

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E APLICADAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**MODELAGEM MATEMÁTICA PARA GESTÃO DE ESTOQUE DE MÚLTIPLOS
ITENS COM DEMANDA DERIVADA EM UM HOSPITAL DE MÉDIO PORTE**

AMANDA OLIVEIRA MAGALHÃES

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

JOÃO MONLEVADE

Março, 2016

Amanda Oliveira Magalhães

**MODELAGEM MATEMÁTICA PARA GESTÃO DE ESTOQUE DE MÚLTIPLOS
ITENS COM DEMANDA DERIVADA EM UM HOSPITAL DE MÉDIO PORTE**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para a obtenção de Grau em Engenharia de Produção.

Professor Orientador: Thiago Augusto de Oliveira Silva

João Monlevade

2016

TERMO DE RESPONSABILIDADE

O texto do trabalho de conclusão de curso intitulado “Modelagem Matemática Para Gestão De Estoque De Múltiplos Itens Com Demanda Derivada Em Um Hospital De Médio Porte” é de minha inteira responsabilidade. Declaro que não há utilização indevida de texto, material fotográfico ou qualquer outro material pertencente a terceiros sem o devido referenciamento ou consentimento dos referidos autores.

João Monlevade, 01 de Março de 2016.

Amanda Oliveira Magalhães
Amanda Oliveira Magalhães



ANEXO VIII – ATA DE DEFESA

Ao primeiro dia do mês de março de 2016, às 18 horas, na sala D202 deste instituto, foi realizada a defesa do Trabalho de Conclusão de Curso pelo (a) aluno (a) Amanda Oliveira Magalhães, sendo a comissão examinadora constituída pelos professores: Alexandre Xavier Martins, Gabriela Braga Fonseca e Thiago Augusto de Oliveira Silva (Orientador). O (a) aluno (a) apresentou o trabalho intitulado: Modelagem matemática para a gestão de estoque de múltiplos itens com demanda derivada em um hospital de médio porte. A comissão examinadora deliberou, pela:

() Aprovação

(x) Aprovação com Ressalva - Prazo concedido para as correções: 15 dias

() Reprovação com Ressalva - Prazo para marcação da nova banca: _____

() Reprovação

do(a) aluno (a), com a nota 7,5. Na forma regulamentar e seguindo as determinações da resolução COEP12/2015 foi lavrada a presente ata que é assinada pelos membros da comissão examinadora e pelo (a) aluno(a).

João Monlevade, 01 de março de 2016.

Thiago A. O. Silva

Professor(a) Orientador(a)

Alexandre Xavier Martins

Alexandre Xavier Martins

Gabriela Braga Fonseca

Gabriela Braga Fonseca

Amanda Oliveira Magalhães

Amanda Oliveira Magalhães

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, que me fortaleceu durante meus anos como universitária e permitiu que eu chegasse até aqui.

Agradeço aos meus pais, Vilma e José, aos meus irmãos, Letícia e Matheus, e aos familiares que estiveram presentes, pelo amor, por sempre acreditarem em mim e por me apoiar e me ajudar sempre que preciso.

Aos meus amigos, pelos momentos de distração e em especial à Jéssica, por aguentar minhas reclamações.

Ao Jaques, pelo apoio, carinho e por tornar meus dias mais leves e felizes.

Ao professor Thiago, pela imensa paciência, pelos ensinamentos passados na orientação, por ter dedicado parte do seu tempo a mim e me ajudado bastante a concluir este trabalho.

A todos os professores do curso, que foram tão importantes na minha vida acadêmica.

“Algumas pessoas marcam a nossa vida para sempre, umas porque nos vão ajudando na construção, outras porque nos apresentam projetos de sonho e outras ainda porque nos desafiam a construí-los”.

*“O fracasso é simplesmente a
oportunidade de começar de novo,
desta vez de forma mais inteligente.”
Henri Ford*

RESUMO

Os hospitais devem planejar adequadamente seus estoques de medicamentos para manter um nível satisfatório do serviço prestado, tendo em vista que o mesmo lida com vidas e os medicamentos são essenciais na prestação do seu serviço. Dessa forma, este trabalho apresenta um modelo matemático, com base nos dados coletados de um almoxarifado de um hospital do interior do estado de Minas Gerais, que objetiva a redução nos custos de estoque através da identificação das quantidades ótimas a serem compradas por determinado fornecedor em um determinado período de tempo. A partir do modelo desenvolvido, foram realizados dez testes com diferentes instâncias, um deles sendo baseado nos dados do hospital de forma a testar a aplicabilidade do modelo com o software de modelagem AMPL.

Palavras-chave: Gestão de Estoque, Pesquisa Operacional, Modelagem, Estoque hospitalar.

ABSTRACT

Hospitals should properly plan their medicine stocks to maintain a satisfactory level of service, given that it deals with life and the medicines are essential in the service provided. Thus, this work shows a mathematical model, which is based on data collected from an inventory of a hospital in the state of Minas Gerais, which aims to reduce the inventory costs by identifying the optimal quantities to be purchased by a particular supplier in a given period of time. From the developed model, ten tests were performed with different levels, one being based on the hospital form the data to test the applicability of the model in the modeling software AMPL.

Key-words: Inventory Management , Operations Research , Modeling , hospital stock .

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	9
1.1. Justificativa	9
1.2. Objetivo	10
1.2.1. <i>Objetivo Geral</i>	10
1.2.2. <i>Objetivos Específicos</i>	10
2. REVISÃO DE LITERATURA	11
2.1. Logística	11
2.2. Logística Hospitalar	11
2.3. Gestão de Estoque	12
2.4. Objetivos de Manter Estoque	12
2.5. Custos de Estoque	14
2.5.1. <i>Custo de Pedido ou Compra</i>	14
2.5.2. <i>Custo de Manutenção</i>	14
2.5.3. <i>Custo de Falta de Estoque</i>	15
2.6. Tipos de Demanda	16
2.6.1. <i>Demanda Permanente</i>	16
2.6.2. <i>Demanda Sazonal</i>	16
2.6.3. <i>Demanda Irregular</i>	16
2.6.4. <i>Demanda Derivada</i>	16
2.7. Planejamento de Estoque	17
2.8. Modelos Matemáticos Aplicados à Gestão de Estoque	17
3. METODOLOGIA	21
4. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	22
4.1. Descrição do Local Estudado	22
4.1.1. <i>Apresentação da empresa</i>	22
4.1.2. <i>Almoxarifado e estoque</i>	22
4.2. Modelagem Matemática	23
4.3. Modelo Matemático	24
4.4. Exemplo de Aplicação	30
5. CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS	34
REFERÊNCIAS	35

1. INTRODUÇÃO

A gestão de estoque se tornou uma opção estratégica para a maioria das empresas. Devido ao aumento de produção e consumo, o mercado tem se tornado cada vez mais competitivo, dessa forma a gestão de Estoque permite que a empresa se posicione no mercado fazendo com que ela diminua seus custos por meio da redução do volume de estoque e conseqüente redução dos seus custos totais.

Segundo Wanke (2003), as empresas buscam manter o menor nível de estoque possível que atenda a demanda. Alguns dos fatores responsáveis por essa postura são:

- a) A variedade do número dos produtos: com o aumento da variedade do número de produtos, alguns fatores como: tamanho do lote, ponto de pedido e estoque de segurança, tornam-se mais difíceis de serem determinados;
- b) O custo de oportunidade do capital: se a empresa decide manter estoque ela perde uma parte de seu capital de giro que poderia estar sendo investida em outras atividades que geraria uma taxa de retorno;
- c) O foco na redução do Capital Circulante Líquido: (diferença entre ativo circulante e passivo circulante), uma medida adotada por empresas que desejam maximizar seu valor de mercado.

Embora as empresas tentem reduzir ao máximo seus estoques, uma boa gestão do estoque se faz necessária para garantir a matéria prima requerida e com isso garantir a satisfação do cliente.

1.1. Justificativa

A Pesquisa Operacional (PO) é utilizada para resolver problemas que envolvem atividades que devem ser conduzidas e coordenadas. Ela tem sido amplamente aplicada em áreas como transporte, telecomunicações, manufatura, construção, planejamento financeiro, entre outras. A PO tenta encontrar uma melhor

solução para o problema considerado, o que se diz solução ótima, identificando o melhor caminho a seguir (Hillier, Lieberman, 2006).

Desta forma, acredita-se que o uso da pesquisa operacional poderá contribuir para o problema de gestão de estoque de múltiplos itens de um hospital, tendo em vista que os hospitais necessitam manter um estoque apurado por não ser permitida a ausência de medicamentos devido ao fato de seu serviço estar associado a vidas. A PO pode estabelecer um melhor caminho a se seguir, mantendo um menor estoque de forma a suprir e demanda, com o menor custo possível.

1.2. Objetivo

1.2.1. Objetivo Geral

O objetivo geral do trabalho é propor um modelo matemático que seja capaz de definir quando comprar e quando comprar os produtos/materiais de forma a obter custo mínimo de estoque, e garantir o suprimento da demanda.

1.2.2. Objetivos Específicos

Para isso, busca-se alcançar os seguintes objetivos específicos:

- ✓ Estudar e levantar dados que auxiliarão na formulação do problema;
- ✓ Formular o modelo matemático com base nos dos dados coletados;
- ✓ Implementar e testar o modelo desenvolvido em software de otimização.

2. REVISÃO DE LITERATURA

Serão abordados neste tópico, os fundamentos teóricos baseados na literatura pertinente, explorando os seguintes temas: Logística, Logística Hospitalar, Gestão de Estoque e Modelagem Matemática.

2.1. Logística

“A logística empresarial estuda como a administração pode prover melhor nível de rentabilidade nos serviços de distribuição aos clientes e consumidores, através de planejamento, organização e controle efetivos para as atividades de movimentação e armazenagem que visam facilitar o fluxo de produtos.” (Ballou, 1993).

Segundo Ballou (1993), na maior parte dos casos, os consumidores não residem próximos de onde os bens ou serviços são ofertados. Dessa forma, um dos principais problemas destinados à logística é diminuir essa lacuna existente entre a produção e a demanda, de forma que os consumidores tenham bens e serviços disponíveis quando esses desejarem.

A logística vai além de uma preocupação com produtos acabados, ela é responsável pelo gerenciamento do fluxo de materiais desde a fonte de fornecimento. A logística preocupa-se com a fábrica e os locais de estocagem, níveis de estoque e sistema de informação, assim como o transporte e armazenagem. (Ching, 2001)

2.2. Logística Hospitalar

Os hospitais abrigam as farmácias hospitalares que tem como objetivo garantir o atendimento da demanda de medicamentos dos pacientes hospitalizados e o uso adequado dos mesmos pelo profissional médico. Por se tratar de um insumo básico à vida, o controle dos medicamentos deve ser feito de forma rigorosa e a logística tem papel vital nesse controle.

“A logística hospitalar [...] abrange desde as infraestruturas existentes, a organização e as pessoas, os processos e os sistemas de informação de suporte.” (Dalarmi, 2010). A logística hospitalar é responsável pelo abastecimento de todos os

pontos de distribuição de medicamentos e materiais médico-hospitalares dentro do hospital, independente do valor. A logística hospitalar, ainda, atua como papel estratégico na diminuição dos custos em manter estoque de medicamentos tendo em vista que medicamentos abrigados na farmácia representam parcela significativa dos custos hospitalares.

2.3. Gestão de Estoque

Estoque é considerado como todo material físico que não esteja sendo utilizado e é conservado por um determinado período de tempo com previsão de uso futuro. O estoque existe para assegurar a disponibilidade de produtos, dando assim, suporte às atividades no atendimento ao cliente.

A gestão de estoque detém um papel de suma importância nas organizações, pois com ela se faz possível eliminar ou reduzir desperdícios de tempo, espaço e custo além de possibilitar o atendimento ao cliente no momento em que ele deseja (Paoleschi, 2009).

2.4. Objetivos de Manter Estoque

Os estoques são necessários dentro da empresa devido ao fato de ser impossível prever exatamente a demanda futura ou o suprimento nem sempre poder ser realizado a qualquer momento. Dessa forma, a armazenagem de mercadorias proporciona o atendimento ao cliente no momento solicitado e a redução de custos totais de produção e transporte. Além desses ganhos, os estoques servem para uma série de finalidades, como:

- “melhoram o nível de serviço;
- incentivam economias na produção;
- permitem economias de escala na compra e no transporte;
- agem como proteção contra aumentos de preços;
- protegem a empresa de incertezas na demanda e no tempo de ressuprimento; e
- servem como segurança contra contingências.” (BALLOU, 1993)

- **Melhorar o nível de serviço oferecido**

Estoques podem promover uma vantagem competitiva além de menores custos de vendas perdidas às empresas. Isso porque o estoque pode localizar-se mais próximos aos pontos de venda e com qualidades mais adequadas. Dessa forma, o estoque promove um menor tempo de ressuprimento e disponibilidade imediata ao cliente. O estoque também pode auxiliar no marketing, já que este pode beneficiar-se da disponibilidade do produto mesmo quando a oferta é incerta.

- **Incentivar economias na produção**

Os estoques incentivam economias na produção, pois ele promove uma produção mais constante devido ao alinhamento entre oferta e demanda. Dessa forma é possível produzir grandes lotes de tamanho iguais, o que causa a diminuição do custo unitário de produção.

- **Permitir economias de escala nas compras e no transporte**

Uma das finalidades dos estoques é gerar descontos no transporte por meio do uso de grandes lotes que atingem a capacidade dos veículos, gerando, dessa forma, fretes unitários menores. O que não acontece se os lotes forem pequenos, gerados para satisfazer necessidades de produção ou para abastecer diretamente clientes.

- **Proteção contra alteração de preços**

Produtos que são comprados em mercados abertos sofrem alterações de preço de acordo com as curvas de oferta e demanda. Quando se prevê um aumento no preço, produtos podem ser comprados antecipadamente. Isso gera estoques, que de alguma forma deve ser administrado.

- **Proteção contra oscilações na demanda ou no tempo de ressuprimento**

Estoques de segurança se fazem necessário devido ao fato de não ser possível na maioria dos casos fazer uma previsão da demanda e do tempo de ressuprimento na cadeia logística. O estoque de segurança pode ser adicionado ao

estoque regulares e garantir o atendimento às necessidades de produção e de demanda.

- **Proteção contra contingência**

Problemas de contingência que podem atingir uma empresa, como por exemplo: falta de energia, acidentes, greves e enchentes, podem ser facilmente contornados e a empresa continuar garantindo o fornecimento normal nessas ocasiões com o uso de um estoque reserva.

2.5. Custos de Estoque

Além dos custos de aquisição de materiais, outros custos estão relacionados com estoque. Esses custos podem ser divididos em três categorias: custo de pedido ou compra, custo de manutenção e custo de falta de estoque.

2.5.1. Custo de Pedido ou Compra

Os custos de pedir estão associados ao processo de aquisição das quantidades necessárias para repor o estoque. Segundo Ballou (1993), os custos associados com a aquisição incluem: o custo de processamento dos pedidos nos departamentos de compra, faturamento ou contabilidade; o custo de envio do pedido para o fornecedor; o custo de setup ou do manuseio para atender o lote solicitado; o custo relacionado a manuseio ou processamento realizado na doca de recepção; e por fim, o preço da mercadoria.

O custo de pedir, muitas vezes, pode variar de acordo com a quantidade de pedido caso haja um desconto se o tamanho do lote for maior ou se considerarmos o custo de transporte.

2.5.2. Custo de Manutenção

Os custos de manter estoque estão associados a todos os custos necessários para manter certa quantidade de mercadoria por um período de tempo. Esse custo representa vários outros custos diferentes.

Um dos custos relacionados à manutenção do estoque é o custo de oportunidade de capital. O capital que é empregado para o estoque poderia estar

sendo empregado em outros investimentos de igual risco dentro ou fora da organização.

O custo de impostos e seguros também está relacionado à manutenção de estoque. De acordo com Bowersox, Closs e Cooper (2007), os estoques são avaliados em muitas áreas sobre o estoque mantido nos armazéns. Já o custo de seguro é uma despesa baseada no risco estimado ou na perda ao longo do tempo.

Outro custo de manter estoque é o custo de deterioração e obsolescência. Isso acontece com, por exemplo, produtos que envelhecem depois da data limite recomendada para uso ou quando a aparência de um produto sai de moda.

Por fim, tem-se o custo de armazenamento. Este relacionasse com a quantidade de estoque mantido. O custo de armazenamento deve ser alocado nas necessidades de produtos específicos, já que não é diretamente relacionado ao valor do estoque (Bowersox; Closs; Cooper, 2007).

2.5.3. Custo de Falta de Estoque

Esse custo está relacionado a situações onde existe demanda por um item que esta em falta no estoque. Nesse caso, dois tipos de custos podem estar relacionados de acordo com a reação do cliente: o custo com a venda perdida ou o custo de atraso.

O custo com a venda perdida decorre do cancelamento do pedido por parte do cliente pela falta do mesmo. Neste caso, o custo esta relacionado com o lucro perdido. Não existe um desembolso direto, mas pode ser considerado como um custo de oportunidade tendo em vista que o cliente pode vir a não realizar futuras compras.

Tem-se um custo de atraso quando o cliente aceita esperar pela compra ate que o estoque tenha sido repostado. O atraso acarreta custos adicionais como custos administrativos e de vendas no reprocessamento do pedido, além de custos extraordinários de manuseio e transporte caso o suprimento seja realizado fora do canal normal de distribuição (Ballou, 1993).

2.6. Tipos de Demanda

Segundo Ballou (1993), o controle de estoque se torna mais fácil quando é dividido em classes ou tipos. Uma boa forma de classifica-lo é de acordo com sua demanda. Essa pode ser definida como permanente, sazonal, irregular, em declínio e derivada.

2.6.1. Demanda Permanente

Estoque de demanda permanente ocorre quando um produto apresenta um consumo regular ao longo de todas as fases do ano. Dessa forma, é necessário que haja um ressurgimento contínuo ou periódico. Um exemplo deste é o creme dental.

2.6.2. Demanda Sazonal

Alguns produtos são mais utilizados em determinadas épocas do ano, como é o caso de enfeites de Natal ou ovos de Páscoa, ou serem produtos de moda e possuírem um ciclo de vida muito curto, produtos de um evento que ocorreu apenas uma vez, por exemplo. Nesse caso a demanda não pode ser controlada da mesma forma como a demanda permanente. A demanda precisa ser prevista e o estoque acompanha essa previsão, estando sujeito a erros.

2.6.3. Demanda Irregular

Esse estoque representa produtos onde sua venda não pode ser previsto na integra. Um exemplo que ilustra esse tipo de demanda é a venda de automóveis a gasolina e automóveis a álcool. A demanda por esses dois produtos pode sofrer grandes variações se uma mudança no preço do combustível altera.

2.6.4. Demanda Derivada

Alguns produtos são utilizados na linha de produção de produtos acabados. Dessa forma, a demanda é conhecida se a demanda pelo produto acabado puder ser determinada. O estoque, para esse caso, pode ser calculado com precisão a partir da demanda pelo produto acabado. Um exemplo é a demanda por pneus a partir da venda de automóveis novos.

No caso do problema a ser tratado no trabalho, a demanda é definida como sendo uma demanda derivada, pois os produtos(medicamentos) podem ser calculados, ou seja, derivam de uma demanda das pessoas que utilizam o serviço do hospital.

2.7. Planejamento de Estoque

O planejamento de estoque se resume em determinar quando e quanto pedir de material. Quando pedir é determinado pela demanda e pelo ressuprimento. A variável quando pedir de reabastecimento é definido pelo ponto de reposição. Enquanto que, quanto pedir leva em consideração o lote de compra. O tamanho do lote equilibra o custo de manutenção de estoque com o custo do pedido.

2.8. Modelos Matemáticos Aplicados à Gestão de Estoque

Existem alguns modelos matemáticos propostos na literatura aplicados ao gerenciamento de estoque.

Mohammadi e Tap (2012) propõem um modelo matemático para definir a quantidade ótima de pedir, o tempo ótimo de pedir e o custo total mínimo de compra. O modelo leva em consideração as variáveis: tempo de espera, custo de pedido, custo de manutenção, estoque de segurança, demanda prevista, preço da unidade e o número de períodos.

Adida e Perakis (2005), contudo, propõem uma abordagem de otimização robusta para precificação dinâmica e controle de estoque, sem ordens pendentes.

Pochet (2001), por sua vez, define modelos de programação e formulação matemática para problemas de planejamento de produção determinístico.

Quadro 1: Modelos de Planejamento de Produção

		Incapacitado (Lead Time Fixo)	Capacitado (Lead Time Variável)
Demanda Fixa Ou Constante	Um Item	Modelo de Controle de Estoque EOQ (matéria-prima) EPQ (Produção)	
Demanda Fixa Ou Constante	Múltiplos Itens	Modelo de Tamanho do lote em série. Modelo de Tamanho do lote de montagem (nível múltiplo)	Modelo de Tamanho do lote econômico (nível único) (recursos compartilhados)
Demanda Variável	Um Item	Modelo de Tamanho do lote incapacitado (ULS)	Modelo de Tamanho do lote capacitado (CLS)
Demanda Variável	Múltiplos Itens	Modelo de Tamanho do lote em série - Tamanho do lote de montagem - Tamanho do lote geral (nível múltiplo)	Discreta LS (nível individual) (recursos compartilhados)

Fonte 1: Adaptado de Pochet (2001)

O modelo utilizado por Pochet para definir o tamanho do lote econômico foi utilizado como base para o desenvolvimento do modelo, pois, assim como o modelo a ser proposto, a demanda é constante e o lead time variável.

Pochet (2001) propõe o modelo de dimensionamento de lotes não capacitado com as seguintes variáveis:

Quadro 2: Conjunto de Variáveis

Conjunto de Variáveis	Definição
T	1,... , n período de tempo
X_t	tamanho do lote
Y_t	1 se $X_t > 0$ ou 0 se não
S_t	estoque no final do tempo t;
P_t	custo de produção de uma unidade
F_t	custo fixo de produção
H_t	custo de estoque
D_t	demanda $D_t \geq 0$

Fonte 2: Adaptado de POCHET (2001)

$$\min \sum_{t=1}^n (P_t X_t + F_t Y_t + H_t S_t) \quad (1)$$

$$S_{t-1} + X_t = D_t + S_t \quad \forall t \quad (2)$$

$$S_0 = S_n = 0 \quad (3)$$

$$X_t \leq M Y_t \quad \forall t \quad (4)$$

$$X_t, S_t \geq 0, Y \in \{0,1\} \quad \forall t \quad (5)$$

A Inequação 1 define a Função Objetivo que é minimizar o somatório do custo de produção de uma unidade, o custo fixo de produção e o custo de estoque. A segunda equação (Equação 2), é uma função de restrição do atendimento à demanda. A Equação 3 é uma restrição que indica que não existe estoque inicial nem final. A quarta equação (Inequação 4), define se vai ou não ter produção no período t . Por fim, a Inequação 5 restringe a não negatividade e a variável binária.

O Big M utilizado no modelo define o limite superior para a demanda do tamanho do lote.

3. METODOLOGIA

A metodologia que será abordada no trabalho de pesquisa é a empírica normativa baseada em modelagem quantitativa. Essa metodologia visa melhorar uma situação corrente por meio de modelos que estabelecem uma decisão para o problema. Esses modelos podem ser de otimização ou programação matemática (MIGUEL, 2010).

Optou-se por essa metodologia, pois o trabalho busca melhorar uma situação atual, ou seja, definir qual deve ser o tamanho do lote a ser comprado e quando esse deve ser feito. O modelo matemático a ser criado no trabalho de pesquisa será aplicado em uma situação real.

Em problemas que se utiliza pesquisa operacional, o processo de pesquisa se inicia pela coleta de dados relevantes e a formulação do problema. Em seguida, é construído um modelo matemático que tenta abstrair a essência do problema real. A seguir, são realizadas experimentações para testar essa hipótese.

4. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

4.1. Descrição do Local Estudado

4.1.1. Apresentação da empresa

O local escolhido para ser aplicado o modelo matemático é o almoxarifado de um hospital localizado em uma cidade no interior do estado de Minas Gerais. O hospital foi inaugurado no ano de 1952 e a princípio seu objetivo era o atendimento à saúde dos trabalhadores e dependentes de uma siderúrgica localizada na mesma cidade. Atualmente, o mesmo é de caráter filantrópico e é administrado pela Associação São Vicente de Paulo, possuindo 135 leitos, 5 leitos na UTI, 3 salas cirúrgicas. O hospital é hoje referência na cidade e na região.

O hospital conta com um diverso quadro de colaboradores, incluindo: médicos, enfermeiros, farmacêuticos, nutricionistas, administradores, técnicos e auxiliares de enfermagem, recepcionistas, auxiliares de higienização, etc., totalizando 70 médicos e mais de 450 colaboradores.

A empresa conta com o Sistema *Philips Tasy*. Com a utilização desse sistema é possível ter uma integração entre todos os setores da empresa. Nele podem-se obter informações de compra, demanda, quantidade em estoque, consumo e várias outras informações. Esse sistema proporciona uma melhor coordenação dos setores e gestão do estoque.

4.1.2. Almoxarifado e estoque

No hospital em questão existe uma Central de Abastecimento Farmacêutico (CAF) que é a unidade responsável pelo armazenamento e distribuição de medicamentos e materiais entre os diversos setores. Os medicamentos utilizados diariamente ficam estocados no almoxarifado e são transferidos todos os dias para a farmácia do hospital, dessa forma, a demanda da farmácia é atendida diariamente.

As compras, estoque e todas as atividades do hospital são controlados pelo sistema Tasy. O controle de estoque é feito através de algumas técnicas, dentre elas a Curva ABC e o Tasy fornece informações de valores investidos e grau de rotatividade.

Atualmente, os medicamentos são comprados mensalmente tomando como base a demanda dos três últimos meses, as compras anteriores, o estoque atual e a margem de segurança de 20% para todos os medicamentos. Essas informações são fornecidas pelo sistema. O hospital atua com três tipos de compras: por contrato, mensal ou licitação.

A escolha do fornecedor leva em consideração o preço ao qual ele fornece os produtos. Já o tamanho do lote a ser comprado varia de acordo com a quantidade de medicamentos já existente no estoque e a fatura mínima exigida pelo fornecedor. Na maioria das vezes as compras são feitas respeitando essa fatura mínima, o que acaba acarretando em uma isenção do custo de frete. O hospital conta hoje com 25 fornecedores de medicamentos. Algumas vezes é necessário fazer compras de urgência. Isso acontece quando o estoque não supre a demanda. Isso pode, ou não, acarretar em custos maiores, como custo de frete, devido à quantidade de medicamentos comprados nessa situação serem, na maioria das vezes, menor. Quando existe essa necessidade, a compra pode ser feita em farmácias da região ou com fornecedores que garantem uma entrega rápida. Geralmente, o tempo de entrega, nesse caso, é de 24 horas.

O hospital procura também manter um estoque de segurança dos medicamentos, já que a falta destes não pode acontecer. O estoque de segurança representa 20% da quantidade total de medicamentos comprados. Esse estoque serve para suprir o tempo de compra de urgência.

4.2. Modelagem Matemática

O objetivo do modelo matemático a ser proposto é minimizar o custo de estoque dos medicamentos do hospital. O custo desse estoque envolve o custo de frete, o custo do medicamento, o custo de manter estoque, o custo de compra e o custo de obsolescência.

Para o desenvolvimento do modelo foram utilizadas cinco variáveis de decisão. Um dos conjuntos de variáveis de decisão define o volume (tamanho do lote) dos medicamentos a serem comprados de cada fornecedor em cada período de tempo. Outro conjunto de variáveis de decisão define o volume de cada medicamento a ser estocado em cada período de tempo. Um conjunto de variáveis

de decisão é utilizado para determina o volume de medicamentos que serão comprados com o pagamento de frete de cada fornecedor a cada período de tempo. Os demais conjuntos de variáveis de decisão são binários para decidir se o frete será ou não cobrado e se o produto será ou não comprado.

As restrições que devem ser levadas em conta para elaboração do modelo são: a demanda deve ser atendida, ter ou não isenção do frete, deve-se respeitar um lote mínimo estabelecido pelo fornecedor, deve-se considerar o tempo de entrega, o lote mínimo de existência e a dinâmica do estoque.

4.3. Modelo Matemático

Para o desenvolvimento do modelo foram utilizados os elementos, conjuntos parâmetros e variáveis conforme segue, respectivamente.

Quadro 3: Conjuntos

Conjuntos	Definição
P	Produtos
F $P_f \in P$	Fornecedores produtos fornecidos pelo fornecedor f
$F_p \in F$	fornecedores de cada produto p

Fonte 3: Produzido pela autora

Quadro 4: Elementos

Elementos	Definição
$p \in P$	produto (medicamento)
$f \in F$	Fornecedor
t	período em meses

Fonte 4: Produzido pela autora

Quadro 5: Conjunto de Parâmetros

Conjunto de Parâmetros	Definição
SO_p	estoque inicial do produto p
D_p	demanda do produto p
LM_{pf}	lote mínimo do produto p do fornecedor f
FM_f	fatura mínima do fornecedor f
LT_{pf}	lead time do produto p do fornecedor f
λ_p	custo de manter em estoque o produto p
σ_{pf}	custo do produto p do fornecedor f
δ_f	frete do fornecedor f (R\$/ton.)
β_{pf}	quantidade do produto p do fornecedor f por embalagem
α_{pf}	peso do medicamento p do fornecedor f por embalagem

Fonte 5: Produzido pela autora

Quadro 6: Conjunto de Variáveis de Decisão

Conjunto de Variáveis de Decisão	Definição
X_{pft}	volume do produto p comprado do fornecedor f no período t
S_{pt}	volume estocado do produto p no período t
L_{ft}	volume adquirido com pagamento de frete do fornecedor f no período t
FI_{ft}	1, se o frete for cobrado pelo fornecedor f no período t ; 0, caso contrário
Y_{pt}	1, se o produto p será comprado no período t ; 0, caso contrário

Fonte 6: Produzido pela autora

Usando as notações acima, o modelo matemático é representado pelas equações 6 a 18.

Minimizar o custo total = custo de estoque + custo do produto + custo de frete

$$\text{Min } Z = \sum_p \sum_t \lambda_p S_{pt} + \sum_p \sum_{f \in F_p} \sum_t \sigma_{pf} X_{pft} + \sum_f \sum_t L_{ft} \delta_f \quad (6)$$

Sujeito a:

$$S_{p1} = SO_p ; \forall p \quad (7)$$

$$S_{pt} + \sum_{\substack{f \in F_p \\ t-LT_{pf} \geq 1}} X_{pft} - D_p = S_{p(t+1)} ; \forall p ; \forall f ; \forall t \quad (8)$$

$$\sum_{p \in P_f} X_{pft} \geq FM_f - FI_{ft} M_1 ; \forall p ; \forall f ; \forall t \quad (9)$$

$$\sum_{p \in P_f} X_{pft} \leq FM_f + (1 - FI_{ft}) M_1 ; \forall p ; \forall f ; \forall t \quad (10)$$

$$L_{ft} \geq \sum_{p \in P_f} X_{pft} \alpha_{pt} - (1 - FI_{ft}) M_1 ; \forall p ; \forall f ; \forall t \quad (11)$$

$$X_{pft} \geq LM_{pf}Y_{pt}; \forall p; \forall f \in F_p; \forall t \quad (12)$$

$$X_{pft} \leq M_2Y_{pt}; \forall p; \forall f \in F_p; \forall t \quad (13)$$

$$X_{pft} \geq 0; \forall p; \forall f \in F_p; \forall t \quad (14)$$

$$L_{ft} \geq 0; \forall f; \forall t \quad (15)$$

$$S_{pt} \geq 0; \forall p; \forall t \quad (16)$$

$$FI_{ft} \in \{0,1\}; \forall f; \forall t \quad (17)$$

$$Y_{pt} \in \{0,1\}; \forall p; \forall t \quad (18)$$

A Função Objetivo, representada na Equação 6, minimiza o custo de manter em estoque, o custo total do medicamento, e o custo do frete. O primeiro termo da equação mostra o custo de manter em estoque multiplicado pela quantidade estocada, o segundo termo mostra o custo do medicamento multiplicado pela quantidade comprada, e o terceiro termo mostra o volume adquirido com pagamento de frete multiplicado pelo custo do frete.

O conjunto de restrições representado pela Equação 7 é uma restrição que defini o estoque inicial ou estoque no tempo 1. Ela implica que o estoque inicial deve ser igual ao parâmetro estoque inicial (SO_p).

O conjunto de restrições representado pela Equação 8 é uma restrição de demanda. Essa restrição é responsável por garantir que a demanda em cada período de tempo seja atendida. A equação demonstra que o volume de estoque em um determinado período de tempo somado ao volume do pedido de compra recebido naquele período, considerando o lead time de entrega pelo fornecedor, subtraído à demanda desse mesmo período deve ser igual ao estoque inicial do período seguinte (período de tempo somado a 1).

O conjunto de restrições representado pela Inequação 9 e 10 representa uma restrição de fatura mínima estabelecida pelo fornecedor. Essa restrição define se o frete cobrado pelo fornecedor pela entrega do lote de medicamentos

comprados será cobrado ou não. A cobrança do frete será feita se o volume do lote de compra for menor que a fatura mínima estabelecida pelo fornecedor.

O conjunto de restrições representado pela Inequação 11 é uma restrição de frete. Essa restrição estabelece que o frete, de cada fornecedor, deve ser pago se o volume de compra de medicamentos em um determinado período de tempo não alcançar a fatura mínima estabelecido por esse fornecedor. Se a fatura mínima não for alcançada, paga-se o frete do volume pedido, senão, não se paga.

O conjunto de restrições representado pela Inequação 12 é uma restrição de lote mínimo. Essa equação restringe que o volume de medicamentos comprado deve respeitar o lote mínimo de compra de cada produto exigido por cada fornecedor, ou seja, o volume de compra deve ser maior ou igual ao lote mínimo.

A Inequação 13 é um conjunto de restrição que define que a variável que representa o volume de produto comprado em um determinado período de tempo deve ser igual a zero caso o produto não seja comprado naquele período.

As Inequações 14, 15 e 16 representam conjuntos de restrições de não negatividade para as variáveis de volume do produto comprado, volume adquirido com pagamento de frete e volume estocado, respectivamente. As inequações 17 e 18 são conjuntos de restrições usadas para indicar que as variáveis binárias, que indicam se o frete será cobrado e se o produto será comprado, respectivamente, devem assumir o valor de 1 caso positivo e 0 caso contrário.

Para implementar o modelo, os valores para o big M (M_1 e M_2) foram definidos de acordo com as seguintes equações:

$$M_1 = \max(LMmax_p + 1, \frac{D_p}{\beta_{max}} + 1) \quad (19)$$

$$M_2 = \sum_p (D_p + \beta_{pf} \alpha_{pf}) \quad (20)$$

No qual,

$$LMmax_p = \max LM_{pf} \quad (21)$$

$$\beta_{max} = \max \beta_{pf} \quad (22)$$

O Big M utilizado nas Inequações 9, 10 e 11 (M1) foi definido pelo valor máximo a ser assumido entre o lote mínimo do produto e o valor da demanda dividido pela quantidade do produto. O Big M utilizado na Inequação 13 (M2) foi definido pelo somatório da demanda somado à multiplicação da quantidade e peso do produto.

4.4. Exemplo de Aplicação

Com o objetivo de testar a aplicabilidade do modelo sugerido para gerenciar o estoque de um hospital de médio porte, foi utilizado o software AMPL (*A Mathematical Programming Language*) para especificação das variáveis do modelo. O código do modelo está demonstrado no Anexo A enquanto um exemplo de código da declaração dos dados está demonstrado no Anexo B.

Foram realizados 10 testes com diferentes instâncias. Os três primeiros testes (P5i1, P5i2, P5i3) tiveram como instâncias: 5 produtos, 2 fornecedores e 4 meses de período de tempo. Os três seguintes testes (P10i1, P10i2, P10i3) foram realizados com: 10 produtos, 3 fornecedores e 8 meses de período de tempo. Em seguida foram realizados testes (P15i1, P15i2, P15i3) com instância: 15 produtos, 5 fornecedores e período de tempo de um ano. Por fim, um último teste (P23) foi realizado levando como base os dados dos medicamentos do Hospital tomado como base para elaboração do modelo. Das centenas de medicamentos utilizados pelo hospital, foram utilizados apenas 23 deles para a realização do teste. Esses medicamentos foram escolhidos com base na curva ABC feita pelo próprio hospital. Foram escolhidos os medicamentos de maior importância dentre os demais (medicamentos A). Foram utilizadas para esse teste 5 fornecedores e um período de tempo de 12 meses.

O resultado obtido no AMPL do teste P5i1 do volume de compra de cada produto por cada fornecedor em cada período de tempo é demonstrado abaixo.

Tabela 1: Resultado do teste P5i3

Produtos	Fornecedores	Período de tempo (meses)			
		1	2	3	4
1	1	0	0	0	0
	2	0	5	6	6
2	1	0	7	0	0
	2	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0
	2	0	6	0	0
4	1	0	9	0	0
	2	0	0	0	0
5	1	0	0	0	0
	2	0	0	8	0

Fonte 7: Produzido pela autora

O resultado demonstra que ao longo do período de tempo t os produtos foram deixando de ser comprados e uma quantidade maior de produtos foi sendo mantida em estoque.

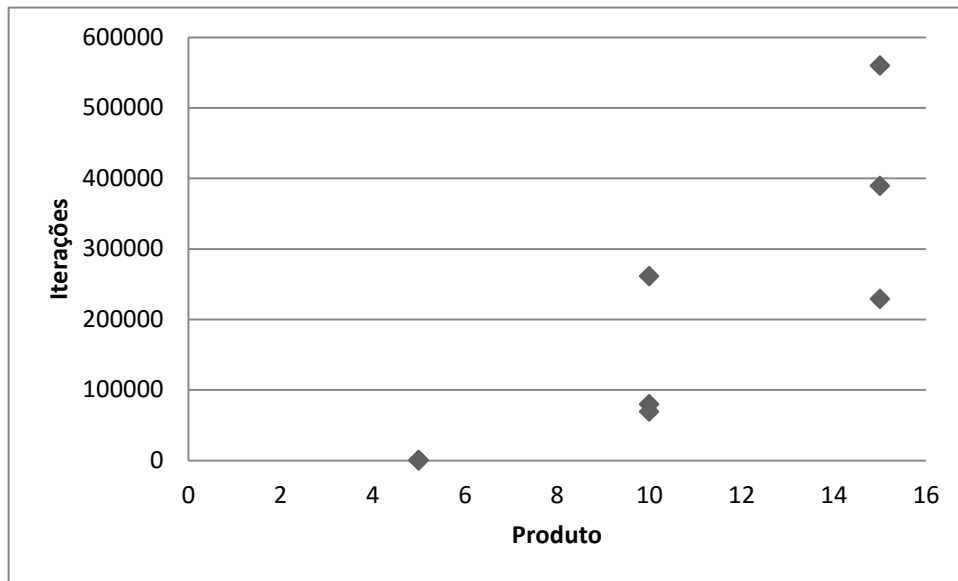
A seguir, são apresentados os valores definidos da função objetivo e o número de iterações (MIP simplex iterations) do software AMPL para cada teste realizado.

Tabela 2: Resultado dos Testes do Modelo Matemático

Testes	Função Objetivo	Número de Iterações
P5i1	20326	5
P5i2	4426	61
P5i3	27493	5
P10i1	19546	79582
P10i2	19844	68988
P10i3	18425	260768
P15i1	155596	559514
P15i2	246289	388987
P15i3	138193	228608
P23	-	<i>"Ran out of memory"</i>

Fonte 8: Produzido pela autora

A partir dos dados obtidos nos testes P5i1, P5i2, P5i3, P10i1, P10i2, P10i3, P15i1, P15i2, P15i3 da Função Objetivo e do número de iterações, obtêm-se o gráfico de dispersão que demonstra a relação entre o número de produtos utilizado como instância para a realização de cada teste e o número de iterações de cada um.

Figura 1: Quantidade de Produtos por Número de Iterações

Fonte 9: Produzido pela autora

É possível observar, a partir do gráfico, o aumento do número de iterações necessárias para encontrar a função objetivo pelo AMPL com o aumento do número de produtos utilizados em cada teste.

5. CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

O modelo matemático desenvolvido no trabalho teve os parâmetros e variáveis de decisão definidos, as restrições discutidas, e em seguida, as variáveis de decisão e a função objetivo demonstradas com a utilização do software de modelagem AMPL. Os resultados mostram que todas as restrições do modelo proposto foram atendidas, contudo, o modelo é aplicado.

O teste baseado nos dados do hospital que possui 23 produtos não foi definido a Função Objetivo com a utilização do AMPL. Isto se deve ao fato de o número de dados excederem a memória do software. Outros softwares de modelagem, como por exemplo, o CPLEX, podem da mesma forma, serem utilizados para resolver o modelo e dessa forma obter um resultado ótimo para o teste.

O modelo criado incorpora parâmetros de um hospital de médio porte e o mesmo pode ser utilizado para ajudar no gerenciamento do estoque de medicamentos de hospitais.

Como proposta de trabalho futuro sugere-se que sejam coletados mais dados e que mais testes sejam realizados. E que sejam desenvolvidos métodos para a solução de instâncias maiores.

REFERÊNCIAS

ADIDA, E.; PERAKIS, G. A Robust Optimization Approach to Dynamic Pricing and Inventory Control with no Backorders. **Math. Program.**, Ser. B 107,97-129.

December 30, 2005.

BALLOU, Ronald H. **Logística empresarial: transportes, administração de materiais e distribuição física**. São Paulo: Atlas, 1993.

BOWERSOX, Donald J; CLOSS, David J; COOPER, M. Bixby. **Gestão da Cadeia de Suprimentos e Logística**. 2. Ed. Elsevier, 2001.

CHING, Hong Yuh. **Gestão de Estoque na Cadeia de Logística Integrada**. São Paulo: Atlas, 2001.

DALARMI, Luciane. Gestão de Suprimentos na Farmácia Hospitalar Pública. **Visão Acadêmica**. Curitiba, v.11, n.1, Jan. - Jun./2010.

HILLIER, Frederick S.; LIEBERMAN. Gerald. **Introdução à Pesquisa Operacional**. 8. Ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2006.

MIGUEL, Paulo. **Metodologia de Pesquisa em Engenharia de Produção e Gestão de Operações**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.

MOHAMMADI, Maryam; TAP, Masine Md. A Mixed Integer Programming Model Formulation for Solving the Lot-Sizing Problem. **arXiv**. 2012.

PAOLESCHI, Bruno. **Almoxarifado e Gestão de Estoque**. 1. Ed. Érica, 2009

POCHET, Yves. Mathematical Programming Models and Formulations for Deterministic Production Planning Problems. **CORE and IAG**, Université Catholique de Louvain, Belgium.

WANKE, Peter. **Gestão de Estoques na Cadeia de Suprimentos: Decisões e Modelos Quantitativos**. 3. Ed. São Paulo: Atlas, 2003.

ANEXOS

Anexo A

#MODELAGEM MATEMÁTICA PARA GESTÃO DE ESTOQUE DE MÚLTIPLOS ITENS COM DEMANDA DERIVADA

#Amanda Oliveira Magalhães

#Conjuntos

set P; #conjunto de produtos

set F; #conjunto de fornecedores

set P_f{f in F} within P; #conjunto de produtos que são fornecidos pelo fornecedor

set F_p{p in P} within F; #conjunto dos fornecedores de cada produto

#Parametros

param s₀{p in P};

param LM_{max}{p in P};

param beta_{max}{p in P};

param bigM_f{f in F};

param bigM_p{p in P};

param n; # número de períodos

param D_p{p in P}; #demanda do produto p

param LM_p{p in P, f in F_p[p]}; #lote mínimo do produto p do fornecedor f

param FM_f{f in F}; #fatura mínima do fornecedor f

param LT_p{p in P, f in F_p[p]}; #lead time do produto p do fornecedor f

param lambda_p{p in P}; #custo de manter em estoque o produto p

param sigma_p{p in P, f in F_p[p]}; #custo do produto p do fornecedor f

param delta_f{f in F}; #frete do fornecedor f (R\$/ton)

param beta_p{p in P, f in F_p[p]}; #quantidade do produto p do fornecedor f por embalagem

param alpha_p{p in P, f in F_p[p]}; #peso do medicamento p do fornecedor f por embalagem

#Variaveis

var X_p{p in P, f in F_p[p], t in 1..n} >= 0, integer; #volume do produto p comprado do fornecedor f no período t

var S_p{p in P, t in 1..n+1} >=0, integer; #volume estocado do produto p no período t

```

var L{f in F, t in 1..n} >=0, integer;           #volume adquirido com pagamento de frete do
fornecedor f no período t

var FI{f in F, t in 1..n}, binary;    #binaria para decidir se o frete sera ou nao cobrado

var Y{p in P, t in 1..n}, binary;    #binaria para decidir se o produto será comprado ou não

#Função Objetivo

minimize CustoTotal: sum{p in P, t in 1..n} lambda[p]*S[p,t] + sum{p in P, f in Fp[p],t in 1..n}
sigma[p,f]*X[p,f,t] + sum{f in F, t in 1..n} L[f,t]*delta[f];

#Restricoes

subject to s1 {p in P}: S[p,1]= s0[p];

subject to demanda {p in P, t in 1..n}: S[p,t] + sum{f in Fp[p]: t- LT[p,f]>=1} X[p,f,t-LT[p,f]] * beta[p,f] -
D[p] = S[p,t+1];

subject to faturaminima {f in F, t in 1..n}: sum{p in Pf[f]} X[p,f,t] >= FM[f] - FI[f,t]*bigMf[f];

subject to faturaminima1 {f in F, t in 1..n}: sum{p in Pf[f]} X[p,f,t] <= FM[f] + (1-FI[f,t])*bigMf[f];

subject to frete {f in F, t in 1..n}: L[f,t] >= sum{p in Pf[f]} X[p,f,t]*alpha[p,f] - (1-FI[f,t])*bigMf[f];

subject to loteminimo {p in P, f in Fp[p], t in 1..n}: X[p,f,t] >= LM[p,f]*(Y[p,t]);

subject to relacaoXY {p in P, f in Fp[p], t in 1..n}: X[p,f,t] <= bigM[p]*Y[p,t];

end;

```

Anexo B

#DADOS PARA O MODELO PARA GESTÃO DE ESTOQUE DE MÚLTIPLOS
ITENS COM DEMANDA DERIVADA

```
set P:= 1 2 3 4 5;
set F:= A B;
```

```
set Pf[A]:= 2 4;
set Pf[B]:= 1 3 5;
```

```
set Fp[1]:= B;
set Fp[2]:= A;
set Fp[3]:= B;
set Fp[4]:= A;
set Fp[5]:= B;
```

```
param n:= 4;
```

```
param s0:= 1 15
           2 13
           3 15
           4 12
           5 20;
```

```
param D:= 1 12
           2 10
           3 9
           4 11
           5 7;
```

```
param LM: A B:=
           1 . 3
           2 7 .
           3 . 6
           4 9 .
           5 . 8;
```

```
param FM:= A 39
           B 72;
```

```
param LT: A B:=
           1 . 0
           2 0 .
           3 . 0
           4 0 .
           5 . 0;
```

```
param lambda:= 1 1
                2 1
                3 1
                4 1
                5 1;
```

```
param sigma: A B:=
              1 . 3
              2 2 .
              3 . 4
              4 7 .
              5 . 2;
```

```
param delta:= A 20  
              B 19;
```

```
param beta:  A B:=  
             1 . 2  
             2 10 .  
             3 . 12  
             4 30 .  
             5 . 2;
```

```
param alpha: A B:=  
            1 . 20  
            2 15 .  
            3 . 20  
            4 30 .  
            5 . 20;
```

```
end;
```