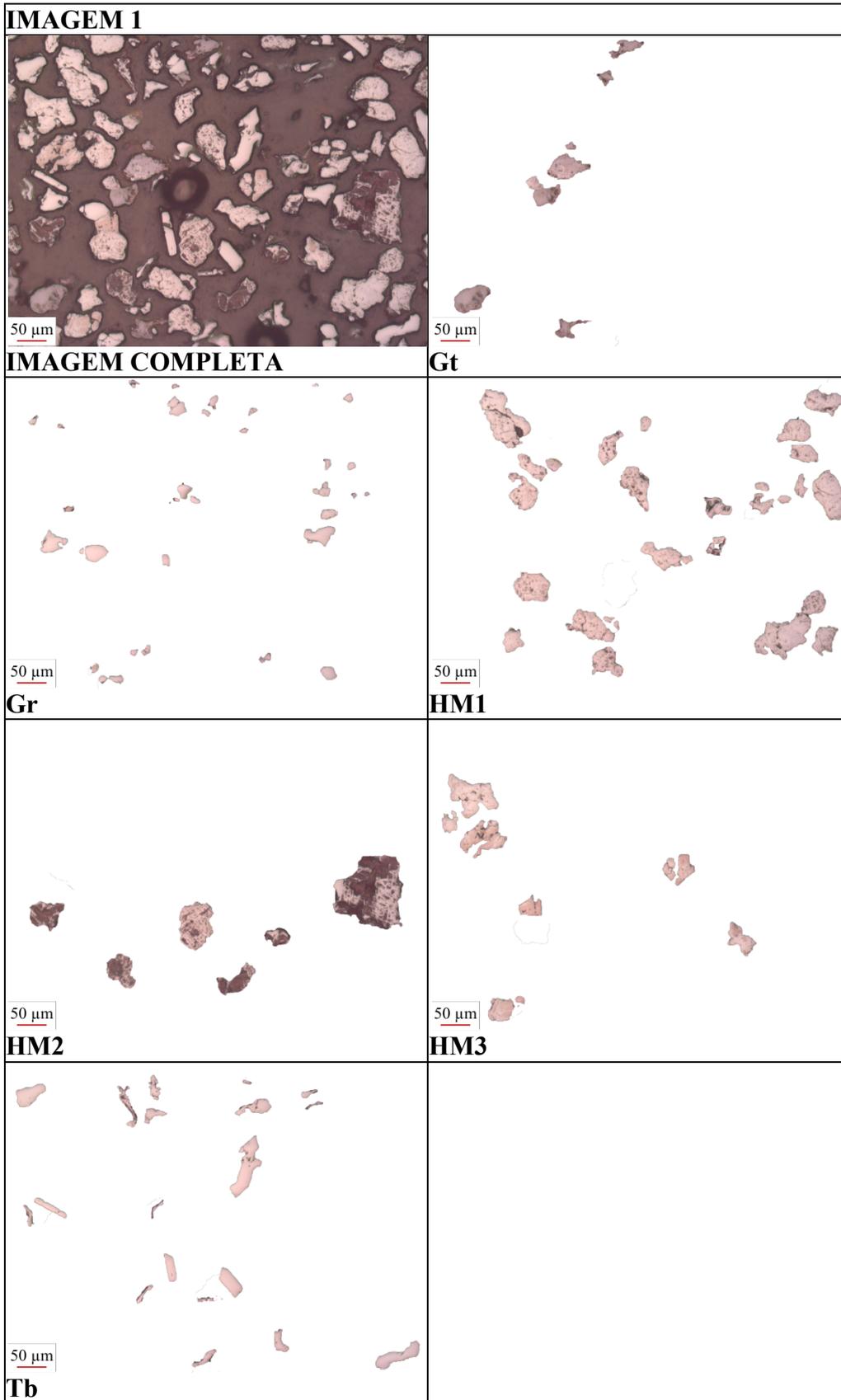


Figura 3 - Imagem microscópica 1 e tipos morfológicos isolados.

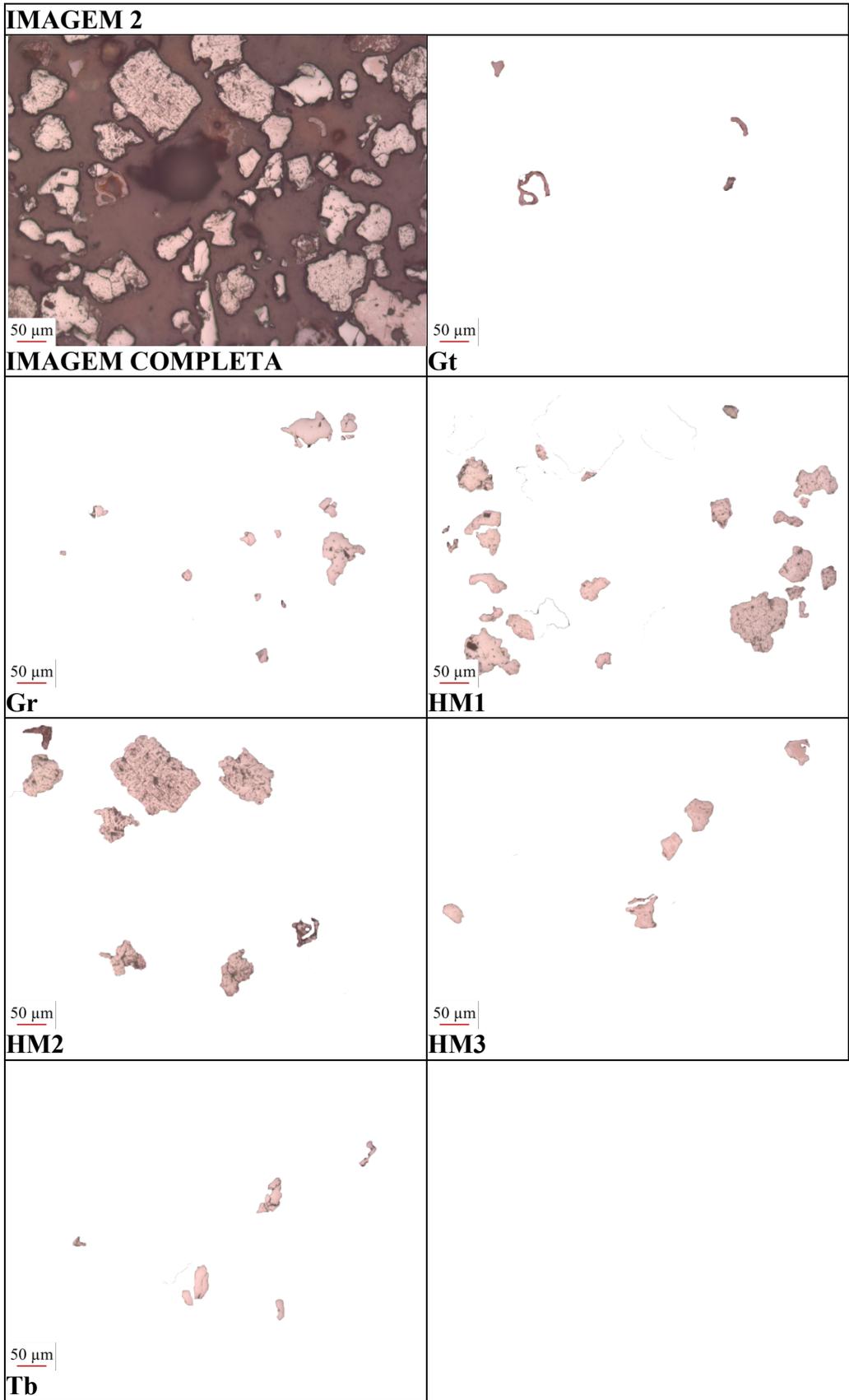


Figura 4 - Imagem microscópica 2 e tipos morfológicos isolados.

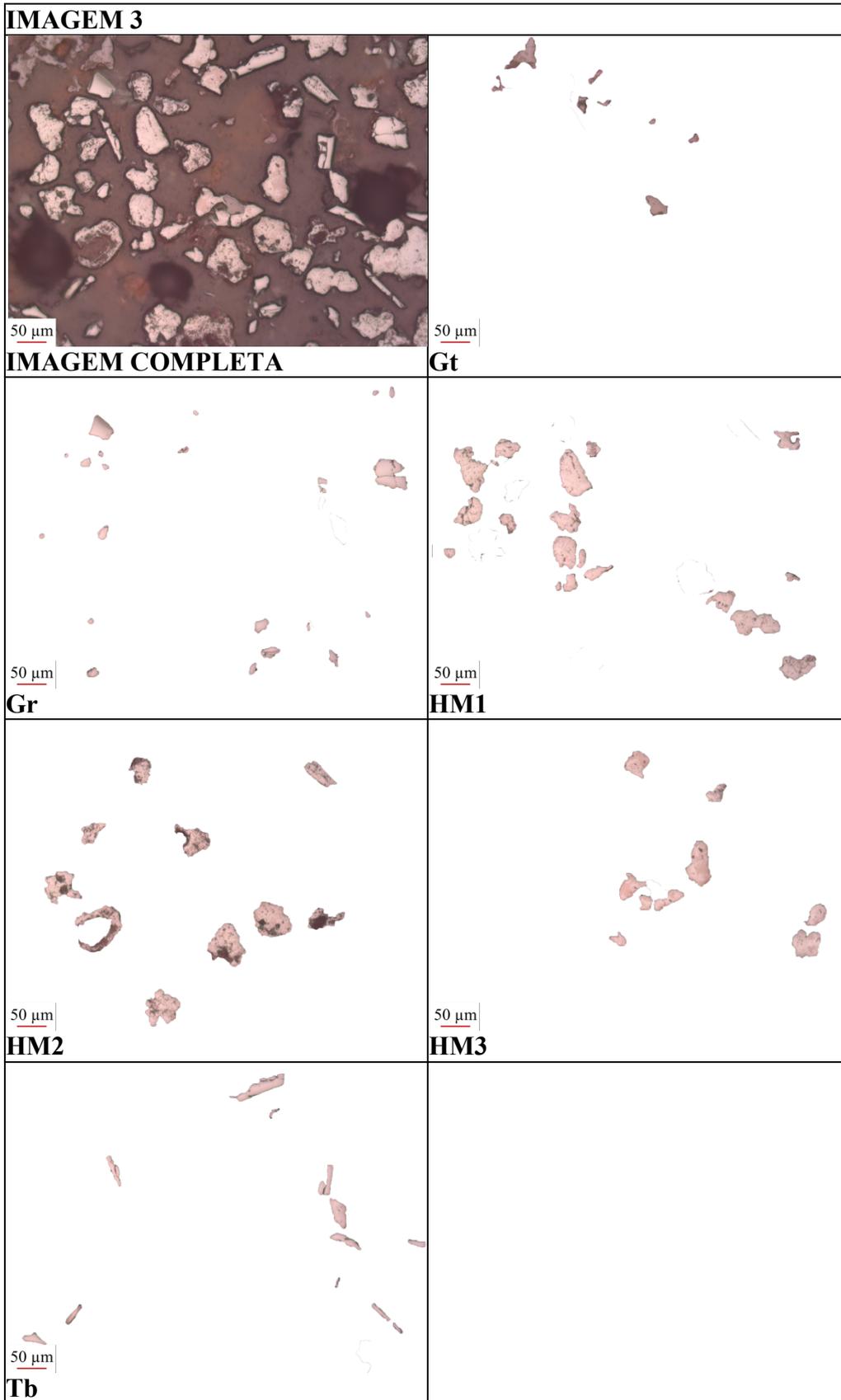
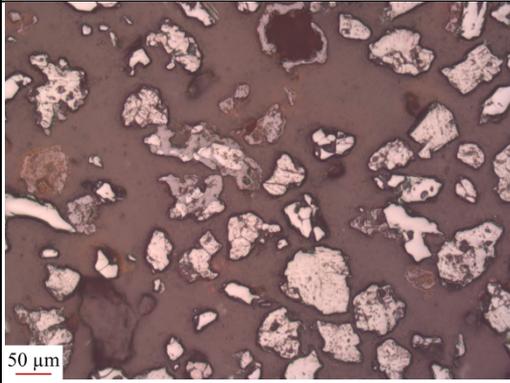


Figura 5 - Imagem microscópica 3 e tipos morfológicos isolados.

**IMAGEM 4**



**IMAGEM COMPLETA**



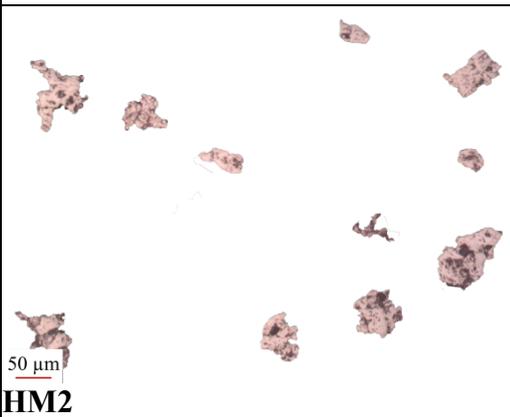
**Gt**



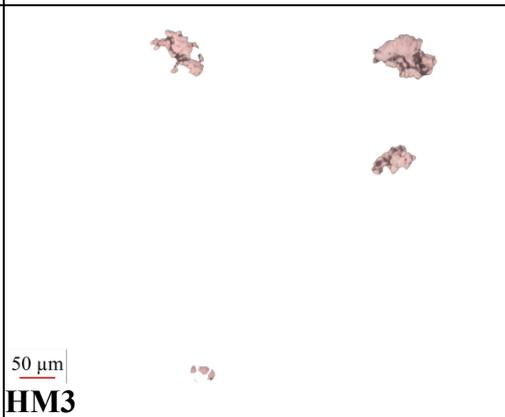
**Gr**



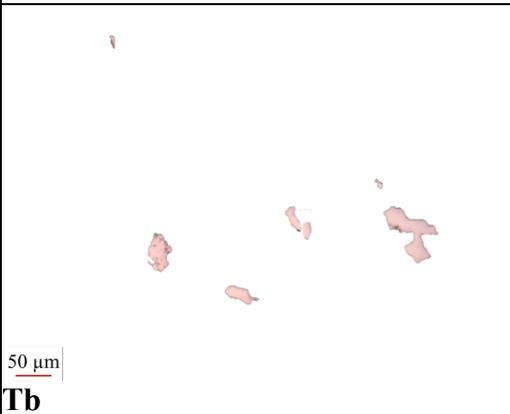
**HM1**



**HM2**



**HM3**



**Tb**

Figura 6 - Imagem microscópica 4 e tipos morfológicos isolados.

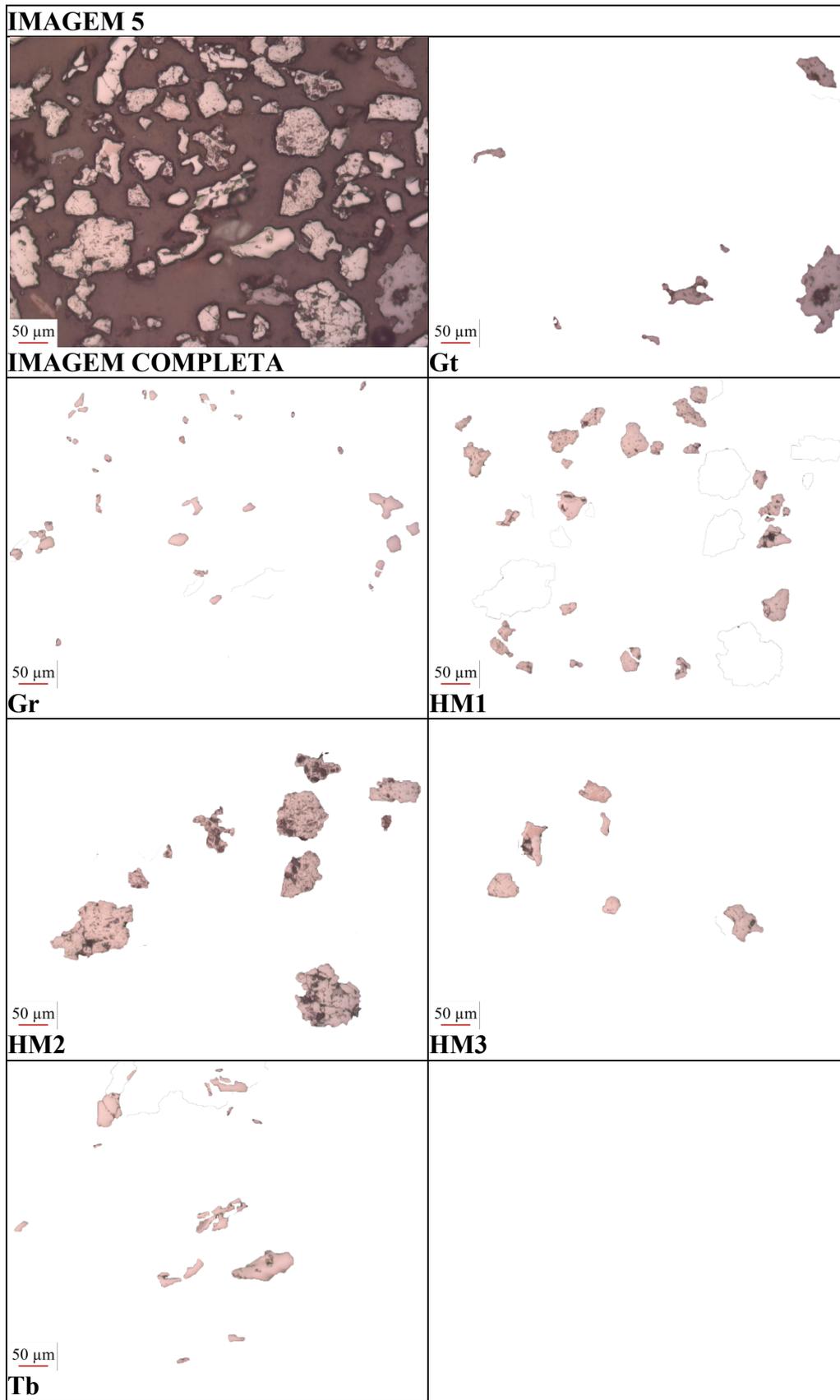


Figura 7 - Imagem microscópica 5 e tipos morfológicos isolados.

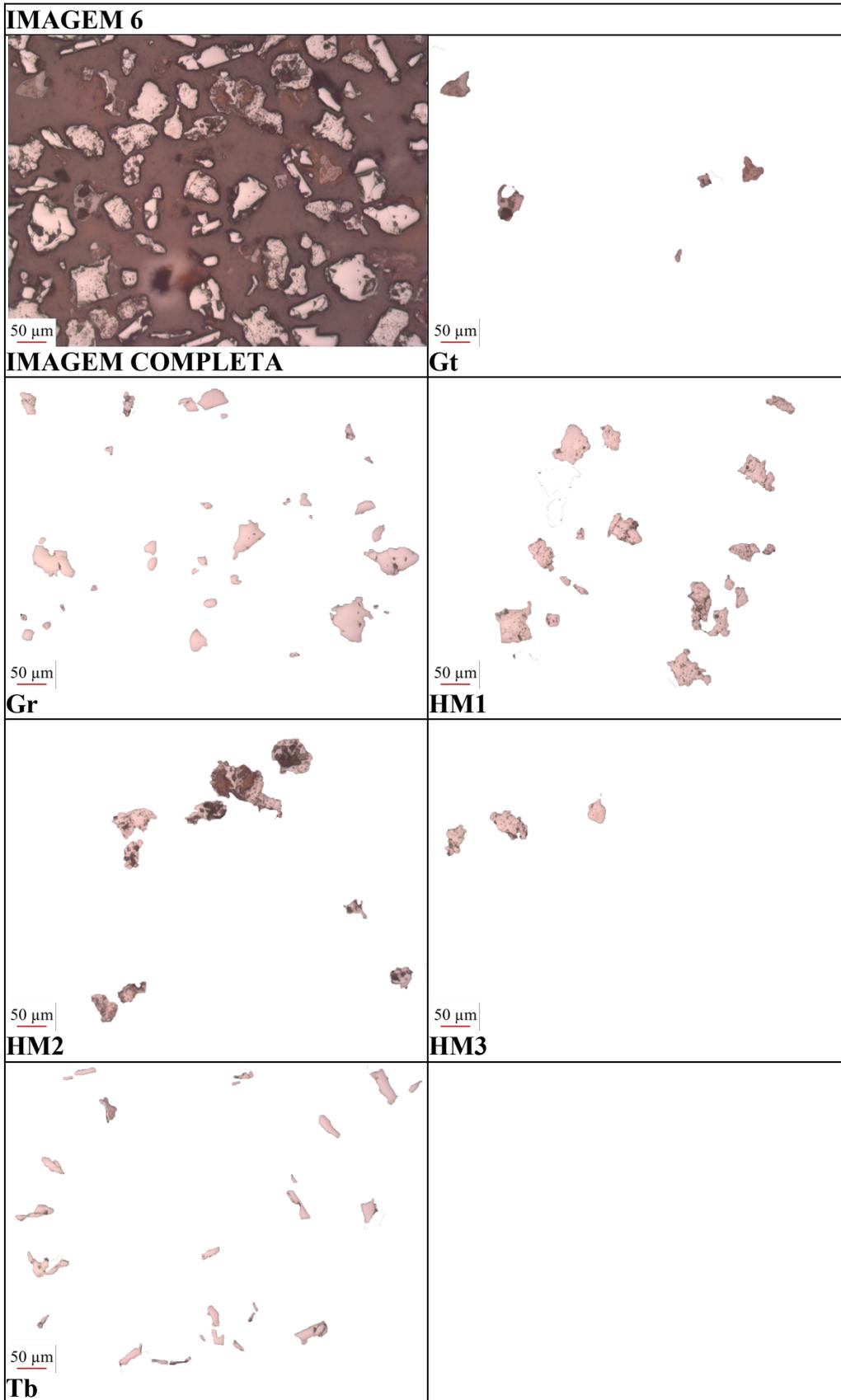


Figura 8 - Imagem microscópica 6 e tipos morfológicos isolados.

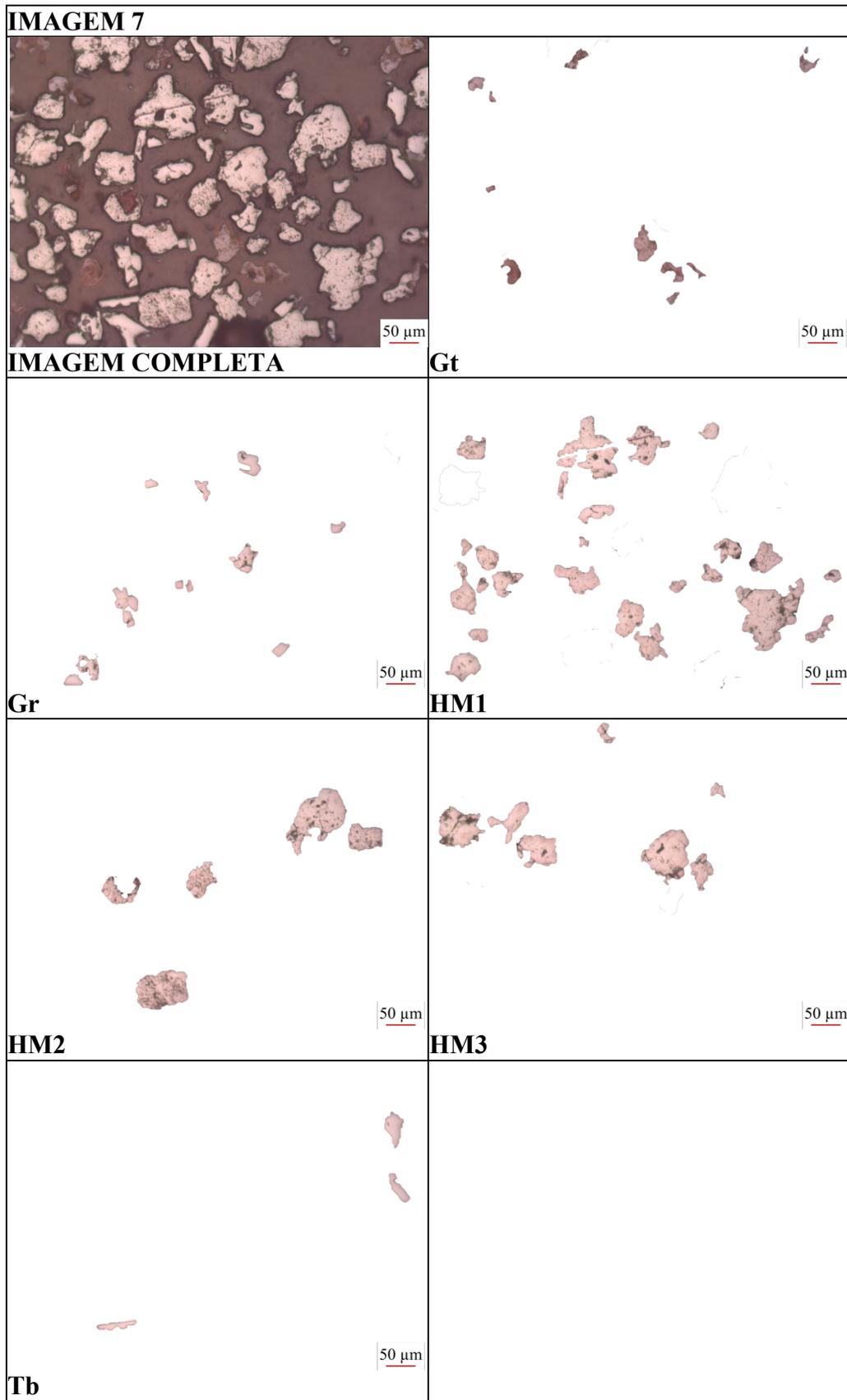


Figura 9 - Imagem microscópica 7 e tipos morfológicos isolados.

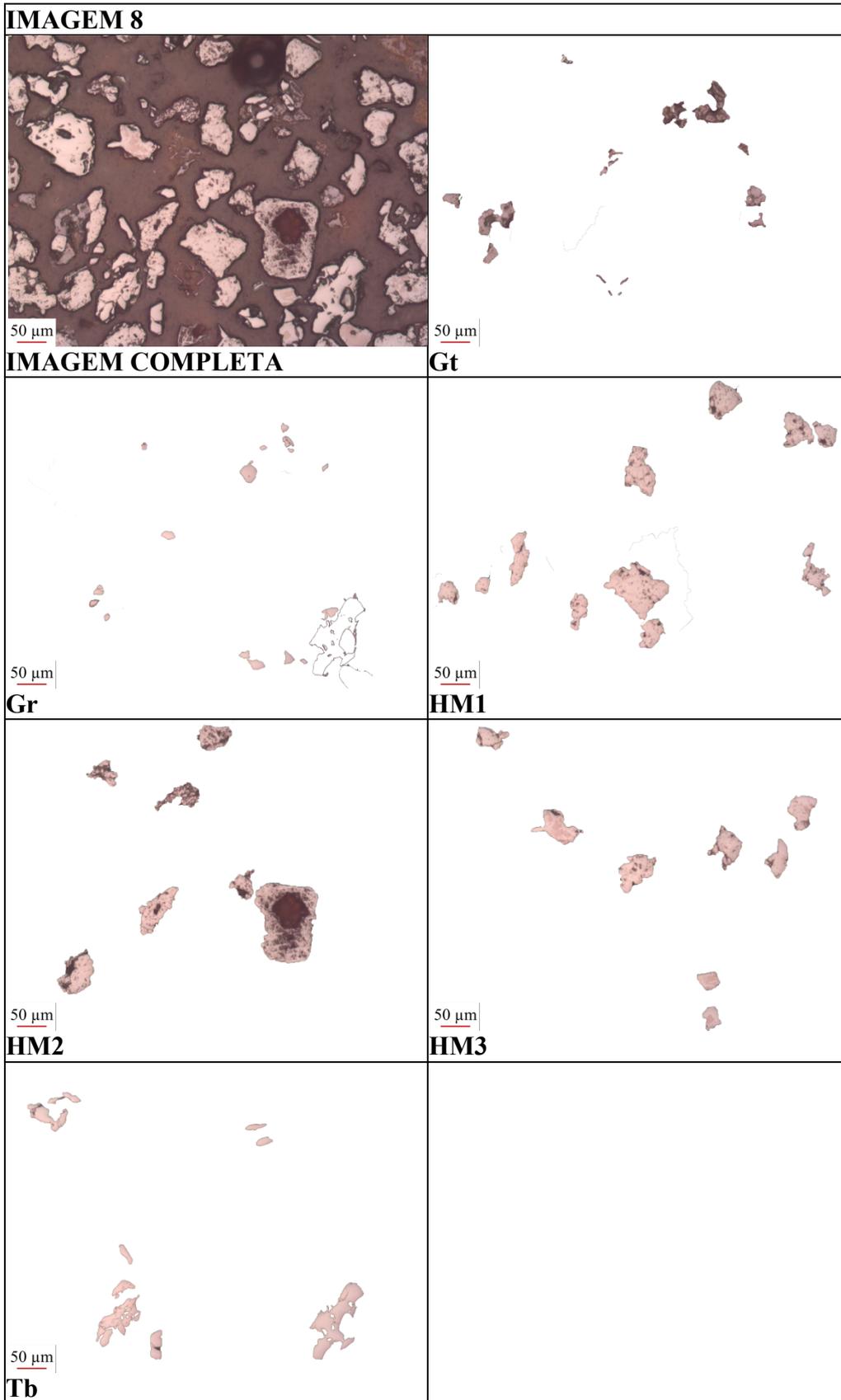


Figura 10 - Imagem microscópica 8 e tipos morfológicos isolados.

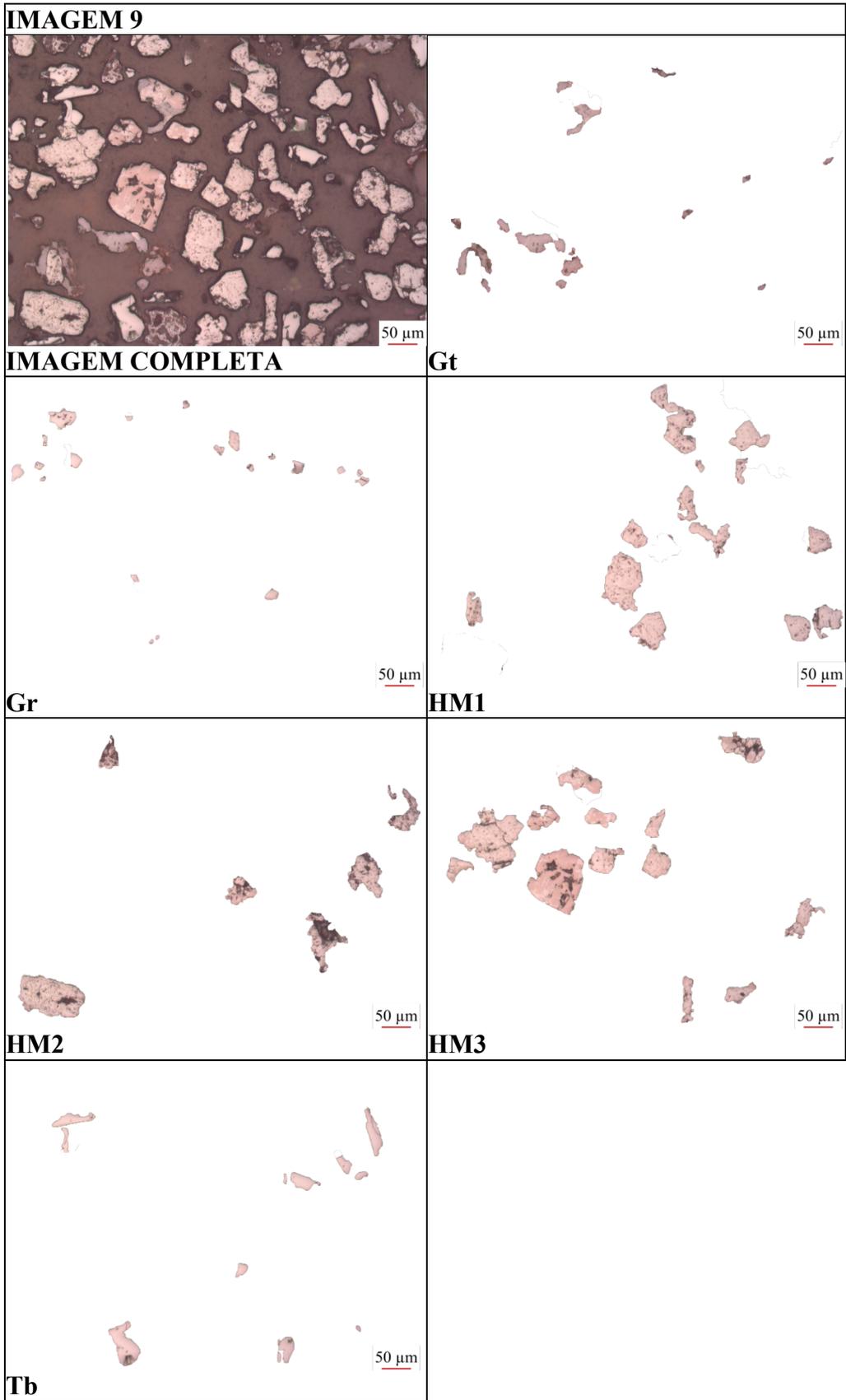


Figura 11 - Imagem microscópica 9 e tipos morfológicos isolados.

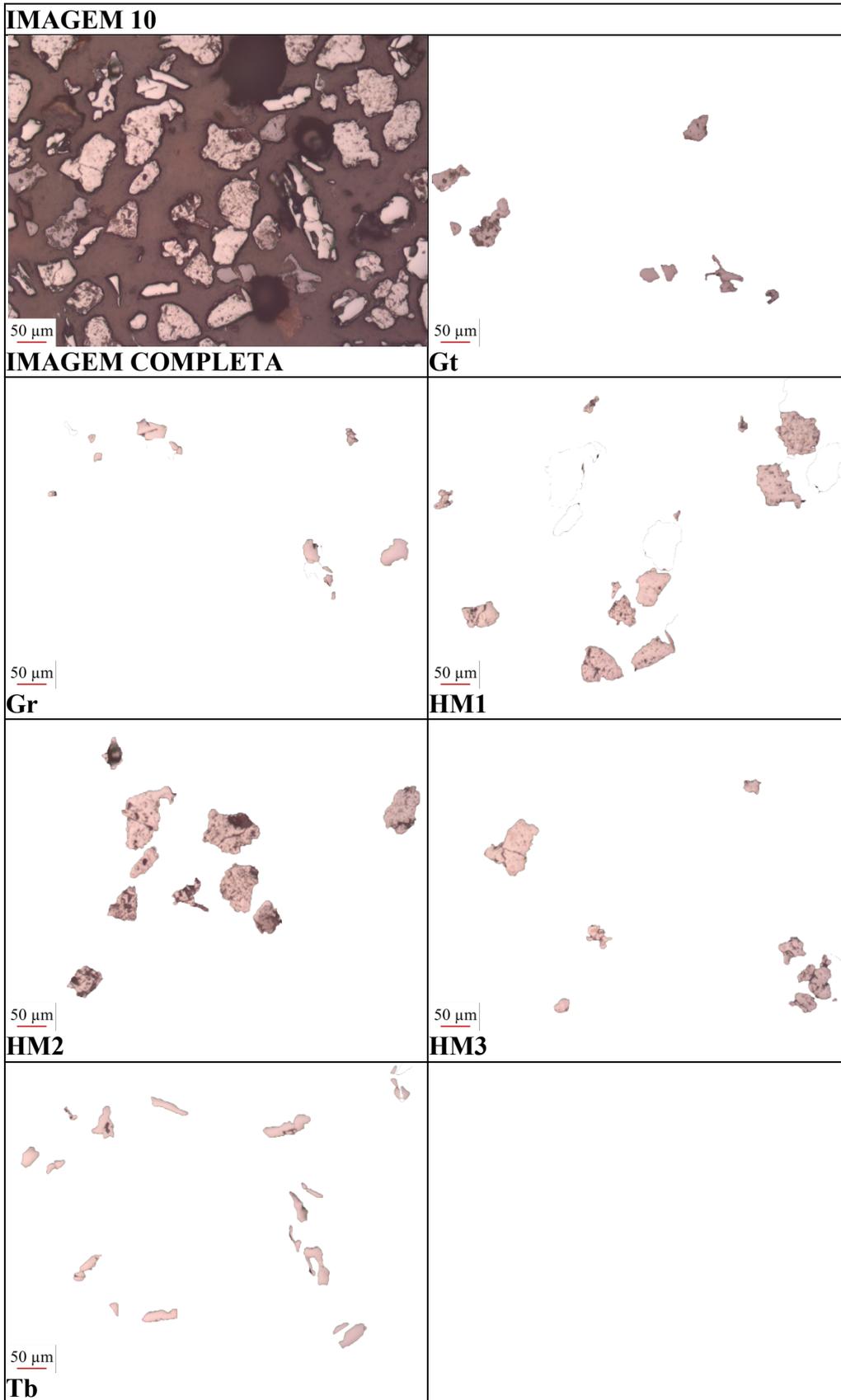


Figura 12 - Imagem microscópica 10 e tipos morfológicos isolados.

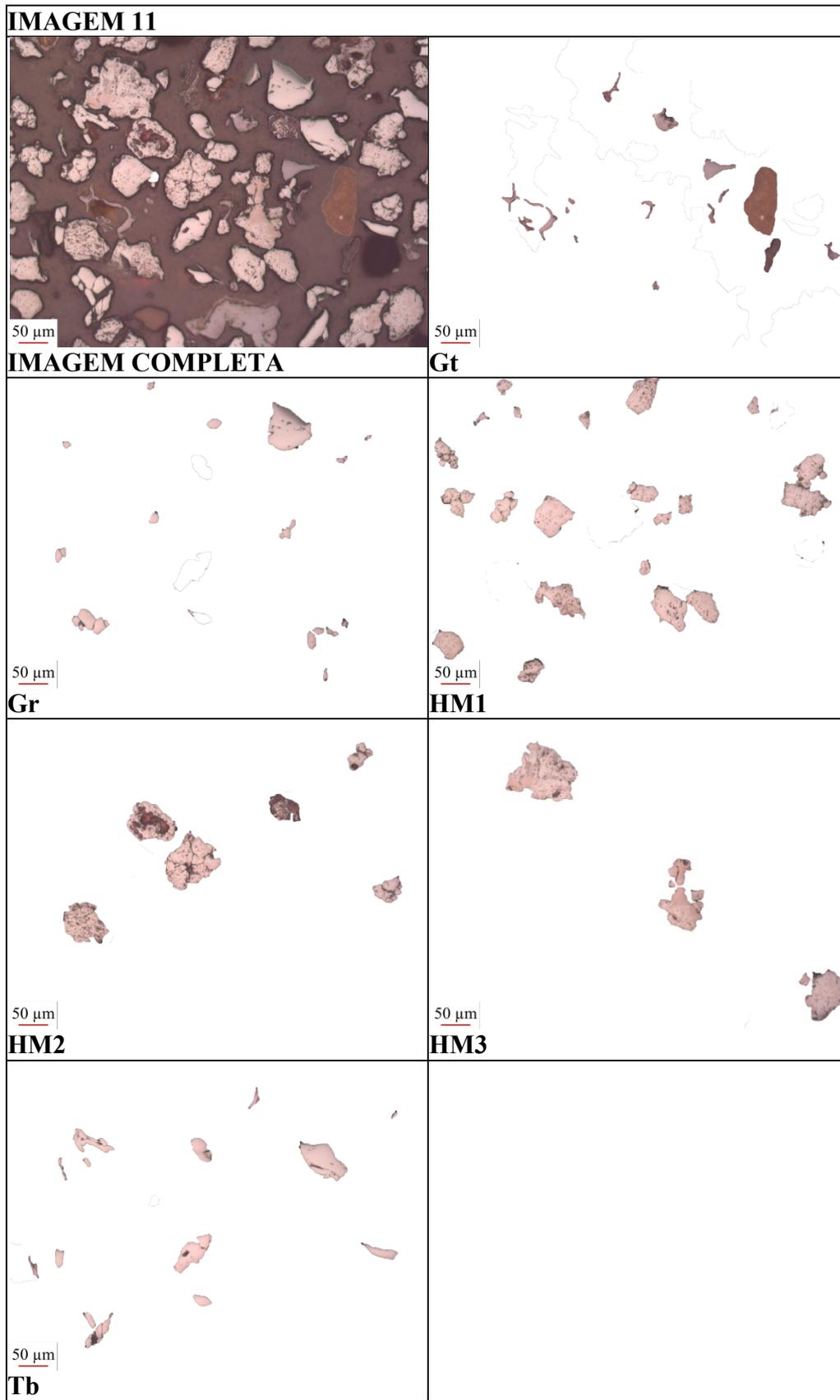


Figura 13 - Imagem microscópica 11 e tipos morfológicos isolados.

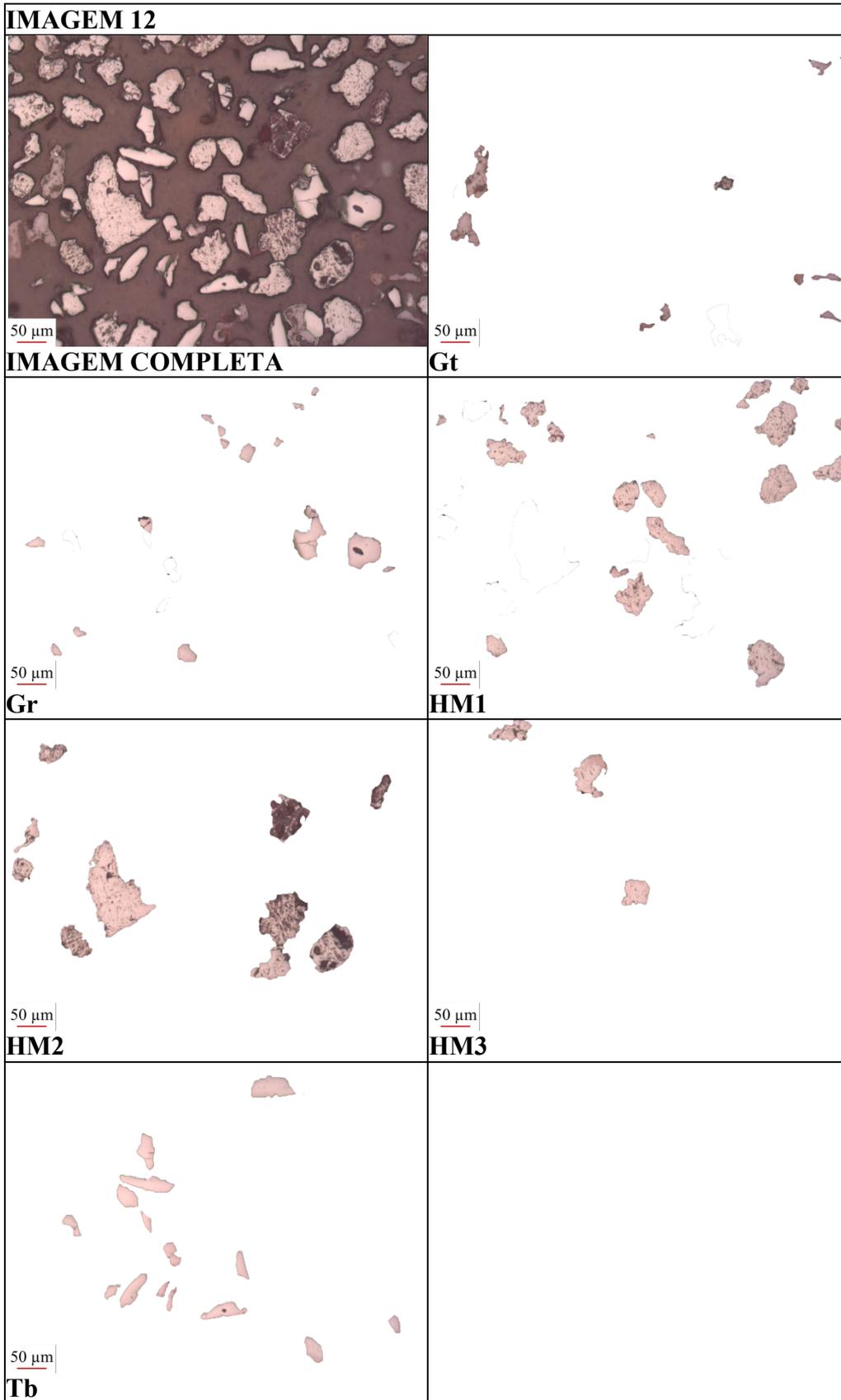


Figura 14 - Imagem microscópica 12 e tipos morfológicos isolados.

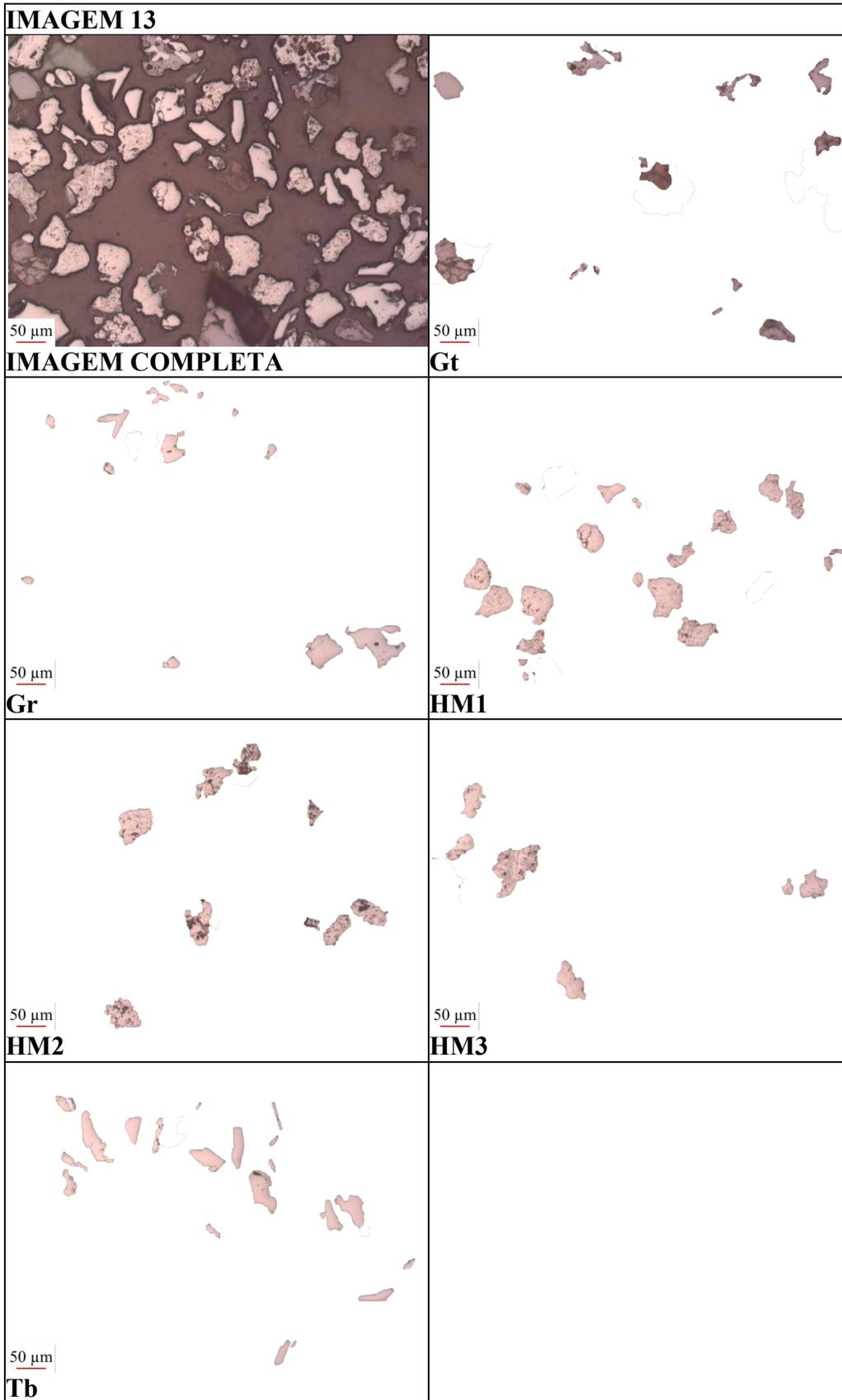


Figura 15 - Imagem microscópica 13 e tipos morfológicos isolados.

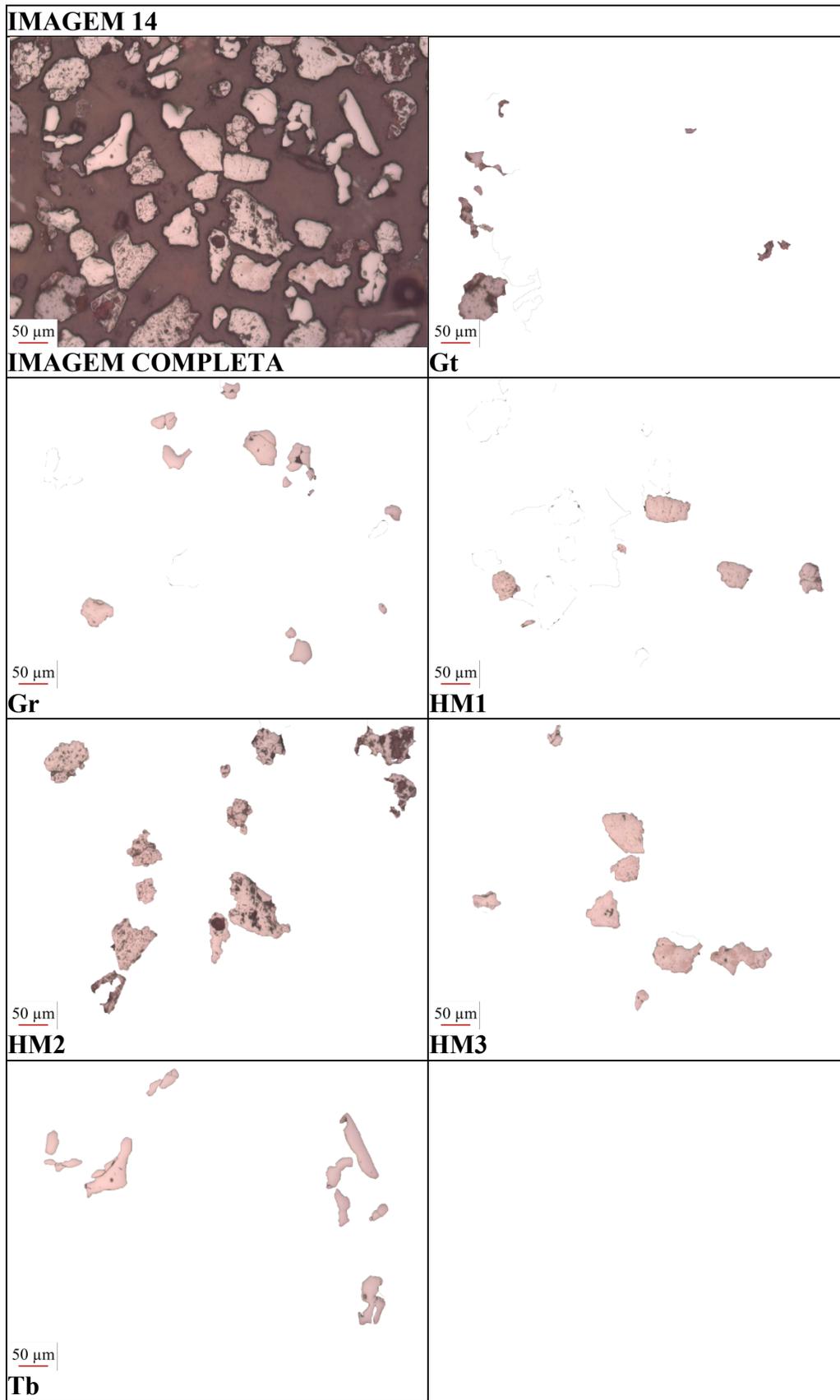


Figura 16 - Imagem microscópica 14 e tipos morfológicos isolados.

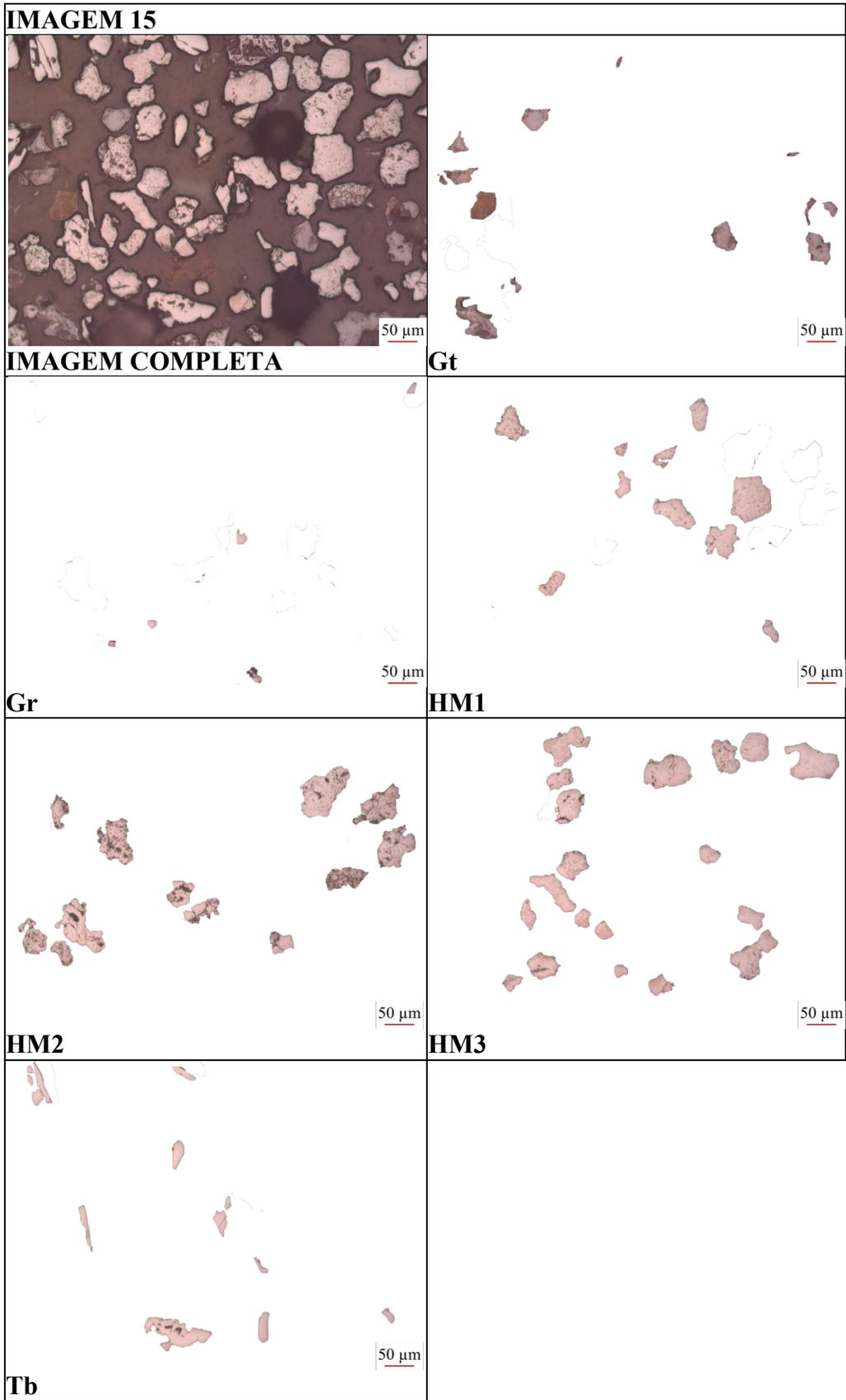


Figura 17 - Imagem microscópica 15 e tipos morfológicos isolados.

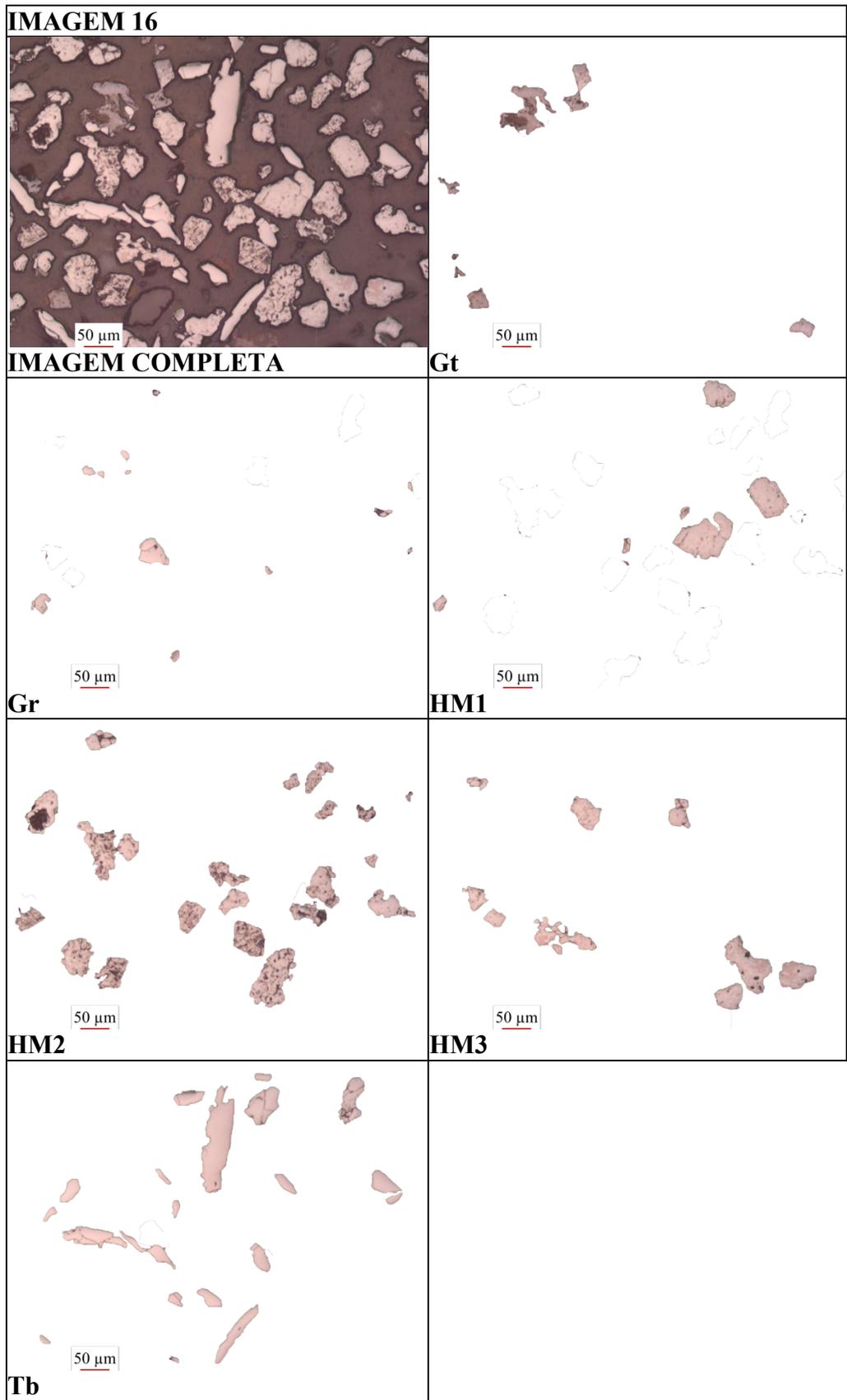


Figura 18 - Imagem microscópica 16 e tipos morfológicos isolados.

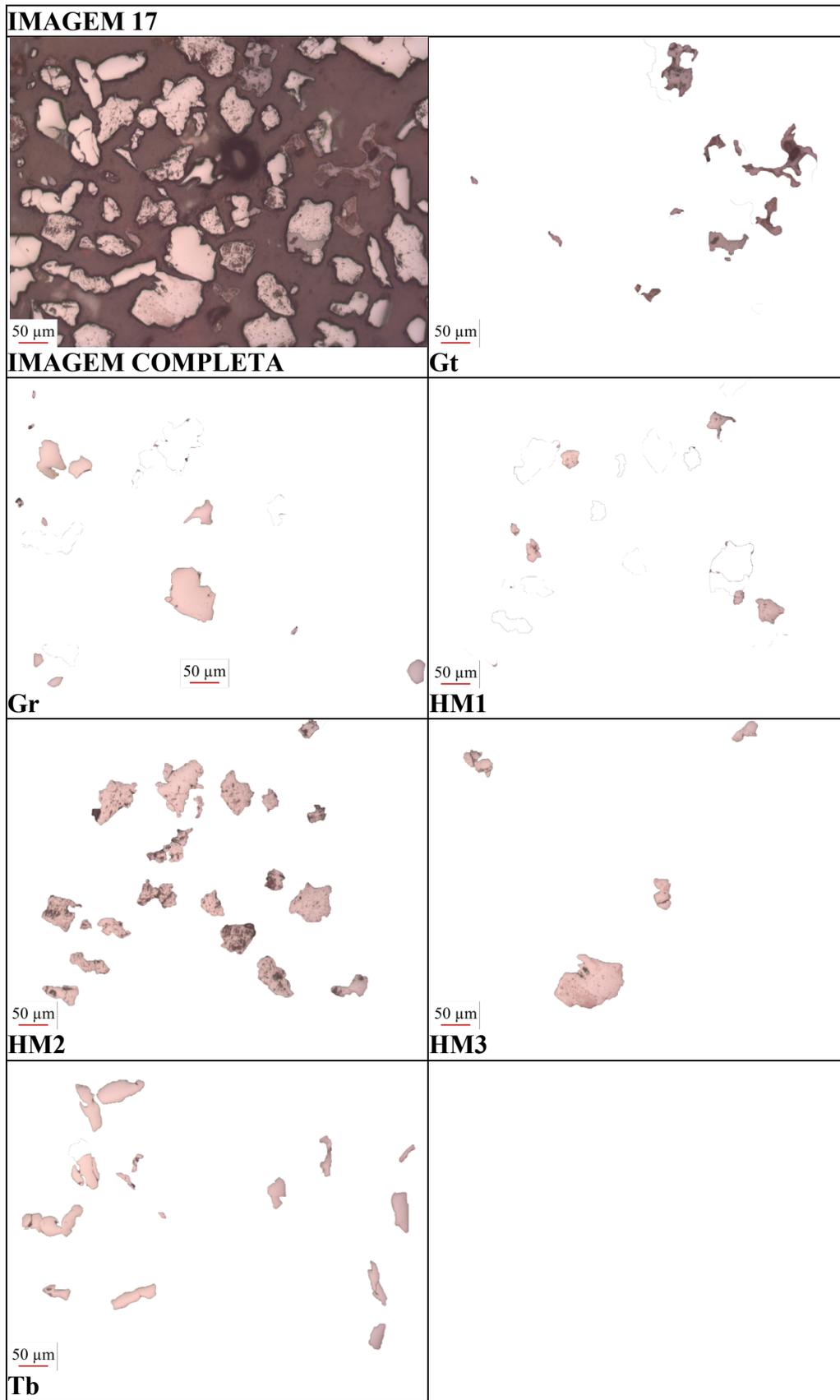


Figura 19 - Imagem microscópica 17 e tipos morfológicos isolados.

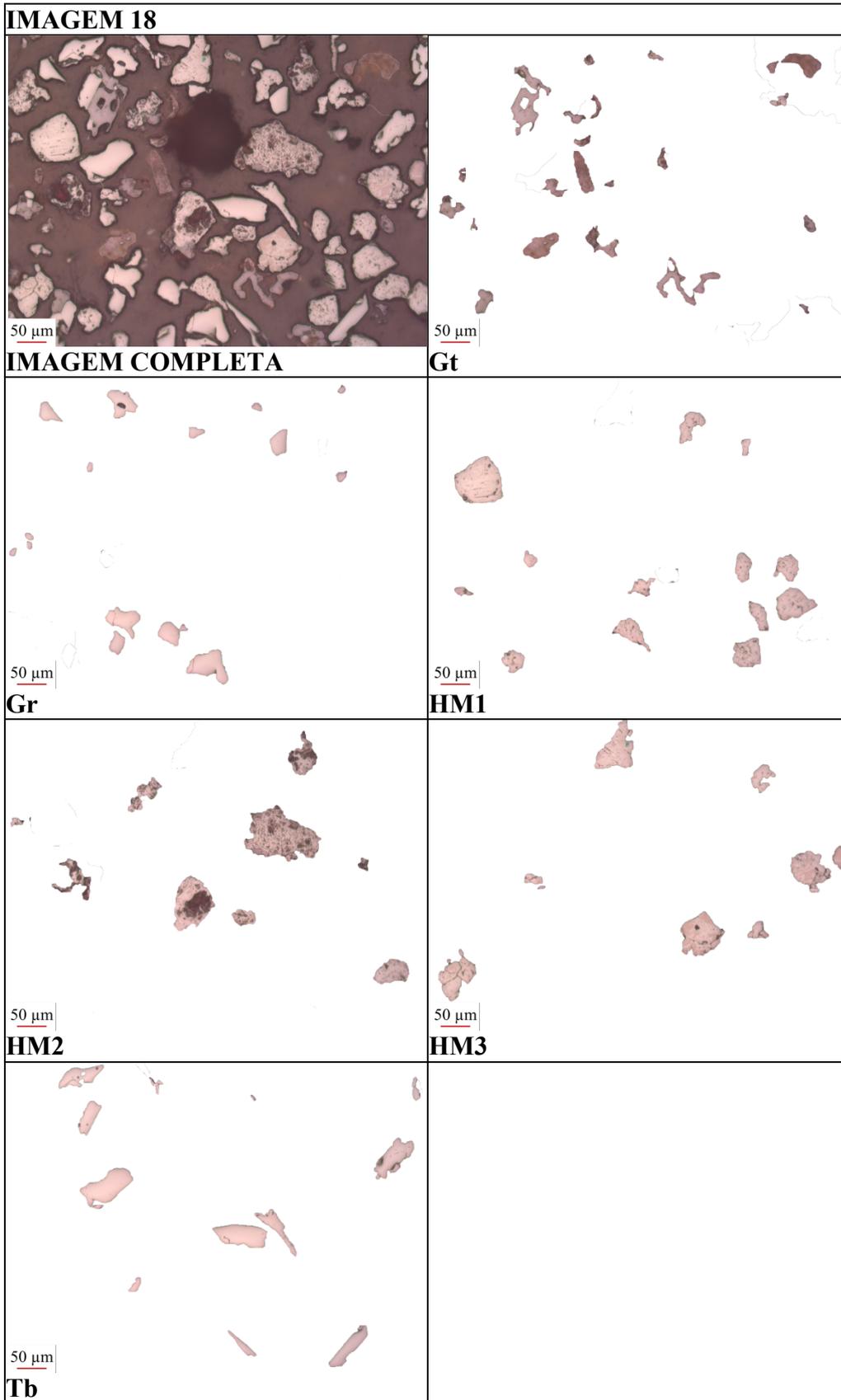


Figura 20 - Imagem microscópica 18 e tipos morfológicos isolados.

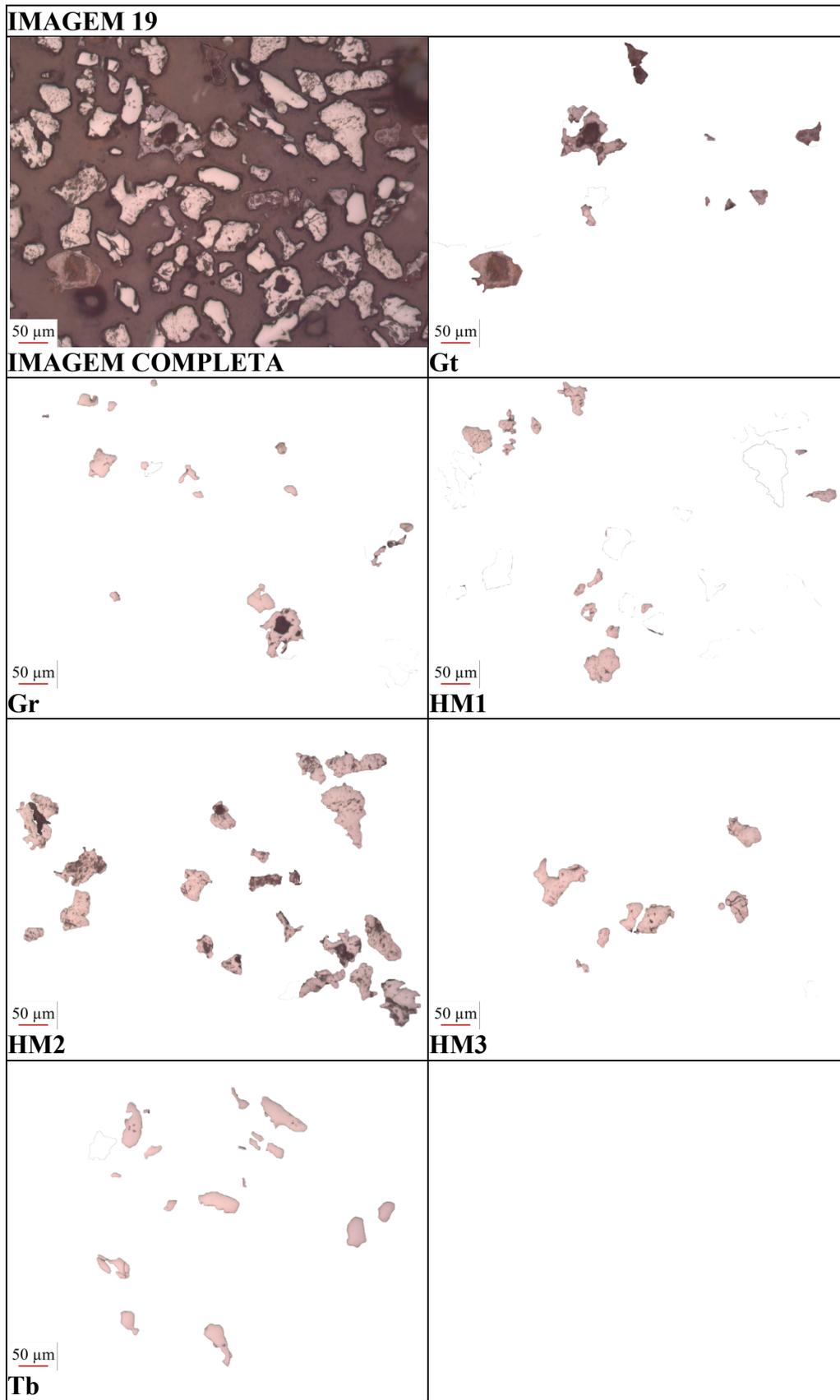


Figura 21 - Imagem microscópica 19 e tipos morfológicos isolados.

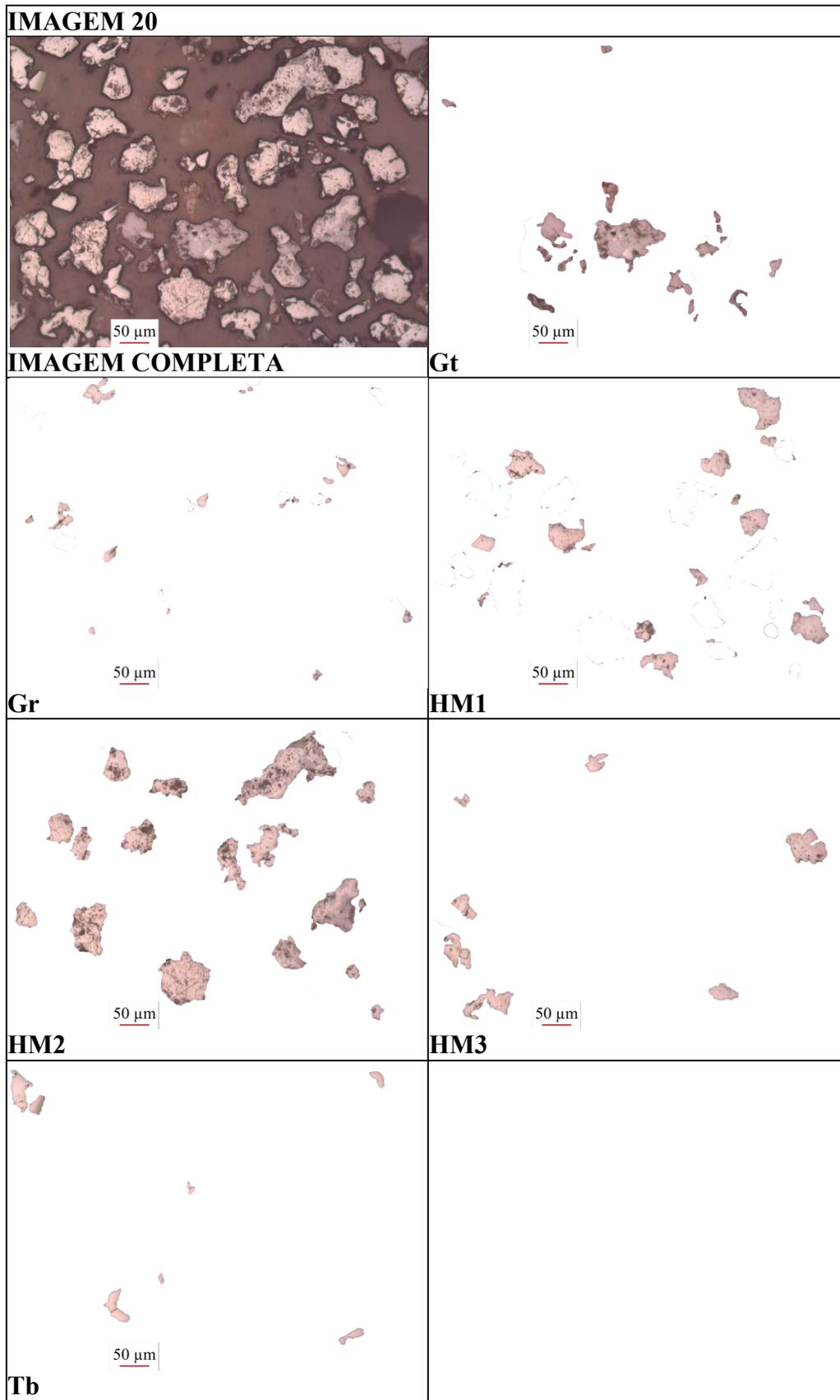


Figura 22 - Imagem microscópica 20 e tipos morfológicos isolados.

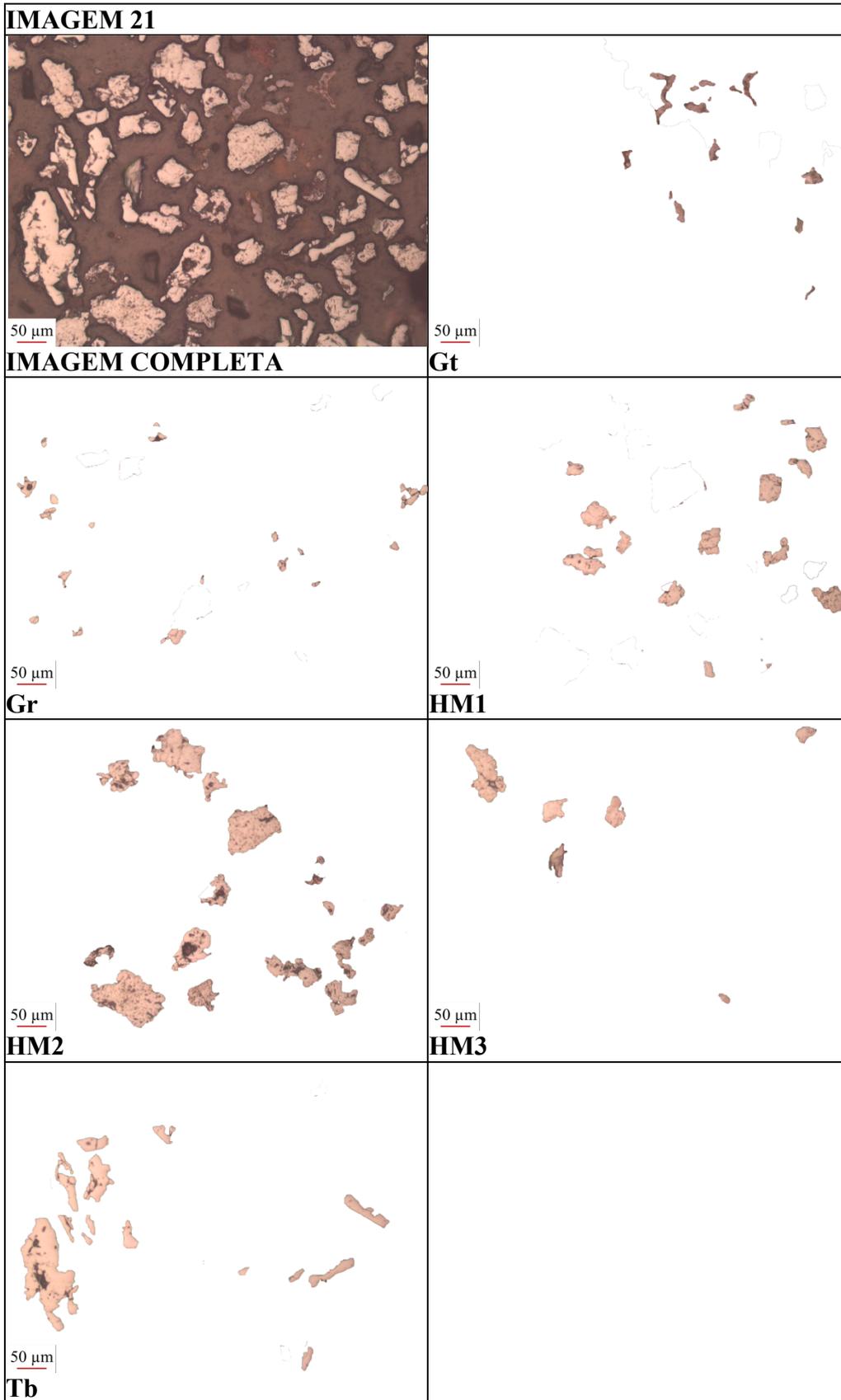


Figura 23 - Imagem microscópica 21 e tipos morfológicos isolados.

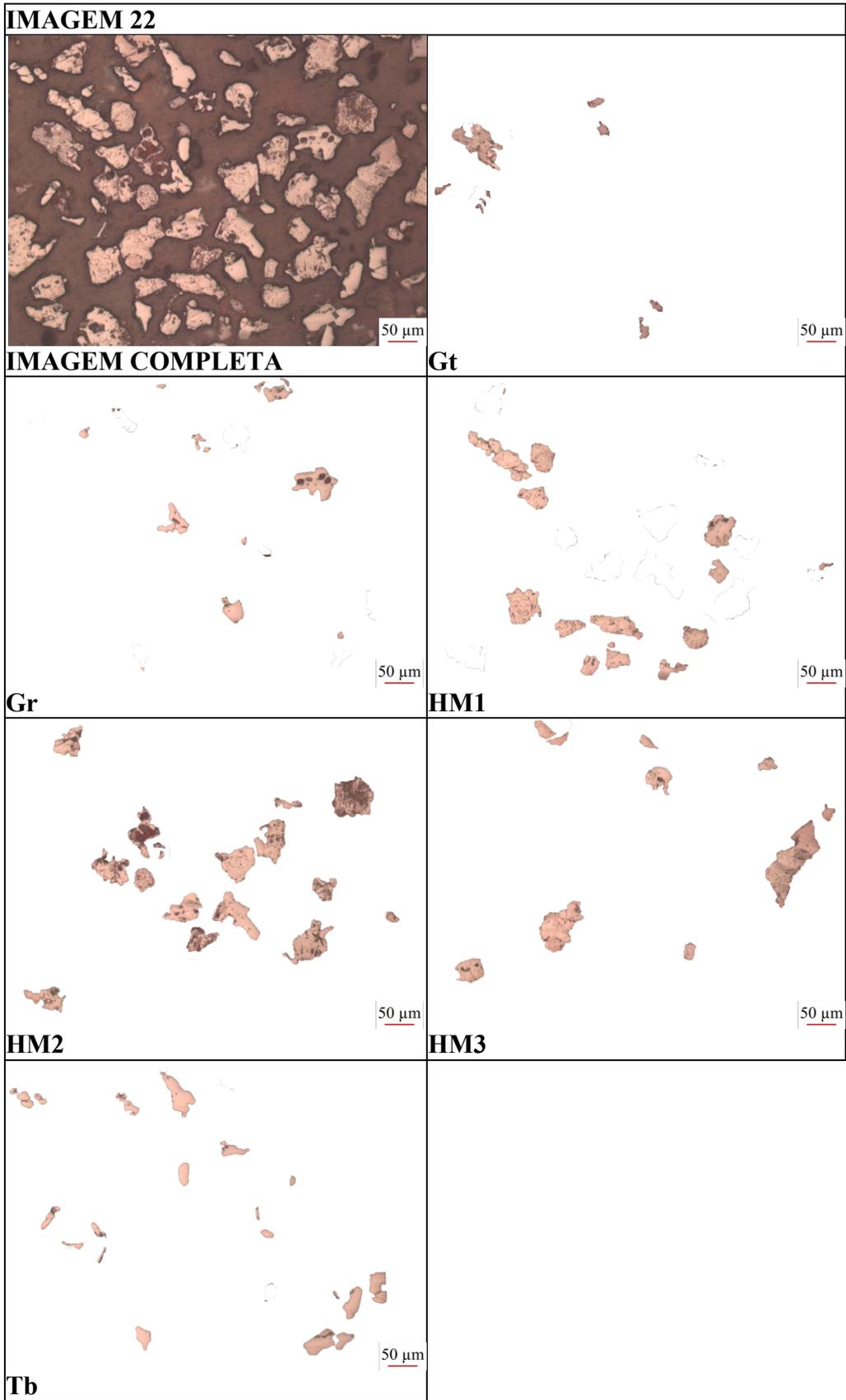


Figura 24 - Imagem microscópica 22 e tipos morfológicos isolados.

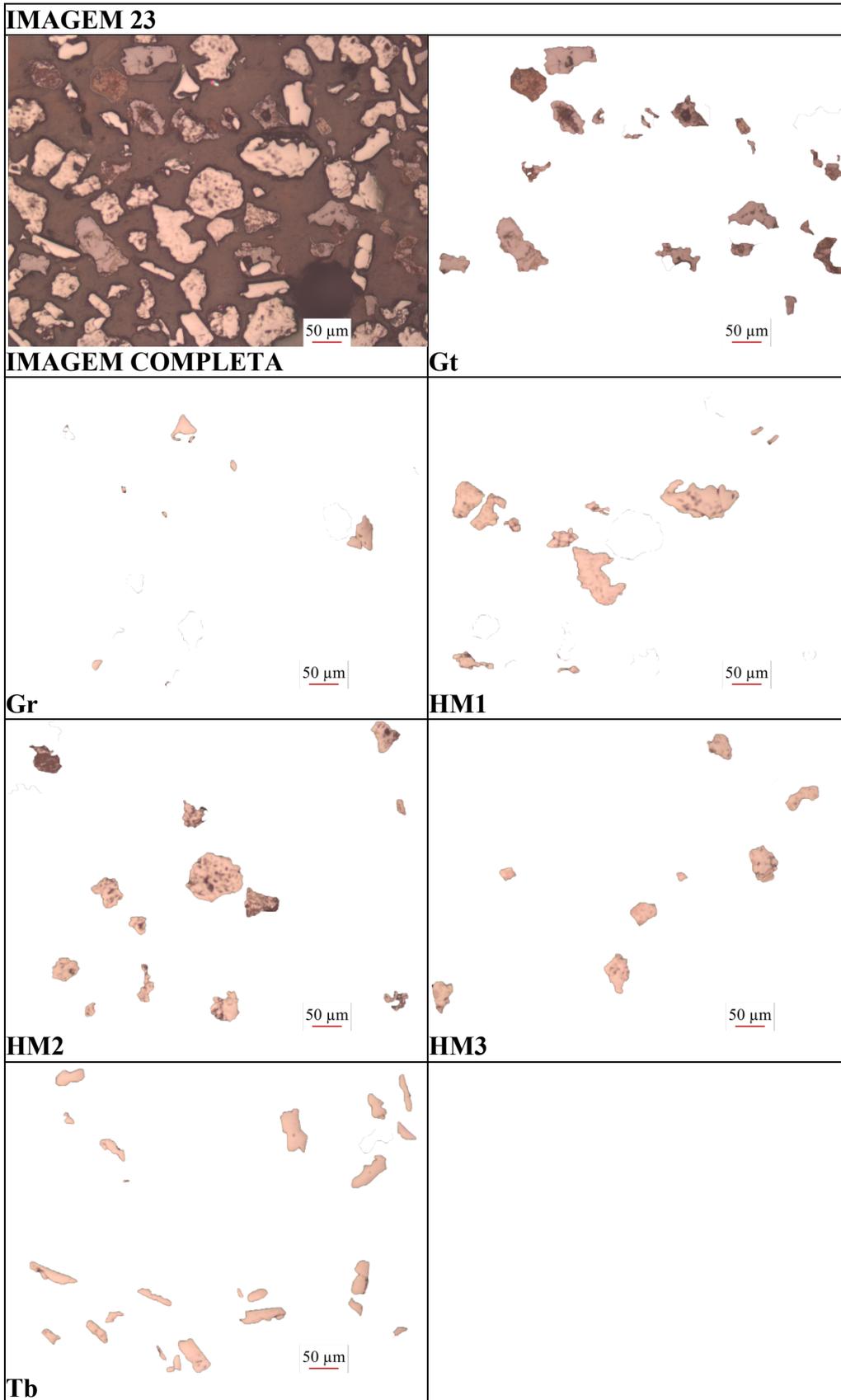
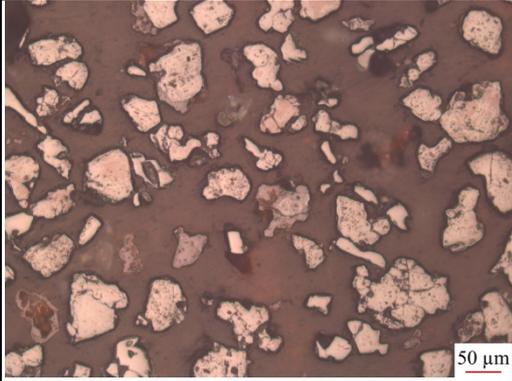


Figura 25 - Imagem microscópica 23 e tipos morfológicos isolados.

**IMAGEM 24**



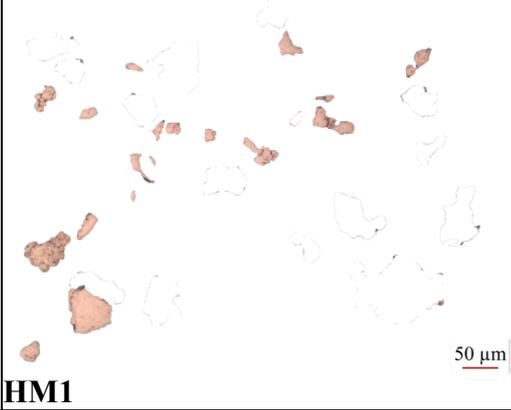
**IMAGEM COMPLETA**



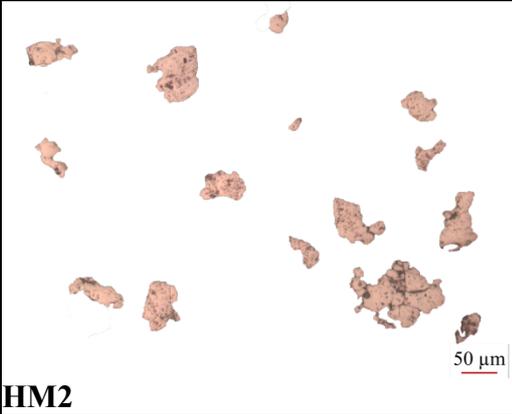
**Gt**



**Gr**



**HM1**



**HM2**



**HM3**



**Tb**

Figura 26 - Imagem microscópica 24 e tipos morfológicos isolados.

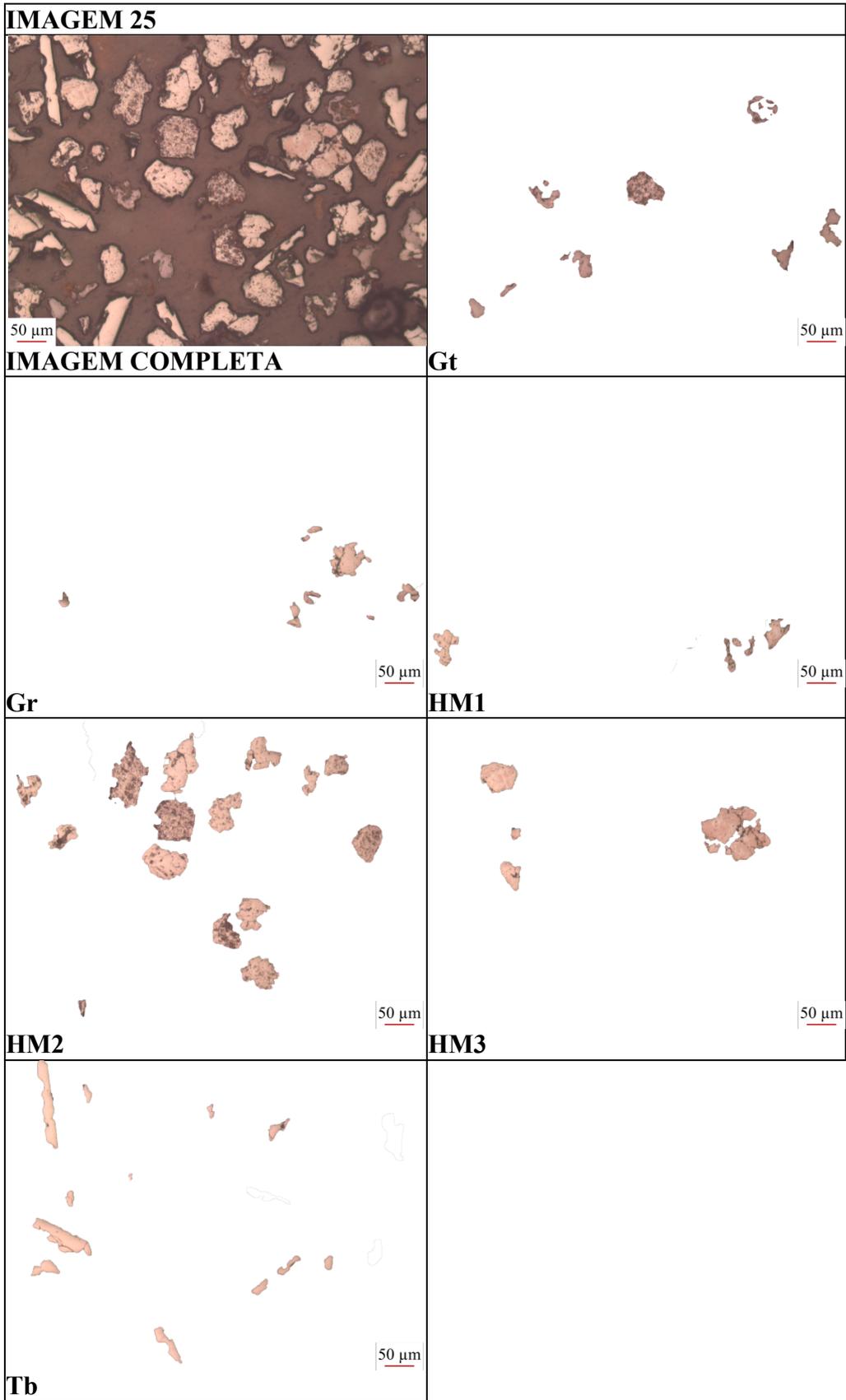
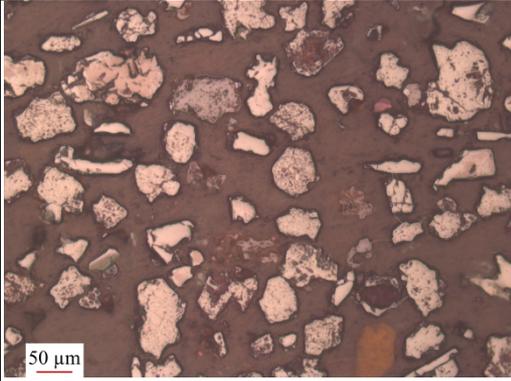


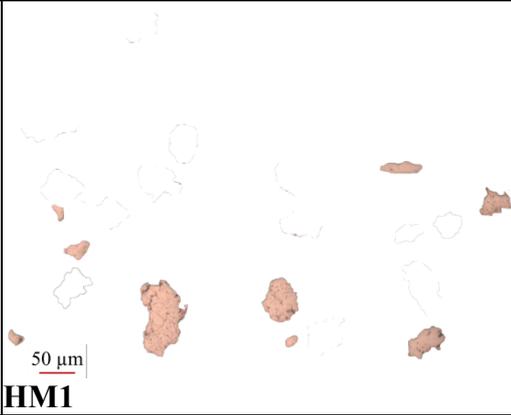
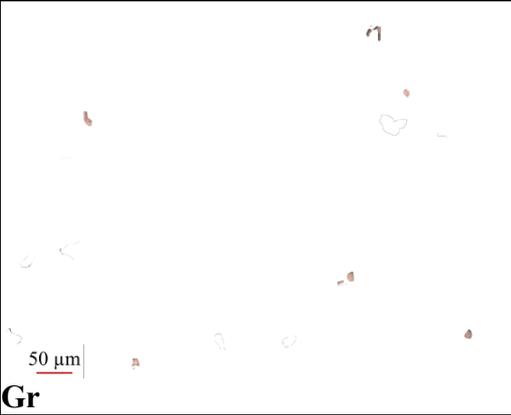
Figura 27 - Imagem microscópica 25 e tipos morfológicos isolados.

**IMAGEM 26**



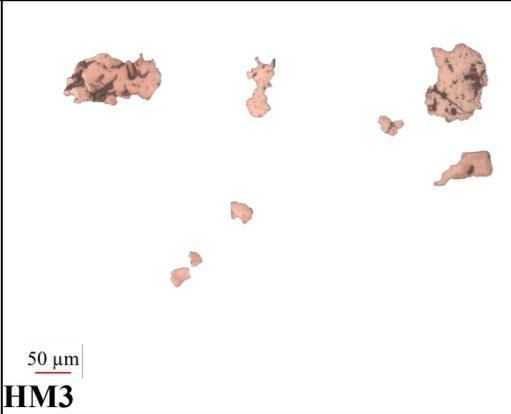
**IMAGEM COMPLETA**

**Gt**



**Gr**

**HM1**



**HM2**

**HM3**



**Tb**

Figura 28 - Imagem microscópica 26 e tipos morfológicos isolados.

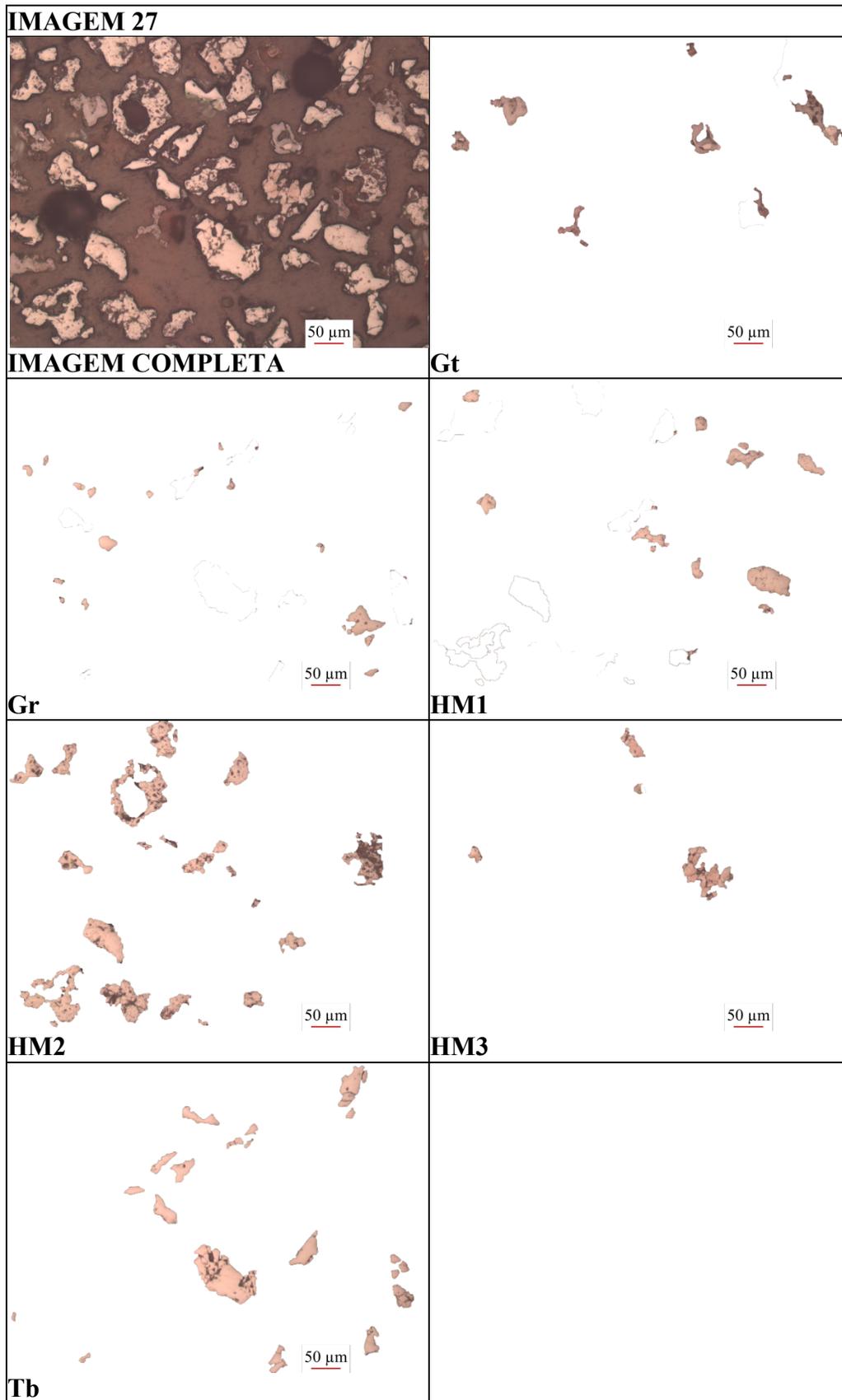
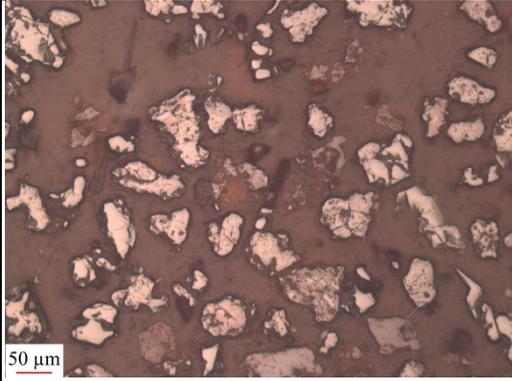
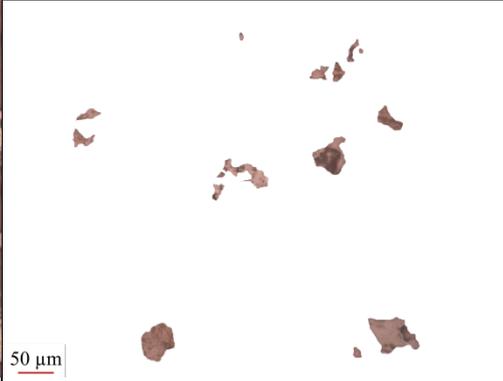


Figura 29 - Imagem microscópica 27 e tipos morfológicos isolados.

**IMAGEM 28**



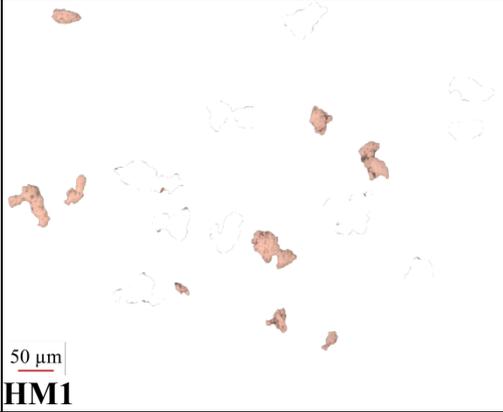
**IMAGEM COMPLETA**



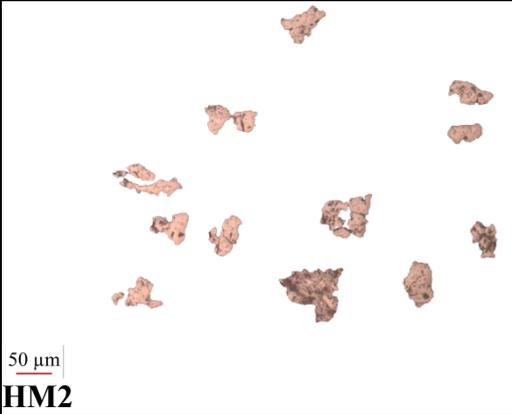
**Gt**



**Gr**



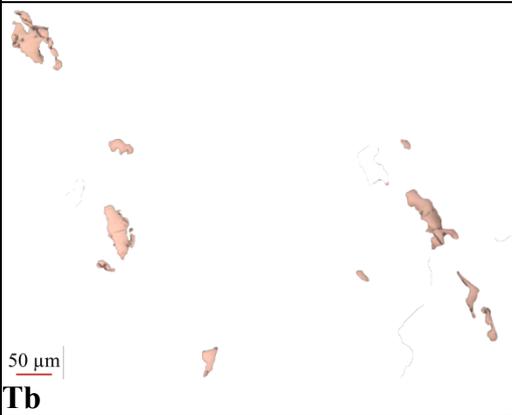
**HM1**



**HM2**



**HM3**



**Tb**

Figura 30 - Imagem microscópica 28 e tipos morfológicos isolados.

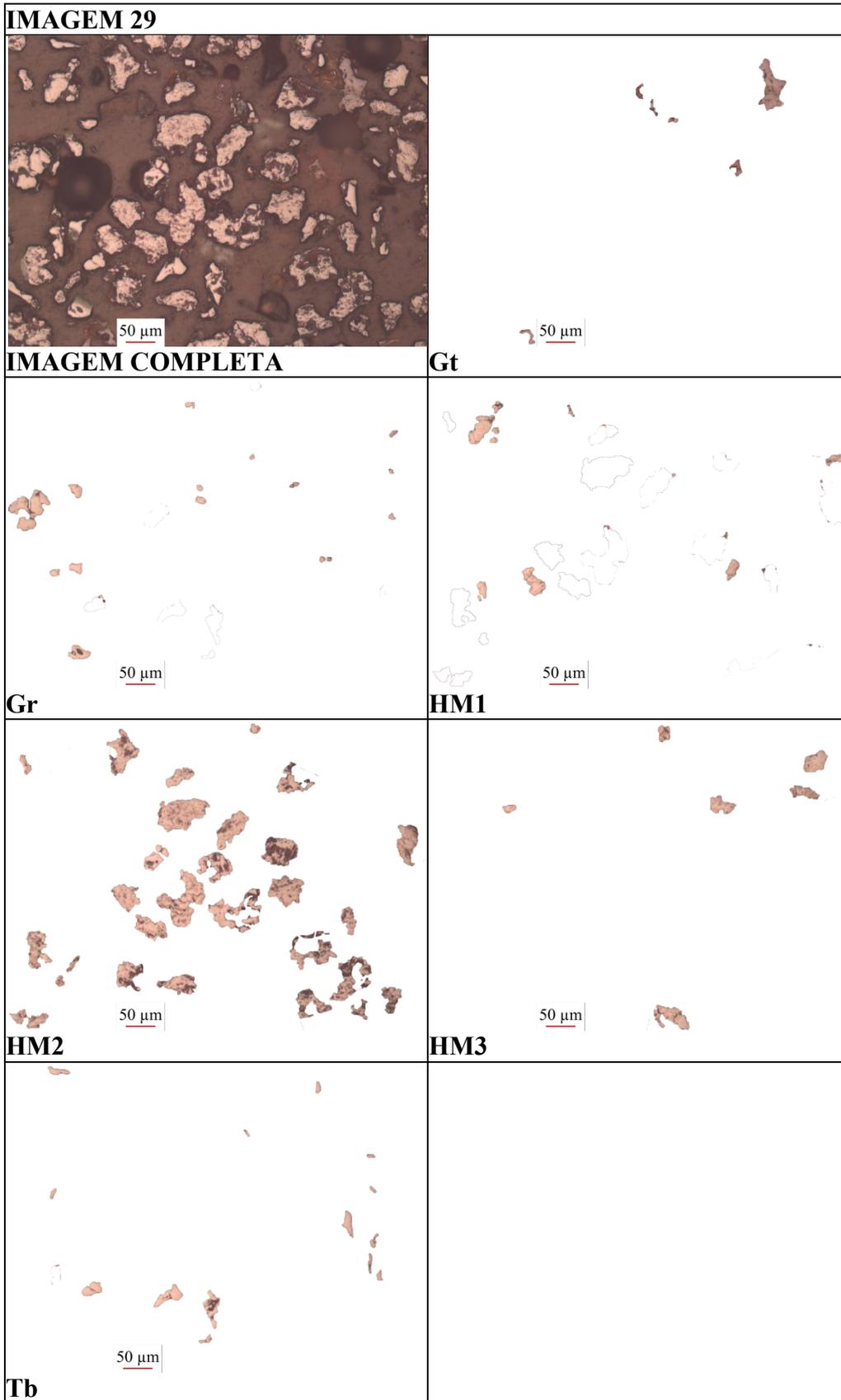


Figura 31 - Imagem microscópica 29 e tipos morfológicos isolados.

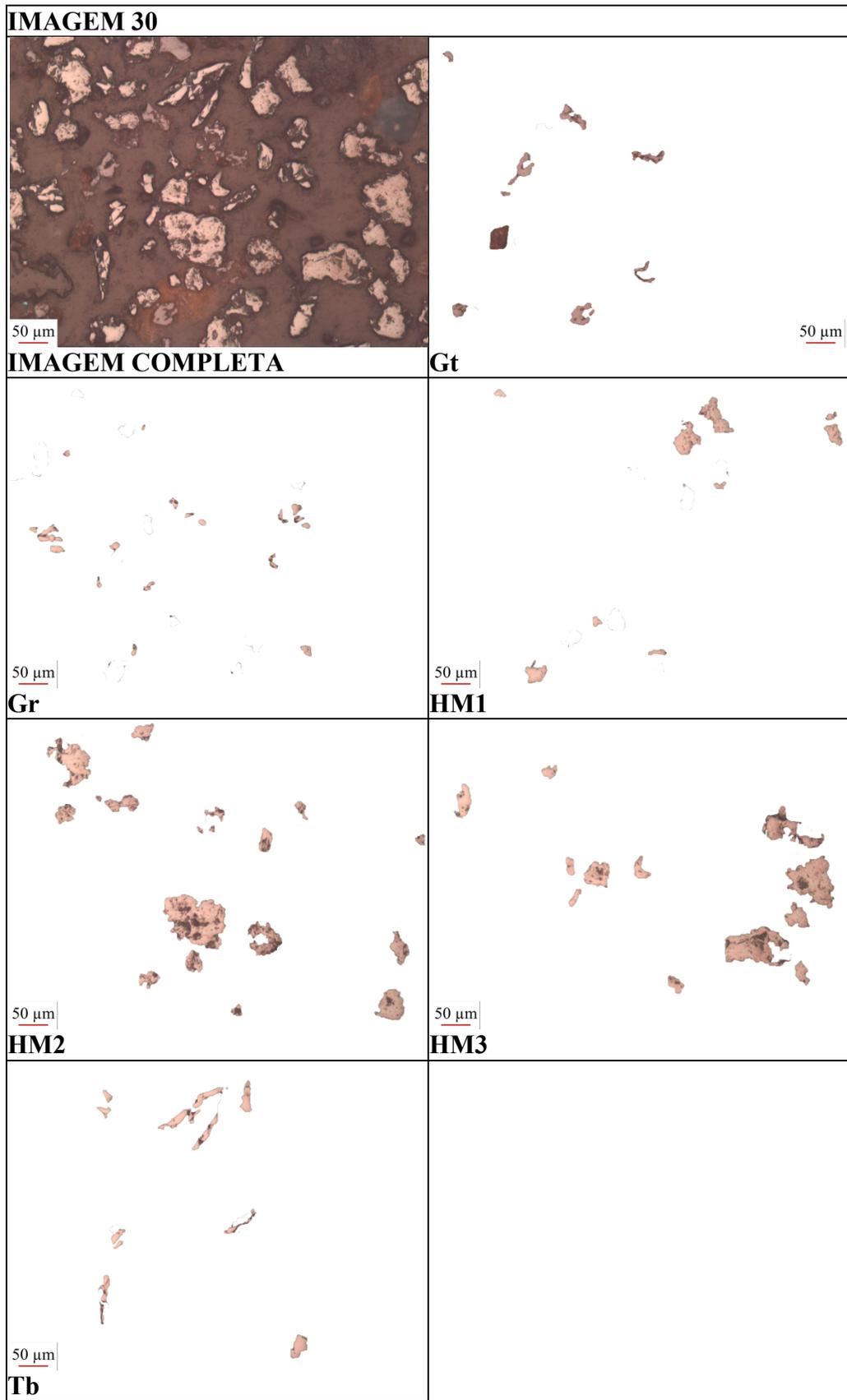


Figura 32 - Imagem microscópica 30 e tipos morfológicos isolados.

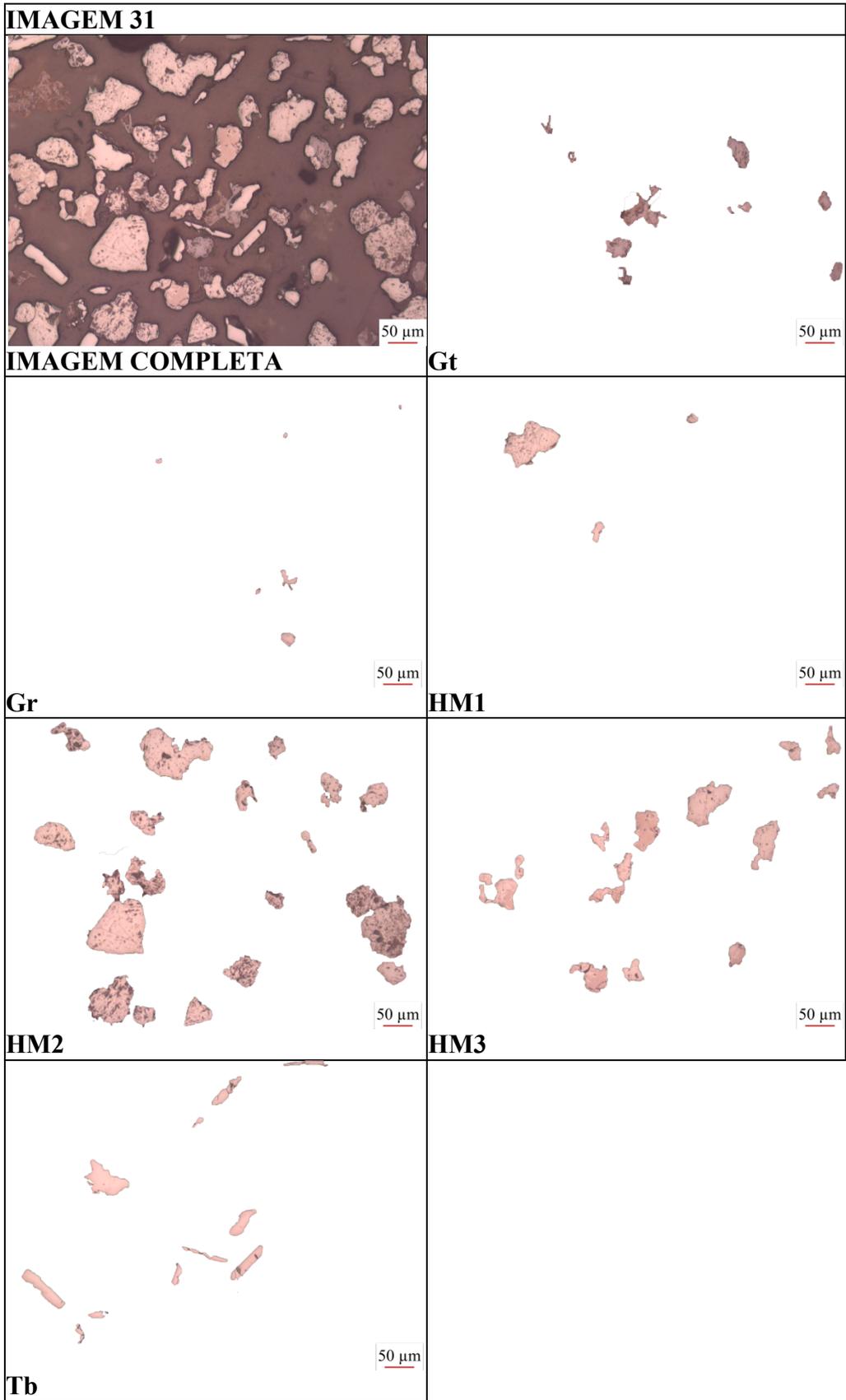


Figura 33 - Imagem microscópica 31 e tipos morfológicos isolados.

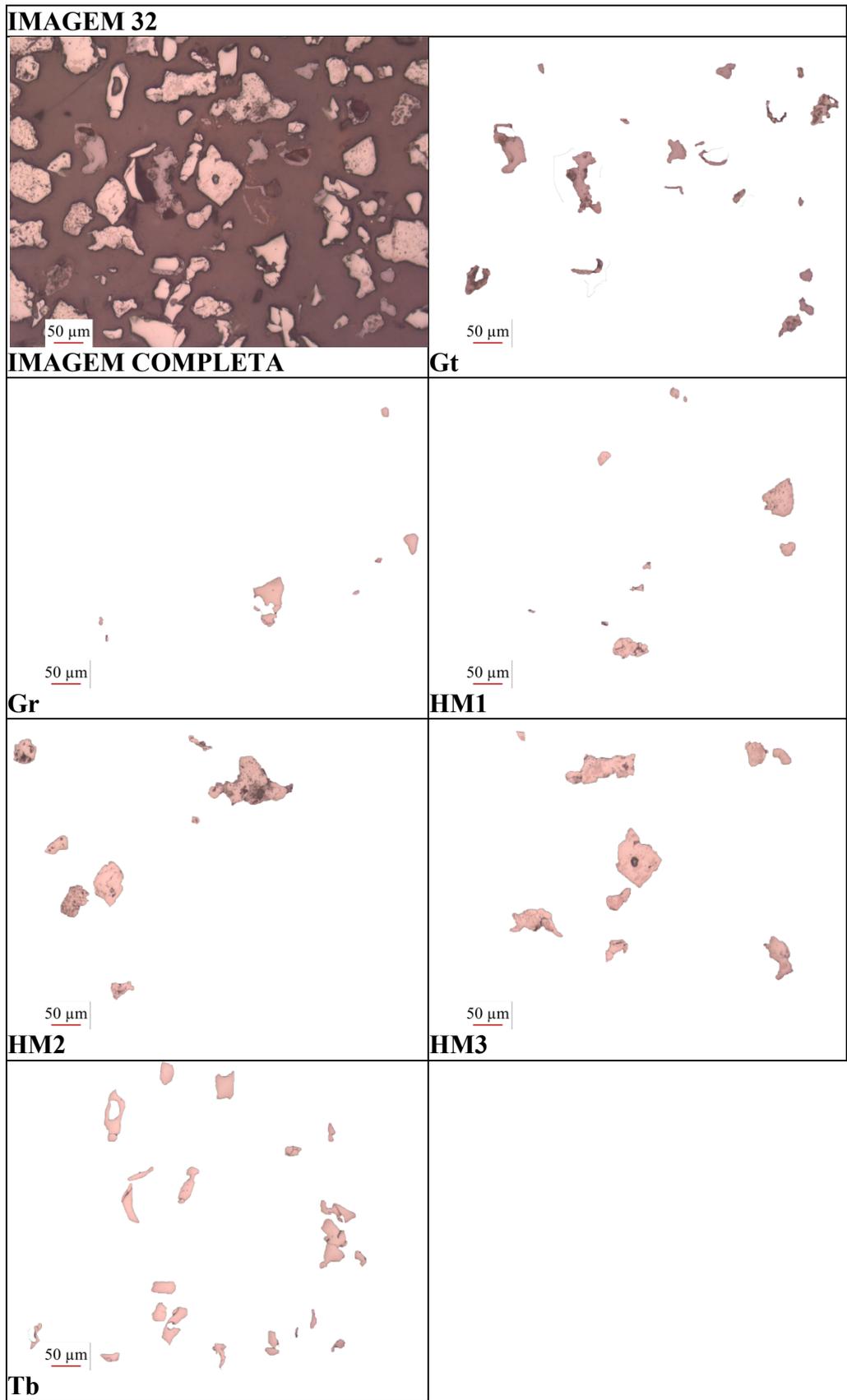
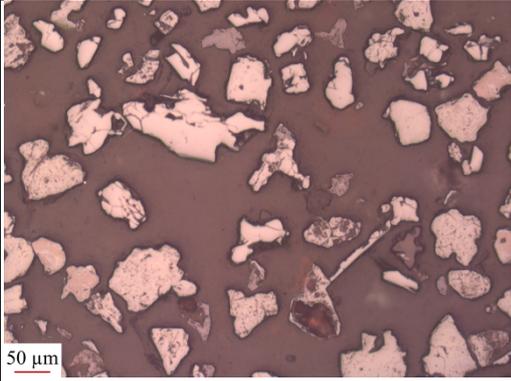


Figura 34 - Imagem microscópica 32 e tipos morfológicos isolados.

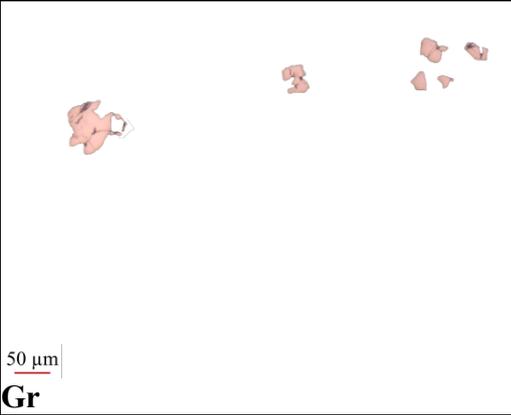
**IMAGEM 33**



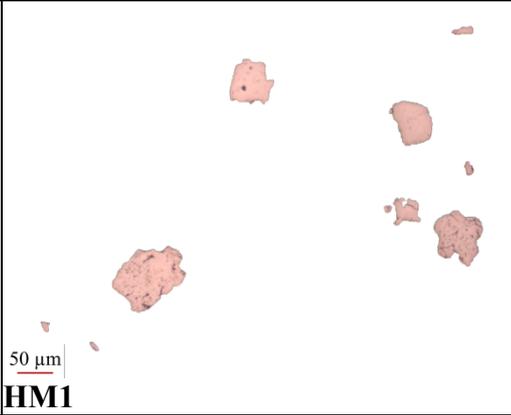
**IMAGEM COMPLETA**



**Gt**



**Gr**



**HM1**



**HM2**



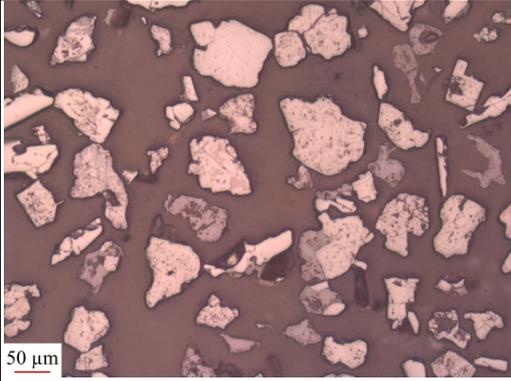
**HM3**



**Tb**

Figura 35 - Imagem microscópica 33 e tipos morfológicos isolados.

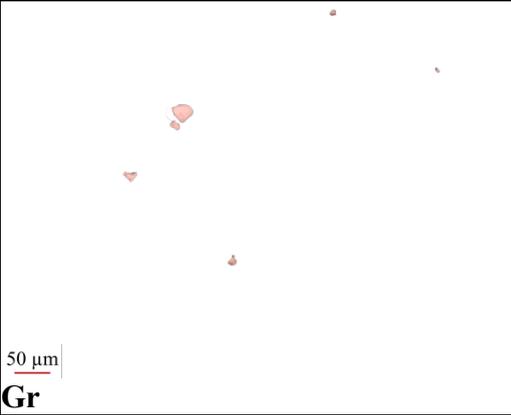
**IMAGEM 34**



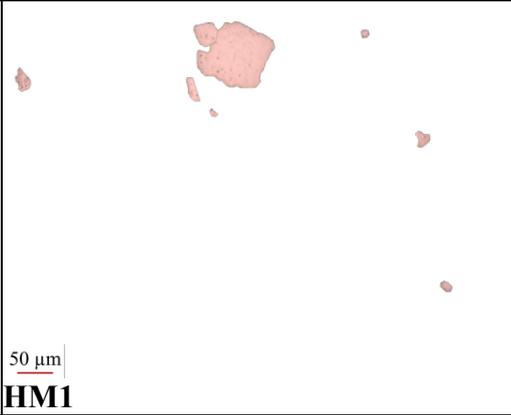
**IMAGEM COMPLETA**



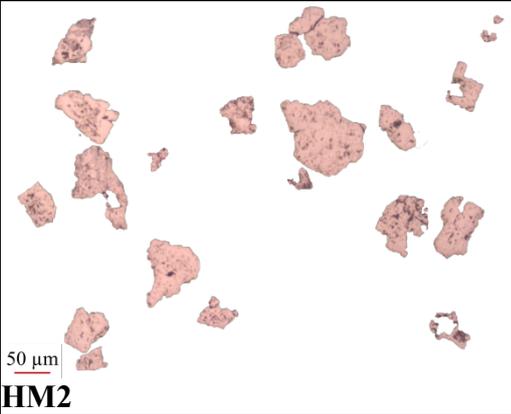
**Gt**



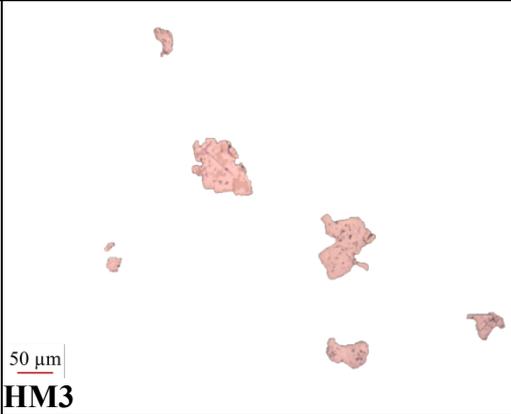
**Gr**



**HM1**



**HM2**



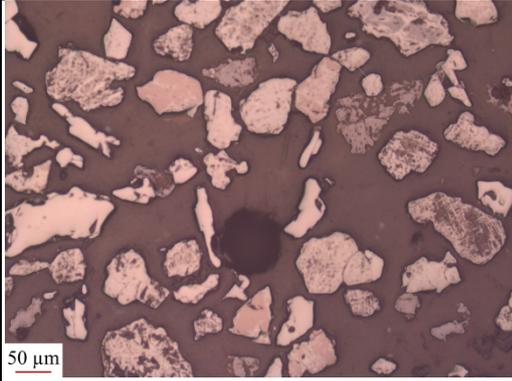
**HM3**



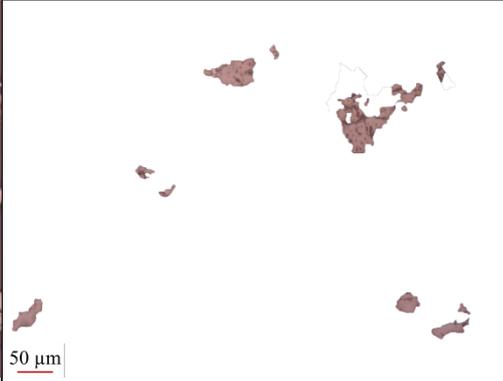
**Tb**

Figura 36 - Imagem microscópica 34 e tipos morfológicos isolados.

**IMAGEM 35**



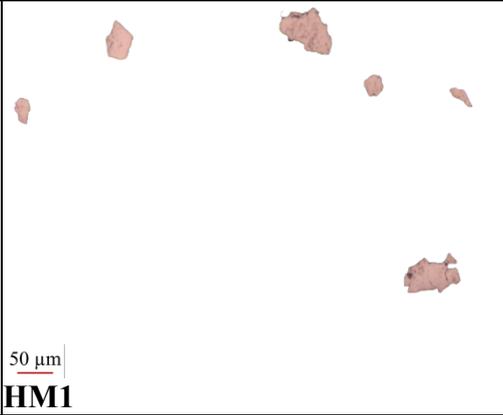
**IMAGEM COMPLETA**



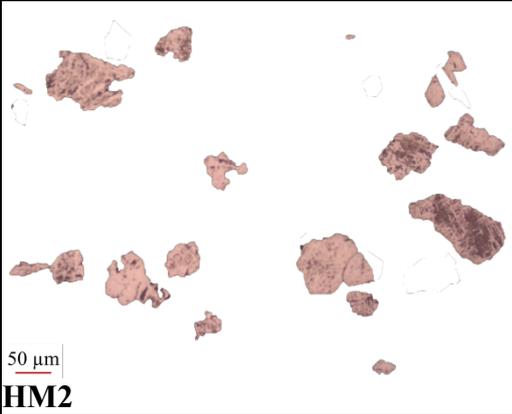
**Gt**



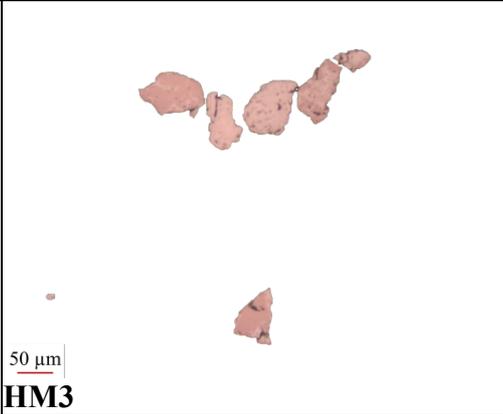
**Gr**



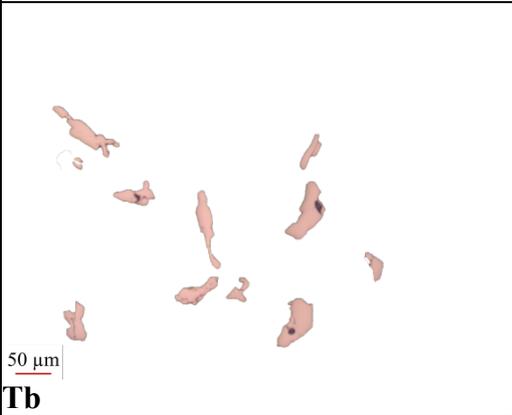
**HM1**



**HM2**



**HM3**

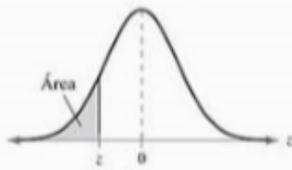


**Tb**

Figura 37 - Imagem microscópica 35 e tipos morfológicos isolados.

## ANEXO I - Tabela de áreas unicaudais da distribuição normal.

Tabela 1 - tabela de áreas unicaudais da distribuição normal. Modificado de Larson *et al.* 2008.



z	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,00
-3,4	0,0002	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
-3,3	0,0003	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0005	0,0005	0,0005
-3,2	0,0005	0,0005	0,0005	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0007	0,0007
-3,1	0,0007	0,0007	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0009	0,0009	0,0009	0,0010
-3,0	0,0010	0,0010	0,0011	0,0011	0,0011	0,0012	0,0012	0,0013	0,0013	0,0013
-2,9	0,0014	0,0014	0,0015	0,0015	0,0016	0,0016	0,0017	0,0018	0,0018	0,0019
-2,8	0,0019	0,0020	0,0021	0,0021	0,0022	0,0023	0,0023	0,0024	0,0025	0,0026
-2,7	0,0026	0,0027	0,0028	0,0029	0,0030	0,0031	0,0032	0,0033	0,0034	0,0035
-2,6	0,0036	0,0037	0,0038	0,0039	0,0040	0,0041	0,0043	0,0044	0,0045	0,0047
-2,5	0,0048	0,0049	0,0051	0,0052	0,0054	0,0055	0,0057	0,0059	0,0060	0,0062
-2,4	0,0064	0,0066	0,0068	0,0069	0,0071	0,0073	0,0075	0,0078	0,0080	0,0082
-2,3	0,0084	0,0087	0,0089	0,0091	0,0094	0,0096	0,0099	0,0102	0,0104	0,0107
-2,2	0,0110	0,0113	0,0116	0,0119	0,0122	0,0125	0,0129	0,0132	0,0136	0,0139
-2,1	0,0143	0,0146	0,0150	0,0154	0,0158	0,0162	0,0166	0,0170	0,0174	0,0179
-2,0	0,0183	0,0188	0,0192	0,0197	0,0202	0,0207	0,0212	0,0217	0,0222	0,0228
-1,9	0,0233	0,0239	0,0244	0,0250	0,0256	0,0262	0,0268	0,0274	0,0281	0,0287
-1,8	0,0294	0,0301	0,0307	0,0314	0,0322	0,0329	0,0336	0,0344	0,0351	0,0359
-1,7	0,0367	0,0375	0,0384	0,0392	0,0401	0,0409	0,0418	0,0427	0,0436	0,0446
-1,6	0,0455	0,0465	0,0475	0,0485	0,0495	0,0505	0,0516	0,0526	0,0537	0,0548
-1,5	0,0559	0,0571	0,0582	0,0594	0,0606	0,0618	0,0630	0,0643	0,0655	0,0668
-1,4	0,0681	0,0694	0,0708	0,0721	0,0735	0,0749	0,0764	0,0778	0,0793	0,0808
-1,3	0,0823	0,0838	0,0853	0,0869	0,0885	0,0901	0,0918	0,0934	0,0951	0,0968
-1,2	0,0985	0,1003	0,1020	0,1038	0,1056	0,1075	0,1093	0,1112	0,1131	0,1151
-1,1	0,1170	0,1190	0,1210	0,1230	0,1251	0,1271	0,1292	0,1314	0,1335	0,1357
-1,0	0,1379	0,1401	0,1423	0,1446	0,1469	0,1492	0,1515	0,1539	0,1562	0,1587
-0,9	0,1611	0,1635	0,1660	0,1685	0,1711	0,1736	0,1762	0,1788	0,1814	0,1841
-0,8	0,1867	0,1894	0,1922	0,1949	0,1977	0,2005	0,2033	0,2061	0,2090	0,2119
-0,7	0,2148	0,2177	0,2206	0,2236	0,2266	0,2296	0,2327	0,2358	0,2389	0,2420
-0,6	0,2451	0,2483	0,2514	0,2546	0,2578	0,2611	0,2643	0,2676	0,2709	0,2743
-0,5	0,2776	0,2810	0,2843	0,2877	0,2912	0,2946	0,2981	0,3015	0,3050	0,3085
-0,4	0,3121	0,3156	0,3192	0,3228	0,3264	0,3300	0,3336	0,3372	0,3409	0,3446
-0,3	0,3483	0,3520	0,3557	0,3594	0,3632	0,3669	0,3707	0,3745	0,3783	0,3821
-0,2	0,3859	0,3897	0,3936	0,3974	0,4013	0,4052	0,4090	0,4129	0,4168	0,4207
-0,1	0,4247	0,4286	0,4325	0,4364	0,4404	0,4443	0,4483	0,4522	0,4562	0,4602
-0,0	0,4641	0,4681	0,4721	0,4761	0,4801	0,4840	0,4880	0,4920	0,4960	0,5000