



Universidade Federal de Ouro Preto
Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas
Departamento de Engenharia de Produção



Trabalho de Conclusão de Curso

APLICAÇÃO HEURÍSTICA PARA O PROBLEMA DE SEQUENCIAMENTO DA EXTRAÇÃO DE BLOCOS EM MINAS A CÉU ABERTO

Matheus Henrique Ribeiro Damasceno

João Monlevade, MG
2018

Matheus Henrique Ribeiro Damasceno

**APLICAÇÃO HEURÍSTICA PARA O
PROBLEMA DE SEQUENCIAMENTO DA
EXTRAÇÃO DE BLOCOS EM MINAS A CÉU
ABERTO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos
requisitos para obtenção do Título de Bacharel em
Engenharia de Produção do Instituto de Ciências
Exatas e Aplicadas da Universidade Federal de Ouro
Preto.

Orientador: Prof.Dr. Thiago A. de O. Silva

**Universidade Federal de Ouro Preto
João Monlevade
2018**

D155a Damasceno, Matheus Henrique Ribeiro .
Aplicação heurística para o problema de sequenciamento da extração de blocos em minas a céu aberto [manuscrito] / Matheus Henrique Ribeiro Damasceno. - 2018.

33f.: il.: color; tabs.

Orientador: Prof. Dr. Thiago Augusto de Oliveira Silva.

Monografia (Graduação). Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas. Departamento de Engenharia de Produção.

1. Engenharia de Produção. 2. Mineração. 3. Heurística. I. Silva, Thiago Augusto de Oliveira. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU: 658.5



ATA DE DEFESA – ATV030

Aos 13 dias do mês de DEZEMBRO de 2018, às 20 horas, na sala C203 deste instituto, foi realizada a defesa do Trabalho de Conclusão de Curso pelo (a) aluno (a) MATHEUS HENRIQUE RIBEIRO DAMASCENO, Matrícula 12.2.8383 sendo a comissão examinadora constituída pelos professores: THIAGO AUGUSTO DE OLIVEIRA SILVA, ALEXANDRE XAVIER MARTINS E MÔNICA DO AMARAL

O (a) aluno (a) apresentou o trabalho intitulado:

APLICAÇÃO HEURÍSTICA PARA O PROBLEMA DE SEQUENCIAMENTO DA EXTRAÇÃO DE BLOCOS EM MINAS À CÉU ABERTO. A comissão examinadora deliberou, pela: () Aprovação; ou (x) Aprovação com Ressalva - Prazo concedido para as correções: 10 DIAS; ou () Reprovação com Ressalva, com prazo para marcação da nova banca de: _____; ou () Reprovação do(a) aluno(a), com a nota 8,5. Na forma regulamentar e seguindo as determinações da Resolução COEP 05/2018 foi lavrada a presente ata que é assinada pelos membros da comissão examinadora e pelo (a) aluno(a).

João Monlevade, 13 de DEZEMBRO de 2018.



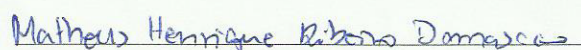
THIAGO AUGUSTO DE OLIVEIRA SILVA



MÔNICA DO AMARAL



ALEXANDRE XAVIER MARTINS



MATHEUS HENRIQUE RIBEIRO DAMASCENO

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à Deus por ter me dado discernimento nas tomadas de decisões que se fizeram necessárias ao longo da graduação e por ter me dado forças quando tudo parecia muito difícil.

Aos meus pais agradeço por ter dado todo o suporte para que tudo transcorresse da melhor forma possível, muitas vezes se privando de algo para que fosse possível que eu me dedicasse aos meus estudos.

Agradeço aos meus irmãos da Xilindró por ter me acolhido e tornado os meus dias em João Monlevade mais alegres.

Ao meu orientador agradeço a paciência e a disponibilidade em me atender prontamente quando as dúvidas persistiam.

Por fim, a todo aqueles que me acompanharam no meu dia-a-dia, que me deram abrigo e tiveram paciência comigo nos momentos em que nada parecia dar certo.

Graças a vocês estou concluindo mais essa etapa, e agradeço a todos. Muito obrigado!

Resumo

Atividades de extração mineral em minas a céu aberto demandam altos custos para sua realização, portanto é necessário que se busque a atenuação destes. Uma forma de atenuá-los é estudar melhor forma de obter o maior resultado proveniente da extração durante a vida útil destas minas. Neste contexto, o presente trabalho apresenta dois métodos capazes de sequenciar a extração de modo a maximizar o valor presente líquido obtido no fim da vida útil da mina. É proposto a implementação de dois métodos heurísticos para solucionar o problema de CPIT, partindo do conhecimento da cava ótima da mina. Para analisar o desempenho computacional das heurísticas, foram utilizadas 3 instâncias presentes na literatura. A partir dos resultados obtidos pelas heurísticas, verifica-se a proximidade do valor da solução com os melhores valores encontrados até hoje.

Palavras-chave:Mineração, Minas a céu aberto, Heurísticas, Melhor aprimorante, Busca local.

Abstract

Mineral extraction activities in open-pit mines demand high costs for their realization, so it is necessary to seek mitigation of these. One way to attenuate them is to study the best way to obtain the highest result from the extraction during the life of these mines. In this context, the present work presents two methods capable of sequencing the extraction in order to maximize the net present value obtained at the end of the useful life of the mine. It is proposed the implementation of two heuristic methods to solve the problem of CPIT, starting from the knowledge of the ultimate pit limit of the mine. In order to analyze the computational performance of the heuristics, three instances were used in the literature. From the solved ones obtained by the heuristics, we can verify the proximity of the value of the solution with the best values found until today.

Keywords: Mining, Open Mines, Heuristics, Best Enhancement, Local Search. end summary

Lista de ilustrações

Figura 1 – Produção Mineral no Brasil	6
Figura 2 – Fluxograma das fases da mineração.	7
Figura 3 – Configuração para exemplo.	18

Lista de abreviaturas e siglas

CPIT	Constrained Pit Limit
OPBS	Open-Pit Block Scheduling
UPIT	Ultimate Pit Limit
VPL	Valor Presente Líquido
FALM	Forward Activity List Move
GRASP	Greedy Randomized Adaptive Search Procedure
ILS	Iterated Local Search

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Problema de pesquisa	2
1.2	Objetivos	2
1.2.1	Objetivos gerais	2
1.2.2	Objetivos específicos	2
1.3	Justificativa e relevância do trabalho	2
1.4	Organização do Trabalho	3
2	METODOLOGIA	4
2.1	Conjuntos de dados utilizados	5
2.2	Linguagem de programação utilizada	5
3	REVISÃO DE LITERATURA	6
3.1	Panorama do setor de mineração	6
3.2	Planejamento da lavra	8
3.3	Sequenciamento e planejamento da extração	8
3.4	Modelos matemáticos aplicados ao sequenciamento da produção	9
3.4.1	Modelo para problema de cava final (UPIT)	9
3.4.2	Modelo para problema de cava restrita (CPIT)	10
3.5	Métodos para solução	11
4	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	13
4.1	Métodos heurísticos	13
4.1.1	Heurística Construtiva de Melhor aprimorante	14
4.1.2	Heurística de Busca Local	14
5	DESENVOLVIMENTO	16
5.1	Heurística de melhor aprimorante	16
5.1.1	Exemplo Heurística de Melhor Aprimorante	17
5.2	Heurística de busca local	20
5.2.1	Exemplo PTransitivo	22
5.2.2	Exemplo Movimento FALM	23
5.3	Cálculo dos períodos e do valor presente líquido	24

6	ANÁLISES E RESULTADOS	26
6.1	Resultados heurística de melhor aprimorante	26
6.2	Resultados heurística de busca local	27
7	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	30
	REFERÊNCIAS	31

1 Introdução

Reconhecer o melhor sequenciamento para extração de blocos minerais em uma mina a céu aberto é de importância para a maximização do lucro líquido, dado que, segundo Newman et al. (2010) o valor do bloco pode ser refletido como uma função da sua data de extração.

Resumidamente, o valor de extração do bloco é definido por uma equação em função do horizonte de tempo disponível para extração, que define o valor econômico do bloco baseado no período em que este é extraído, e por diversos fatores de risco, tais como os citados por Park e I.I. (2011): a reserva disponível, a quantidade de períodos para extração, a tecnologia utilizada para extração e processamento dos blocos, a alta probabilidade de alteração no preço do mineral, escassez de oferta, aprovação dos órgãos de meio ambiente do governo responsável pela mina, impostos e encargos para extração de minério e risco de nacionalização.

No intuito de auxiliar a solução da problemática de quando e como extrair os blocos de minerais em minas (tanto a céu-aberto, quanto subterrâneas), a pesquisa operacional está sendo amplamente utilizada em diversas de suas vertentes. Segundo Espinoza et al. (2012) a aplicação da pesquisa operacional está presente principalmente nos estágios de desenvolvimento (estimação de preços, quantidade de mineral disponível e nos estudos de viabilidade econômica da extração) e exploração da mina em si. Não obstante em apenas decidir o momento exato da extração, a pesquisa operacional auxilia a tentativa de maximizar o valor presente líquido obtido ao extrair determinado bloco, e, a partir disto, maximizar o valor da extração total da mina, sujeito a restrições de precedência espacial, e outras várias restrições operacionais Espinoza et al. (2012).

A utilização de heurísticas para solução do problema de *CPIT* (*Constrained Pit Limit Problem*) advém da dificuldade de se obter uma solução ótima em tempo computacional de solução aceitável, visto que, segundo Gleixner (2008), este problema se assemelha a um problema da mochila (*knapsack*) com restrição de precedência entre os itens. Sendo assim, o problema de sequenciamento da extração de blocos em minas a céu aberto é considerado um problema NP-difícil tanto para formulações inteiras como é o caso que será tratado neste estudo quanto para formulações de programação inteira mista.

1.1 Problema de pesquisa

O processo de extração mineral em minas a céu aberto compreende duas decisões principais a serem tomadas: como e quando extrair o material. Deste modo, como a pesquisa operacional pode auxiliar na tomada de decisão do sequenciamento para extração mineral viabilizando economicamente o processo e, visando a maximização do valor presente líquido?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivos gerais

Desenvolver um algoritmo heurístico para sequenciar a extração de blocos de minas a céu aberto visando a maximização do lucro proveniente da extração e possivelmente viabilizando economicamente a extração.

1.2.2 Objetivos específicos

- ✓ Apresentar os modelos matemáticos propostos para este problema propostos por Espinoza et al. (2012) e por Jélvez et al. (2016);
- ✓ Coletar e ajustar instâncias para posterior aplicação no algoritmo;
- ✓ Desenvolver e implementar dois algoritmos heurísticos para resolução do problema;
- ✓ Testar instâncias.
- ✓ Comparar resultados obtidos no trabalho com os presentes em Espinoza et al. (2012) e Jélvez et al. (2016)

1.3 Justificativa e relevância do trabalho

Por configurar o segundo maior exportador de minério de ferro do mundo, as operações de extração de minério no Brasil possuem grande participação no PIB do país. Portanto é importante identificar maneiras que possam auxiliar o setor extrativista mineral a maximizar o valor presente líquido proveniente das extrações em minas a céu aberto. O presente trabalho tem por objetivo auxiliar o sequenciamento da extração de blocos de minério em minas a céu aberto a partir da análise da viabilidade econômica e

busca a maximização do valor presente líquido proveniente da extração.

A dificuldade de solucionar este problema está ligada principalmente às restrições de precedência presente no problema e ao tamanho das instâncias analisadas. Por se tratar de um problema NP-difícil, á medida em que a quantidade de itens a serem sequenciados aumenta, o tempo de solução tende a aumentar de acordo com uma função não polinomial.

Portanto, para que seja possível sequenciar a extração em instâncias de tamanhos variáveis e elevados em ambientes reais sem que haja uma grande diferença entre o resultado ótimo para o valor presente líquido e o resultado obtido, para que o tempo de solução seja computacionalmente viável, algoritmos heurísticos são amplamente utilizados.

1.4 Organização do Trabalho

O presente trabalho está estruturado em sete capítulos. O primeiro deles, a introdução, tem por objetivo contextualizar, justificar e descrever os objetivos do que motivaram a realização do trabalho. No segundo capítulo encontra-se a metodologia de pesquisa. O terceiro capítulo apresenta uma revisão bibliográfica contemplando alguns métodos utilizados para resolução de problemas *np-difíceis*, tais como métodos heurísticos, métodos inteiros e inteiros-mistos. O quarto capítulo apresenta a fundamentação teórica, onde são definidas as heurísticas utilizadas. O desenvolvimento do trabalho é apresentado no Capítulo 5. O Capítulo 6 contempla os resultados obtidos. Por fim, no Capítulo 7 são apresentadas as considerações finais e sugestões para trabalhos futuros que se contemplam à essa área .

2 Metodologia

A metodologia utilizada no presente trabalho é de natureza aplicada, pois tem por objetivo que seus resultados sejam aplicados em problemas reais. A pesquisa aplicada é fomentada por objetivos de aplicação prática, ou seja, o seu desenvolvimento parte do princípio que é necessário obter uma solução para o problema em questão a partir desta pesquisa. O objetivo desta pesquisa é de caráter normativo, que, segundo Turrioni e Mello (2011) está primariamente interessada no desenvolvimento de ações para aperfeiçoar os resultados presentes na literatura, encontrar solução ótima ou para comparar várias estratégias reativas a um problema. A abordagem se enquadra no quesito quantitativo, pois o mesmo autor considera que tudo pode ser quantificável, o que significa traduzir em números, opiniões e informações para classificá-las e analisá-las. O método a ser utilizado neste trabalho é o de modelagem e simulação a partir da construção de uma heurística de melhor aprimorante e uma de busca local para o problema em questão. O objetivo desta metodologia é encontrar a solução ótima ou um valor que se aproxime do ótimo para o problema em questão.

Modelos como o do problema de sequenciamento podem ser solucionados de diversas maneiras, muitas delas estão disseminadas na literatura, como por exemplo métodos de programação dinâmica, programação inteira baseados em *branch-and-bound* ou decomposição. No entanto, por se tratar de um problema com instâncias relativamente grandes a complexidade e o tempo de solução aumenta consideravelmente, conseqüentemente o desempenho dos métodos citados são comprometidos. Todavia, da necessidade de conseguir uma solução plausível para problemas de tamanha dificuldade, a utilização de heurísticas pode ser eficaz, como sugere Cullenbine, Wood e Newman (2011).

A motivação de utilizar métodos heurísticos para a resolução do problema em questão parte do princípio citado por Espinoza et al. (2012) de que sendo muito grandes os tamanhos e a complexidade do problema, pesquisadores optam por utilizar heurísticas para solução do problema de *CPIT*. Os métodos heurísticos escolhidos para a solução do problema serão baseados em uma heurística de melhor aprimorante e uma heurística de busca-local.

Com o intuito de demonstrar a aplicabilidade do problema em questão e a proximidade deste com a realidade serão utilizadas instâncias disponibilizadas por Espinoza et al. (2012) com dados que indicam a posição no eixo *xyz* dos blocos, valor presente líquido, precedentes diretos, e utilização dos recursos.

2.1 Conjuntos de dados utilizados

Os dados disponibilizados por Espinoza et al. (2012) estão dispostos separadamente (identificação, posição no eixo x,y,z , valor presente líquido e utilização de recursos) para fins de pré-processamento de dados, estes foram unidos em uma única estrutura de dados que contemplasse todos estes dados citados. Separadamente são introduzidos os dados de capacidade mínima e máxima de utilização de recursos bem como a taxa de desconto da instância em questão.

Os dados de identificação, posição no eixo x,y,z , valor presente líquido e utilização de recursos estão dispostos da seguinte forma:

Tabela 1 – Exemplo conjunto de dados.

block_id	x_pos	y_pos	z_pos	prec_1	...	prec_n	vpl	utilizacao_1	...	utilizacao_n
1
.
.
n

Onde *block_id* refere-se á identificação do bloco de 1 até n , *x_pos*, *y_pos* e *z_pos* às posições xyz no plano cartesiano, *prec_1* até *prec_n* os precedentes diretos de cada bloco, *vpl* o valor presente líquido de cada bloco, e por fim *utilizacao_1* até *utilizacao_n* que contemplam a quantidade de cada recurso que é demandada por cada bloco. Dessa forma os dados ficaram melhor dispostos em somente um arquivo, visto que o disponibilizado por Espinoza et al. (2012) estavam em arquivos separados.

2.2 Linguagem de programação utilizada

A linguagem de programação utilizada no problema desta pesquisa é a *Python* na versão 3.6, a escolha por esta linguagem é fomentada pela familiaridade, por ser uma das linguagens mais utilizadas atualmente, por possuir uma vasta literatura e por possuir diversos módulos e bibliotecas que auxiliam a programação.

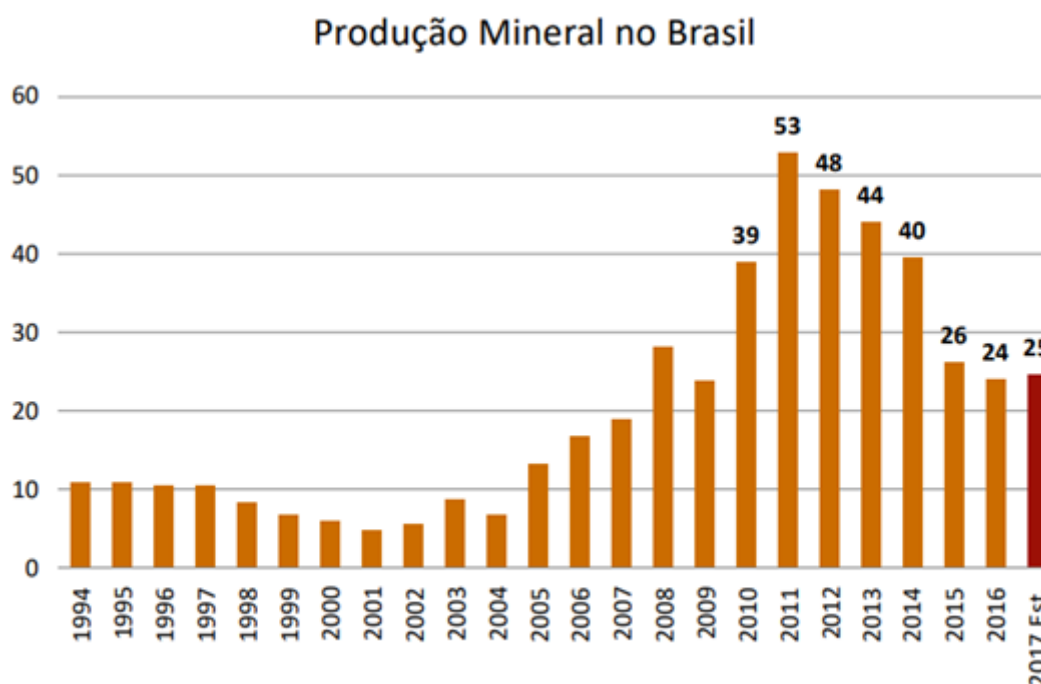
A partir da utilização da biblioteca *Pandas* do *Python* a manipulação de estrutura de dados em forma de tabelas foi facilitado, principalmente para manipulação de tabelas com grande números de linhas e colunas, facilitando a leitura e utilização dos dados.

3 Revisão de Literatura

3.1 Panorama do setor de mineração

A atividade de mineração consiste na extração de minerais do solo para obtenção de lucro. Por se tratar de uma atividade impactante no Produto Interno Bruto (*PIB*) do Brasil a exportação de *commodities* minerais, principalmente de minerais ferrosos é um dos principais produtos de exportação brasileiro. Como exemplificado na figura 1, a produção mineral brasileira atingiu seu ápice em 2011, produzindo cerca de US\$ 53 bilhões, tendo declinado desde então até 2016 possivelmente pelo contexto econômico mundial deste período, onde o preço dos minerais ferrosos obtiveram um declínio. Em 2017 foi notado uma ligeira ascensão na produção.

Figura 1 – Produção Mineral no Brasil

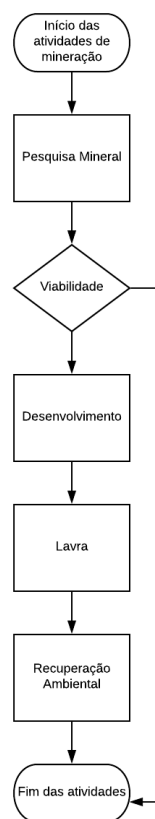


Fonte: IBRAM, 2017

O processo de mineração possui cinco estágios. O primeiro é o estágio de prospecção que consiste nas análises visuais e físicas feitas por geólogos para que seja identificada onde exatamente a jazida se encontra. A segunda etapa é a de exploração onde é determinado o

valor da mina estimando a concentração e a variabilidade de minerais presentes na jazida. A terceira etapa consiste no desenvolvimento, ou seja, consiste na obtenção dos direitos para mineração na área determinada. Posteriormente, ainda na terceira etapa é(são) determinado(s) o(s) método(s) de mineração a ser(em) utilizado(s) que dependerá do arranjo geométrico da mina e da infraestrutura. Na quarta etapa é realizada a mineração em si via superfície (minas a céu aberto) ou pelo subsolo (minas subterrâneas). A quinta e última etapa consiste em remover os equipamentos e restaurar a área que fora minerada para o seu estado natural ou o mais próximo disso quanto possível Newman et al. (2010). A figura 2 elucida a sequência das etapas presentes no processo de mineração.

Figura 2 – Fluxograma das fases da mineração.



Fonte: Adaptado de Andrade (2014)

Segundo Newman et al. (2010) a pesquisa operacional pode ser utilizada nos estágios de desenvolvimento e exploração, seja na tomada de decisão sobre quando e

como ser realizada a extração.

3.2 Planejamento da lavra

Sequenciamento da extração de blocos de minério em uma mina a céu aberto está contido na fase de planejamento da lavra de uma mina. A atividade de planejamento da lavra segundo Curi (2006) consiste em três etapas, sendo elas: determinação da cava ótima final, definição dos *pushbacks* ou sequenciamento da lavra original e, finalmente, programação da produção.

Para o desenvolvimento do planejamento da lavra, segundo Curi (2006) há quatro fatores que influenciam:

- Características naturais e geológicas, tais como o tipo de minério disponível, a forma espacial, topografia, etc.
- Fatores econômicos tais como condições de mercado, custos de investimento e operacionais, lucro desejado e teor de minério por tonelada de extração, etc.
- Fatores tecnológicos tais como equipamentos, ângulos de talude, inclinação de rampas, etc.
- Fatores legais como regulamentações ambientais e sociais, etc.

É correto afirmar que as principais etapas para o planejamento da lavra são a determinação do limite da cava final e o desenvolvimento de uma sequência ótima de lavra juntamente com o cronograma de extração durante a vida da mina Pinto e Dutra (2008).

3.3 Sequenciamento e planejamento da extração

O sequenciamento da extração e planejamento da produção, ou simplesmente *scheduling* segundo Mousafi, Erhan e Shi (2014) pode ser solucionado de diversas formas, sendo a mais simples delas (por razões de simplificação) é pelo método de agregação, onde os blocos são agregados em unidades com maiores quantidade de blocos a fim de reduzir o tempo computacional. Porém, utilizando o bloco como a menor unidade de material em que pode-se estimar seus atributos o problema é chamado de OPBS (*Open-Pit Block Scheduling*) Cullenbine, Wood e Newman (2011).

Normalmente as restrições do problema de OPBS referem-se à capacidade de mineração, acessibilidade aos blocos, capacidade de equipamentos de extração, requisitos físicos e operacionais. O objetivo do OPBS é a maximização do valor econômico da mineração a partir da eficiência da extração Mousafi, Erhan e Shi (2014).

Portanto, o problema de sequenciamento e planejamento da extração em uma mina a céu aberto consiste em encontrar a melhor sequência de extração dos blocos de forma a maximizar o valor econômico da mineração, geralmente expressado em VPL (Valor Presente Líquido) e este valor está sujeito a variedade de restrições técnicas e econômicas.

3.4 Modelos matemáticos aplicados ao sequenciamento da produção

Pochet e Wolsey. (2006) inferem que os problemas de planejamento da produção são determinístico e os divide baseado em critérios, são eles: se o processo produtivo tem restrição de capacidade ou não, se a demanda é variável ou constante e se há a opção de apenas um item ou vários.

3.4.1 Modelo para problema de cava final (UPIT)

Para a formulação do modelo de CPIT se utiliza usualmente o resultado obtido a partir do modelo de UPIT, sendo assim, o sequenciamento em si é realizado a partir da cava ótima.

Segundo Espinoza et al. (2012) este modelo foi proposto para definir a cava final da mina a partir da cava previamente prospectada.

Neste modelo, o índice $b \in B$ indica que b pertence ao conjunto de blocos. O parâmetro p_b ao valor presente líquido de se extrair o bloco b . Considere x_b uma variável binária para cada $b \in B$ que indica se o bloco b deve ser incluído na cava final. Para cada bloco b , p_b representa o valor presente líquido obtido ao incluir o bloco b na cava. P_b representam os precedentes do bloco b . Note que p_b pode ser positivo ou negativo.

A formulação proposta por Espinoza et al. (2012) pode ser observada a seguir:

$$\max \sum_{b \in B} p_b x_b \quad (3.1)$$

$$\text{sujeito a: } x_a \leq x_b \quad \forall a \in B, \forall b \in P_a \quad (3.2)$$

$$x_b \in \{0, 1\} \quad \forall b \in B \quad (3.3)$$

A restrição 3.2 representa a restrição de precedência entre os blocos, isso se a é um predecessor imediato de b , então a pode ser extraído antes ou no mesmo período que b .

3.4.2 Modelo para problema de cava restrita (CPIT)

Espinoza et al. (2012) propõe o problema de *Constrained Pit Limit Problem* que é similar ao problema de OPBS. Este problema é uma generalização do problema de *Ultimate Pit Limit Problem* (UPIT) que define o limite da cava final da mina a ser lavrado após a determinação da cava ótima.

No problema de CPIT são introduzidas restrições de tempo e de recursos operacionais, além das restrições de precedência, nas quais o problema é fundamentado (ESPINOZA et al., 2012). Este problema visa portanto, a maximização do valor presente líquido da extração da mina sujeito à limitação dos recursos operacionais.

Neste modelo, o índice $t \in T$ refere-se a períodos no horizonte de tempo, $b \in B$ pertence ao conjunto de blocos, $r \in R$ a recursos do tipo r . O parâmetro p_{bt} ao valor presente líquido de se extrair o bloco b no período t , α à taxa de desconto, q_{br} à quantidade utilizada do recurso r pelo bloco b , e, por fim, os parâmetros \underline{R}_{rt} e \overline{R}_{rt} que referem-se à mínima e máxima quantidade de recurso do tipo r que pode ser utilizada em um período t . Para cada período no horizonte de tempo determinado de vida da mina a variável binária x_{bt} para cada bloco $b \in B$ e para cada período de tempo $t \in 1, \dots, T$ indica se o bloco b deve ser extraído no período t . Para cada variável x_{bt} p_{bt} representa o valor presente líquido obtido pela extração do bloco b no período t p_{bt} pode ser positivo ou negativo.

A formulação proposta por Espinoza et al. (2012) do modelo de CPIT pode ser analisada, a seguir:

$$\max \sum_{b \in B} \sum_{t \in t_{max}} p_{bt} x_{bt} \quad (3.4)$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{t \in T} x_{at} \leq \sum_{t \in T} x_{bt}, \quad \forall a \in B, \quad \forall b \in P_a \quad (3.5)$$

$$\sum_{b \in B} x_{bt} \leq 1, \quad 1 \leq t \leq t_{max} \quad (3.6)$$

$$\underline{R}_{rt} \leq \sum_{b \in B} q_{br} x_{bt}, \quad \forall t \in t_{max} \quad \forall r \in r_{max} \quad (3.7)$$

$$\sum_{b \in B} q_{br} x_{bt} \leq \overline{R}_{rt} \quad \forall t \in t_{max} \quad \forall r \in r_{max} \quad (3.8)$$

$$x_{bt} \in \{0,1\} \quad (3.9)$$

Note que 3.5 representa a restrição de precedência entre os blocos, isso se a é um predecessor imediato de b , então a pode ser extraído antes ou no mesmo período que b . A restrição 3.6 indica que um bloco pode ser extraído apenas uma vez. Por fim, as restrições 3.7 e 3.9 impõe o uso mínimo e máximo de recurso para cada período de tempo.

Jélvez et al. (2016) propõe um modelo complementar ao de Espinoza et al. (2012), onde os índices i, j referem-se à elementos de B e os índices s, t referem-se a períodos de T , o parâmetro T indica o conjunto horizonte de tempo (ou tempo de vida da mina), B indica o conjunto de blocos, A indica o conjunto de arcos de precedência, R o conjunto de recursos, v_i o valor econômico (valor presente líquido) do bloco i , p fator de desconto denotado por $p = \frac{1}{(1+dr)^t}$ onde dr é a taxa de desconto, $a(i, r)$ o consumo do recurso r pelo bloco i e por fim C_{rt}^- e C_{rt}^+ que indicam o *Lower Bound* (mínima quantidade) e o *Upper Bound* (máxima quantidade) de recurso r no período t . x_{it} é uma variável binária para cada bloco $i \in B$ e para cada $t \in 1, \dots, T$ que indica que o bloco deve ser extraído no período t .

$$\max \sum_{t \in T} \sum_{i \in B} p_t v_i \Delta x_{it} \quad (3.10)$$

$$\text{sujeito a:} \quad x_{it} \leq x_{jt}, \quad \forall i, j \in A, \quad \forall t \in T \quad (3.11)$$

$$\Delta x_{it} \geq 0, \quad \forall i \in B, \quad \forall t \in T \quad (3.12)$$

$$\sum_{i \in B} a(i, r) \Delta x_{it} \leq C_{rt}^+, \quad \forall r \in R, \quad \forall t \in T \quad (3.13)$$

$$\sum_{i \in B} a(i, r) \Delta x_{it} \geq C_{rt}^-, \quad \forall r \in R, \quad \forall t \in T \quad (3.14)$$

$$x_{it} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in B, \quad \forall t \in T \quad (3.15)$$

Onde a equação 3.10 representa a função objetivo que maximiza o valor presente líquido da extração baseado no valor descontado em todo o horizonte de tempo T . A 3.11 corresponde à restrição de precedência, a 3.12 que cada bloco só pode ser extraído uma vez, a 3.13 e 3.14 referem-se á restrição de consumo máximo e mínimo de recursos em cada período.

3.5 Métodos para solução

Thys (1968) foi um dos precursores em procurar solução para o problema de sequenciamento da extração visando a maximização do valor obtido a partir desta. Neste trabalho propõe tratar o problema de sequenciamento a partir do método de

cut-off buscando uma melhoria para os métodos até então utilizados, que baseavam-se basicamente em tentativa e erro.

Ramazan (2007) propõe um modelo de agregação de blocos para solução do problema de sequenciamento da extração a partir de programação linear a fim de reduzir a quantidade de variáveis inteiras e também o número de restrições para então aplicar um algoritmo de programação inteira mista.

Os estudos mais recentes sobre sequenciamento da extração em minas a céu aberto com resultados significativos são de Jélvez et al. (2016) e de Espinoza et al. (2012), que partem do mesmo princípio que Ramazan (2007), ou seja, utilizam a agregação de blocos para reduzir a quantidade de variáveis inteiras e restrições, visto que o tempo de solução para a solução deste tipo de problema para instâncias muito grandes é inviável.

Também são utilizados métodos de solução recursivos para tratamento de problemas da mochila, os chamados *backtracking*. Knuth (1973) propõe um algoritmo de *backtracking* que é utilizado para solução de problemas conhecidos como *0-1 knapsack* que consiste no refinamento de um algoritmo de força-bruta que redefine o espaço de busca para uma solução (sem garantia de otimalidade) sem que seja necessário testar todas as opções possíveis. Este algoritmo baseia-se em uma busca em profundidade em uma árvore.

Quando os métodos de solução inteiros ou mistos não são capazes de solucionar o problema em tempo computacional viável, e também para obter um resultado para um limite superior utilizado em uma heurística, os métodos de solução de relaxação lagrangeana são utilizados. Fisher (2004) propõe a utilização da relaxação lagrangeana para descoberta de limites (*bounds*) para o problema de *0-1 knapsack*, estes limites são obtidos ao dualizar certas restrições do problema.

4 Fundamentação Teórica

4.1 Métodos heurísticos

A utilização de métodos heurísticos é amplamente difundida para solução de problemas cuja solução ótima é inviável em tempo computacional aceitável. A partir da utilização de tais métodos é possível a obtenção de uma solução viável para o problema em questão, porém esta solução não pode ser considerada ótima.

Portanto pode-se inferir que a utilização de heurísticas parte do princípio oposto ao dos métodos exatos, que garantem uma solução ótima para o problema. Sendo assim os métodos heurísticos tentam apenas produzir uma boa solução, mas não necessariamente uma solução ótima (MARTI; REINELT, 2012).

Marti e Reinelt (2012) citam os métodos heurísticos mais conhecidos e utilizados, são eles:

- Métodos de Decomposição - Consistem na quebra do problema original em subproblemas mais simples de serem resolvidos, tendo em mente, que de um modo geral estes subproblemas pertencem à mesma classe do problema original.
- Métodos Indutivos - Partem do princípio de de generalizar as versões menores ou mais simples do problema inteiro no intuito de facilitar as análises acerca do problema.
- Métodos de Redução - Envolvem a identificação de propriedades que são principalmente satisfeitas pelas boas soluções e as introduzem como limites para o problema. O intuito destas heurísticas é restringir o espaço de busca para solução, porém, há o risco de que a solução ótima não seja encontrada.
- Métodos Construtivos - Consistem em construir uma solução passo-a-passo a partir do zero. Geralmente baseiam-se na melhor solução a cada iteração.
- Métodos de Busca Local - Em contrapartida, estes métodos partem de uma solução viável conhecida e tenta melhorar esta solução progressivamente a cada iteração.

4.1.1 Heurística Construtiva de Melhor aprimorante

Como citado anteriormente, os métodos heurísticos construtivos consistem na construção de uma solução passo-a-passo a partir do zero e a cada iteração. Analogamente, a heurística construtiva de melhor aprimorante procura construir a solução adicionando a cada passo a escolha com o melhor valor possível que melhore a solução desejada.

Seja S a solução obtida a partir do algoritmo de melhor aprimorante, C o conjunto de elementos candidatos a entrar na solução (baseado em um critério previamente definido), $g(\cdot)$ o critério de decisão para escolha do melhor valor, e o índice $i \in C$ considere o algoritmo:

Algoritmo 1: MELHOR APRIMORANTE

Entrada: $g(\cdot), s$
Saída: s

```

1 início
2    $s \leftarrow \emptyset$ ;
3   Inicialize o conjunto  $C$  de elementos candidatos;
4   enquanto  $C \neq \emptyset$  faça
5      $g(i_{max}) = \max\{g(i) \mid i \in C\}$ ;
6      $s \leftarrow s \cup i_{max}$ ;
7     Atualize o conjunto  $C$ ;
8   fim
9 fim
10 retorna  $s$ 

```

Fonte: Adaptado de Dijkstra (2016).

O algoritmo Algoritmo 1: Melhor Aprimorante determina uma solução s , tal que s contém os melhores candidatos (atualizados a cada iteração) a melhorar o resultado da função objetivo em questão (seja ela de maximização ou de minimização).

4.1.2 Heurística de Busca Local

A partir da solução encontrada pelo algoritmo de melhor aprimorante, no intuito de obter uma solução melhor do que a corrente, o algoritmo de busca local define, segundo Vieira (2006), para cada solução, uma vizinhança composta por um conjunto de soluções com características "muito próximas". Um algoritmo de busca local visa encontrar uma solução vizinha cujo valor melhore a função objetivo (seja de maximização ou minimização).

Jieguang, Xindu e Xin (2016) propõe um algoritmo baseado na estratégia de movimento melhorada proposta em Fleszar e Khalil (2004) que leva em consideração todos os predecessores e sucessores de uma atividade, sejam diretos ou indiretos. Os

movimentos realizados por este algoritmo são "para-trás" baseado nos predecessores, e "pra-frente" baseado nos sucessores. O movimento "para-trás" (que será utilizado no desenvolvimento) será explicado a seguir:

Seja l_{FPF} a vizinhança onde será realizado o movimento, a_i o elemento a ser analisado, $Mlen$ o número de elementos antes do elemento a ser analisado subtraído do número de predecessores anteriores ao elemento a ser analisado, l_{temp} uma lista com todos os elementos anteriores ao elemento a ser analisado, l_{temp}' uma sublista de l_{temp} e $toPos$ a quantidade de elementos de a_i até o início da lista ou até o final da lista, considere o algoritmo:

Algoritmo 2: FALM E BALM

Entrada: l_{FPF} , a_i , $toPos$
Saída: l_{FPF}

- 1 **início**
- 2 Calcular o tamanho do movimento do elemento a_i , $Mlen \leftarrow i - toPos$;
- 3 **se** $Mlen > 0$ **então**
- 4 Obter uma sublista l_{temp} a partir de l_{FPF} onde os índices são os elementos de 0 até $i-1$
- 5 Remover todos os predecessores de a_i de l_{FPF}
- 6 Produzir uma sublista l_{temp}' contendo os últimos $Mlen$ elementos de l_{temp}
- 7 Remover l_{temp}' de l_{FPF}
- 8 Inserir l_{temp}' depois de a_i
- 9 **senão**
- 10 Obter uma sublista l_{temp} a partir de l_{FPF} contendo os elementos de i até n de l_{FPF}
- 11 Remover todos os sucessores de a_i da lista l_{temp}
- 12 Produzir uma sublista l_{temp}' obtendo os $|Mlen|$ elementos de l_{temp}
- 13 Remover l_{temp}' de l_{FPF}
- 14 Inserir l_{temp}' após a_i
- 15 **fim**
- 16 **fim se**
- 17 **fim**
- 18 **retorna** l_{FPF}

Para exemplificar, considere $l_{FPF} = (0', 5, 3', 1, 4, 2', 6, 8, 7^*, 9, 10', 11')$ a vizinhança onde será realizado o movimento, 7^* o elemento a ser analisado, os elementos que contém "" predecessores e antecessores (que estão localizados antes e depois do elemento a ser analisado, respectivamente). Neste caso $Mlen = 8 - 5 = 3$. Obtendo a lista l_{temp} temos que $l_{temp} = (0', 5, 3', 1, 4, 2', 6, 8)$, removendo os precedentes de a_i , $l_{temp} = (5, 1, 4, 6, 8)$, produzindo a lista l_{temp}' , temos que $l_{temp}' = (4, 6, 8)$, removendo l_{temp}' de l_{FPF} , temos $l_{FPF} = (0', 5, 3', 1, 2', 7^*, 9, 10', 11')$, por fim, adicionando a lista l_{temp}' depois de a_i em l_{FPF} , temos que $l_{FPF} = (0', 5, 3', 1, 2', 7^*, 4, 6, 8, 9, 10', 11')$.

A escolha deste método partiu da praticidade com que esse método trata a precedência entre as atividades, precedência esta que deve ser respeitada conforme a modelagem a ser utilizada neste problema.

5 Desenvolvimento

Neste capítulo serão apresentados o problema de *CPIT* as instâncias utilizadas e as particularidades presentes nos métodos heurísticos utilizados para a solução deste problema. A modelagem a ser utilizada foi a proposta por Jélvez et al. (2016) 3.10 pra desenvolver os algoritmos heurísticos. Como citado, o modelo proposto considera restrições de precedência entre os blocos e os limites de utilização de recursos por período.

5.1 Heurística de melhor aprimorante

Baseado no modelo 3.10 - 3.15, a função objetivo tem por finalidade encontrar a melhor ordem de extração dos blocos de modo a maximizar o valor presente líquido da extração dos blocos de minério da mina. As restrições implicam na limitação do uso de recurso(s).

Para a implementação em *Python* do algoritmo da heurística de melhor aprimorante o critério de decisão de qual seria o melhor bloco a ser extraído naquele momento foi o valor presente líquido do bloco sem o desconto do período em que ele está sendo extraído. O horizonte discreto $t \in T$ sendo T o valor máximo de tempo pré-definido será definido apenas após o término dos algoritmos (tanto de melhor aprimorante, quanto de busca local).

No intuito de tornar o algoritmo mais ágil no momento de verificar se o bloco em questão estaria apto ou não para ser extraído, ou seja, verificar se todos os precedentes deste bloco já foram extraídos foi criada uma nova coluna na tabela do conjunto de dados que indica se o bloco foi extraído ou não para cada bloco (0 e 1 respectivamente) inicializada com todos os valores iguais a 0, ou seja, que nenhum bloco ainda fora extraído. A partir desta nova coluna uma função foi criada para modificar o valor das linhas dessa coluna de 0 para 1 conforme o seguinte algoritmo:

Algoritmo 3: HÁBIL

Entrada: *Conjunto de dados dos blocos*
Saída: *0,1*

```

1 início
2   Obtém id do bloco;
3    $i = 0$ ;
4   enquanto  $i \leq \text{len}(\text{precedentes})$  faça
5     se O precedente  $i$  já tiver sido extraído então
6       Incrementa  $i$ 
7     senão
8       Retorna 0
9     fim
10  fim
11 fim
12 retorna 1

```

A partir da função hábil, o algoritmo heurístico é executado conforme o seguinte algoritmo:

Algoritmo 4: MELHOR APRIMORANTE ESPECÍFICO.

Entrada: *Conjunto de dados dos blocos*
Saída: *Lista ordenada de blocos.*

```

1 início
2   Ordenar blocos pelo VPL (decrecente);
3   Criar coluna Extraído;
4   Criar lista para ordenação da extração;
5    $i$  recebe 0;
6   enquanto  $\text{len}(\text{lista auxiliar de ordenação}) \leq \text{len}(\text{conjunto de dados})$  faça
7     se  $\text{Extraído}(i) = 1$  então
8       Incrementa  $i$ 
9     senão
10      se  $\text{hábil}(i) = 1$  então
11         $\text{Extraído}(i)$  recebe 1;
12        Adiciona o id do bloco na lista auxiliar de ordenação;
13         $i$  recebe 0;
14      fim
15    fim
16  fim
17 fim
18 retorna Lista de auxiliar de ordenação

```

No Algoritmo 4: Melhor Aprimorante Específico, i refere-se ao bloco i , onde i varia de 0 até a quantidade máxima de blocos da instância.

5.1.1 Exemplo Heurística de Melhor Aprimorante

Para fim de exemplo utilizaremos uma configuração de blocos como a apresentada na Figura 3 na elucidação do passo-a-passo da heurística de melhor aprimorante.

Esta configuração possui formato cônico, facilitando assim a demonstração da relação de precedência entre os blocos.

Figura 3 – Configuração para exemplo.

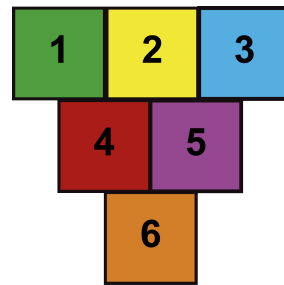


Tabela 2 – Configuração para melhor aprimorante.

Bloco	Prec_1	Prec_2	VPL
1	-	-	5
2	-	-	4
3	-	-	9
4	1	2	9
5	2	3	5
6	4	5	8

A Tabela 2 mostra as identidades dos blocos (valores de 1 a 6), os precedentes diretos dos blocos e o valor presente líquido dos blocos.

Tabela 3 – Passo 1.

Bloco	Prec_1	Prec_2	VPL	Extraído	Hábil
3	-	-	9	0	1
4	1	2	9	0	0
6	4	5	8	0	0
1	-	-	5	0	0
5	2	3	5	0	0
2	-	-	4	0	0

A Tabela 3 nos indica os primeiros passos da heurística, que consistem na ordenação dos blocos por VPL, a criação da coluna Extraído, a criação da coluna Hábil e a verificação do primeiro bloco (de *id* 3) se este está apto ou não a ser extraído. Após essa verificação a partir da função Hábil ele é inserido na lista auxiliar de extração como nos mostra a Tabela 4:

Tabela 4 – Lista de ordenação passo 1.

3					
---	--	--	--	--	--

Após adicionar a *id* do bloco na lista de ordenação o valor do bloco na coluna Extraído é mudado de 0 para 1. Os passos seguintes são apenas repetições até que a lista de ordenação esteja completa como nos mostram as Tabelas 4-14.

Tabela 5 – Configuração para melhor aprimorante passo 2.

Bloco	Prec_1	Prec_2	VPL	Extraído	Hábil
3	-	-	9	1	1
4	1	2	9	0	0
6	4	5	8	0	0
1	-	-	5	0	1
5	2	3	5	0	0
2	-	-	4	0	0

Tabela 6 – Lista de ordenação passo 2.

3	1				
---	---	--	--	--	--

Tabela 7 – Configuração para melhor aprimorante passo 3.

Bloco	Prec_1	Prec_2	VPL	Extraído	Hábil
3	-	-	9	1	1
4	1	2	9	0	0
6	4	5	8	0	0
1	-	-	5	1	1
5	2	3	5	0	0
2	-	-	4	0	1

Tabela 8 – Lista de ordenação passo 3.

3	1	2			
---	---	---	--	--	--

Tabela 9 – Configuração para melhor aprimorante passo 4.

Bloco	Prec_1	Prec_2	VPL	Extraído	Hábil
3	-	-	9	1	1
4	1	2	9	0	1
6	4	5	8	0	0
1	-	-	5	1	1
5	2	3	5	0	0
2	-	-	4	1	1

Tabela 10 – Lista de ordenação passo 4.

3	1	2	4		
---	---	---	---	--	--

Tabela 11 – Configuração para melhor aprimorante passo 5.

Bloco	Prec_1	Prec_2	VPL	Extraído	Hábil
3	-	-	9	1	1
4	1	2	9	1	1
6	4	5	8	0	0
1	-	-	5	1	1
5	2	3	5	0	1
2	-	-	4	1	1

Tabela 12 – Lista de ordenação passo 5.

3	1	2	4	5	
---	---	---	---	---	--

Tabela 13 – Configuração para melhor aprimorante passo 6.

Bloco	Prec_1	Prec_2	VPL	Extraído	Hábil
3	-	-	9	1	1
4	1	2	9	1	1
6	4	5	8	0	1
1	-	-	5	1	1
5	2	3	5	1	1
2	-	-	4	1	1

Tabela 14 – Lista de ordenação passo 6.

3	1	2	4	5	6
---	---	---	---	---	---

Por fim, como mostrado na Tabela 14 a ordem de extração obtida a partir da heurística de melhor aprimorante proposta foi de 3, 1, 2, 4, 5, 6. Outras configurações de extração são possíveis e, como citado anteriormente não é certo que essa heurística retornará a melhor ordem de extração para a configuração, necessitando assim de uma heurística para refinamento do resultado obtido por esta.

5.2 Heurística de busca local

Como citado, uma heurística de busca local possui o intuito de obter uma solução para o problema melhor do que a solução obtida, neste caso melhor que a solução obtida pelo algoritmo de melhor aprimorante. Para utilizar o movimento de busca local

Algoritmo FALM E BALM é necessário ter conhecimento de todos os precedentes de um bloco, porém, nas instâncias presentes na literatura, constam apenas os precedentes e sucessores dos blocos, ou seja, os blocos que necessitam ser extraídos imediatamente antes da extração do bloco em questão. Para que fosse possível obter todos os blocos precedentes de um outro bloco, foi necessário utilizar do conceito de transitividade, que, de modo genérico, como propõe GERSTING (2001) considerando três números a , b e c , se $a > b$ e $b > c$, então $a > c$. No caso deste problema, considerando três blocos a , b e c , se a precede b e b precede c , então a precede c . Como não será utilizado a parte BALM do algoritmo, não foi necessário a obtenção de todos os sucessores do bloco.

Para lidar com o problema citado foi utilizado um algoritmo cujo o conceito se assemelha com o conceito de busca em largura que, segundo GERSTING (2001) consiste em visitar os vértices em torno do vértice corrente de forma semelhante a círculos concêntricos em um lago. A partir deste conceito foi criada uma função para obtenção dos precedentes transitivos (chamada *ptransitivo*) que segue o seguinte algoritmo:

Algoritmo 5: FUNÇÃO PTRANSITIVO.

Entrada: *Conjunto de dados dos blocos*
Saída: *Lista ordenada de blocos.*

```

1 início
2   Adicionar todos os precedentes diretos em uma lista de listas;
3   Criar um conjunto de blocos a serem visitados;
4   Criar um conjunto de blocos já visitados;
5   i recebe 0;
6   enquanto len(conjunto de blocos a serem visitados) > 1 faça
7     Encontrar um bloco que todos os seus precedentes tenham sido visitados;
8     Adicionar os precedentes deste bloco à lista de precedentes transitivos;
9     Remover bloco visitado da lista de blocos a serem visitados;
10    Adicionar bloco visitado à lista de blocos já visitados;
11  fim
12 fim
13 retorna Lista de precedentes transitivos.
```

A partir da utilização da função de obtenção de todos os precedentes referente a um bloco é possível realizar o movimento citado no algoritmo FALM ESPECÍFICO, visto que é necessário ter conhecimento destes para não realizar um movimento que inviabilizaria a extração.

O critério analisado para realização do movimento foi baseado no vpl dos blocos que podem ser movimentados em relação ao bloco analisado, para isto, em cada movimento é calculada a média do vpl dos blocos a serem movimentados em relação do bloco analisado. O algoritmo da função de busca local segue o seguinte algoritmo:

Para adequação do movimento do Algoritmo FALM ao problema em questão, será realizado segundo o seguinte algoritmo:

Algoritmo 6: BUSCA LOCAL.

Entrada: *Conjunto de dados dos blocos;*
Lista de precedentes;
Lista ordenada por melhor aprimorante;
Tamanho da vizinhança (m)
Saída: *Lista ordenada de blocos.*

```

1 início
2 enquanto  $i < k$  (tentativas de melhoria) faça
3     Obter um valor aleatório  $a$  entre 0 e  $n - m$  (sendo  $n$  a quantidade de blocos presentes na
4     instância);
5     Criar uma lista de vizinhança com tamanho  $2m+1$  ( $m$  elementos anteriores e posteriores ao
6     valor aleatório  $a$ ) baseada na lista de ordenação por melhor aprimorante;
7     remover lista de vizinhança da lista ordenada pelo algoritmo de melhor aprimorante;
8     FALM(lista de vizinhança)
9     Adicionar lista de vizinhança ordenada pelo FALM na primeira lista de ordenação;
10 fim
11 fim
12 retorna Lista ordenada.

```

Algoritmo 7: FALM ESPECÍFICO

Entrada: l_{FPF} , a_i , $toPos$
Saída: l_{FPF}

```

1 início
2     Calcular o tamanho do movimento do elemento  $a_i$ ,  $Mlen \leftarrow i - toPos$ ;
3     se  $Mlen > 0$  então
4         Obter uma sublista  $l_{temp}$  a partir de  $l_{FPF}$  onde os índices são os elementos de 0 até  $i-1$ 
5         se  $vpl(a) \geq vpl(\text{média dos não predecessores})$  então
6             Remover todos os predecessores de  $a_i$  de  $l_{FPF}$ 
7             Produzir uma sublista  $l_{temp}'$  contendo os últimos  $Mlen$  elementos de  $l_{temp}$ 
8             Remover  $l_{temp}'$  de  $l_{FPF}$ 
9             Inserir  $l_{temp}'$  depois de  $a_i$ 
10        senão
11            retorna  $l_{FPF}$ 
12        fim
13    senão
14        retorna  $l_{FPF}$ 
15    fim
16 fim
17 retorna  $l_{FPF}$ 

```

5.2.1 Exemplo PTransitivo

A função PTransitivo, para o exemplo da figura 3, tem como resultado:

Tabela 15 – Tabela função P Transitivo.

Bloco	Prec_1	Prec_2	Prec_3	Prec_4	Prec_5
1					
2					
3					
4	1	2			
5	2	3			
6	1	2	3	4	5

Como tínhamos anteriormente, os blocos 1, 2 e 3 não possuíam precedentes, o bloco 4 tinha os blocos 1 e 2 como precedentes, o bloco 5 tinha os blocos 2 e 3 como precedentes e o bloco 6 tinha como precedentes 4 e 5. A função PTransitivo retorna, para este exemplo os mesmos precedentes para os blocos 1, 2, 3, 4 e 5, porém, o bloco 6, agora com os precedentes transitivos possui 1, 2, 3, 4 e 5.

5.2.2 Exemplo Movimento FALM

Para exemplificar a função FALM, dentro de um universo abstrato de blocos foi escolhido aleatoriamente o elemento 28. Após a escolha desse número, supondo que m seja igual a 5, foi construída uma vizinhança de m elementos antes do 28 e m elementos depois do 28, ou seja, uma sublista composta por 11 elementos, como exemplificado na Tabela 17.

Tabela 16 – Vizinhança para movimento.

77	54	72	61	39	28	30	44	4	41	80
----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	----

Após a construção desta vizinhança para o movimento é escolhido um número aleatório dessa lista, que para este exemplo foi o 44. Após a escolha deste elemento, chamado de a_i , são obtidos os elementos dentro desta vizinhança que o precedem:

Tabela 17 – Vizinhança precedentes.

77	54	72	61	39'	28'	30'	44	4	41	80
----	----	----	----	-----	-----	-----	----	---	----	----

Para este exemplo, foram tratados como precedentes de 44 os elementos 39, 28 e 30. Após obtenção destes precedentes é realizado o cálculo da viabilidade do movimento $MLen$, onde $MLen =$ quantidade de elementos antes do 44 - quantidade de precedentes de 44 (ambos dentro da vizinhança para movimento). No caso $MLen = 4 (7-3)$. Sendo $MLen > 0$ o movimento pode ser realizado.

Após o cálculo de viabilidade do movimento é realizado o teste que indicará que o movimento deve ser realizado. Supondo que a média do VPL dos elementos não precedentes (77, 54, 72 e 61) é menor do que o VPL de 44 o movimento é realizado, colocando todos os elementos não precedentes de 44 imediatamente após 44 e deixando os elementos precedentes de 44 imediatamente antes de 44, ambos na mesma ordem em que já estavam na vizinhança. Resultando então na vizinhança demonstrada pela Tabela 18:

Tabela 18 – Movimento Finalizado

39'	28'	30'	44	77	54	72	61	4	41	80
-----	-----	-----	----	----	----	----	----	---	----	----

O algoritmo de busca local consiste em simplesmente montar vizinhanças como esta k vezes até que tenha sido concluída a condicional de parada, no caso deste trabalho, k tentativas de melhoria.

5.3 Cálculo dos períodos e do valor presente líquido

O horizonte discreto $t \in T$ sendo T o valor máximo de tempo é definido baseado nos limites máximo e mínimo que uma instância possui de utilização de um recurso qualquer. O cálculo é realizado a partir da soma cumulativa da utilização de determinado recurso por um bloco, desde o primeiro bloco a ser extraído até o último. O cálculo do período de extração do bloco segue a equação 5.1:

$$\text{período} = \left\lfloor \frac{s_{cum}}{cap_{max}} \right\rfloor \quad (5.1)$$

Onde s_{cum} é a soma cumulativa de determinado bloco, cap_{max} é a capacidade máxima de utilização de determinado recurso.

Geralmente as instâncias possuem apenas um ou dois recursos (capacidade de extração e capacidade de processamento), quando há mais de um recurso, o período de extração do bloco será o de maior valor ao se aplicar a equação 5.1. Para exemplificar, considere uma instância com 6 blocos, cada bloco possui como taxa de utilização de recursos valores aleatórios entre 1 e 10, com duas limitações de capacidade de recursos, sendo a primeiro recurso limitado em 20 unidades e o segundo recurso limitado em 15:

Tabela 19 – Exemplo cálculo dos períodos.

Ordem	Ut_Rec_1	Ut_Rec_2	Período 1	Período 2	Período Real
0	5	7	0	0	0
2	3	1	0	1	1
5	4	8	1	3	3
3	3	9	1	4	4
4	8	8	1	5	5
1	5	10	1	6	6

A Tabela 19 mostra um exemplo do cálculo dos períodos de extração dos blocos em uma instância qualquer, onde a utilização máxima de recurso por período é de 10 unidades de recurso. O período neste caso é definido pelo maior valor do mesmo bloco contido nas colunas Período 1 e Período 2.

O valor presente líquido do bloco em questão (ou valor presente líquido descontado), como citado no modelo 3.10 - 3.15 é calculado pela equação 5.2:

$$vpl_{descontado} = \frac{vpl}{(1 + dr)^t} \quad (5.2)$$

Onde o vpl é o valor presente líquido do bloco sem o desconto, dr é taxa de desconto e t é o período no qual o bloco deve ser extraído. O exemplo da Tabela 20 utilizará 6 blocos com valor presente líquido aleatório entre 500 e 1000 unidades, o período de extração será o utilizado no exemplo 19. O valor de desconto neste exemplo será de 0,08.

Tabela 20 – Exemplo valor presente líquido descontado.

Ordem	VPL	Período	VPL Descontado
0	539	1	499.07
2	653	2	559.84
5	890	4	654.18
3	946	5	643.83
4	711	6	448.05
1	934	7	544.98

A Tabela 20 mostra como o valor do VPL do bloco diminui conforme o período de extração deste é atrasado.

Por fim, o cálculo do retorno financeiro (ou *profit*) que a instância retorna no horizonte de tempo pré estipulado, nada mais é que a soma cumulativa dos $vpls$ descontados até o último bloco correspondente àquele período.

6 Análises e Resultados

Neste capítulo serão apresentados os resultados das heurísticas aplicadas para o modelo 3.10 - 3.15. Foram utilizadas três instâncias presentes na literatura, sendo elas de 1060, 9400 e 14153 blocos com diferentes configurações de precedência dos blocos, a primeira com no máximo 5 precedentes, a segunda com no máximo 32 precedentes e a última com 25 precedentes no máximo. Estas instâncias foram fornecidas por Espinoza et al. (2012).

Todas as instâncias foram executadas em um computador com processador Intel I7 - 7500U com 4 núcleos de 2.9GHz e 8 GB de memória RAM, utilizando sistema operacional Windows 10.

Para fins de comparação, utilizaremos os resultados obtidos por Espinoza et al. (2012) como parâmetros, e a partir destes resultados utilizaremos a equação de diferença percentual GAP 6.1:

$$GAP = \frac{v_2 - v_1}{v_1} * 100\% \quad (6.1)$$

Onde v_1 é o valor obtido por Espinoza et al. (2012) e v_2 o valor obtido pela heurística de melhor aprimorante.

6.1 Resultados heurística de melhor aprimorante

O resultado da heurística de melhor aprimorante é somente um, visto que são escolhidos sempre os melhores valores em cada passo para construção da solução. Portanto, não é necessário que se execute o algoritmo diversas vezes para se encontrar a melhor resposta que este pode oferecer.

Para fins de comparação o resultado do Valor Presente Líquido encontrado pela heurística proposta neste trabalho, foi confrontado com melhor Valor Presente Líquido encontrado na literatura (proposto por Newman et al. (2010) a partir de uma heurística de agregação) para as mesmas instâncias.

Os valores negativos para diferença percentual inferem que o valor obtido pela heurística deste trabalho foi menor do que o melhor valor para VPL obtido pela heurística de agregação proposta por (ESPINOZA et al., 2012).

Os resultados da heurística estão descritos na Tabela 21:

Tabela 21 – Resultados Heurística de Melhor Aprimorante.

Instância	Qtd Blocos	Melhor Valor Conhecido	Valor Melhor Aprimorante	Diferença percentual (MelhorAprimorante)	Tempo (s)
newman1	1060	23,483,671	21,881,177	-7.32%	46
zuck_small	9400	788,652,600	632,341,449	-24.71%	2809
kd	14153	396,858,193	318,860,148	-24.46%	5653

Apesar da diferença entre os resultados ultrapassarem os 20% de diferença em duas instâncias, em uma o resultado ficou abaixo dos 10%. A partir desse resultado, é possível que a busca local refine esses resultados para obtenção de melhores.

6.2 Resultados heurística de busca local

Já os resultados obtidos pela heurística de busca local variam sempre pelos seguintes motivos:

- Aleatoriedade na escolha do bloco para construção da vizinhança a vizinhança: como as instâncias possuem grandes números de blocos (acima de 1000), para poupar tempo a escolha do bloco para construção da vizinhança é realizada aleatoriamente;
- Aleatoriedade da escolha do bloco dentro da vizinhança montada: para análise dos predecessores é escolhido um bloco aleatório dentro da vizinhança que esteja da metade para o final desta vizinhança (afim de realizar movimentos maiores);
- O valor de k : como o critério de parada é a quantidade de tentativas de melhoria (k), a variação desta quantidade resulta em valores diferentes.

Por se tratar de instâncias grandes, é necessário que a quantidade de movimentos seja consideravelmente grande, afim de provocar mudanças significativas nos resultados obtidos. Portanto, a quantidade de tentativas de melhoria k variará consideravelmente.

Nota-se que para duas instâncias a heurística de busca local melhorou os resultados do VPL para as instâncias newman1, zuck_small e kd de -7.32%, -24.71% e -24.46% para -3.99%, -13.52% e -23.92% respectivamente para 20.000 tentativas de melhoria.

Para 80.000 tentativas de melhoria, os valores foram de -3.99%, -13.52%, -23.92% para -4.68%, -13.24% e -22.97% para as instâncias newman1, zuck_small e kd respectivamente. Nota-se que para a instância newman1 que com 80.000 tentativas de melhoria o

Tabela 22 – Resultados Heurística de Busca Local para 20.000 tentativas de melhoria.

Instância	Qtd Blocos	Melhor Valor Conhecido	Valor Busca Local (20k)	Diferença percentual	Tempo(s)
newman1	1060	23,483,671	22,582,397	-3.99%	28
zuck_small	9400	788,652,600	694,723,227	-13.52%	116
kd	14153	396,858,193	320,250,264	-23.92%	156

resultado foi pior que o com 20.000. Isso pode ocorrer devido a utilização de recursos de blocos com maior VPL geralmente ser maior que a utilização de recursos de blocos com VPL menor, ou com VPL negativo. Visto que, quando possuem VPL negativo geralmente o bloco não é processado, ou seja, não utiliza recursos de processamento.

Tabela 23 – Resultados Heurística de Busca Local para 80.000 tentativas de melhoria.

Instância	Qtd Blocos	Melhor Valor Conhecido	Valor Busca Local (80k)	Diferença percentual	Tempo(s)
newman1	1060	23,483,671	22,431,656	-4.68%	149
zuck_small	9400	788,652,600	696,386,643	-13.24%	509
kd	14153	396,858,193	322,712,364	-22.97%	682

Para 500.000 e 1.000.000 de tentativas os resultados de melhoria para o VPL foram mínimos. Sendo assim desnecessário a realização de tentativas de melhoria acima de 500.000 tentativas, como apresentado nas Tabelas 7 e 8.

Tabela 24 – Resultados Heurística de Busca Local para 500.000 tentativas de melhoria.

Instância	Qtd Blocos	Melhor Valor Conhecido	Valor Busca Local (80k)	Diferença percentual	Tempo(s)
newman1	1060	23,483,671	22,549,609	-4.14%	734
zuck_small	9400	788,652,600	696,425,457	-13.24%	2946
kd	14153	396,858,193	321,650,482	-23,28%	3972

Tabela 25 – Resultados Heurística de Busca Local para 1.000.000 tentativas de melhoria.

Instância	Qtd Blocos	Melhor Valor Conhecido	Valor Busca Local (1M)	Diferença percentual	Tempo(s)
newman1	1060	23,483,671	22,449,972	-4.60%	1546
zuck_small	9400	788,652,600	696,840,068	-13.17%	6163
kd	14153	396,858,193	321,687,173	-23.36%	8691

Como as heurísticas apresentadas analisam apenas melhores resultados para VPL como critério de escolha, apenas uma metaheurística contemplando a probabilidade de

entrada de valores que não sejam apenas os melhores conseguiria refinar ainda mais o problema, entregando assim soluções possivelmente melhores que as encontradas até então por estas heurísticas.

7 Conclusão e Trabalhos Futuros

O presente trabalho apresentou duas heurísticas para o problema de CPIT, uma heurística construtiva de melhor aprimorante e uma busca local baseada em movimentos para trás do elemento.

Os testes computacionais realizados mostram que as soluções obtidas estiveram próximas da melhor solução conhecida para o problema. Espinoza et al. (2012) propõe uma heurística de agregação para a solução do problema, que pode retornar valores melhores, porém, a um tempo computacional maior do que as heurísticas apresentadas, visto que para agregar os blocos de uma forma que viabilize o procedimento de extração demanda muito tempo computacional.

A solução encontrada não foi a melhor possível por que para a extração de alguns blocos de vpl alto, haja a necessidade de extração de blocos cujo vpl seja baixo ou negativos, peculiaridade que não é contemplada por nenhuma das heurísticas apresentadas.

A utilização das heurísticas apresentadas são interessantes visto que, além de retornar um valor razoável para heurísticas, ainda podem servir de base para a construção de diversas meta-heurísticas. Algumas meta-heurísticas são capazes de aceitar que, neste caso, blocos com vpl inferiores ao que é o melhor (melhor aprimorante), ou valores inferiores ao da média dos blocos que podem ser movimentados (FALM) sejam extraídos antes de blocos com o VPL alto.

Como sugestão para trabalhos futuros, a implementação de uma meta-heurística de GRASP, ILS ou *simulated annealing* a partir das duas heurísticas implementadas para obtenção de melhores valores para a solução encontrada.

Referências

- ANDRADE, A. Q. D. *Sequenciamento E Programação De Lavra Com Alocação De Equipamentos De Carga*. 121 p. Monografia (Dissertação para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Sistemas Logísticos) — Universidade de São Paulo, Brazil, 2014. 7
- CULLENBINE, C.; WOOD, K. R.; NEWMAN, A. A sliding time window heuristic for open pit mine block sequencing. Division of Economics and Business, Colorado School of Mines, Golden, CO 80401, USA, v. 1, 2011. 4, 8
- CURI, A. Apostila de planejamento de lavra. 2006. 8
- DJIKSTRA, E. W. A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische Mathematik*, v. 1, n. 71, p. 71–81, 2016. 14
- ESPINOZA, D. et al. Minelib: A library of open pit mining problems. *MineLib: A Library of Open Pit Mining Problems*, v. 206, n. 1, p. 91–114, 2012. 1, 2, 4, 5, 9, 10, 11, 12, 26, 30
- FISHER, M. L. The lagrangian relaxation method for solving integer programming problems. *Management Science*, v. 50, n. 12, p. 1861–1871, 2004. 12
- FLESZAR, K.; KHALIL, S. H. Solving the resource-constrained project scheduling problem by a variable neighbourhood search. *Elsevier*, v. 155, p. 402–413, 2004. 14
- GERSTING, J. L. *Fundamentos Matemáticos para a Ciência da Computação*. 3. ed. LTC, 2001. ISBN 852161263X,9788521612636. Disponível em: <<http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=4FE5A40A2D6C531B1613DCD6031AB427>>. 21
- GLEIXNER, M. A. *Solving Large-scale Open Pit Mining Production Scheduling Problems by Integer Programming*. 127 p. Monografia (Diplomarbeit) — Institut für Mathematik, Fakultät II - Mathematik and Naturwissenschaften Technische Universität Berlin, Berlin, 2008. 1
- JIEGUANG, H.; XINDU, C.; XIN, C. A filter-and-fan approach with adaptive neighborhood switching for resource-constrained project scheduling. *Elsevier*, v. 71, p. 71–81, 2016. 14
- JÉLVEZ, E. et al. Aggregation heuristic for the open-pit block scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, v. 249, n. 0, p. 1169–1177, 2016. 2, 11, 12, 16
- KNUTH, D. E. *The Art Of Computer Programming*. 1. ed. [S.l.: s.n.], 1998. v. 1. 12
- MARTI, R.; REINELT, G. *The Linear Ordering Problem Exact and Heuristic Methods in Combinatorial Optimization*. [S.l.]: Springer, 2012. v. 1. 13

- MOUSAFI, A.; ERHAN, K.; SHI, Q. L. Integrated approach to optimize open-pit mine block sequencing. *Research Gate*, p. 83, 2014. 8, 9
- NEWMAN, A. M. et al. A review of operations research in mine planning. *Interfaces*, v. 40, n. 3, p. 222–245, 2010. 1, 7, 26
- PARK, S.; I.I., M. Investigation of factors influencing the determination of discount rate in the economic evaluation of mineral development projects. *The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, v. 111, n. 0, p. 773–779, 2011. 1
- PINTO, C. L. L.; DUTRA. Introdução ao planejamento de lavra (a céu aberto e subterrânea). Universidade Federal de Minas Gerais, v. 1, 2008. 8
- POCHET, Y.; WOLSEY., L. *Production Planning by Mixed Integer Programming*. [S.l.]: Springer, 2006. v. 1. 9
- RAMAZAN, S. The new fundamental tree algorithm for production scheduling of open pit mines. *European Journal of Operational Research*, v. 177, n. 1, p. 1153–1166, 2007. 12
- THYS, J. Optimum open pit mine production scheduling. University of California, v. 1, 1968. 11
- TURRIONI, J. B.; MELLO, C. H. P. Metodologia de pesquisa em engenharia de produção: estratégias, métodos e técnicas para condução de pesquisas quantitativas e qualitativas. 2011. 4
- VIEIRA, C. E. C. Heurísticas para o problema das p-medianas conectadas. Pontíficia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Brazil, p. 184, 2006. 14



TERMO DE RESPONSABILIDADE

O texto do trabalho de conclusão de curso intitulado “Aplicação heurística para o problema de sequenciamento da extração de blocos em minas a céu aberto” é de minha responsabilidade. Declaro que não há utilização indevida de texto, material fotográfico ou qualquer outro material pertencente a terceiros sem o devido referenciamento ou consentimento dos referidos autores.

João Monlevade, 07 de Janeiro de 2019.

Matheus Henrique Ribeiro Domascenos

Nome do Aluno (a)



ANEXO III

TERMO DE CONFORMIDADE

Certifico que o aluno (a) MATHEUS HENRIQUE RIBEIRO DAMASCENO, matrícula 12.2.8383, autor do trabalho de conclusão de curso intitulado “APLICAÇÃO HEURÍSTICA PARA O PROBLEMA DE SEQUENCIAMENTO DA EXTRAÇÃO DE BLOCOS EM MINAS A CÉU ABERTO”, efetuou as correções sugeridas pela banca examinadora e que estou de acordo com a versão final do trabalho.

João Monlevade, 07 de JANEIRO de 2019.

Nome do Orientador (a)
Thiago Augusto de Oliveira Silva
Prof. do Depto. de Eng. de Produção-DEE/INP
ICEA/UFOP/Campus João Monlevade